Apuntes de Cinemática Continuación **3er Parcial** *Juan Carlos Lonngi Delgado*

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (M.R.U.A.)

En la mayoría de los casos, la velocidad de un objeto cambio mientras este se mueve. La Razón a la cual cambia la velocidad con respecto al tiempo se le llama aceleración.

Condiciones de Arranque **Condiciones de término**

$$a \neq 0 m/s$$
$$V_0 \neq V_f$$

$X_0 = 0m$	$X_f = ?$
V_0	$V_f = ?$
$T_o = 0s$	$T_f = ?$

X_0 y X_f Corresponde a distancias inicial y final respectivamente para el cuerpo o partícula

Vo y V f Corresponde a velocidad y final respectivamente para el cuerpo o partícula

La aceleración posee las unidades de m/s^2 para el sistema internacional de unidades S.I.

$$si....V_o < V_f ......la..aceleracion..a..es..positiva..V_0 < V_f \Rightarrow a(+)$$

$$si....V_o > V_f ......la..aceleracion..a..es..negativa..V_0 > V_f \Rightarrow a(-)$$

$$si....V_o = V_f ......la..aceleracion..a..es..cero.........V_0 = V_f \Rightarrow a = 0 \Rightarrow\Rightarrow ..es..un..M.R.U.$$

Para la gráfica de X (m) vs T(s) a diferencia de un MRU, para un MRUA no se cumple la condición que a distancias iguales, corresponden tiempos iguales, ya que conforme el tiempo aumenta cada 2 segundos, la distancia recorrida aumenta de forma exponencial.

Para la gráfica V (m/s) vs t(s), se observa que la velocidad aumenta conforme aumenta el tiempo de forma proporcional y da como resultado una línea recta. La pendiente de la línea recta para la gráfica V (m/s) vs t(s) para un MRUA, representa la aceleración, es decir:

$$\mu = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$por..analogía$$

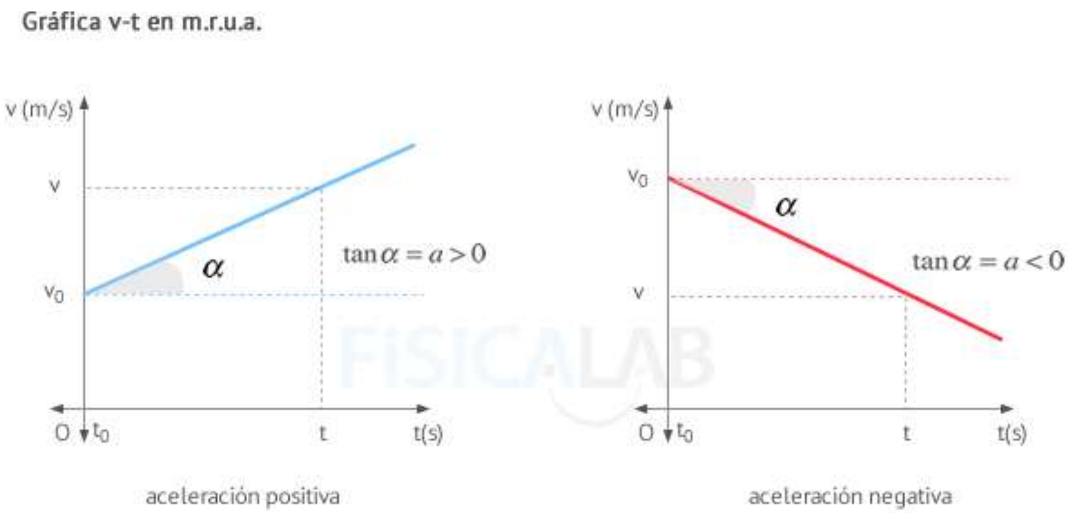
$$a = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} \approx \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Para la gráfica de V(m/s) vs t (s) el área bajo la curva representa la distancia recorrida por la partícula en el intervalo de tiempo t_1 y t_2.

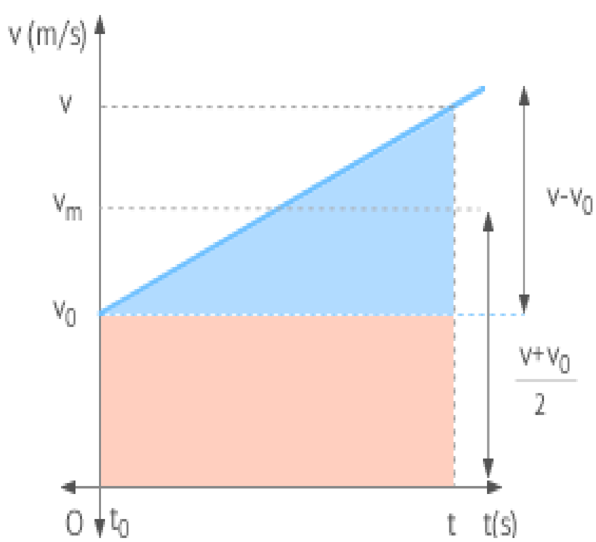
Para la gráfica aceleración-tiempo a (m/s²) vs t (s) nos indica que la aceleración permanece constante o no sufre cambio durante todo el trayecto que dura el MRUA.

Características del MRUA

- ***a) El movimiento del cuerpo o partícula es en línea recta***
- ***b) No se cumple la condición de distancias iguales a tiempos iguales***
- ***c) La velocidad es variable conforme pasa el tiempo***
- ***d) La grafica V(m/s) vs t(s) para un MRUA da como resultado una línea recta, donde la pendiente representa la aceleración del cuerpo o partícula.***
- ***e) Para la Gráfica de V vs T para un MRUA o MRU, El área bajo la curva, representa la distancia recorrida por un cuerpo o partícula en un intervalo de tiempo determinado.***



Pendiente Positiva a (+) ***Incrementa la velocidad*** ***Pendiente Negativa a (-)*** ***disminuye velocidad***



Gráfica espacio recorrido

El área encerrada entre la recta v-t, el eje de abcisas y los instantes de tiempo to y t corresponde con el espacio recorrido. Esta propiedad es válida para cualquier tipo de movimiento.

En concreto para los m.r.u.a., esta área es equivalente a un rectángulo cuya altura es la velocidad media.

