Teorema Trabajo Energía y Potencia Mecánica

En las últimas clases, consideramos que el trabajo para una ***fuerza constante***, es $W_{neto} = \left|\vec{F}_{neta}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta........1$

Partimos de un nuevo concepto que es el de ***energía cinética*** $K = \frac{mV^2}{2}$, que contempla masa y rapidez del cuerpo o partícula en cuestión, la cual se mide en $kg\frac{m^2}{s^2} = [Joule]$

Si manejamos el modelo que siempre hemos trabajado en el cual se contempla condiciones de arranque y de termino, es decir ***X_o, V_o, t_o y K_o*** y condiciones de termino ***X_f, V_f, t_f y K_f*** entonces tenemos una energía ***cinética inicial*** $K_o = \frac{mV_o^2}{2}$ y una ***energía cinética final*** $K_f = \frac{mV_f^2}{2}$ respetando condiciones de arranque y de termino; por tal motivo tenemos que ***el trabajo neto*** se puede expresar en términos de la ***variación de las energías cinéticas del cuerpo*** $K_f - K_o$. Si desarrollamos la expresión, tenemos que: $K_f - K_o = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2} = W_{Neto}........2$ si igualamos la ecuación 1 y 2, tenemos que la expresión del teorema trabajo energía es:

$$W_{neto} \Rightarrow\Rightarrow \left|\vec{F}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2}$$

Inicio ***m, X_o, V_o, t_o y K_o***

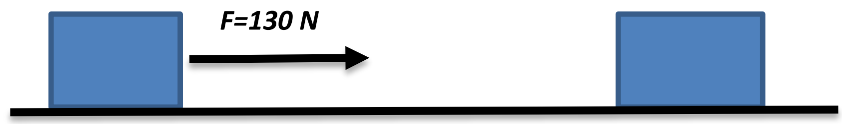
Término ***m, X_f, V_f, t_f y K_f***

considerar que el desplazamiento como lo hemos trabajado es $x_f - x_o$, m representa la masa del cuerpo $K_f..y..K_o$ representa las energías cinéticas Final e Inicial., recordar que θ es el ángulo entre $\left|\vec{F}\right|..y..\left|\vec{S}\right|$

Ejercicio 1 ***Realizaremos el ejercicio 37 del Serway Teorema trabajo Energía***

Una caja de 40 kg de masa que se encuentra inicialmente en reposo, se empuja una distancia de 5m sobre una superficie horizontal con una fuerza constante a la derecha de 130 N. considerar que el coeficiente de fricción cinético es de 0.3. Calcular:

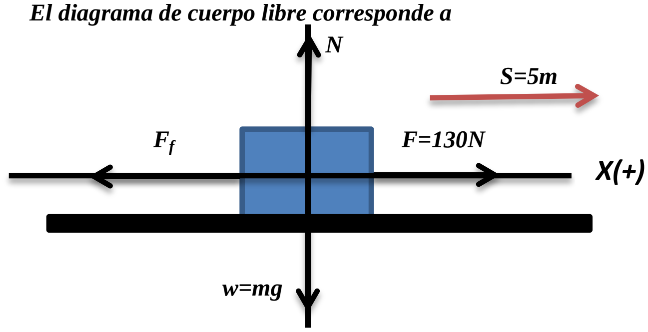
a) El trabajo que realiza la fuerza horizontal
b) El trabajo de la fuerza de fricción
c) La velocidad final del bloque



m=40kg, X_o=0m, V_o=0m/s, t_o=0s y K_o=0J ***m=40 kg, X_f=5m, V_f=? K_f=?***

considerar que el desplazamiento como lo hemos trabajado es $x_f - x_o = \vec{S} = 5m$ ***, m representa la masa del cuerpo***

El diagrama de cuerpo libre corresponde a



En base al diagrama de cuerpo libre y en base a lo revisado con antelación, existen fuerzas que no generan trabajo como la N y el w (peso) ya que son perpendiculares al desplazamiento; las únicas fuerzas que generan trabajo son la Fuerza de fricción F_f y la Fuerza Horizontal F.

$$W_F = |\vec{F}||\vec{S}|\cos 0°$$
$$W_F = |130N||5m|\cos 0°$$
$$W_F = 650J$$

$$W_N = 0J$$
$$W_w = 0J$$

$$W_{Ff} = |F_f||\vec{S}|\cos 180°$$
$$W = |\mu N||\vec{S}|\cos 180°$$
$$W_{Ff} = |mg\mu||\vec{S}|\cos 180°$$
$$W_{Ff} = |(40kg)(9.81\,{}^{m}/_{s^2})(0.3)||5m|\cos 180°$$
$$W_{Ff} = -588.6J$$

Recuerden que $Ff = \mu mg$ ***, partiendo de la*** $\sum F_Y = 0$ ***recuerden que esto se ha visto en repetidas ocasiones en diversos ejercicios vistos en clase***

Cálculo del trabajo Neto (W_{Neto}) y de la velocidad final del bloque

$$W_{neto} = \sum W_{individuales}$$

$$W_{neto=}\left(W_F + W_{Ff} + W_{\mathrm{N}} + W_{w=Peso}\right)$$

$$W_{neto} = 650J - 588J + 0J + 0J$$

$$W_{neto} = 61.4J$$

$$W_{neto} = \left|\vec{F}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2}$$

$$W_{neto=}\frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2}\ldots como\ldots\ldots V_o = 0m/s$$

$$W_{neto} = \frac{mV_f^2}{2}\ldots\ldots\ldots despejando\ldots\ldots V_f$$

$$V_f{}^2 = \frac{2W_{neto}}{m} \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow V_f = \sqrt{\frac{2W_{neto}}{m}}$$

$$V_f = \sqrt{\frac{2(61.4J)}{40Kg}} = 1.752m/s$$

Ejercicio 2 ***Tippens 8-28***

Un automóvil de 1500 kg de masa transita a 60 km/h por una carretera nivelada.

a) ***¿Qué trabajo se requiere para frenar este vehículo?***

b) ***Si*** $\mu_k = 0.7$ ***¿Cuál es la distancia de frenado?***

m=1500 kg, X_o=0m, V_o=60 km/h, t_o=0 s y K_o=? ***m=1500kg, X_f=?, V_f=0 Km/h = 0m/s K_f=0J***

considerar que el desplazamiento como lo hemos trabajado es $x_f - x_o = \vec{S} = ?$ ***, m representa la masa del auto y para este ejercicio no existe fuerza impulsora o fuerza a la derecha, ya que solo existe una fuerza retardan te que es la fuerza de fricción y que es la responsable de frenar al carro hasta alcanzar una velocidad final de cero V_f = 0m/s = 0 Km/h***

