# Apunte de Leyes de Newton

## Casos en donde existe Fricción

# Primera Ley de Newton

Dinámica: Rama de la física que se encarga del estudio del movimiento de los cuerpos, considerando las causas que lo provocan (Fuerza).

Primera Ley de Newton: Todo cuerpo permanecerá en estado de reposo o de Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU a velocidad constante), a menos que exista un agente externo (Fuerza) que lo saque de dicha condición.

Nodo ó Nudo: Es un punto donde convergen 3 o más cuerdas sometidas a fuerzas de tensión. Por lo general centro del eje cartesiano.

Diagrama de Cuerpo Libre: Es la representación gráfica de cada una de las fuerzas que actúan sobre un punto o un nodo o una masa.

Masa (m): es la cantidad de materia contenida en un cuerpo y se mide en Kg para el sistema internacional de unidades(S.I.) o sistema M.K.S.

Peso (w): Es la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la tierra sobre los cuerpos y se mide en N para el S.I. de unidades o M.K.S.

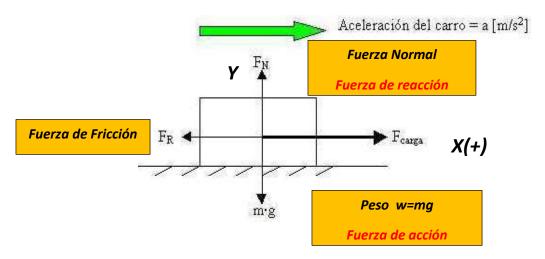
#### Peso y masa son diferentes

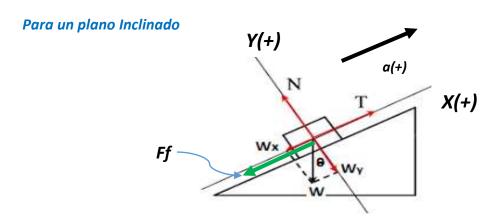
Para calcular (w), se utiliza 
$$w=mg$$
 y sus unidades en S.I.  $\left(kg\right)\left(\frac{m}{s^2}\right)=\left(\frac{Kg\bullet m}{s^2}\right)=N..Newton$ 

g= aceleración de la gravedad en S.I, es de 9.81 m/s $^2$  y en sistema ingles es de 32.2 ft/ s $^2$ 

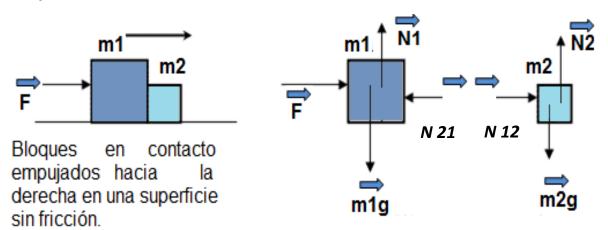
# Diagrama de Fuerzas sobre un cuerpo de masa m

## **Plano Horizontal**



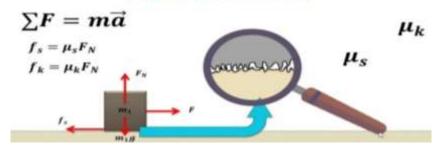


## Bloques en contacto



## Fuerza de fricción o fuerza Retardante

## Fuerza de fricción o rozamiento -Leyes de Newton



La fuerza de fricción o fuerza retardante, va en sentido contrario al movimiento del cuerpo y el cálculo de la misma es por medio de la siguiente expresión:  $Ff = \mu N$  donde:

N = Fuerza Normal y se mide en Newton en el S.I.