Expresiones matemáticas para MRUA y para MRU

Partiendo de condiciones iniciales y finales para un movimiento MRUA para el intervalo de tiempo

	MRU (Mov. Rectilíneo uniforme)	MRUA (Mov. Rectilíneo uniformemente acelerado)		
Ecuación de posición	$x_f = x_0 + v\cdot(t-t_0)$	$x_f = x_0 + v_0(t_f-t_0)+\frac{1}{2}\cdot a\cdot(t-t_0)^2$		Ecuación de posición
Ecuación de la velocidad	$v = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}$	Ecuación de la velocidad (también llamada «Ecuación de la velocidad instantánea»)	$v_f = v_0 + a\cdot(t-t_0)$ $v_f^2 = v_0^2 + 2\cdot a\cdot(x_f-x_0)^2$	Ecuaciones de la velocidad
		Ecuación de la velocidad media	$v_{med} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}$	
Ecuación de la aceleración	NO TIENE	$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$		Ecuación de la aceleración

Ejercicio 1 ***Tippens 6-2***

Un tren reduce su velocidad de 80 a 20 Km/h en un tiempo de 8s. a) Encuentre la aceleración en unidades del S.I. b) la distancia recorrida en ese tiempo. c)trazar una gráfica de V(m/s) vs T(s) utilizando los valores de velocidad y tiempo del ejercicio (Calcular la distancia con la gráfica)

Condiciones de arranque

$$x_0 = 0m$$
$$V_0 = 80\frac{km}{h} = 22.22\frac{m}{s}$$
$$t_0 = 0s$$

Condiciones de termino

$$x_f = ?$$
$$V_f = 20\frac{km}{h} = 5.55\frac{m}{s}$$
$$t_f = 8s$$
$$a = ?$$

En base a condiciones de arranque y término

$a)$

$$a = \frac{V_f - V_0}{t_f - t_o}$$
$$a = \frac{(5.55 - 22.22)m/s}{(8-0)s}$$
$$a = -2.0833\frac{m}{s^2}$$

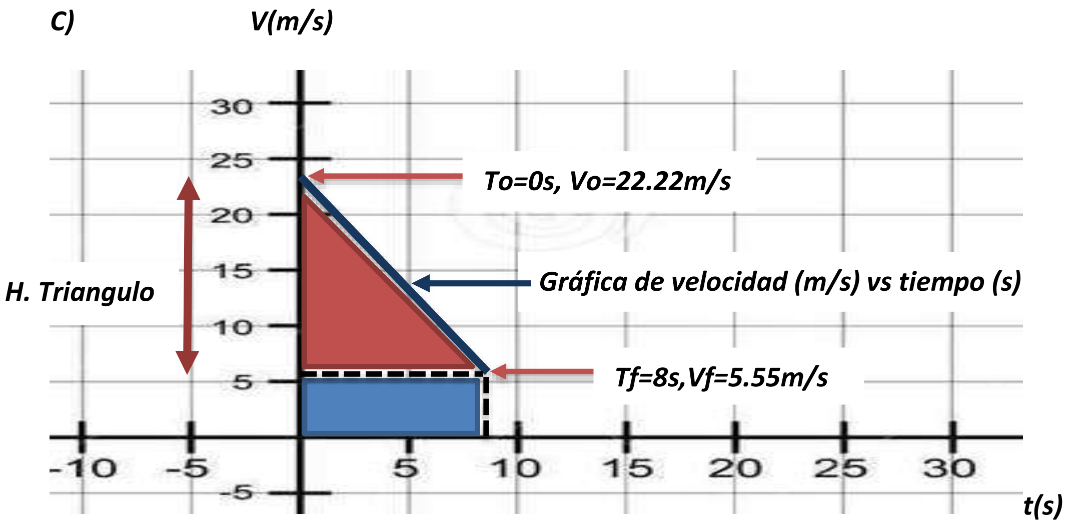
$b)$

$$2a(x_f - x_0) = V_f^2 - V_0^2$$

$Despejando.x_f$

$$x_f = \frac{(V_f^2 - V_0^2)}{2a} + x_0$$
$$x_f = \frac{\left(5.55\frac{m}{s}\right)^2 - \left(22.22\frac{m}{s}\right)^2}{2\left(-2.0833\frac{m}{s^2}\right)} + 0m$$
$$x_f = 111.103m$$

C)



El área bajo la curva, representa la distancia recorrida por la partícula en el intervalo de t=0 a t=8s, por lo tanto está conformada por dos áreas, la primera es un rectángulo y la segunda un triángulo; al calcular las dos áreas nos debe dar como resultado el valor de la distancia, calculado analíticamente, es decir, x=111.03m. Lo calcularemos desde la gráfica:

$$x = (área.de.triangulo) + (área..de..rec\tan gulo))$$

$$x = \frac{Base \bullet altura}{2} + (base)(altura)$$

$$x = (8s)(22.22m/s - 5.55m/s)\frac{1}{2} + (8s)(5.55m/s)$$

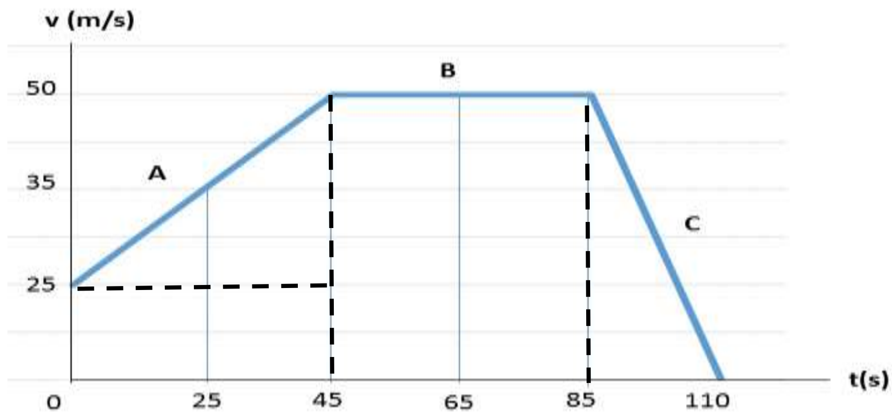
$$x = 66.688m + 44.4m = 111.08m$$

$$x = 111.08m \approx 111m$$

Es prácticamente lo mismo que la distancia X obtenida de forma analítica

Ejercicio 2 ***Para la siguiente gráfica, indicar***

a) Tipo de movimiento
b) Aceleración de cada tramo
c) Distancia para cada tramo
d) Así como distancia total