El diagrama de cuerpo libre corresponde a

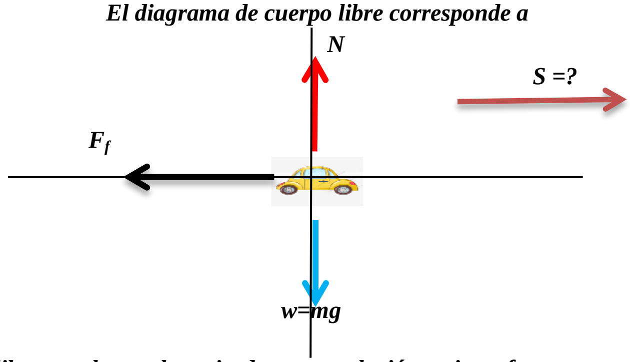
W_N =0J

W_w=0J

W_{Ff} =(Ff)(S)cos180

W_{neto}=W_N +W_w +W_{Ff}

W_{neto}=W_{Ff}



En base al diagrama de cuerpo libre y en base a lo revisado con antelación, existen fuerzas que no generan trabajo como la N y el peso w (Peso), ya que son perpendiculares al desplazamiento; la única fuerza que generan trabajo es la Fuerza de fricción F_f y es una fuerza que va en sentido contrario al desplazamiento (este último va a la derecha); por lo tanto el trabajo neto lo genera la fuerza de fricción W_{neto} = W_{Ff}

Haciendo uso del teorema trabajo energía y realizando las siguientes consideraciones:

$b)$

$$W_{neto} = \left|\vec{F}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2}$$

$$\left|\mu N\right|\left|S\right|\cos\theta = 0 - \frac{mV_0^2}{2} ....\left|\mu mg\right|\left|S\right|\cos\theta = -\frac{mV_0^2}{2}$$

$$\left|\mu mg\right|\left|S\right|\cos 180° = -\frac{mV_0^2}{2} ....Despejando.S.........S = -\frac{mV_0^2}{2\mu mg\cos 180°}..cancelando.m$$

$$S = -\frac{V_o^2}{2\mu g\cos 180°} = -\frac{(16.666 m/s)^2}{2(0.7)(9.81 m/s^2)(-1)} ......S = 20.22 m$$

La única fuerza que genera trabajo es la fuerza de fricción o la retardante, donde el desplazamiento y la fuerza de fricción tienen sentidos opuestos

$a)$

$$W_{Ff} = |Ff||S|\cos\theta$$

$$W_{Ff} = |\mu mg|\left|\vec{S}\right|\cos\theta$$

$$W_{Ff} = (0.7)(1500kg)(9.81m/s^2)(20.22m)\cos 180°$$

$$W_{Ff} = -208276.11J$$

<u>El trabajo realizado por la fuerza de fricción, es la única que se considera ya que el trabajo del Peso (w) y de la Normal (N) valen cero.</u>

Ejercicio 3 ***Ejemplo 35 Agustín Vázquez Sánchez***

Un colector (camión) de basura empuja con una fuerza horizontal de 6N un bote de 20kg. Si el bote parte del reposo hasta alcanzar una velocidad de 3 m/s, calcular:

a) Energía Cinética inicial
b) Energía Cinética Final
c) Que trabajo realiza sobre el bote la fuerza que imprime el camión
d) Que desplazamiento se produce

$a)$

$$K_o = \frac{mV_o^2}{2}$$

$$K_o = \frac{(20kg)(0m/s)^2}{2}$$

$$K_o = 0J$$

$b)$

$$K_f = \frac{mV_f^2}{2}$$

$$K_f = \frac{(20kg)(3m/s)^2}{2}$$

$$K_f = 90J$$

$c)$

$$W_{neto} = \left|\vec{F}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2}$$

$$W_{neto=} \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2} \ldots como \ldots\ldots V_o = 0m/s$$

$$W_{neto} = 90J - 0J$$

$$W_{neto} = 90J$$

$$W_{neto} = \left|\vec{F}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta$$

$$W_{neto} = [F_{camión}][S]\cos\theta$$

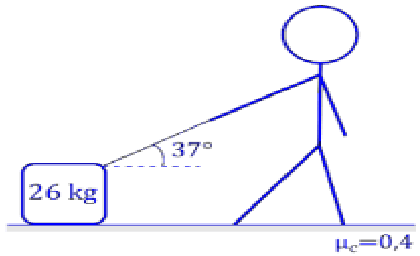
$$90J = |6N|S\cos(0°)$$

$$S = \frac{90J}{6N}$$

$$S = 15m$$

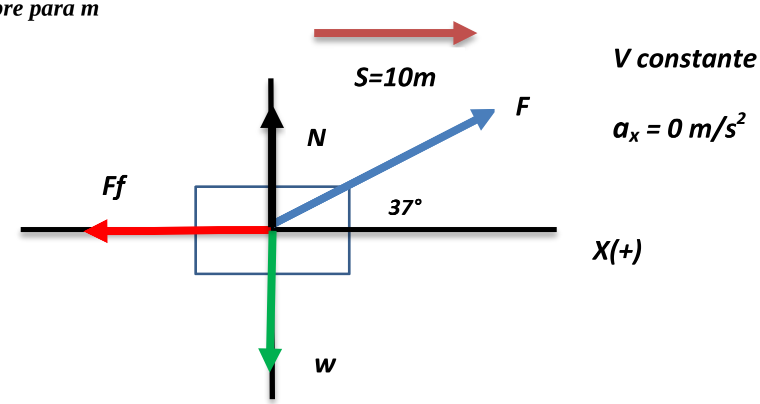
Ejercicio 4 Ejercicio de Internet

Una persona utiliza una cuerda para arrastrar una caja de 26 kg de masa sobre una superficie rugosa, tal como se muestra en la figura. Determine el trabajo realizado por la persona al desplazar la caja con velocidad constante una distancia de 10 m.



A) 100 J B) 400 J C) 800 J D) 1 kJ E) 1,5 KJ

Diagrama de Cuerpo libre para m



Considerando que piden el trabajo realizado por F, tenemos que encontrar la magnitud de F

$$
\begin{aligned}
&F = ma \\
&\Sigma F_x = ma_x \\
&F\cos 37° + Ff\cos 180° = ma_x \\
&0.7986F - Ff = m(0) \\
&0.7986F - \mu \mathrm{N} = 0 \\
&0.7986F - (0.4)[\mathrm{N}] = 0 - - - 1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&F = ma \\
&\Sigma F_Y = ma_Y \\
&F sen 37° + \mathrm{N} sen 90° + w sen 270° = m(0) \\
&0.6018F + \mathrm{N} - w = 0 \\
&\mathrm{N} = w - 0.6018F \\
&\mathrm{N} = (26kg)(9.81 m/s^2) - 0.6018F \\
&\mathrm{N} = 255.06N - 0.6018F - - - 2
\end{aligned}
$$

