PG47428 - Luís Miguel Lopes Pinto - MEI

EXERCICIO 1

Considere as seguintes variáveis proposicionais :

- A : Sócio usa camisola amarela.
- B : Sócio usa bigode.
- C : Sócio é casado.
- D : Sócio vai ao domingo.
- R : Sócio é de Ribeirão.

Exprimamos de seguida as regras do clube através fórmulas proposicionais :

- Cada sócio usa bigode ou não usa camisola amarela.

  ```
  B V ¬A
  ```

- Todos os sócios que usam bigode são casados.

  ```
  B -> C ≡ ¬B V C
  ```

- Todos os sócios de Ribeirão usam bigode.

  ```
  R -> B ≡ ¬R V B
  ```

- Cada socio do clube que não é de Ribeirão tem que usar camisola amarela.

  ```
  ¬R -> A ≡ R V A
  ```

- Os sócios casados não podem assistir aos jogos ao Domingo.

  ```
  C -> ¬D ≡ ¬C V ¬D
  ```

- Um sócio vai aos jogos ao Domingo se e só se é de Ribeirão.

  ```
  D <-> R ≡ (¬R ∨ D) ∧ (¬D ∨ R)
  ```

Convertendo as fórmulas anteriores para CNF, obtemos o seguinte conjunto T :

```
T = { B V ¬A, ¬B V C, ¬R V B, R V A, ¬C V ¬D, ¬R ∨ D, ¬D ∨ R}
```

EXERCICIO 2

Tendo o conjunto T como ponto de partida, bastará encontrar uma atribuição A que modele T para provar que T é consistente.

SAT SOLVER

Escrita no formato DIMACS como se segue (SATsolvingTPC.cnf) :

```
c A : Sócio usa camisola amarela = 1
c B : Sócio usa bigode = 2
c C : Sócio é casado = 3
c D : Sócio vai ao domingo = 4
c R : Sócio é de Ribeirão = 5

p cnf 5 7
2 -1 0
-2 3 0
-5 2 0
5 1 0
-3 -4 0
-5 4 0
-4 5 0
```

$ minisat SATsolvingTPC.cnf OUT

A solução calculada é:

```
SAT

1 2 3 -4 -5 0
```

ou seja, A = 1, B = 1, C=1, D = 0 e R=0.

Deste modo, conseguimos interpretar que para o modelo ser consistente as afirmações A,B,C seriam verdadeiras e as afirmações D e R falsas.

EXERCICIO 3

Use agora o SAT solver para o ajudar a responder às seguintes questões:

Seja T = { B V ¬A, ¬B V C, ¬R V B, R V A, ¬C V ¬D, ¬R ∨ D, ¬D ∨ R}

- (a) A afirmação "Quem usa bigode não pode ir ao jogo ao Domingo." é correcta?

  ~~~~
  Teremos de provar T |= (B -> ¬D), i.e., ∧ T -> (B -> ¬D) é válido.
  Ora isto só ocorre caso T ∧ ¬(B -> ¬D) for unsatisfiable,
  ou seja, caso T ∧ B ∧ D for unsatisfiable.

  *SAT SOLVER*
  Para a prova foi usado o seguinte programa :
  ```
  c A : Sócio usa camisola amarela = 1
  c B : Sócio usa bigode = 2
  c C : Sócio é casado = 3
  c D : Sócio vai ao domingo = 4
  c R : Sócio é de Ribeirão = 5

  p cnf 5 9
   2 -1 0
  -2 3 0
  -5 2 0
   5 1 0
  -3 -4 0
  -5 4 0
  -4 5 0
   2 0
   4 0
  ```
  A solução calculada é:
  ```
  UNSAT
  ```
  Podemos confirmar então que de facto a afirmação anterior é correta.
  ~~~~