Tramo A

$A)$

$MRUA..a(+)$

$$a = \frac{V_f - V_0}{t_f - t_o}$$

$$a = \frac{(50-25)m/s}{(45-0)s}$$

$$a = 0.55 m/s^2$$

$$x = (área.de.triangulo) + (área..de..rectangulo))$$

$$x_1 = \frac{Base \bullet altura}{2} + (base)(altura)$$

$$x_1 = (45s)(50m/s - 25m/s)\frac{1}{2} + (45s)(25m/s)$$

$$x_1 = 562.5m + 1125m$$

$$x_1 = 1687.5m$$

Tramo B

$B)$

$MRU..a = 0$

$no..existe.aceleración$

$Velocidades..son..iguales$

$V_f = V_o = 50m/s$

$$x_2 = (área..de..rectangulo))$$

$$x_2 = (base)(altura)$$

$$x_2 = (85s - 45s)(50m/s)$$

$$x_2 = 2000m$$

Tramo C

$$C)$$
$$MRUA..a(-)$$
$$a=\frac{V_f-V_0}{t_f-t_o}$$
$$a=\frac{(0-50)m/s}{(110-85)s}$$
$$a=-2m/s^2$$

$$x_3=(área.de.triangulo)$$
$$x_3=\frac{Base\bullet altura}{2}$$
$$x_3=(110s-85s)(50m/s)\frac{1}{2}$$
$$x_3=625m$$

Distancia total es la suma de todas las distancias

$$x_{Total}=x_1+x_2+x_3$$
$$x_{Total}=1687.5m+2000m+625m$$
$$x_{Total}=4312.5m$$

Ejemplo 3 ***Tippens 6-3***

Un automóvil mantiene una aceleración constante de 8m/s²; si su velocidad inicial era de 20m/s, ¿Cuál es su velocidad después de 6s? y ¿Cuál es el desplazamiento del vehículo en ese tiempo de recorrido?; Calcular la distancia utilizando Gráfica de Velocidad (m/s) vs tiempo (t).

Condiciones de arranque

$$x_0 = 0m$$
$$V_0 = 20\frac{m}{s}$$
$$t_0 = 0s$$

Condiciones de termino

$$x_f = ?$$
$$V_f = ?$$
$$t_f = 6s$$
$$a = 8m/s^2$$

En base a condiciones de arranque y término

$a)$

$$a = \frac{V_f - V_0}{t_f - t_o}$$

$desejando.V_f$

$$V_f = a(t_f - t_o) + V_o$$
$$V_f = \frac{8m}{s^2}(6s - 0s) + \frac{20m}{s}$$
$$V_f = 68\frac{m}{s}$$

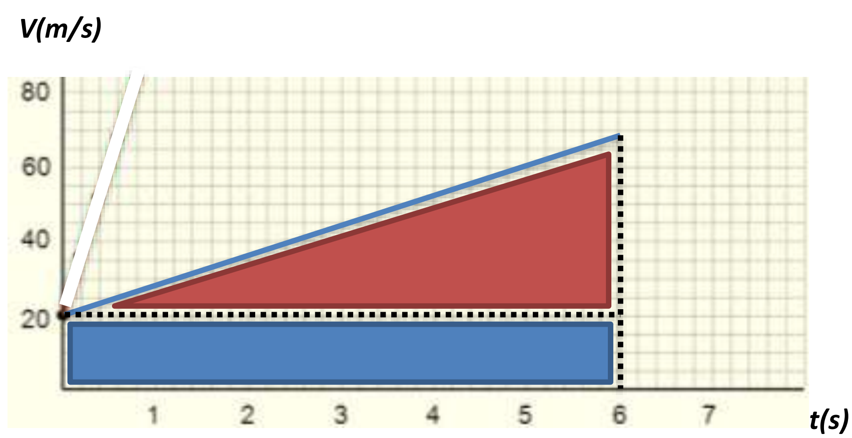
$b)$

$$2a(x_f - x_0) = V_f^2 - V_0^2$$

$Despejando.x_f$

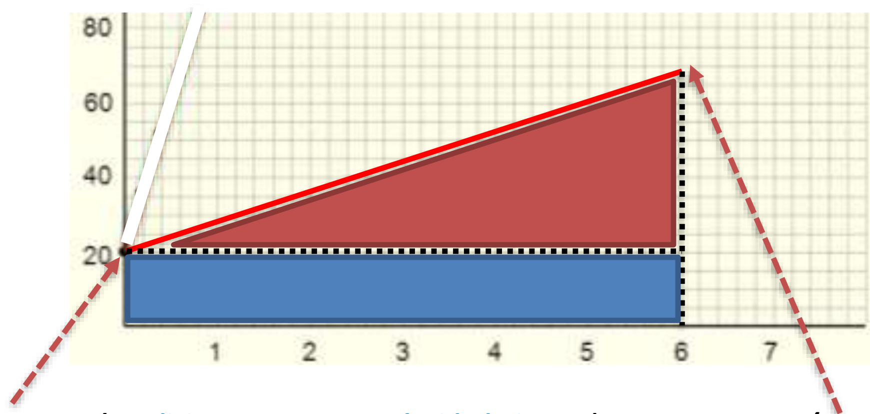
$$x_f = \frac{(V_f^2 - V_0^2)}{2a} + x_0$$
$$x_f = \frac{(68m/s)^2 - (20m/s)^2}{2(8m/s^2)} + 0m$$
$$x_f = 264m$$

Calculo de X gráficamente



Calculo de X gráficamente

V(m/s)



t(s)

20m/s To=0s (condiciones arranque velocidad-Tiempo) ***68m/s T=6s***

(condiciones finales velocidad-tiempo)