Ecuación 2 en 1

$$
\begin{aligned}
&0.7986F - \mu \mathrm{N} = 0 - - - 1 \\
&0.7986F - (0.4)[255.06N - 0.6028F] = 0 \\
&0.7986F - 102.024N + 0.2411F = 0 \\
&1.0397F = 102.024N
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&1.0397F = 102.024N \\
&F = \frac{102.024N}{1.0397} \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow F = 98.1264N
\end{aligned}
$$

Finalmente, el cálculo del trabajo de la fuerza

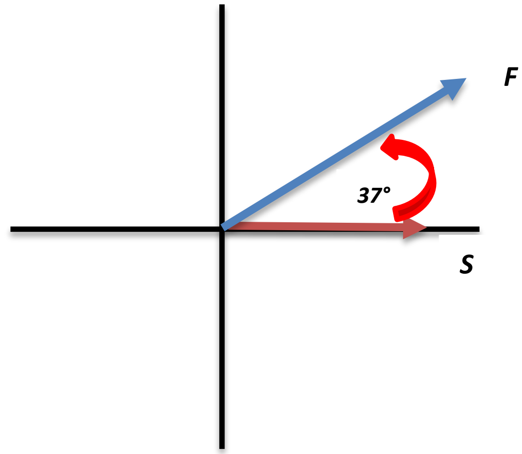
$$W_F = \left|\vec{F}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta$$

$$W_F = \left[F_{Persona}\right]\left[S\right]\cos\theta$$

$$W_F = \left|98.126N\right|\left|10m\right|\cos(37°)$$

$$W_F = 783.67J$$

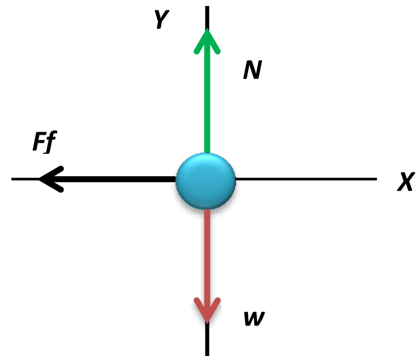
$$Corresponde..c)$$



Ejemplo 5 ***Sears Ejercicio 6.85***

En una pista de hielo horizontal, prácticamente sin fricción, Un patinador se mueve a 3m/s; encuentra una Zona áspera que reduce su rapidez en un 45% debido a una fuerza de fricción que es el 25% del peso del patinador. Use el teorema trabajo-energía para determinar la longitud de la zona áspera.

Diagrama de cuerpo libre



Cálculo de V_f y Ff

$$Vf = 0.45Vo$$
$$Vf = 0.45(3m/s)$$
$$Vf = 1.35m/s$$

$$Ff = 0.25w$$
$$Ff = 0.25mg---1$$

Teorema trabajo-energía

$$\left|\vec{F}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2}$$

$$W_N = 0J...y...W_w = 0J$$

$$|Ff||S|\cos\theta = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2}$$

$$|0.25mg||S|\cos 180° = \frac{m(1.35m/s)^2}{2} - \frac{m(3m/s)^2}{2}$$

$$e\lim inando..m..y..despejando..S$$

$$S = \frac{(1.35m/s)^2 - (3m/s)^2}{-0.5g}...sustituyendo$$

$$S = \frac{-7.1775m^2/s^2}{-4.905m/s^2}$$

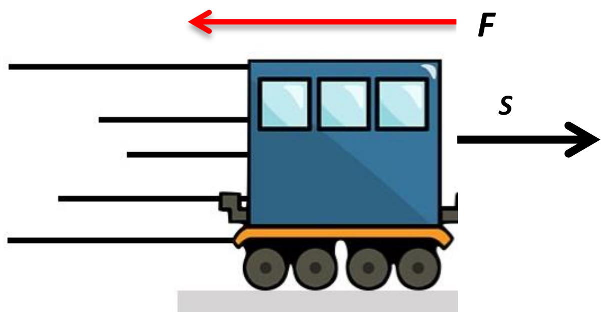
$$S = 1.463m$$

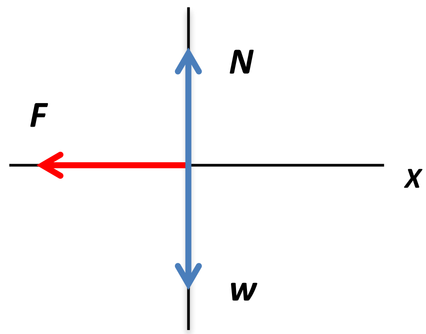
Ejemplo 6 Paul W. Zitzewitz ***Ejercicio 10 pp 246***

Un vagón de 15 Kg se mueve por un corredor horizontal con una velocidad de 7.5 m/s. Una fuerza constante contraria al sentido del vagón de 10N, actúa sobre este, reduciendo su velocidad a 3.2m/s. Calcular:

- ***a) El desplazamiento realizado por el vagón***
- ***b) El cambio de energía cinética***
- ***c) Que trabajo realiza sobre el vagón***

Diagrama de cuerpo libre





Teorema trabajo-energía

$a)$

$$\left|\vec{F}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta=\frac{mV_f^2}{2}-\frac{mV_o^2}{2}$$

$$W_N=0J...y...W_w=0J$$

$$|F||S|\cos\theta=\frac{mV_f^2}{2}-\frac{mV_o^2}{2}$$

$$|10N||S|\cos180°=\frac{(15kg)(3.2m/s)^2}{2}-\frac{(15kg)(7.5m/s)^2}{2}$$

$$e\lim inando..m..y..despejando..S$$

$$-|10N|S=\frac{-690.15kgm^2/s^2}{2}...sustituyendo$$

$$S=\frac{-690.15kgm^2/s^2}{-20N}$$

$$S=34.5075m$$

$b)..y..c)$

$$W=\left|\vec{F}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta=\frac{mV_f^2}{2}-\frac{mV_o^2}{2}$$

$$W=K_f-K_0=\Delta K$$

$$por..lo..\tan to..W=\Delta K$$

$$W=\Delta K=Cambio..energia..cinética$$

$$W=\frac{(15kg)(3.2m/s)^2}{2}-\frac{(15kg)(7.5m/s)^2}{2}$$

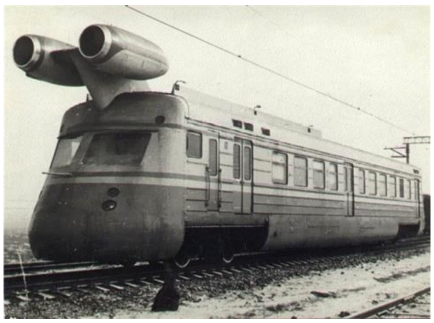
$$W=-345.075J=\Delta K$$

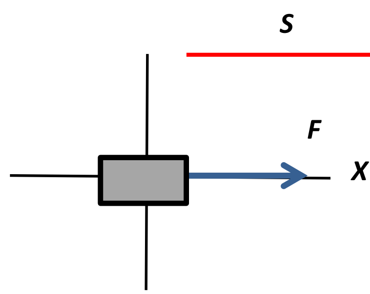
Ejemplo 7 Paul W. Zitzewitz ***Ejercicio 8 pp 246***