 $\mu$  = Coeficiente de fricción y es un valor adimensional

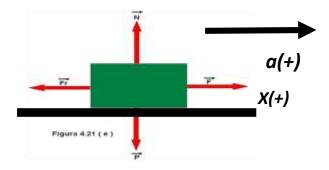
Existen dos coeficientes de fricción dependiendo de las condiciones de movimiento del cuerpo, es decir, si el cuerpo se encuentra estático o se comienza a mover, se considera el coeficiente de fricción estático  $\mu_{\rm S}$  y si el cuerpo está en pleno movimiento se utiliza el coeficiente de fricción cinético  $\mu_{\rm K}$ 

Por lo general, se cumple que  $\mu_{\rm S} > \mu_{\rm K}$ 

## Ejercicio 1 7-7 tippens

Una fuerza horizontal de 20N arrastra un bloque de 4kg de masa a través de un piso, si el coeficiente de fricción cinético es de  $\mu_{\scriptscriptstyle K}=0.2$ , determinar:

- a) El valor de la fuerza Normal
- b) El valor de la fuerza de fricción
- c) La aceleración del bloque



$$\Sigma Fx = ma$$

$$F\cos 0^{\circ} + Ff\cos 180^{\circ} = ma$$

$$F.-Ff = (+)ma$$

$$F - Ff = ma$$

$$a = \frac{F - Ff}{m} - - - -1$$

$$a = \frac{F - \mu_K N}{m}$$

$$\Sigma Fy$$

$$F = ma$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$\Sigma F_y = m(0)$$

$$\Sigma F_{v} = 0$$

$$Nsen90^{\circ} + wsen270^{\circ} = 0$$

$$N - w = 0$$

$$N = w$$

$$N = mg$$

$$N = \left(4kg\right)\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)$$

$$N = 39.24N$$

$$Ff = \mu_{\kappa} N$$

$$Ff = (0.2)(39.24N)$$

$$Ff = 7.848N$$

$$a = \frac{F - Ff}{m} - - - -1$$

$$a = \frac{20N - 7.848N}{4kg} \Longrightarrow a = 3.04 \frac{m}{s^2}$$

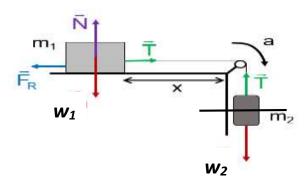
## Ejercicio 2 Problema 7-26 Tippens

 $de_{\mu_K} = 0.1$ 

¿Cuáles son la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda de unión con la distribución que se muestra en la figura?; considerar que el coeficiente de fricción cinético entre  $m_1$  y la mesa es

a(+)  $m_1=4kg$   $m_2=6kg$ 

## Diagrama de Fuerzas para cada bloque



## Ecuaciones para la masa m1

$$\Sigma Fx = ma_x$$
 2..en.1  

$$T \cos 0^\circ + Ff \cos 180^\circ = m_1 a_x$$
 
$$T - \mu_k N = m_1 a - - - 1$$

$$T - Ff = (+)m_1 a$$
 
$$N = m_1 g - - - 2$$

$$T - \mu_k N = m_1 a_x - - - 1$$

$$\Sigma Fy$$
 
$$T - \mu_k m_1 g = m_1 a - - - 3$$

$$F = ma$$
 
$$T - m_1 a = \mu_k m_1 g - - - 3$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$\Sigma F_y = m(0)$$
 sustituyendo..en..3  

$$Nsen90^\circ + wsen270^\circ = 0$$

$$N - w_1 = 0$$
 
$$T - 4a = (0.1)(4kg)(9.81m/s^2)$$

$$N = w_1$$

$$N = m_1 g - - - - 2$$
 
$$T - 4a = 3.924N - - - - 3$$

## Ecuaciones para la masa $m_2$ . Todo el movimiento es en el eje de las Y

$$F = ma$$

$$\Sigma Fy$$
 Re solviendo.3..con..4

$$\Sigma F_{v} = ma_{v}$$

$$\Sigma F_y = m_2 a_y(-)$$
  $T - 4a = 3.924N - - - - 3$ 

$$\Sigma F_{v} = -m_{2}a$$

$$Tsen 90^{\circ} + w_2 sen 270^{\circ} = -m_2 a$$
  $T + 6a = 58.86N - - - - 4$ 

$$T - w_2 = -m_2 a$$

$$T + m_2 a = w_2 T = 25.898N$$

$$T + m_2 a = m_2 g$$

$$T + 6a = (6kg)(9.81m/s^2)$$
  $a = 5.4936\frac{m}{s^2}$   
 $T + 6a = 58.86N - - - - 4$ 

