### Producto escalar

### Ejercicio 1 Sears semansky 1.52

### Obtenga el ángulo entre estos dos 2 vectores

$$|\vec{A}| = -2i + 6j, \vec{B} = 2i - 3j$$

$$C\'{a}lculo.de..magnitudes$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-2)^2 + (6)^2 + (0)^2}, |\vec{B}| = \sqrt{(2)^2 + (-3)^2 + (0)^2}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{40}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{13}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{AxBx + AyBy + AzBz}{|A|B|} \right]$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{(-2)(2) + (6)(-3) + (0)(0)}{\sqrt{40}\sqrt{13}} \right]$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ -0.9647 \right]$$

$$\theta = 164.74^\circ$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{AxBx + AyBy + AzBz}{|A||B|} \right]$$

$$\left[ (-2)(2) + (6)(-3) + (0)(0) \right]$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{(-2)(2) + (6)(-3) + (0)(0)}{\sqrt{40}\sqrt{13}} \right]$$

$$\theta = \cos^{-1}[-0.9647]$$

$$\theta = 164.74^{\circ}$$

Ángulo

### Obtenga el ángulo entre estos dos 2 vectores

$$\overrightarrow{A} = -4i + 2j, \overrightarrow{B} = 7i + 14j$$
  
Cálculo.de.magnitudes

$$\begin{vmatrix} \overrightarrow{A} | = \sqrt{(-4)^2 + (2)^2 + (0)^2}, |\overrightarrow{B}| = \sqrt{(7)^2 + (14)^2 + (0)^2} \qquad \theta = \cos^{-1} \left[ \frac{(-4)(7) + (2)(14)}{\sqrt{20}\sqrt{245}} \right]$$

$$\left| \overrightarrow{A} \right| = \sqrt{20}$$

$$\left| \overrightarrow{B} \right| = \sqrt{245}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{AxBx + AyBy + AzBz}{|A||B|} \right]$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{(-4)(7) + (2)(14)}{\sqrt{20}\sqrt{245}} \right]$$

$$\theta = \cos^{-1}[0]$$

$$\theta = 90^{\circ}$$

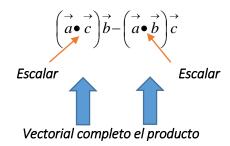
## Ejercicio 2

Dados los vectores  $\vec{a}=2i-j+2k, \vec{b}=5i-j+2k, \vec{c}=-2j+4j+k$  realizar las siguientes operaciones:

a) El vector 
$$(\overrightarrow{a} \bullet \overrightarrow{c})\overrightarrow{b} - (\overrightarrow{a} \bullet \overrightarrow{b})\overrightarrow{c}$$

b) El ángulo existente entre  $\stackrel{
ightarrow}{a}$  y  $\stackrel{
ightarrow}{b}$ 

Considerar que el producto punto, da como resultado una escalar ó un número ó una constante y que al ser multiplicado por un vector, da como resultado un vector, es decir:



Producto.punto

Producto.punto

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = a_x c_x + a_y c_y + a_z c_z \qquad \vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z 
a \cdot c = (2)(-2) + (-1)(+4) + (2)(1) \qquad a \cdot b = (2)(5) + (-1)(-1) + (2)(2) 
a \cdot c = -6 \qquad a \cdot b = 15 
(a \cdot c)\vec{b} = -6(5i - j + 2k) \qquad (a \cdot b)\vec{c} = 15(-2i + 4j + k) 
(a \cdot c)\vec{b} = -30i + 6j - 12k \qquad (a \cdot b)\vec{c} = -30i + 60j + 15k$$

Finalmente la resta de vectores da como resultado un vector

$$(a \bullet c) \overrightarrow{b} - (a \bullet c) \overrightarrow{c} = (-30i + 6j - 12k) - (-30i + 60j + 15k)$$
$$(a \bullet c) \overrightarrow{b} - (a \bullet b) \overrightarrow{c} = (0i - 54j - 27k)$$

#### b) Obtenga el ángulo entre estos dos 2 vectores a y b

$$\vec{a} = 2i - j + 2k, \vec{b} = 5i - j + 2k$$

$$C\'{a}lculo.de.magnitudes$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(2)^2 + (-1)^2 + (2)^2}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(5)^2 + (-1)^2 + (2)^2}$$

$$\vec{a} = \sqrt{9}$$

$$\vec{b} = \sqrt{30}$$

$$Angulo$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{axbx + ayby + azbz}{|A|B|} \right]$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{(2)(5) + (-1)(-1) + (2)(2)}{\sqrt{9}\sqrt{30}} \right]$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{15}{\sqrt{9}\sqrt{30}} \right]$$

$$\theta = 24.09^{\circ}$$

#### Ejercicio 3 1.91 Sears semansky

Le dan los siguientes vectores A=5i-6.5j y B=-3.5i+7j. Un tercer vector C esta en el plano xy y es perpendicular al vector A. El producto punto o escalar de C con B tiene un valor de 15.

