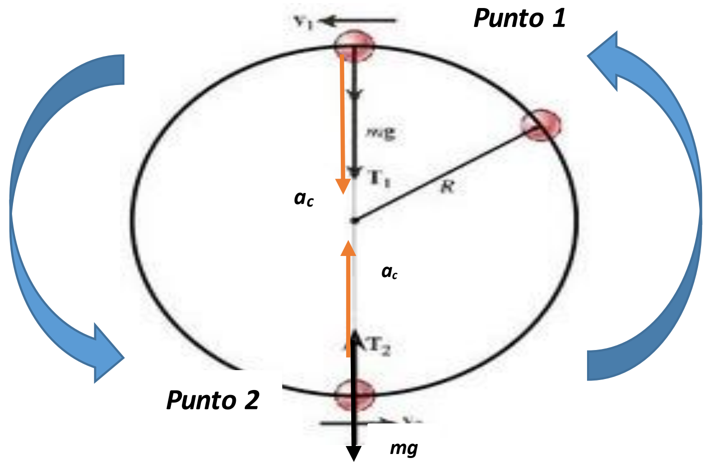
Movimiento circular vertical



Características del movimiento

1.- Cuerpo de masa ***m*** atado a una cuerda de longitud ***R*** que realiza trayectorias circulares verticales.

2.- La fuerza centrípeta ***Fc*** y aceleración centrípeta ***a_c***, en todo momento se dirigen al centro de la trayectoria.

3.- Quien funge como fuerza centrípeta en todo momento es la tensión de la cuerda, por lo tanto ***$Fc=T_1$ en la parte superior y $Fc=T_2$ en la parte inferior.***

4.- Existen dos velocidades tangenciales para este tipo de movimiento, en la parte superior se tiene a ***V_1*** y en la parte inferior se tiene a ***V_2***.

5.- Deducción de las Fuerza centrípeta en ***punto 1 parte superior y punto 2 parte inferior***.

Punto 1 Superior

$$F = ma$$
$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$T_1 sen270° + mgsen270° = -m(a_c)$$
$$-T_1 - mg = -m\frac{V_1^2}{R}$$
$$Despejando.T_1$$
$$T_1 = \frac{mV_1^2}{R} - mg ---1$$

Punto 2 Inferior

$$F = ma$$
$$\Sigma F_y = ma_y$$
$$T_2 90° + mgsen270° = m(a_c)$$
$$T_2 - mg = m\frac{V_2^2}{R}$$
$$Despejando.T_1$$
$$T_2 = \frac{mV_2^2}{R} + mg ---2$$

T_1 vs T_2

$$T_1 > T_2$$

6.- La tensión de la cuerda en el punto 2 (T_2) es mayor que la tensión de la cuerda en el punto 1 (T_1), por lo tanto la factibilidad de que la cuerda pueda romperse por la tensión a la cual está sometida es en el punto más bajo de la trayectoria.

10-30 del Tippens

Una masa m se ata a una cuerda y se hace girar en un círculo vertical R, como se ilustra en la figura anterior; demostrar que la tensión resultante en la cuerda cuando la masa está en el punto más alto está dada por.

$$T_1 = \frac{mV_1^2}{R} - mg \; ---1$$

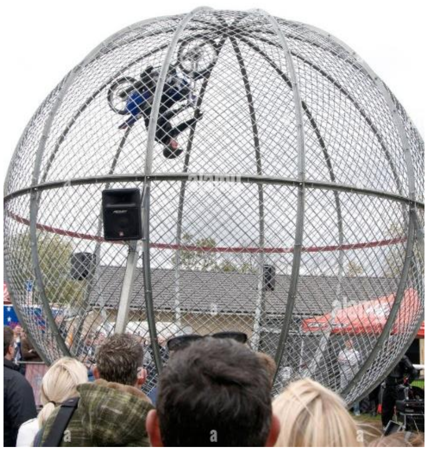
b) en el punto más bajo esta dada por:

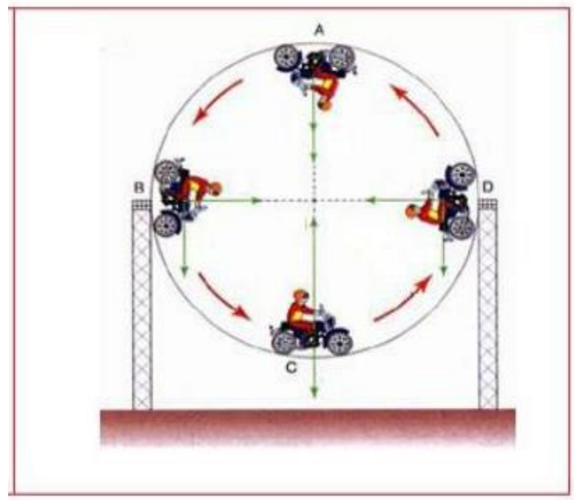
$$T_2 = \frac{mV_2^2}{R} + mg \; ---2$$

Retomando las deducciones del ejercicio anterior.