En la década de los años 50 un tren experimental de 2.5x10^4 kg fue impulsado mediante la turbina de un jet que produjo una fuerza de 5x10^5 N durante 500m. cálcular:

a) ***El cambio de energía cinética***
b) ***La energía cinéticafinal del tren si este partió del reposo y su rapidez final***

Diagrama de Cuerpo libre





Cálculo de cambio energía cinética

$$a)$$
$$W_F = \left|\vec{F}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta = \Delta K$$
$$W_F = \left[5x10^5 N\right]\left[500m\right]\cos 0°$$
$$W_F = 250x10^6 J$$
$$como$$
$$W_F = \Delta K = 250x10^6 J$$

$$b)$$
$$\Delta K = K_f - K_0$$
$$como..V_0 = 0m/s \Rightarrow\Rightarrow$$
$$\Delta K = K_f = 250x10^6 J$$
$$K_f = 250x10^6 J$$
$$como$$
$$K_f = \frac{mV_2^2}{2} \Rightarrow\Rightarrow$$
$$V = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{\frac{2(250x10^6 J)}{2.5x10^4 kg}} = 141.421m/s$$

Ejemplo 8 Gentil Antonio Estévez Bretón ***Ejercicio pp 183***

Un cuerpo cuya masa es m=6kg se encuentra en reposo sobre la superficie de una mesa horizontal. El cuerpo se somete a la acción de una fuerza constante F=29.4N, como se muestra en la figura. La fuerza F actúa de manera contínua sobre el cuerpo haciendo que se desplace una distancia de 3m, y en dicho punto la fuerza deja de actuar. Considere que el coeficiente de fricción cinético es de entre el cuerpo y la mesa es de 0.3. Calcular:

a) El trabajo neto en el punto B
b) Utilizando teorema trabajo-energía, calcular la velocidad en B
c) Hallar la distancia recorrida d en el segundo tramo, considerando que solo actúa la fuerza de fricción.

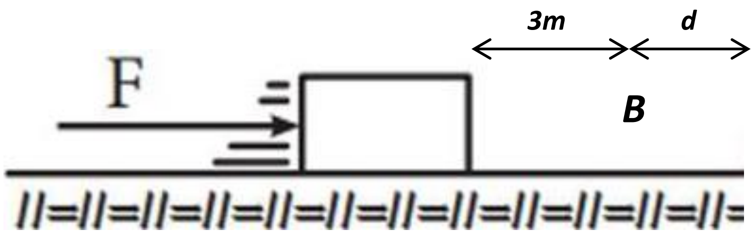
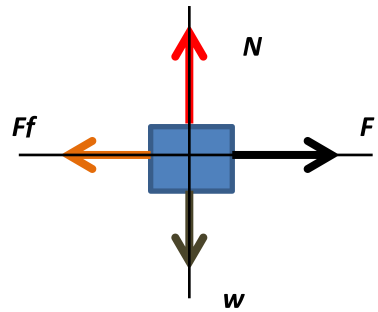


Diagrama de cuerpo libre 1er tramo



Cálculo de los trabajos

$$a)$$
$$W_N = 0J$$
$$Ww = 0J$$
$$W_F = \left|\vec{F}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta = \Delta K$$
$$W_F = [29.4N][3m]\cos 0°$$
$$W_F = 88.2J$$

$$a)$$
$$W_{Ff} = \left|\vec{Ff}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta$$
$$W_{Ff} = [\mu N][3m]\cos 180°$$
$$W_{Ff} = |\mu mg||3m|\cos 180°$$
$$W_{Ff} = |0.3(6kg)(9.81m/s^2)||3m|\cos 180°$$
$$W_{Ff=} -52.974J$$

Cálculo de Trabajo neto

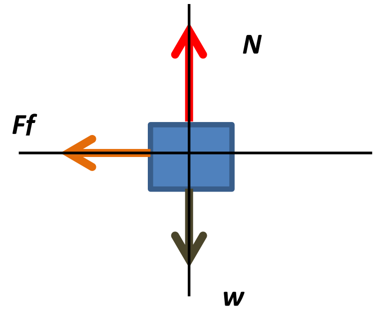
$$a)$$
$$W_{Neto} = 0J + 0J + 88.2J - 52.974J$$
$$W_{Neto} = 35.226J$$

Cálculo de la velocidad en B

$$b)$$
$$W_{Neto} = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2}$$
$$W_{Neto} = \Delta K = Cambio..energia..cinética$$
$$W_{Neto} = \frac{(6kg)(V_B)^2}{2} - \frac{(6kg)(0m/s)^2}{2}$$
$$35.226J = \frac{(6kg)(V_B)^2}{2} \Rightarrow\Rightarrow V_B = \sqrt{\frac{2(35.226J)}{6Kg}}$$
$$V_B = 3.4266m/s$$

Cálculo de "d" y diagrama de cuerpo libre en segundo tramo

Diagrama de cuerpo libre 2° tramo



Cálculo de "d" en segundo tramo

Considerando que el bloque frena al final del tramo 2 y arranca en B con una velocidad en V_B =3.426m/s, además de que el trabajo de la fuerza de fricción es constante, tenemos que.

$$c)$$

$$\frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2} = |Ff||S|\cos\theta$$

$$\frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = |\mu mg||d|\cos 180°$$

$$como..V_F = 0m/s..y..cancelando..m$$

$$-\frac{V_0^2}{2} = \mu g d \cos 180° \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow d = -\frac{V_0^2}{2\mu g \cos 180\,|}$$

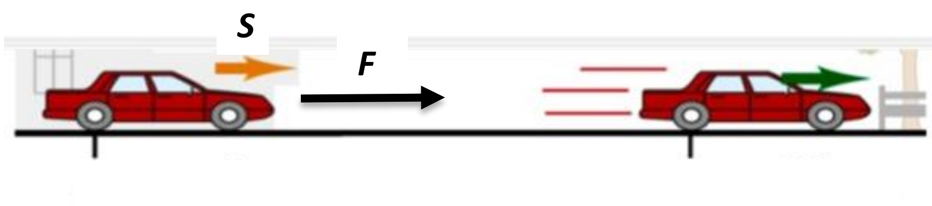
$$d = -\frac{(3.4266m/s)^2}{2(0.3)(9.81m/s^2)\cos 180°} \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow S = d = 1.994m$$

*Ejemplo 7 **Agustín Vázquez Sánchez Ejercicio 36***

Ejercicio para entregar; solo se calificarán los ejercicios que sean enviados al apartado de la plataforma de Classroom, Actividad 4 2° parcial, en el tiempo indicado