El área bajo la curva, representa la distancia recorrida por la partícula en el intervalo de t=0 a t=6s, por lo tanto, está conformada por dos áreas, la primera es un rectángulo y un triángulo; al calcular las dos áreas nos debe dar como resultado el valor del valor de la distancia, calculado analíticamente, es decir, x=264m. Lo calcularemos desde la gráfica:

$$x = (área.de.triangulo) + (área..de..rec\tan gulo))$$

$$x = \frac{Base \bullet altura}{2} + (base)(altura)$$

$$x = (6s)(68m/s - 20m/s)\frac{1}{2} + (6s)(20m/s)$$

$$x = 144m + 120m$$

$$x = 264m$$

Es prácticamente lo mismo que la distancia x obtenida de forma analítica

Ejercicio 4

En una competencia, un ciclista acelera de 0.0 m/s a 8 m/s en 10 s, luego continua a velocidad constante durante 12 s, si el camino es recto: ***Agustín Vázquez pp 77***

a) ***¿Cuál es la distancia recorrida en cada tramo? Y ¿Cuál es la distancia total?***
b) ***Traza una gráfica de velocidad contra tiempo que describa su movimiento utilizando y calcular gráficamente las distancias del a). Utilizar intervalos de tiempo de 5s.***

Condiciones de arranque ***Condiciones de termino***

Tramo 1 ***MRUA*** ***tramo 1***

$$x_0 = 0m$$
$$V_0 = 0\frac{m}{s}$$
$$t_0 = 0s$$

$$x_0 = ?$$
$$V_f = 8m/s$$
$$t_f = 10s$$
$$a = ?$$

$$a = \frac{V_f - V_0}{t_f - t_o}$$
$$a = \frac{(8-0)m/s}{(10-0)s}$$
$$a = 0.8\frac{m}{s^2}$$

$$2a(x_f - x_0) = V_f^2 - V_0^2$$
$$Despejando.x_f$$
$$x_f = \frac{(V_f^2 - V_0^2)}{2a} + x_0$$
$$x_f = \frac{(8m/s)^2 - (0m/s)^2}{2(0.8m/s^2)} + 0m$$
$$x_f = x_1 = 40m.$$

El tramo 2 arranca con una velocidad de 8m/s durante t=12s y lo realiza a velocidad constante, es decir, carente de aceleración a=0 m/s².

Tramo 2 ***MRU*** ***tramo 2***

$$V_0 = 8\frac{m}{s}$$
$$t_0 = 0s$$

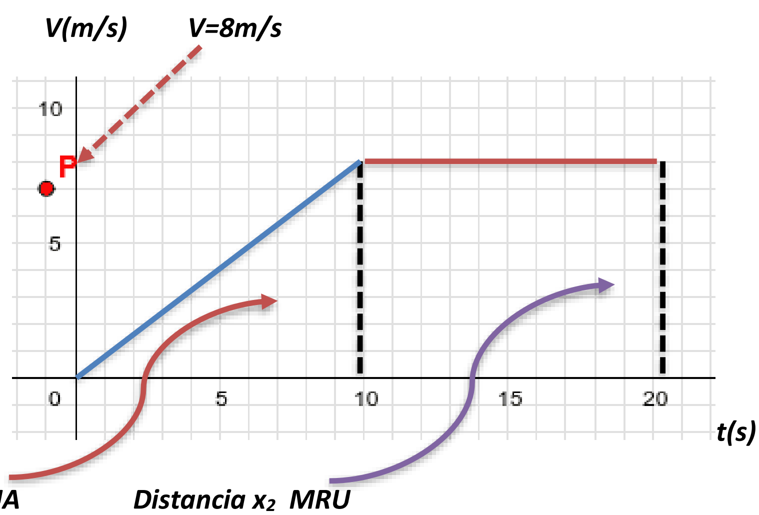
$$V_f = 8m/s$$
$$t_f = 12s$$
$$a = 0m/s^2$$

Cálculo de distancia 2

$$V = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_o} ...Despejando.x_f$$
$$x_f = V(t_f - t_0) + x_0$$
$$x_f = 8\frac{m}{s}(12s - 0s) + 0m$$
$$x_f = x_2 = 96m$$

$$X_{total} = x_1 + x_2$$
$$X_{total} = 40m + 96m$$
$$X_{Total} = 136m$$

Gráficamente



$$x_{Total} = (área.de.triangulo) + (área..de..rec\tan gulo))$$
$$x_{total} = \frac{Base \bullet altura}{2} + (base)(altura)$$
$$x_{total} = (10s)(8m/s - 0m/s)\frac{1}{2} + (12s)(8m/s)$$
$$x_{Total} = 40m + 96m$$
$$x_{Total} = 136m$$

Ejercicio 5 del Mayoral manual de trabajo pp 24

Un auto parte del reposo y se desplaza con aceleración constante de 1m/s² durante 1s. Luego se apaga el motor (no se detiene) y el auto desacelera debido a la fricción, durante 10 segundos a un promedio de 0.05m/s². Finalmente se aplican los frenos y el auto se detiene en 5 segundos más.

a) ***Calcular distancias y velocidades para cada tramo***
b) ***Calcular la distancia total por medio del método grafico***

Tramo no 1

Condiciones de arranque ***Condiciones de termino***

Tramo no 1 ***MRUA*** ***tramo 1***

$$x_0 = 0m \qquad V_0 = 0\frac{m}{s} \qquad t_0 = 0s$$

$$x_0 = ? \qquad V_f = ? \qquad t_f = 1s \qquad a = 1m/s^2$$

c)

$$a = \frac{V_f - V_0}{t_f - t_o}$$

$$V_f = a(t_f - t_o) + V_0$$

$$V_f = \left(\frac{1m}{s^2}\right)(1s - 0s) + 0\frac{m}{s}$$

$$V_f = \frac{1m}{s}$$

$$2a(x_f - x_0) = V_f^2 - V_0^2$$

$$Despejando.x_f$$

$$x_f = \frac{(V_f^2 - V_0^2)}{2a} + x_0$$

$$x_f = \frac{(1m/s)^2 - (0m/s)^2}{2(1m/s^2)} + 0m$$

$$x_f = x_1 = 0.5m.$$

Tramo no 2

Condiciones de arranque ***Condiciones de termino***

Tramo 2 ***MRUA con a(-)*** ***tramo 2***

$$x_0 = 0m \qquad V_0 = 1\frac{m}{s} \qquad t_0 = 0s$$

$$x_0 = ? \qquad V_f = ? \qquad t_f = 10s \qquad a = 0.05m/s^2$$

d)