## **Problema 3** Ejercicio de Internet

¿Cuáles son la aceleración del sistema y las tensiónes  $T_1$  y  $T_2$  que se muestra en la figura?; considerar que el coeficiente de fricción cinético entre  $m_2$ =110kg y la mesa es de  $\mu_{\kappa}=0.15$ 

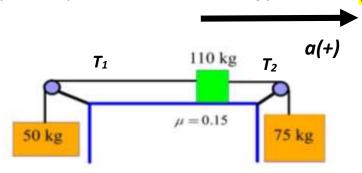
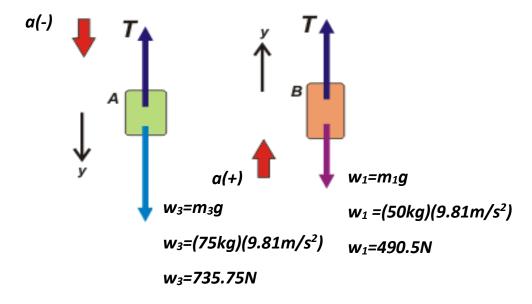


Diagrama de cuerpo libre para m₁=50kg y m₃=75kg



# Ecuaciones para m₁=50kg y m₃=75kg

$$F = ma$$

$$\Sigma F_{y} = (-)m_{3}a$$

$$T_{2}sen90^{\circ} + w_{3}sen270^{\circ} = -m_{3}a$$

$$T_{1}sen90^{\circ} + w_{1}sen270^{\circ} = m_{1}a$$

$$T_{2} - m_{3}g = -(75kg)(a)$$

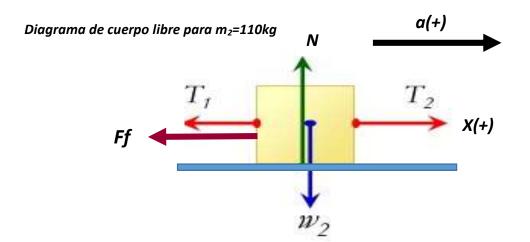
$$T_{1} - m_{1}g = (50kg)(a)$$

$$T_{2} - (75kg)(9.8 \text{ Im}/\text{s}^{2}) = -75a$$

$$T_{1} - (50kg)(9.8 \text{ Im}/\text{s}^{2}) = 50a$$

$$T_{2} + 75a = 735.75 - - - 1$$

$$T_{1} - 50a = 490 - - - - 2$$



## Ecuaciones para $m_2$ =110kg se mueve sobre el eje X(+)

$$F = ma$$

$$\Sigma F_{x} = (+)m_{2}a$$

$$T_{2}\cos 0^{\circ} + T_{1}\cos 180^{\circ} + F_{f}\cos 180^{\circ} = +m_{2}a$$

$$T_{2} - T_{1} - F_{f} = (110kg)(a)$$

$$T_{2} - T_{1} - \mu_{K}N = 110a - - - - 3$$

$$F = ma$$

$$\Sigma F_{y} = m_{2}(0)$$

$$Nsen 90^{\circ} + w_{2}sen 270^{\circ} = 0$$

$$N - w_{2} = 0$$

$$N = w_{2}$$

$$N = (110kg)(9.81m/s^{2}) \Rightarrow N = 1079.1N$$

#### Sustituyendo 1,2 y valor de Normal en 3

$$T_2 - T_1 - \mu_K N = 110a - - - - 3$$

$$(735.75 - 75a) - (490 + 50a) - (0.15)(1079.1) = 110a$$

$$735.75 - 75a - 490 - 50a - 161.865 = 110a$$

$$-75a - 50a - 110a = +161.865 + 490 - 735.75$$

$$-235a = -83.885$$

$$a = \frac{-83.88}{-235} \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow a = 0.3569m/s^2$$