Un automóvil de 900kg de masa viaja a 60km/h y al acelerar ejerce una fuerza neta de 3000N hasta alcanzar una velocidad de 90km/h sin cambiar la dirección como se muestra en la figura. Calcular:

- ***a)*** ***El trabajo realizado por la fuerza neta*** ***Respuesta: W=156200J***
- ***b)*** ***Que distancia recorre el automóvil*** ***Respuesta: S=52.0833m***
- ***c)*** ***La aceleración y el tiempo invertido para poder alcanzar la velocidad de 90km/h*** ***Respuestas:*** $a=3.334m/s^2$ ***y*** $T_f=2.5s$
- ***d)*** ***La potencia generada por la fuerza neta*** ***Respuesta: P=62506.96Watts***



Potencia Mecánica

- La potencia mecánica se define como la rapidez con que se realiza un trabajo. Se mide en Watts.
- Se dice que existe una potencia mecánica de un watt cuando se realiza un trabajo de un joule en un segundo.

$$1\ \text{Watt} = \frac{1\ \text{Joule}}{1\ \text{segundo}}$$

6. Determine la potencia mecánica necesaria para mover un motor durante un tiempo de 5.0 segundos con un trabajo de 5000 J. Exprese en HP.

Datos:

$\mathbf{W = 5,000\ J}$

$\mathbf{t = 5.0\ s}$.

$\mathbf{P} = ?$

Fórmula:

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{W}}{\mathbf{t}}$$

$$P = \frac{5,000\ \text{J}}{5.0\ \text{s}}$$

$$P = 1000\ \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$P = 1000\ \text{Watts}$$

Conversión: W a HP

$P = 1000.0\ \text{Watts}$

$$1000\ \cancel{\text{Watts}} * \left(\frac{1.0\ \text{HP}}{745.7\ \cancel{\text{Watt}}}\right) = 1.34\ \text{HP}$$

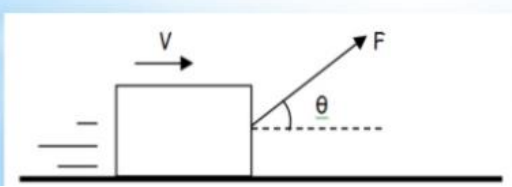
$$\mathbf{P = 1.34\ HP}$$

POTENCIA INSTANTÁNEA

Es el tipo de potencia que nos informa de la rapidez con que se realiza un trabajo en un intervalo de tiempo muy corto. Si la potencia es mecánica, su valor instantáneo se determina así:

$$\boxed{\text{Pot} = \text{F.v.}\cos\theta}$$

θ = Ángulo entre F y v

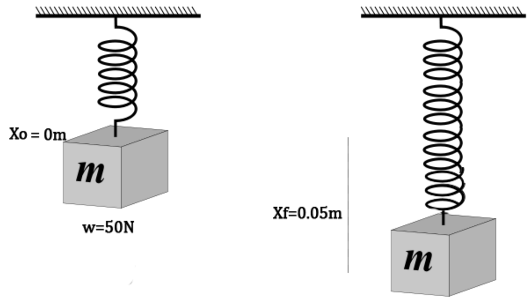


Pero si : θ = cero, entonces

$$\boxed{P = F.V}$$

Trabajo de una fuerza Variable y Conservación de energía mecánica

Ley de Hooke



Siempre que no se exceda el límite elástico, una deformación elástica es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza aplicada.

$$F = K(\Delta x)$$
$$F = Fuerza..o..Peso..w..[N]$$
$$K = Constante..del..resorte..\left[\frac{N}{m}\right]$$
$$\Delta x = Deformación..[m]$$

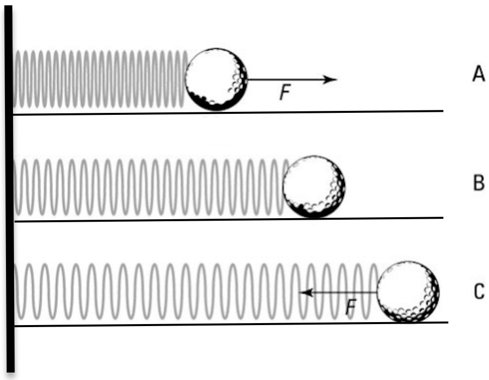
Teorema trabajo Energía para una fuerza variable

Si el resorte esta en COMPRESIÓN, el trabajo del resorte

$$W = \frac{K(\Delta x)^2}{2} \qquad \text{A)}$$

Si el resorte se va a COMPRIMIR, el trabajo del resorte

$$W = -\frac{K(\Delta x)^2}{2} \qquad \text{C)}$$



En COMPRESIÓN

EN ESTADO BASAL (sin compresión o elongación)

Se va a COMPRIMIR

Ley de la conservación de la energía mecánica (M)

Energía Mecánica (M)

Es la suma de la energía cinética (K) y energía Potencial (P) de un cuerpo o sistema

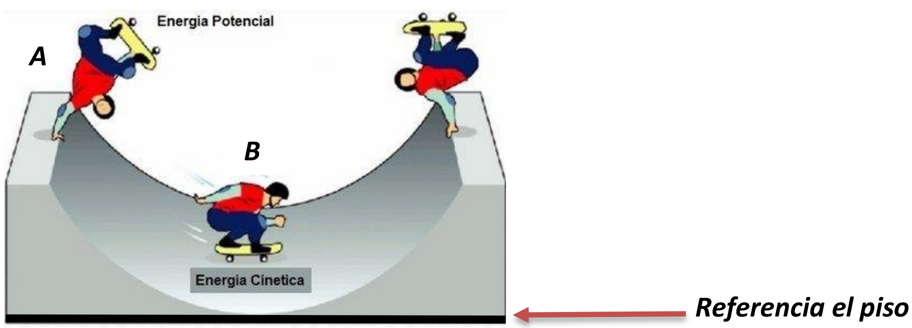
$$M=K+U$$

Energía Potencial (U)

Energía que tiene un cuerpo en virtud de su posición o condición

$$U = mgh$$
$$m = masa[Kg]$$
$$g = Gravedad[9.81 m/s^2]$$
$$h = posición..respecto..a..punto..de..referencia[m]$$

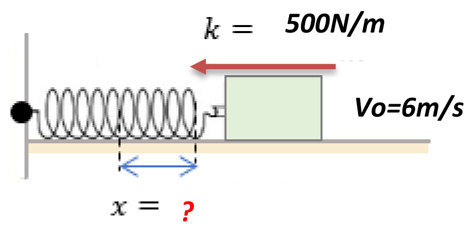
$$Energía..Mecánica..A = Energía..Mecánica..en..B$$
$$K_A + U_A = K_B + U_B$$
$$\frac{m(V_A)^2}{2} + mgh_A = \frac{m(V_B)^2}{2} + mgh_B$$

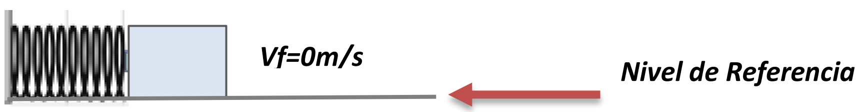


Ejercicio 1 ***6.81 Sears***

Un bloque se mueve con una Vo=6m/s sobre una superficie sin fricción hacia un resorte con K=500N/m y masa despreciable conectado a una pared; calcular:

a) La compresión máxima del resorte
b) Si la compresión debe ser de 0.150m ¿Cuál será la velocidad inicial?