$$a = \frac{V_f - V_0}{t_f - t_o}$$

$$V_f = a(t_f - t_o) + V_0$$

$$a(-)..desacelera$$

$$V_f = \left(-0.05\frac{m}{s^2}\right)(10s - 0s) + 1\frac{m}{s}$$

$$V_f = 0.5\frac{m}{s}$$

$$2a(x_f - x_0) = V_f^2 - V_0^2$$

$$Despejando.x_f$$

$$x_f = \frac{(V_f^2 - V_0^2)}{2a} + x_0$$

$$x_f = \frac{(0.5m/s)^2 - (1m/s)^2}{2(-0.05m/s^2)} + 0m$$

$$x_f = x_2 = 7.5m.$$

Tramo 3

Condiciones de arranque

Tramo 3 MRUA con a(-)

$$x_0 = 0m$$

$$V_0 = 0.5\frac{m}{s}$$

$$t_0 = 0s$$

Condiciones de termino

tramo 3 con

$$x_0 = ?$$

$$V_f = 0m/s$$

$$t_f = 5s$$

$$a = ?$$

e)

$$Calculamos..aceleración$$

$$es..(-)..por..que..desacelera$$

$$a = \frac{V_f - V_0}{t_f - t_o}$$

$$a_3 = \frac{(0m/s - 0.5ms)}{(5s - 0s)}$$

$$a_3 = -0.1\frac{m}{s^2}$$

$$2a(x_f - x_0) = V_f^2 - V_0^2$$

$$Despejando.x_f$$

$$x_f = \frac{(V_f^2 - V_0^2)}{2a} + x_0$$

$$x_f = \frac{(0m/s)^2 - (0.5m/s)^2}{2(-0.1m/s^2)} + 0m$$

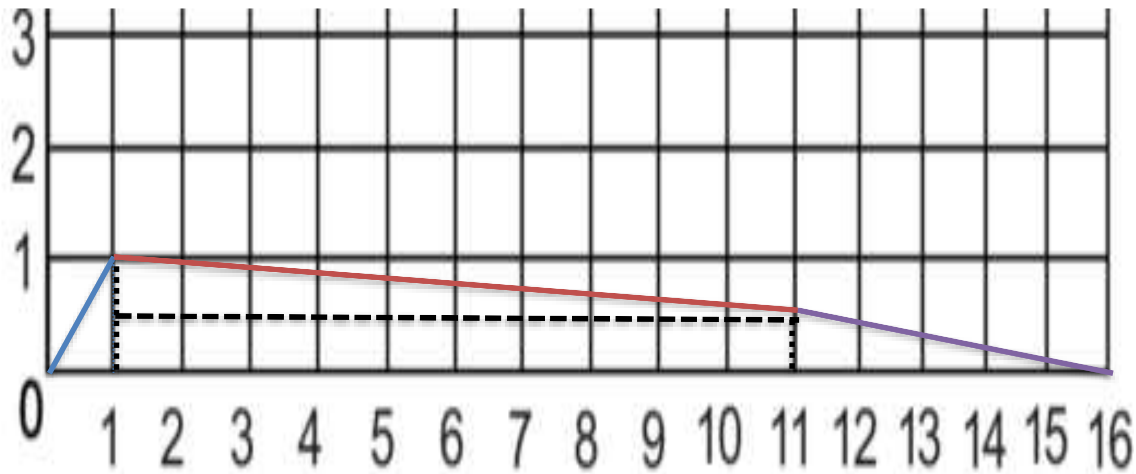
$$x_f = x_3 = 1.25m.$$

Distancia total

X_{Total} =0.5m+7.5m+1.25m=9.25m

Método Grafico

V(m/s)

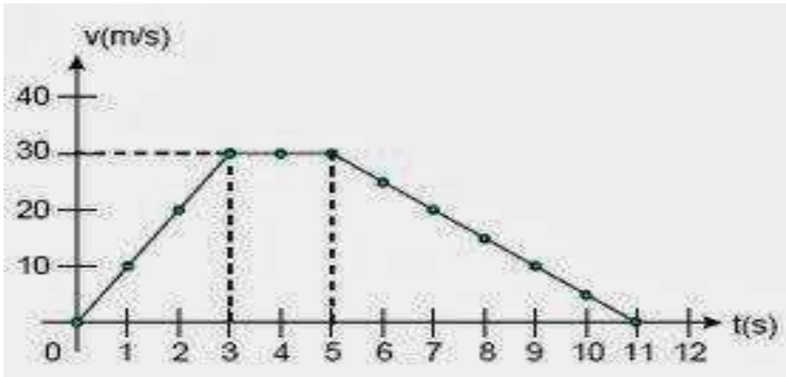


t(s)

$$x_{total} = x_1 + x_2 + x_3$$
$$x_{Total} = (Área.uno) + (área.dos) + (área.tres)$$
$$x_{Total} = (Área.uno) + ((área.de.triangulo) + (área..rec\tan gulo)) + (área.tres)$$
$$x_{Total} = \left(\frac{(1s)(1m/s)}{2}\right) + \left[\frac{(10s)(0.5m/s)}{2} + (10s)(0.5m/s)\right] + \left(\frac{(5s)(0.5m/s)}{2}\right)$$
$$x_{total} = (0.5m) + (2.5m + 5m) + 1.25m$$
$$x_{total} = 9.25m$$

Problema 6

Obtener distancia total de la siguiente gráfica y la aceleración para cada tramo



Respuestas

$X_{total} = X_1 + X_2 + X_3 = 195m$

(tiempo de 0 a 3) a_1=10m/s^2 MRUA a(+) y X_1 =45m

(tiempo de 3 a 5) a_2 =0m/s^2 MRU y X_2 =60m

(tiempo de 5 a 11) a_3=-5m/s^2 MRUA a(-) y X_3 =90m

Problema 8 Mayoral pp 24 del manual de trabajo

Para este ejercicio obtener distancias, velocidades y aceleración para cada tramo y al final comprobar distancia con método gráfico.

Ejercicios con 2 móviles o dos partículas

Ejercicio 7

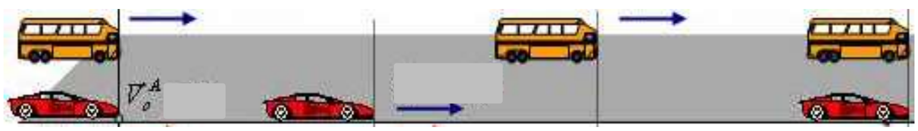
Un camión viaja a una rapidez constante (MRU) de 80Km/h y rebasa momentáneamente a un automóvil que va más lento que el. En el instante en que el camión rebasa al auto, este comienza a acelerar a una razón de 1.2 m/s² (MRUA) y empata con el camión después de haber recorrido 500m del camino.

a) ¿En qué tiempo empata el auto al camión?
b) ¿Cuál es la velocidad del auto en el instante en que empata al camión?