10-35 Tippens

La masa combinada de una motocicleta y su conductor es de 210kg. Si el motociclista debe rizar la pista con 6m de radio; a) ¿Cuál debe ser la velocidad mínima para que la motocicleta no se caiga de la parte más alta de la pista? b) Si la velocidad es de 12m/s. ¿Qué fuerza normal se ejerce sobre la motocicleta por la pared de la esfera en el punto más bajo y más alto de la trayectoria?





a) Punto más alto

$$-N - w = -ma_c$$
$$N = 0$$
$$w = m\frac{v^2}{r}$$
$$v^2 = \frac{mgr}{m}$$

$$v = \sqrt{gr}$$
$$v = \sqrt{\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(6m)}$$
$$v = 7.7m/s$$

b) Parte más alta de la pista

$$-N - w = -ma_c$$
$$N = ma_c - w$$
$$N = m\frac{v^2}{r} - mg$$
$$N = m\left(\frac{v^2}{r} - g\right)$$
$$N = 210kg\left(\frac{(12m/s)^2}{6m} - 9.81m/s^2\right)$$
$$N = 2979.9N$$

Parte más baja de la pista

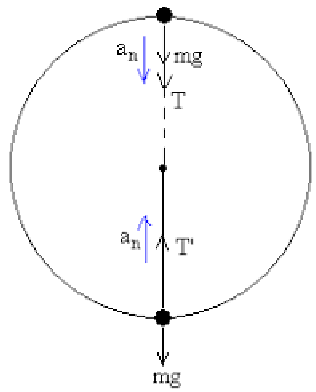
$$N - w = ma_c$$
$$N = ma_c + w$$
$$N = m\frac{v^2}{r} + mg$$
$$N = m\left(\frac{v^2}{r} + g\right)$$
$$N = 210kg\left(\frac{(12m/s)^2}{6m} + 9.81m/s^2\right)$$
$$N = 7100.1N$$

10-32 Tippens

Una piedra de 1.2 kg de masa es atada al extremo de una cuerda de 90 cm de longitud. A continuación, se hace girar con una rapidez constante describiendo un círculo vertical.

a) ¿Cuál es la velocidad crítica o mínima que se debe alcanzar en la parte superior de la trayectoria circular?

b) Suponiendo que la piedra se mueve con velocidad constante de 8m/s describiendo un circulo vertical, ¿Cuál es la tensión de la cuerda en la parte superior e inferior de la trayectoria?



a) Punto más alto

$$-N - w = -ma_c$$
$$N = 0$$
$$w = m\frac{v^2}{r}$$
$$v^2 = \frac{mgr}{m}$$

$$v = \sqrt{gr}$$
$$v = \sqrt{\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(0.9m)}$$
$$v = 2.971 m/s$$

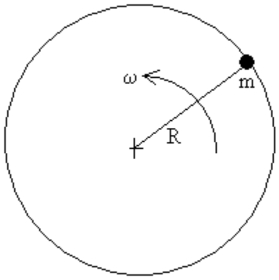
b) parte superior

$$-T - w = -ma_c$$
$$T = ma_c - w$$
$$T = m\frac{v^2}{r} - mg$$
$$T = m\left(\frac{v^2}{r} - g\right)$$
$$T = 1.2kg\left(\frac{(8m/s)^2}{0.9m} - 9.81m/s^2\right)$$
$$T = 73.56N$$

b) Parte inferior

$$T - w = ma_c$$
$$T = ma_c + w$$
$$T = m\frac{v^2}{r} + mg$$
$$T = m\left(\frac{v^2}{r} + g\right)$$
$$T = 1.2kg\left(\frac{(8m/s)^2}{0.9m} + 9.81m/s^2\right)$$
$$T = 97.1N$$

Ejercicio de Internet



Un pequeño bloque de 1 kg de masa está atado a una cuerda de 0.6 m, y gira a 60 r.p.m. describiendo una circunferencia vertical. Calcular la tensión de la cuerda cuando el bloque se encuentra:

- En el punto más alto de su trayectoria.
- En el más bajo de su trayectoria.