Considerando que el resorte se va a comprimir, tenemos que:

$$a)$$

$$W = -\frac{k(\Delta x)^2}{2} ---1$$

$$W = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2} ---2$$

$$Igualanda.1..con..2$$

$$-\frac{k(\Delta x)^2}{2} = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2}$$

$$-\frac{k(\Delta x)^2}{2} = -\frac{mV_o^2}{2}$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{mV_0^2}{k}} = \sqrt{\frac{(5kg)(6m/s)^2}{(500N/m)}}$$

$$\Delta x = 0.6m$$

$$b)$$

$$W = -\frac{k(\Delta x)^2}{2} ---1$$

$$W = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2} ---2$$

$$Igualanda.1..con..2$$

$$-\frac{k(\Delta x)^2}{2} = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2}$$

$$-\frac{k(\Delta x)^2}{2} = -\frac{mV_o^2}{2}$$

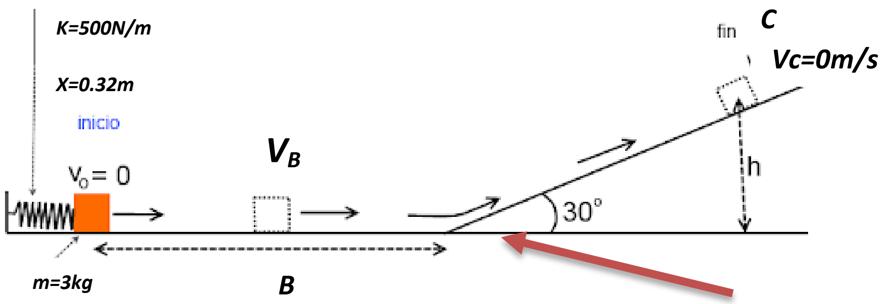
$$V_o = \sqrt{\frac{k(\Delta x)^2}{m}} = \sqrt{\frac{(500N/m)(0.15m)^2}{(5kg)}}$$

$$V_o = 1.5m/s$$

Ejercicio 2 ***Ejercicio de Internet***

Un bloque de 3Kg de masa se encuentra frente a un resorte comprimido con una X=0.32m y una constante de 500N/m. Al soltar el bloque, se mueve sobre una superficie sin fricción que inicialmente es horizontal y posteriormente sube por una pendiente de 30°. Calcular:

a) ***La rapidez del bloque en el punto B***
b) ***¿Qué altura alcanza en el punto C considerando que llega al reposo?***



Referencia el piso

Considerando que el resorte se encuentra en compresión, tenemos que:

$a)$

$$W=\frac{k(\Delta x)^2}{2}---1$$

$$W=\frac{mV_B^2}{2}-\frac{mV_o^2}{2}---2$$

$$Igualando.1..con..2$$

$$\frac{k(\Delta x)^2}{2}=\frac{mV_B^2}{2}-\frac{mV_o^2}{2}$$

$$\frac{k(\Delta x)^2}{2}=\frac{mV_B^2}{2}$$

$$V_B=\sqrt{\frac{k(\Delta x)^2}{m}}=\sqrt{\frac{(500N/m)(0.32m)^2}{(3kg)}}$$

$$V_B=4.131m/s$$

$b)$

$$K_0+U_0=K_F+U_F$$

$$(K_B+U_B)=(K_C+U_C)\mathrm{Re}\,ferencia$$

$$\frac{m(V_B)^2}{2}+mgh_B=\frac{m(V_C)^2}{2}+mgh_C$$

$$\frac{m(V_B^2)}{2}=mgh_c$$

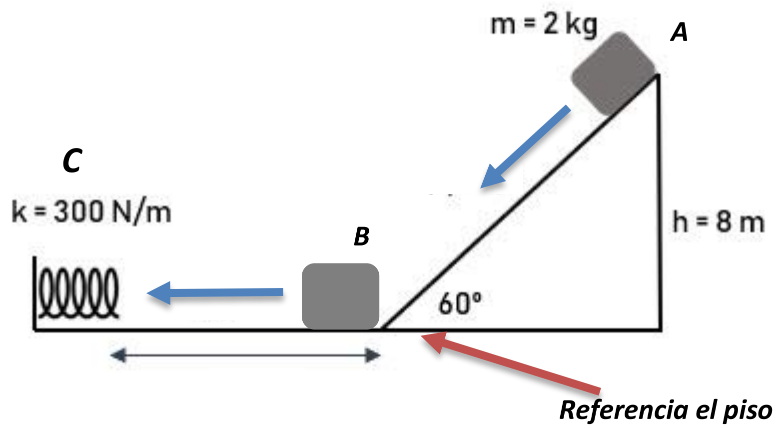
$$h_C=\frac{(V_B^2)}{2g}$$

$$h_C=\frac{(4.131m/s)^2}{2(9.81m/s^2)}\Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow h_C=0.87m$$

Ejercicio 3 ***Ejercicio de Internet***

Se deja caer un bloque de 2kg de masa desde una altura de 8m sobre un plano inclinado de 60° como se muestra en la figura; durante toda la trayectoria, la superficie carece de fricción e impacta sobre un resorte fijo que presenta una constante de k=300N/m. Calcular:

a) ***La rapidez del bloque en el punto B***
b) ***La compresión máxima del resorte considerando que el bloque se detiene momentáneamente.***



Cálculo de la velocidad en V_B

$$a)$$

$$K_0 + U_0 = K_F + U_F$$

$$(K_A + U_A) = (K_B + U_B)\,\text{Re}\,ferencia$$

$$\frac{m(V_A)^2}{2} + mgh_A = \frac{m(V_B)^2}{2} + mgh_B$$

$$mgh_A = \frac{m(V_B^2)}{2}$$

$$gh_A = \frac{(V_B)^2}{2}$$

$$V_B^2 = 2gh_A$$

$$V_B = \sqrt{2(9.81m/s^2)(8m)}$$

$$V_B = 12.52m/s$$

Cálculo de la Compresión del resorte

$$b)$$

$$W = -\frac{k(\Delta x)^2}{2} ---1$$

$$W = \frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2} ---2$$

$$Igualando.1..con..2$$

$$-\frac{k(\Delta x)^2}{2} = \frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2}$$

$$-\frac{k(\Delta x)^2}{2} = -\frac{mV_B^2}{2}$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{mV_B^2}{k}} = \sqrt{\frac{(2kg)(12.52m/s)^2}{(300N/m)}}$$