Condiciones para el camión **MRU**

Xo=0m ***Xf=500m***

To=0s ***$V_{Kte.}$=80Km/h=22.222m/s*** ***Tf=?***



Condiciones para el automóvil **MRUA**

Xo=0m ***Xf=500m***

To=0s ***$a_{Kte.}$=1.2m/s²*** ***Tf=?***

Vo=? ***Vf=?*** ***Vo < Vf***

La distancia (X) y el tiempo (T) en que empatan los dos cuerpos, son prácticamente los mismos, por lo tanto partiendo de las condiciones del camión (MRU) que va a velocidad constante, tenemos que:

$$V = \frac{X}{T}$$

$$T = \frac{X}{V}$$

$$T = \frac{(500)m}{(22.22)m/s}$$

$$T = 22.5s$$

Este tiempo es común para los dos vehículos y es el tiempo en que el auto alcanza o empata al camión

Para el auto MRUA

$$X = X_0 + V_{ox}(T_F - T_o) + \frac{1}{2}a(T_F - T_o)^2$$

$$X = Vo(T_F) + \frac{aT_F^{\,2}}{2}$$

$$Vo = \frac{X - \frac{aT_F^{\,2}}{2}}{T_F}$$

$$Vo = \frac{500m - \frac{1.2m/s^2(22.5s)^2}{2}}{22.5s}$$

$$Vo = 8.722m/s$$

$$(2a)(Xf - Xo) = Vf^2 - Vo^2$$

$$Vf^2 = 2a(Xf - Xo) + Vo^2$$

$$Vf^2 = 2\left(1.2\frac{m}{s^2}\right)(500m - 0m) + \left(8.72\frac{m}{s}\right)^2$$

$$Vf^2 = 1200\frac{m^2}{s^2} + 76.038\frac{m^2}{s^2}$$

$$Vf = \sqrt{1276.0384\frac{m^2}{s^2}}$$

$$Vf = 35.72\frac{m}{s}$$

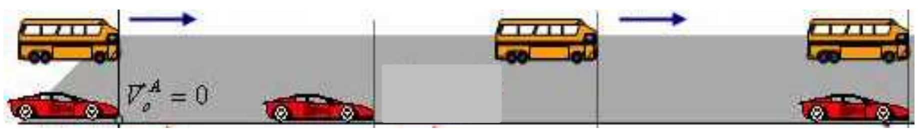
Ejercicio 8

En el instante en que un semáforo cambia a luz verde, un automóvil arranca con una aceleración constante de 2.2m/s² (MRUA). En el mismo instante un camión que viaja a velocidad constante (MRU) de 9.5 m/s, alcanza y pasa al automóvil momentáneamente.

a) ¿A qué distancia del punto de partida el automóvil alcanzara al camión?
b) ¿A qué velocidad se encontraba el auto en el instante que empata o alcanza al camión?

Condiciones para el camión **MRU**

Xo=0m		***Xf=?***
To=0s	***$V_{Kte.}$=9.5m/s***	***Tf=?***



Condiciones para el auto **MRUA**

Xo=0m		***Xf=?***
To=0s	***$a_{Kte.}$=2.2m/s²***	***Tf=?***
Vo=0m/s	***Vo < Vf***	***Vf=?***

La distancia (X) y el tiempo (T) en que empatan prácticamente son los mismos, por lo tanto partiendo de las condiciones del camión que va a velocidad constante, tenemos que:

$$V = \frac{X}{T}$$
$$X = V(T)$$
$$X = 9.5(T) - - - - - 1$$

Para el auto

$$X = X_0 + V_{ox}(T - T_o) + \frac{1}{2}a(T - T_o)^2$$
$$X = \frac{aT^2}{2}$$
$$X = \frac{(2.2m/s^2)\bullet T^2}{2} = 1.1 \bullet T^2$$
$$X = 1.1T^2 - - - - - - 2$$

Igualando 1 con 2

$$1.1T^2 = 9.5 \bullet T$$
$$1.1T = 9.5$$
$$T = \frac{9.5}{1.1}$$
$$T = 8.63s$$

Calculando X con 1 ó 2

$$En...1$$
$$X = 9.5 \bullet T$$
$$X = (9.5)\frac{m}{s}(8.63s)$$
$$X = 82.045m$$

El tiempo y la distancia obtenidos para el auto, corresponde a las condiciones en que el auto empata o alcanza al camión y por lo tanto la distancia "X" y el tiempo "T", son los mismos para los dos vehículos

b) Para la velocidad final del auto, tenemos que:

$$a = \frac{Vf - Vo}{Tf - To}$$

$$a = \frac{Vf}{Tf}$$

$$Vf = a(Tf)$$

$$Vf = \left(2.2\frac{m}{s^2}\right)(8.6363s) = 18.999\frac{m}{s} \Rightarrow Vf = 19\frac{m}{s} = 68.4\frac{km}{h}$$

Ejercicio 9

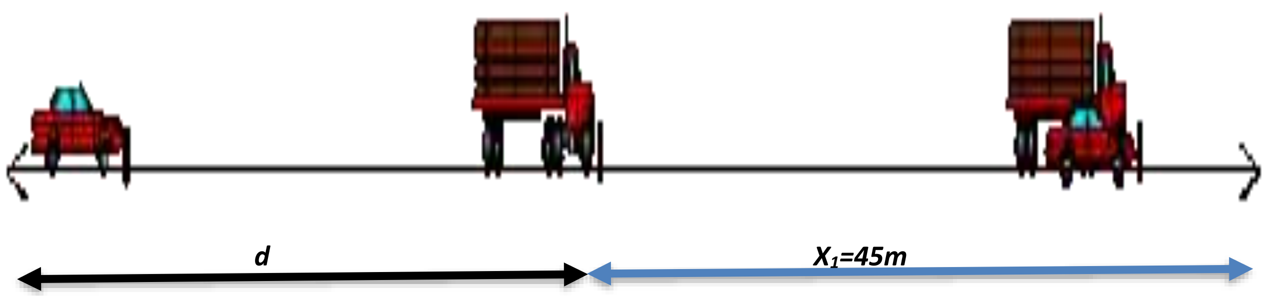
Un automóvil y un camión parten del reposo en el mismo instante, encontrándose inicialmente el automóvil a determinada distancia "d" detrás del camión. El camión tiene una aceleración constante de 1.2m/s² y el automóvil tiene una aceleración de 1.8 m/s². El automóvil empata al camión después que este (El camión) ha recorrido 45m.