Cálculo de velocidad lineal y conversión de angular

$$\omega = 60\frac{rev}{\min}\left(\frac{2\pi rad}{1rev}\right)\left(\frac{1\min}{60s}\right)$$

$$\omega = 2\pi\frac{rad}{s}$$

$$v = \omega r$$

$$v = 2\pi\frac{rad}{s}(0.6m)$$

$$v = 3.769\frac{m}{s}$$

Tensiones en el punto más alto y bajo de la trayectoria.

Utilizando las deducciones y ecuaciones de los ejercicios anteriores, tenemos que:

Parte superior

$$T = m\frac{v^2}{r} - mg$$

$$T = 1kg\left(\frac{(3.769m/s)^2}{0.6m} - 9.81\frac{m}{s^2}\right)$$

$$T = 13.86N$$

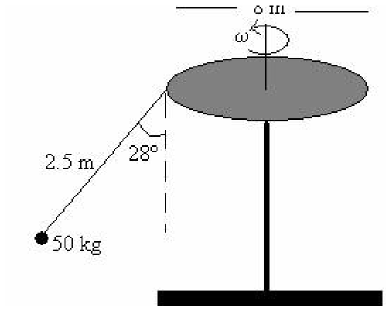
Parte inferior

$$T = m\frac{v^2}{r} - mg$$

$$T = 1kg\left(\frac{(3.769m/s)^2}{0.6m} - 9.81\frac{m}{s^2}\right)$$

$$T = 13.86N$$

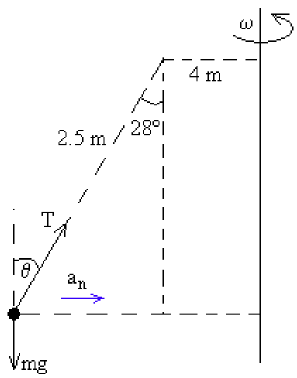
Extras de circular Ejercicio de Internet



Un juego de un parque de atracciones consta de una plataforma circular de 8 m de diámetro que gira. De la plataforma cuelgan "sillas voladoras" suspendidas de unas cadenas de 2.5 m de longitud. Cuando la plataforma gira las cadenas que sostienen los asientos forman un ángulo de 28° con la vertical.

- ¿Cuál es la velocidad angular de rotación?
- Si la masa del asiento y del niño es de 50 kg. ¿Cuál es la tensión de la cadena?.

Diagrama de cuerpo libre



Análisis en eje "x"

$$T\cos(62°) = ma_c$$

$$T = \frac{ma_c}{\cos(62°)}$$

$$T = \frac{mv^2}{r\cos(62°)}$$

$$T = \frac{(50kg)}{(1.17m + 4m)\cos(62°)}v^2 --- I$$

análisis en eje "y"

$$\sum F_y = ma_y$$

$$Tsen(62°) + wsen270° = ma_y$$

$$a_y = 0$$

$$0.8829T - w = 0$$

$$0.8829T = mg$$

$$T = \frac{(50kg)(9.81m/s^2)}{0.8829}$$

$$T = 555.555N$$

Despejando de I

$$T = \frac{(50kg)}{(1.17m + 4m)\cos(62°)}v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{T(1.17m + 4m)\cos 62°}{50kg}}$$

$$v = \sqrt{\frac{555.55N(1.17m + 4m)\cos 62°}{50kg}}$$

$$v = 5.1932m/s$$

Calculando velocidad angular

$$v = \omega r$$

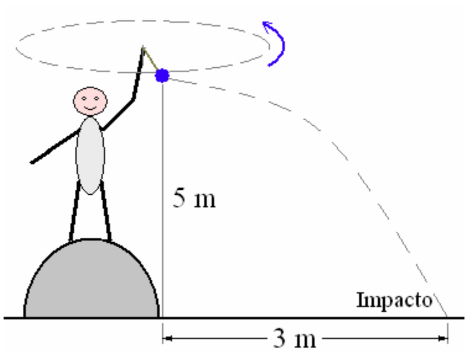
$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$v = \frac{5.1932m/s}{(1.17m + 4m)}$$

$$\omega = 1.004\frac{rad}{s}$$

Ejercicio de Práctica

16. Un niño hace girar uniformemente una piedra en un círculo horizontal por medio de una cuerda de 1 *m* de longitud. El niño se encuentra sobre un montículo de tal forma que el plano del movimiento se encuentra a 5 *m* de altura sobre el suelo. La cuerda se rompe y la piedra sale disparada horizontalmente, golpeando el suelo a 3 *m* de distancia. ¿Cuál fue la aceleración centrípeta de la piedra mientras estaba en movimiento circular?



17.