$$\Delta x = 1.022m \approx 102.2cm$$

Problemas de ley de Conservación de Energía Mecánica

Problema 4. ***Problema 5 Resnick***

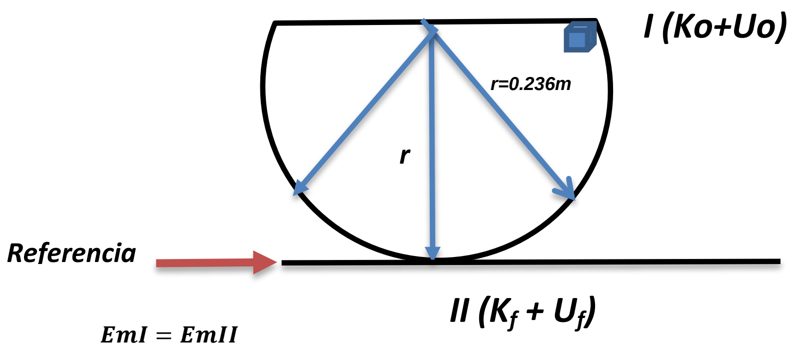
Un cubo de hielo muy pequeño cae desprendido desde el borde de una cubeta semiesférica sin fricción cuyo radio es de 23.6 cm. ¿A qué velocidad se mueve el cubo en el fondo de la cubeta?

ho=r =23.6cm=0.236m

v_o=0m/s

$h_{f=}$0m

v_f=?



$$EmI = EmII$$

$$\frac{mv_o^2}{2} + mgh_o = \frac{mv_f^2}{2} + mgh_f$$

$$\frac{mv_o^2}{2} = 0 \quad ; \quad mgh_f = 0$$

$$mgh_o = \frac{mv_f^2}{2}$$

$$gh_o = \frac{v_f^2}{2} \quad ; \quad h_o = r$$

$$v_f^2 = 2gh_o$$

$$v_f = \sqrt{2gr}$$

$$v_f = \sqrt{2(9.81)(0.236)}$$

$$v_{f=}2.1518\,\frac{m}{s}$$

Problema 5 ***Problema 8 Resnick***

Una bola de masa ¨m¨ está unida al extremo de una varilla muy ligera de longitud L. El otro extremo de la varilla está pivotado de modo que la bola pueda moverse en círculo vertical. La varilla se lleva a la posición horizontal como se muestra en la figura 24, y se empuja hacia abajo, de modo que la varilla oscile y logre alcanzar la posición vertical hacia arriba. ¿Qué velocidad inicial se le impartió a la bola?

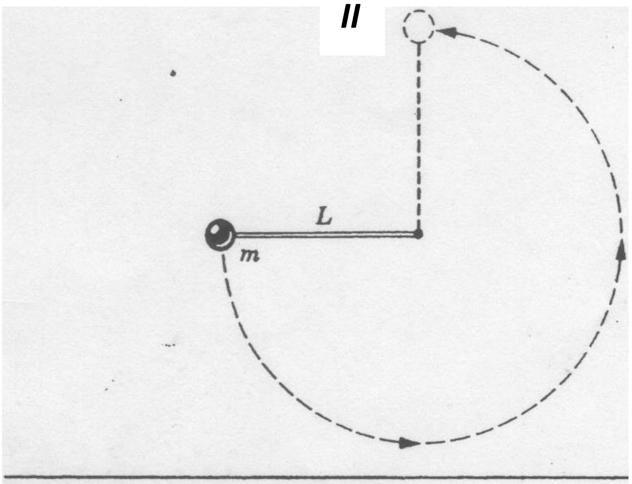


Figura 24 Problemas 8 y 38.

I. Vo=? ho= L

II Vf= 0m/s hf= 2L

I

$$\frac{m\,Vo^2}{2} + mgho = \frac{m\,Vf^2}{2} + mghf$$ ***Se sustituyen los datos conocidos***

$$\frac{\cancel{m}\,Vo^2}{2} + \cancel{m}gL = \cancel{m}g2L$$ ***Se cancelan las masas y Vf por que vale cero***

$$\frac{Vo^2}{2} + gL = 2gL$$

$$\frac{Vo^2}{2} = 2gL - gL$$ ***Pasamos términos para dejar en función de Vo***

$$\frac{Vo^2}{2} = gL$$

$$Vo^2 = 2gL$$ ***El 2 pasa multiplicando a gL***

$$Vo = \sqrt{2gL}$$ ***El cuadrado pasa como raíz para despejar Vo***

Ejercicio 5 ***Problema 13 del Resnick***

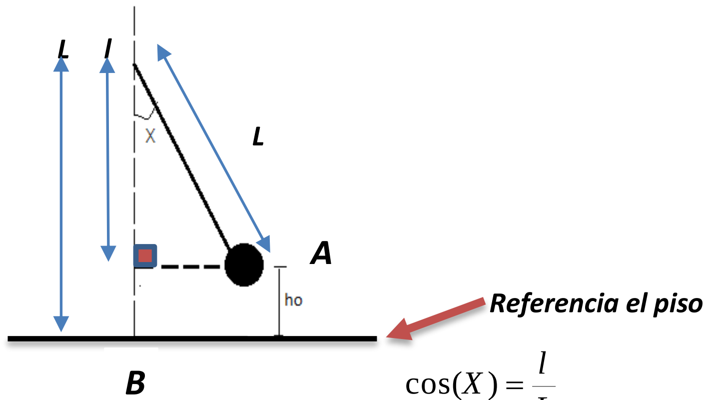
Una varilla delgada de longitud L=2.13 m y de masa despreciable, esta pivoteada en un extremo de modo que pueda girar en círculo vertical. La varilla presenta un ángulo de X= 35° y desde el punto A se suelta la misma, ¿A qué velocidad se mueve la bola de plomo que está en el extremo de la varilla en su punto más bajo?