Con esta información obtener las components del vector C

Vector A y C; son perpendiculares por lo tanto el Ángulo entre ellos es de 90° y por ende su producto punto es de cero, es decir:

Producto.punto..A..y..C  $A \cdot C = |A||C|\cos\theta$  Producto.punto..B..y..C  $\theta = 90^{\circ}$   $B \cdot C = 15 - - - - 1$   $A \cdot C = |A||B|\cos(90^{\circ})$   $A \cdot C = 0 - - - - 1$   $A \cdot C = A_x \cdot C_x + A_y \cdot C_y + a_z \cdot C_z$   $B \cdot C = (-3.5)(C_x) + (7)(C_y) + (0)(0)$   $A \cdot C = (5)(C_x) + (-6.5)(C_y) + (0)(0)$   $A \cdot C = -3.5C_x + 7C_y - - - - - 2$   $A \cdot C = 5C_x - 6.5C_y - - - - - 2$  igualando1.con.2

igualando1.con.2  $a \cdot C = 5C_x - 6.5C_y = 0 - - - - I$ 

## Resolviendo I con II para obtener componentes de C

$$5C_x - 6.5C_y = 0 - - - I$$
  
 $-3.5C_x + 7C_y = 15 - - II$ 

$$Cx = 7.95 \approx 8..y..Cy = 6.12$$

$$C = 8i + 6.12j + 0k$$

$$C = 8i + 6.12j...esta..en..plano.xy$$

### Ejercicio 4

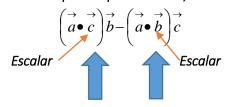
Dados los vectores  $\overset{\rightarrow}{a}=6i-3j, \overset{\rightarrow}{b}=4i+3j, \overset{\rightarrow}{c}=-3i+2j+8k$  realizar las siguientes operaciones:

a) El vector 
$$(\overrightarrow{a} \bullet \overrightarrow{c})\overrightarrow{b} - (\overrightarrow{a} \bullet \overrightarrow{b})\overrightarrow{c}$$

b) El ángulo existente entre  $\stackrel{
ightarrow}{a}$  y  $\stackrel{
ightarrow}{b}$ 

### Respuesta

- a) -51i-102j-120k
- b) 63.43°
  - a) Considerar que el producto punto, da como resultado una escalar ó un número ó una constante y que al ser multiplicado por un vector, da como resultado un vector, es decir:



Vectorial completo el producto

## Producto.punto

$$\vec{a} \bullet \vec{c} = a_x c_x + a_y c_y + a_z c_z$$

$$a \bullet c = (6)(-3) + (-3)(2) + (0)(8)$$

$$a \bullet c = -24$$

$$(a \bullet c)\stackrel{\rightarrow}{b} = -96i - 72i + 0k$$

$$(a \bullet c)\vec{b} = -96i - 72j + 0k$$

# Producto.punto

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$a \cdot b = (6)(4) + (-3)(3) + (0)(0)$$

$$a \bullet b = 15$$

$$(a \bullet c)\vec{b} = -24(4i + 3j + 0k)$$
  $(a \bullet b)\vec{c} = 15(-3i + 2j + 8k)$ 

$$(a \bullet b) \stackrel{\rightarrow}{c} = -45i + 30j + 120k$$

Finalmente la resta de vectores da como resultado un vector

$$(a \bullet c) \overrightarrow{b} - (a \bullet c) \overrightarrow{c} = (-96i - 72j + 0k) - (-45i + 30j + 120k)$$
$$(a \bullet c) \overrightarrow{b} - (a \bullet b) \overrightarrow{c} = (-51i - 102j - 120k)$$

### Obtenga el ángulo entre estos dos 2 vectores a y b

$$\overrightarrow{a} = 6i - 3j, \overrightarrow{b} = 4i + 3j$$

$$C\'{a}lculo.de.magnitudes$$

$$|\overrightarrow{A}| = \sqrt{(6)^2 + (-3)^2 + (0)^2},$$

$$|\overrightarrow{B}| = \sqrt{(4)^2 + (3)^2 + (0)^2}$$

$$\overrightarrow{B}| = \sqrt{45}$$

$$\overrightarrow{B}| = \sqrt{25}$$

$$A´ngulo$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{axbx + ayby + azbz}{|A|B|} \right]$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{(6)(4) + (-3)(3) + (0)(0)}{\sqrt{25}\sqrt{45}} \right]$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{15}{\sqrt{1125}} \right]$$

$$\theta = 63.43^\circ$$

#### Ejercicio 5

Cuatro vectores estan dados por  $\overrightarrow{a} = i - k$ ,  $\overrightarrow{b} = i + 3j$ ,  $\overrightarrow{c} = 2i - j + k$ , y,  $\overrightarrow{d} = -2j - k$  Calcular:

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{a} \bullet \overrightarrow{b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overrightarrow{c} \bullet \overrightarrow{d} \end{pmatrix}$$

Considerar que los dos productos son escalares y al final se multiplican dos escalares y por ende el resultado es una escalar final.

Respuesta 1

- b) La magnitud de la resultante  $\stackrel{
  ightharpoonup}{R}=a+b+c+d$  , así como la magnitud  $|\stackrel{
  ightharpoonup}{R}|$  .
- c) Obtener el ángulo  $\alpha$  (con respecto al eje x) para el vector resultante.

Respuestas: b) 
$$\overrightarrow{R} = 4i + 0j - k$$
  $|\overrightarrow{R}| = \sqrt{17}$  c)  $\alpha = 14.036$