- (b) Pode um membro de camisola amarela ser casado?

  ~~~~
  Teremos de provar T |= (A ∧ C), i.e., ∧ T -> (A ∧ C) é válido.
  Ora isto só ocorre caso T ∧ ¬(A ∧ C) for unsatisfiable,
  ou seja, caso T ∧ (¬A v ¬C) for unsatisfiable.

   *SAT SOLVER*
  Para a prova foi usado o seguinte programa :
  ```
  c A : Sócio usa camisola amarela = 1
  c B : Sócio usa bigode = 2
  c C : Sócio é casado = 3
  c D : Sócio vai ao domingo = 4
  c R : Sócio é de Ribeirão = 5

  p cnf 5 8
   2 -1 0
  -2 3 0
  -5 2 0
   5 1 0
  -3 -4 0
  -5 4 0
  -4 5 0
  -1 -3 0
  ```
  A solução calculada é:
  ```
  UNSAT
  ```
  Podemos confirmar então que de facto a afirmação anterior é correta, e por isso um membro de camisola p
  ode ser casado.
  (Nota : se uma formula é valida então certamente é satisfazivel)
  ~~~~

- (c) A afirmação "Afinal o clube não pode ter sócios Ribeironenses." é correcta?

  ~~~~
  Teremos de provar T |= ¬R, i.e., ∧ T -> ¬R é válido.
  Ora isto só ocorre caso T ∧ ¬(¬R) for unsatisfiable,
  ou seja, caso T ∧ R for unsatisfiable.

  *SAT SOLVER*
  Para a prova foi usado o seguinte programa :
  ```
  c A : Sócio usa camisola amarela = 1
  c B : Sócio usa bigode = 2
  c C : Sócio é casado = 3
  c D : Sócio vai ao domingo = 4
  c R : Sócio é de Ribeirão = 5

  p cnf 5 8
   2 -1 0
  -2 3 0
  -5 2 0
   5 1 0
  -3 -4 0
  -5 4 0
  -4 5 0
   5 0
  ```
  A solução calculada é:
  ```
  UNSAT
  ```
  Podemos confirmar então que de facto a afirmação anterior é correta.
  ~~~~

- (d) Os sócios casados têm todos bigode?

  ~~~~
  Teremos de provar C -> B
  Teremos de provar T |= (C -> B), i.e., ∧ T -> (C -> B) é válido.
  Ora isto só ocorre caso T ∧ ¬(C -> B) for unsatisfiable,
  ou seja, caso T ∧ C ∧ ¬B for unsatisfiable.

  *SAT SOLVER*
   Para a prova foi usado o seguinte programa :
   ```
   c A : Sócio usa camisola amarela = 1
   c B : Sócio usa bigode = 2
   c C : Sócio é casado = 3
   c D : Sócio vai ao domingo = 4
   c R : Sócio é de Ribeirão = 5

   p cnf 5 9
    2 -1 0
   -2 3 0
   -5 2 0
    5 1 0
   -3 -4 0
   -5 4 0
   -4 5 0
    3 0
   -2 0
   ```
   A solução calculada é:
   ```
   UNSAT
   ```
   Podemos confirmar então que de facto a afirmação anterior é correta,
   e por isso que os sócios casados tem todos bigode.
  ~~~~

- (e) A afirmação "Ao domingo nunca há sócios a assistir aos jogos." é correcta?

  ~~~~
  Teremos de provar T |= ¬D, i.e., ∧ T -> ¬D é válido.
  Ora isto só ocorre caso T ∧ ¬(¬D) for unsatisfiable,
  ou seja, caso T ∧ D for unsatisfiable.

  *SAT SOLVER*
   Para a prova foi usado o seguinte programa :
   ```
   c A : Sócio usa camisola amarela = 1
   c B : Sócio usa bigode = 2
   c C : Sócio é casado = 3
   c D : Sócio vai ao domingo = 4
   c R : Sócio é de Ribeirão = 5

   p cnf 5 8
    2 -1 0
   -2 3 0
   -5 2 0
    5 1 0
   -3 -4 0
   -5 4 0
   -4 5 0
    4 0
   ```
   A solução calculada é:
   ```
   UNSAT
   ```
   Podemos confirmar então que de facto a afirmação anterior é correta.
  ~~~~