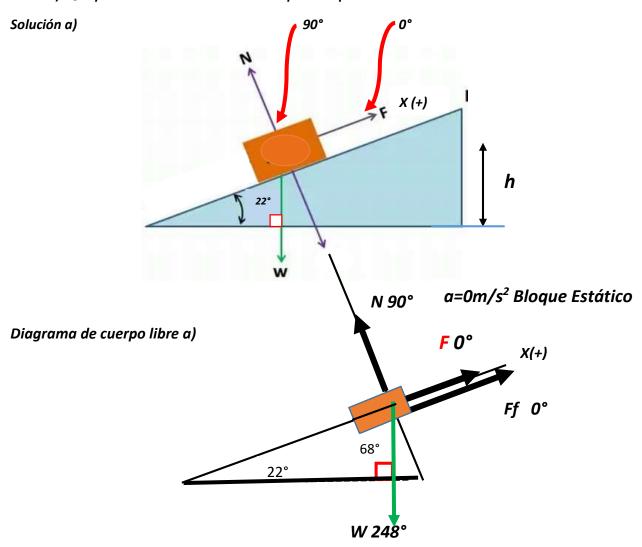
#### Cálculo de las Tensiones

$$T_2 + 75a = 735.75 - - - - 1$$
  $T_1 - 50a = 490 - - - - 2$   
 $T_2 = 735.75 - 75a$   $T_1 = 490 + 50a$   
 $T_2 = 735.75 - 75(0.3569)$   $T_1 = 490 + 50(0.3569)$   
 $T_2 = 708.97N$   $T_1 = 507.5N$ 

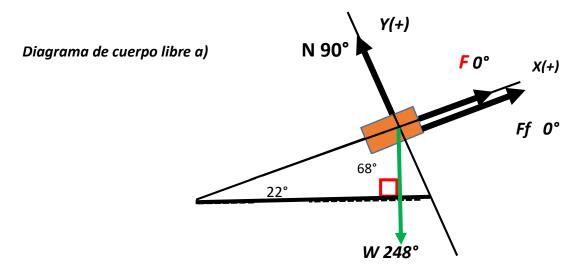
## Ejercicio 4 Resnick 11

Un bloque de 7.96 kg de masa descansa sobre un plano inclinado a 22° con respecto a la horizontal, como lo muestra la figura. El coeficiente de fricción estático es de  $\mu_s = 0.25$  mientras que el coeficiente de fricción cinético es de  $\mu_\kappa = 0.15$  Calcular:

- a) ¿Cuál es la fuerza mínima F, paralela al plano, que impedirá que el bloque se deslice hacia abajo?
- b) ¿Cuál es la fuerza F necesaria para mover el bloque hacia arriba a velocidad constante? RESPUESTA: F=40.06N con N(Normal)=72.401 N
- c) Si consideramos que la velocidad del bloque es de 10cm/s, ¿Cuál será su desplazamiento sobre el plano inclinado durante 5 s? RESPUESTA: D=50 cm
- d) ¿A que altura se encontrara con respecto al piso? RESPUESTA: h=18.73 cm



## Ecuaciones para m=7.96kg permanece estático sobre el eje X(+)



$$\begin{array}{ll} F = ma & F = ma \\ \Sigma F_x = m_2(0) & \Sigma F_y = m(0) \\ F \cos 0^\circ + F_f \cos 0^\circ + mg \cos 248^\circ = 0 & Nsen 90^\circ + wsen 248^\circ = 0 \\ F + F_f - 0.3746mg = 0 & N + wsen 248^\circ = 0 \\ F + \mu_s N - 0.374(7.96kg)(9.81m/s^2) = 0 & N = -wsen 248^\circ \\ F = 29.2047N - \mu_s N - - - - 1 & N = -(7.96kg)(9.81m/s^2)sen 248^\circ \\ N = 72.401N & N = 72.4$$

## Sustituyendo N (Normal en la ecuación 1)

$$F = 29.2047N - \mu_s N - - - - 1$$
  

$$F = 29.2047N - (0.25)(72.401N)$$
  

$$F = 11.1045N$$

## Ejercicio 5 Resnick 25

Un bloque  $m_1$  = 4.20kg y el bloque  $m_2$  = 2.30 kg. El coeficiente de fricción cinético entre el bloque  $m_2$  y el plano horizontal es de  $\mu_{\kappa} = 0.47$ . El plano inclinado carece de fricción, Hallar:

- a) La aceleración de los bloques
- b) La tensión de la cuerda

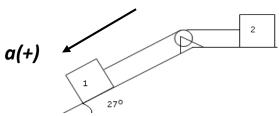
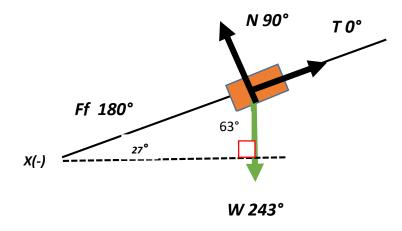


Diagrama de cuerpo libre m<sub>1</sub>

Diagrama de cuerpo libre m2



## Ecuaciones para $m_1$ =4.25kg se mueve sobre el eje X(+)

$$F = ma$$

$$\Sigma F_x = m_2(a)(-)$$

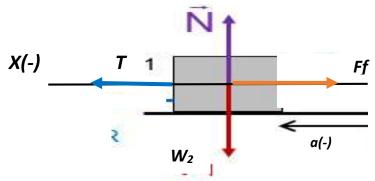
$$T \cos 0^\circ + w_1 \cos 243^\circ = -4.20a$$

$$T - 0.45396mg = -4.20a$$

$$T - 0.4539(4.20kg)(9.81m/s^2) = -4,20a$$

$$T - 18.705 = -4.20a$$

$$T + 4.20a = 18.705 - - - - - - 1$$



## Diagrama de cuerpo libre m2

$$F = ma$$

$$\Sigma F_x = m_2(a)(-)$$

$$T \cos 180^\circ + Ff \cos 0^\circ = -2.30a$$

$$-T + Ff = -2.30a$$

$$-T + \mu N = -2.30a$$

$$-T + 2.30a = -\mu N - - - - - 2$$

$$F = ma$$

$$No..movimienta.en..eje..Y$$

$$\Sigma F_{Y} = m_{2}(0)$$

$$Nsen90^{\circ} + w_{2}sen270^{\circ} = 0$$

$$N - w_{2} = 0$$

$$N = w_{2}$$

 $N = (2.30kg)(9.81m/s^2) \Rightarrow N = 22.563N$ 

# Sustituyendo N en 2

$$-T + 2.30a = -(0-47)(22.5663N) - -2$$
$$-T + 2.30a = -10.60N$$
$$T - 10.60N = 2.3a - - - -2$$

## Resolviendo 1 con 2

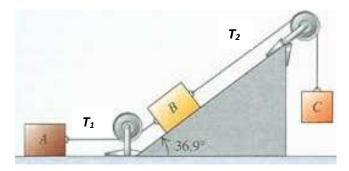
$$T + 4.2a = 18.7 - - - - - 1$$
  
 $T - 2.3a = 10.60 - - - - - 2$ 

$$T = 13.466N$$
$$a = 1.25m/s^2$$

#### Problema 6 para entregar Sears 5.39

Los bloques A, B y C se colocan como en la figura y se conectan con cuerdas de masa despreciable; tanto A como B pesan 25N c/u y el coeficiente de fricción cinético entre cada bloque y las superficies es de 0.35. El bloque C va a descender a velocidad constante.