- ***A) ¿Cuánto tarda el automóvil en empatar al camión?***
- ***B) ¿A qué distancia "d" se encontraba inicialmente el auto detrás del camión?***
- ***C) ¿cuál es la velocidad de cada uno de ellos cuando empatan?***

Auto detrás de camión

Condiciones para el camión

$T_o=0s$	$a=1.2m/s^2$	$T_f=?$
$X_o=0m$		$X_1=45m$
$V_o=0m/s$		$V_f=?$



Condiciones para el auto

$T_o=0s$	$a= 1.8\ m/s^2$	$T_f=?$
$X_o=0m$		$X_2=X_1+d=45+d$
$V_o=0m/s$		$V_f=?$

Análisis para el camión

$$X = X_0 + V_{ox}(T - T_o) + \frac{1}{2}a(T - T_o)^2$$

$$X_1 = \frac{aT^2}{2}$$

$$T = \sqrt{\frac{2X_1}{a}} = \sqrt{\frac{2(45m)}{(1.2m/s^2)}}$$

$$T = 8.660s$$

$$a = \frac{Vf - Vo}{Tf - To}$$

$$a = \frac{V_{CAMIÖN}}{Tf}$$

$$V_{CAMIÓN} = a(Tf)$$

$$V_{CAMIÓN} = \left(1.2\frac{m}{s^2}\right)(8.660s)$$

$$V_{CAMIÓN} = 10.392m/s$$

El tiempo que realiza el camión para recorrer los 45m, es el mismo tiempo que realiza el auto para poder recorrer la distancia X_1+d.

Análisis para el auto

$$X = X_0 + V_{ox}(T - T_o) + \frac{1}{2}a(T - T_o)^2$$

$$X_1 + d = \frac{a_{auto}T^2}{2}$$

$$d = \frac{a_{auto}T^2}{2} - X_1$$

$$d = \frac{(1.8m/s^2)(8.660s)^2}{2} - 45m$$

$$d = 22.589m$$

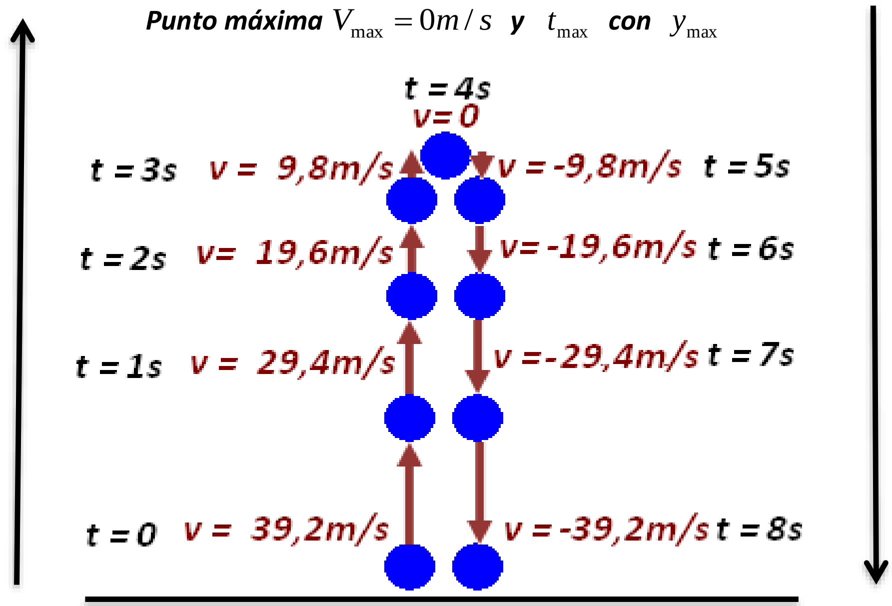
$$a = \frac{Vf - Vo}{Tf - To}$$

$$a = \frac{V_{AUTO}}{Tf}$$

$$V_{AUTO} = a(Tf)$$

$$V_{AUTO} = \left(1.8\frac{m}{s^2}\right)(8.660s)$$

$$V_{AUTO} = 15.6m/s$$



El piso se considera como la referencia

Condiciones de inicio

$$V_{0y} \neq 0m/s$$
$$t_0 = 0s$$
$$y_0 = 0m$$

Consideraciones

a) ***Para este tipo de movimiento se toma como referencia el piso y a partir de este se realizán mediciones para las variables como velocidad, tiempo o desplazamiento vertical que es la altura h.***
b) ***Parte de un punto de inicio, donde la*** $V_0 \neq 0m/s$ ***y la altura y tiempo por lo general son cero, a menos que se indique lo contrario.*** $Y_0 = h_0 = 0m, t_0 = 0s$
c) ***Conforme incrementa la altitud, el tiempo aumento y la velocidad disminuye hasta llegar a la cúspide o altura máxima de la trayectoria.***
d) ***En la cúspide o altura máxima, se tiene que la velocidad es de cero, para dar inicio a la caída libre.*** $V_{\max} = 0m/s$ ***y*** $t_{\max}$
e) ***Cuando un cuerpo que va en tiro vertical- caída libre partiendo y llegando a un mismo nivel de referencia, para una misma altura con respecto al piso, se tienen las mismas velocidades pero en sentido contrario por ejemplo:***

$$t_0 = 0s, V_0 = 39.2m/2(Subiendo) \uparrow \Leftrightarrow t_{8s} = 8s, V_{8s} = -39.2s(bajando) \downarrow$$

$$t_{1s} = 1s, V_{1s} = 29.4m/2(Subiendo) \uparrow \Leftrightarrow t_{7s} = 7s, V_{7s} = -29.4.2s(bajando) \downarrow$$

f) ***Cuando el cuerpo parte de piso y llega a piso o parte de un nivel de referencia y termina en ese mismo nivel de referencia, el tiempo de subida es igual al tiempo de bajada, como en el esquema anterior, tenemos que*** $t_{subida} = 4s = t_{bajada}$

g) ***La aceleración gravitacional en todo momento es igual a*** $g = 9.81 m/s^2$***. En el S.I. de Unidades***

Fórmulas de tiro vertical Caída Libre y Analogía con MRUA

MRUA (Mov. Rectilíneo uniformemente acelerado)		
$x_f = x_0 + v_0(t_f - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2$		Ecuación de posición
Ecuación de la velocidad (también llamada «Ecuación de la velocidad instantánea»)	$v_f = v_0 + a \cdot (t - t_0)$ $v_f^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot (x_f - x_0)$	Ecuaciones de la velocidad
Ecuación de la velocidad media	$v_{med} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}$	
$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$		Ecuación de la aceleración

MRUA (Tiro Vertical caída libre)	
$y = y_0 + V_{0y}(t_f - t_o) - g\frac{1}{2}(t - t_0)^2$	***Ecuación de posición o de altura y=h***
$V_y = V_{0y} - g(t_f - t_0)$ $V_y{}^2 = V_{oy}^2 - 2g(y_f - y_o)$	***Ecuación de velocidad final*** V_y
$V_{med} = \frac{y_f - y_o}{t_f - t_0}$	***Velocidad media en y***
$-g = \frac{V_y - V_{oy}}{t_f - t_0}$	***Ecuación de la aceleración***

Ejemplo Mayoral 24

Una piedra se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20m/s.

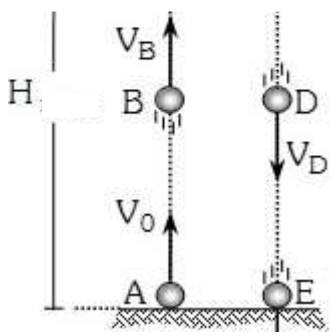
a) ***¿Cuando tendrá una velocidad de 6m/s?***
b) ***¿A qué altura se encontrara cuando tenga la velocidad de 6 m/s?***
c) ***Calcular el tiempo (t_{max}) para llegar a la altura máxima (H_{max} o Y_{max})***
d) ***Calcular la altura máxima H_{max} o Y_{max}***

Realizando un esquema del lanzamiento y marcando condiciones de arranque y de termino, se tiene que

Condiciones de Término

$$V_y = 6m/s$$
$$t_0 = ?$$
$$H = y = ?$$

(No se está pidiendo altura máxima o $Y_{max.}$)



Condiciones de inicio

$$V_0 = 20m/s$$
$$t_0 = 0s$$
$$y_0 = 0m$$
$$g = 9.81m/s^2$$

Al observar el esquema, podemos ver que a una misma altura H, la piedra tendrá la misma velocidad de 6m/s cuando sube en punto B o cuando baja en punto D, la diferencia es que cambia el sentido, es decir V_B=6m/s (sube) y en V_D =6m/s (baja), por lo tanto existen dos tiempos en t_B y t_D donde $t_B < t_D$:

Pero b) lo podemos calcular directamente, para posteriormente calcular los tiempos t_B y t_D

$a)$

$$V_y^{\ 2} = V_{oy}^2 - 2g(y_f - y_o)$$

$como..y_0 = 0m..y,,despejando.y_f$

$$H = y_f = \frac{V_y^2 - V_{oy}^2}{-2g}$$

$$H = \frac{(6m/s)^2 - (20m/s)^2}{-2(9.81m/s^2)}$$

$$H = 18.55m.$$

$$y = y_0 + V_{0y}(t_f - t_o) - g\frac{1}{2}(t - t_0)^2$$

$considerando..arranque.y..ter\min o$

$y_0 = 0m \rightarrow t_o = 0s$

$y = 18.55m \rightarrow t = ?$

$$18.55 = 20(t) - \frac{g}{2}(t)^2$$

$$\frac{g}{2}t^2 - 20t + 18.55 = 0$$

$$4.905t^2 - 20t + 18.55 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática

$$4.905t^2 - 20t + 18.55 = 0$$

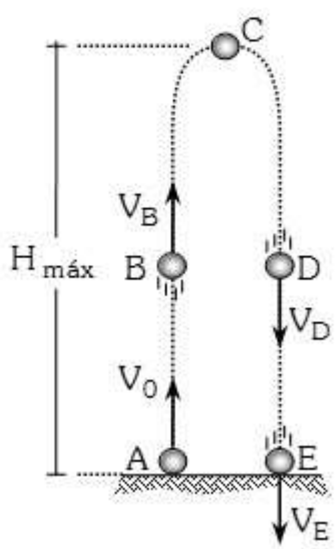
$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

$$t_1 = t_B = 1.426s$$

$$t_2 = t_D = 2.65s$$

$$t_B < t_D$$

Para c) y d), debemos considerar toda la trayectoria de la piedra, desde que parte de piso y llega a piso, de tal forma que al llegar al punto C, es la cúspide y en este punto tenemos que $V_{y\max} = 0m/s..t_{\max} = ?...H_{\max} = y_c = ?$ ***por lo tanto, las condiciones de arranque no cambian pero si las condiciones finales que son condiciones en la cúspide.***



Condiciones de inicio $V_0 = 20m/s..t_0 = 0s...y_0 = 0m$

$c)..y..d)$

$$V_y{}^2 = V_{oy}^2 - 2g\left(y_f - y_o\right)$$

$como..y_0 = 0m..y,,despejando.y_f$

$$H_{\max} = y_{\max} = \frac{V_C^2 - V_{oy}^2}{-2g}$$

$$H_{\max} = y_{\max} = \frac{\left(0m/s\right)^2 - \left(20m/s\right)^2}{-2\left(9.81m/s^2\right)}$$

$$H_{\max} = y_{\max} = 20.3873m.$$

$$y = y_0 + V_{0y}\left(t_f - t_o\right) - g\frac{1}{2}\left(t - t_0\right)^2$$

$considerando..arranque.y..ter\min o$

$$y_0 = 0m \rightarrow t_0 = 0s$$

$$y = 20.38m \rightarrow t = ?$$

$$20.38 = 20(t_{\max}) - \frac{g}{2}\left(t_{\max}\right)^2$$

$$\frac{g}{2}t^2 - 20t + 20.3873 = 0$$

$$4.905t^2 - 20t + 20.3873 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática

$$4.905t^2 - 20t + 20.3873 = 0$$

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

$t = t_c = 2.035s..es..un..único..tiempo$