- a) Realizar los diagramas de cuerpo libre para cada bloque
- b) Calcule las tensiones delos cables  $T_1$  y  $T_2$

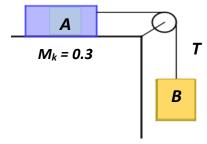


Respuestas  $T_1 = 8.75N$   $T_2 = Wc = 30.8N$ 

#### Problema 7 para entregar Sears 5.42

Los bloques A y B se colocan como en la figura y se conectan con una cuerda de masa despreciable; tanto A como B poseen una masa de 2Kg y 4Kg respectivamente y el coeficiente de fricción cinético entre A y la mesa es de  $M_K=0.3$  calcular:

- a) Tensión de la cuerda
- b) Aceleración del sistema

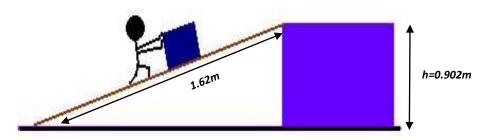


Respuestas T=16.950 N a=5.572 m/s<sup>2</sup>

#### Problema 7 E.T.S.

Un bloque de hielo de 47.2 kg se desliza hacia abajo por un plano inclinado de 1.62 m de longitud y 0.902 m de altura. Un obrero lo empuja paralelo al plano inclinado de modo que se deslice hacia abajo a velocidad constante. El coeficiente de fricción cinética entre el hielo y el plano inclinado es de 0.110 Halle:

- a) la fuerza ejercida por el obrero.
- b) el trabajo efectuado por el obrero sobre el bloque de hielo.



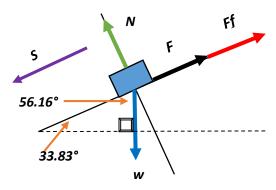
## Calculo de ángulo de inclinación

$$sen\theta = \frac{0.902m}{1.620m}$$

$$\theta = sen^{-1} \left[ \frac{0.902m}{1.620m} \right]$$

$$\theta = 33.83^{\circ}$$

## Diagrama de Cuerpo libre



$$F = ma$$

$$\Sigma F_{y} = ma_{y}$$

$$\Sigma F_{x} = m_{2}(0)$$

$$Ff \cos 0^{\circ} + F \cos 0^{\circ} + mg \cos 236.16^{\circ} = 0$$

$$F + Ff - 0.5568mg = 0$$

$$F = -Ff + 0.5568mg$$

$$F = -\mu N + 0.5568mg - --1$$

$$N = -\mu N + 0.5568mg - --1$$

$$F = -\mu N + 0.5568mg$$

$$F = -(0.11)(384.592N) + 0.5568(47.2kg)(9.81m/s^2)$$

$$F = 215.54N$$

 $W_F = |F||S|\cos\theta$   $W_F = (215.4N)(1.62m)\cos(180^\circ)$   $W_F = -349.18J$ 

## Movimiento Circular Uniforme M.C.U.

Un cuerpo o partícula de masa m recorre arcos iguales en tiempos iguales, partiendo de condiciones de arranque  $\theta_o,t_0$  y de termino  $\theta_f,t_f$  donde:

 $\theta_o = Desplazamento..ángular.inicial..[radian]$ 

 $t_0 = tiempo..Inicial..[s]$ 

 $\theta_{\it f} = Desplazamiento.\'angular..final..[radian]$ 

 $t_f = Tiempo..final..[s]$ 

 $\omega = velocidad. \acute{a}ngular.... \omega = \frac{\theta_f. - \theta_o}{t_f - t_o} ... \left[ \frac{rad}{s} \right]$ 

 $\omega = 2\pi f$ 

 $\dots \omega = \frac{2\pi}{T}$ 

r = Radio.de..giro... [m]

 $a_c = Aceleraci\'on..centripeta.....a_c = \frac{V^2}{r}..... \left[\frac{m}{s^2}\right]$ 

 $F_c = Fuerza.Centripeta....F_c = ma_c = \frac{mV^2}{r}......\left[\frac{kgm}{s^2} = N\right]$ 

T = Periodo: Es..el.. tiempo..en.. que..un.. cuerpo..en.. M.C.U... da..una.. vuelta. completa

 $T = \frac{1}{f} \dots \left[ s \right] \dots \delta \dots f = \frac{1}{T} \dots \left[ \frac{1}{s} \right] = \left[ s^{-1} \right] = \left[ Hertz \right]$ 

f = frecuencia: Es.el..número.de..veces.que..un..cuerpo.en.MCU,..cruza..un..mismo.....punto.en.un..SEGUNDO..... $[Hertz] = [s^{-1}]$ 