L= 2.13m

X=35°

V_A= 0m/s

h_B = 0m



$$K_0 + U_0 = K_F + U_F$$
$$(K_A + U_A) = (K_B + U_B)$$
$$Con..respecto..a..referencia$$
$$\frac{m(V_A)^2}{2} + mgh_A = \frac{m(V_B)^2}{2} + mgh_B$$
$$mgh_A = \frac{m(V_B^2)}{2}$$
$$V_B^2 = 2gh_A$$
$$V_B = \sqrt{2(9.81m/s^2)(0.3852m)}$$
$$V_B = 2.75m/s$$

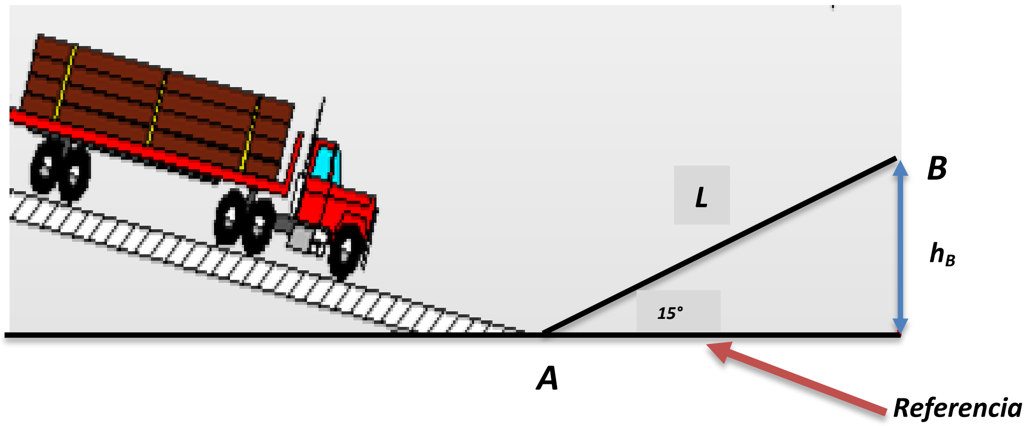
$$\cos(X) = \frac{l}{L}$$
$$l = L\cos(X)$$
$$l = (2.13m)\cos(35°)$$
$$l = 1.744m$$

$$L = l + h_o$$
$$h_o = L - l$$
$$h_o = 2.13m - 1.744m$$
$$h_o = h_A = 0.3852m$$

$$\boxed{Vf = 2.75\ {}^{m}/_{s}}$$

Ejercicio 6 ***Problema 11 del Resnick***

Un camión que ha perdido los frenos desciende por una pendiente a 117 ft/s. Por fortuna existe una rampa de escape de emergencia al pie de la colina. La inclinación de la rampa es de 15°; véase la figura. ¿Cuál debe ser la longitud mínima "L" para que el camión llegue al reposo?



$$K_0 + U_0 = K_F + U_F$$

$$(K_A + U_A) = (K_B + U_B)$$

$$Con..respecto..a..la..referencia$$

$$\frac{m(V_A)^2}{2} + mgh_A = \frac{m(V_B)^2}{2} + mgh_B$$

$$\frac{m(V_A)^2}{2} = mgh_B$$

$$h_B = \frac{(V_A)^2}{2g}$$

$$h_B = \frac{(117\ ft/s)^2}{2(32.2\ ft/s^2)}$$

$$h_B = 212.562\ ft$$

$$sen(\theta) = \frac{CO}{H}$$

$$sen(15°) = \frac{h_B}{L}$$

$$L = \frac{h_B}{sen(15°)}$$

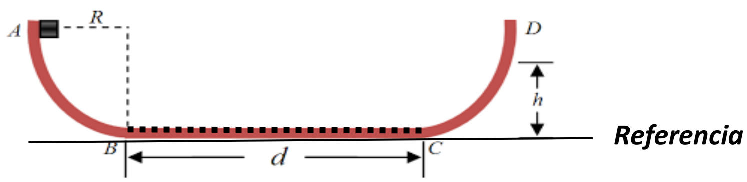
$$L = \frac{212.562\ ft}{sen(15°)}$$

$$L = 821.27\ ft$$

Ejercicio 7 ***Problema 7.47 del Sears***

Un trozo de madera de 2 kg de masa resbala sobre la superficie que se muestra en la figura. Los lados curvos son perfectamente lisos, pero el fondo horizontal tiene una longitud d=30m y es áspero, con coeficiente de fricción cinético de 0.2 con la madera. El trozo de madera parte del reposo en el punto A.

a) ¿Cuál es la velocidad del bloque en el punto B?
b) ¿Dónde se detendrá finalmente el objeto?



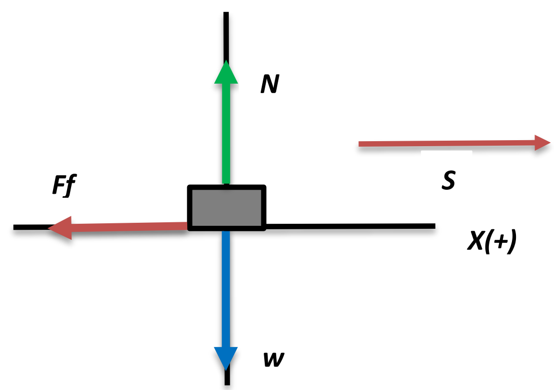
Solución a)

Se realiza un balance de energía entre el punto A y B

$$K_0 + U_0 = K_F + U_F$$
$$(K_A + U_A) = (K_B + U_B)$$
$$\frac{m(V_A)^2}{2} + mgh_A = \frac{m(V_B)^2}{2} + mgh_B$$
$$mgh_A = \frac{m(V_B)^2}{2}$$
$$\frac{(V_B)^2}{2} = gh_A \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow V_B = \sqrt{2gh_A}$$
$$V_B = \sqrt{2(9.81m/s^2)(4m)}$$
$$V_B = 8.85m/s$$

Solución b)

Realizando diagrama de cuerpo libre para el bloque en “d”



La única fuerza horizontal que existe y actúa en el bloque y genera trabajo (W), es la fuerza de fricción, de tal forma que arranca con una velocidad V_B=8.85m/s y frena en algún punto del tramo recto “d” con V_f=0m/s.

Del Teorema trabajo energía, tenemos que:

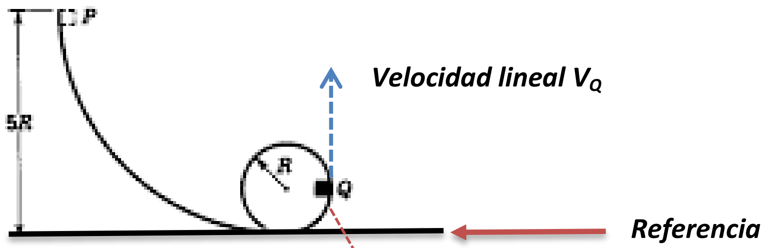
$$b)$$
$$W_{neto} = \left|\vec{F}\right|\left|\vec{S}\right|\cos\theta = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_o^2}{2}$$
$$|\mu N||S|\cos\theta = 0 - \frac{mV_0^2}{2} \ldots\ldots\ldots |\mu mg||S|\cos\theta = -\frac{mV_0^2}{2}$$
$$|\mu mg||S|\cos 180° = -\frac{mV_0^2}{2} \ldots.Despejando..S\ldots\ldots\ldots S = -\frac{mV_0^2}{2\mu mg\cos 180°}..cancelando..m$$
$$S = -\frac{V_o^2}{2\mu g\cos 180°} = -\frac{(8.85m/s)^2}{2(0.2)(9.81m/s^2)(-1)} \ldots\ldots S = 19.95m. \approx 20m$$

Frena al recorrer 20m sobre el tramo recto "d"

Ejercicio 8 ***Problema 27 Resnick***

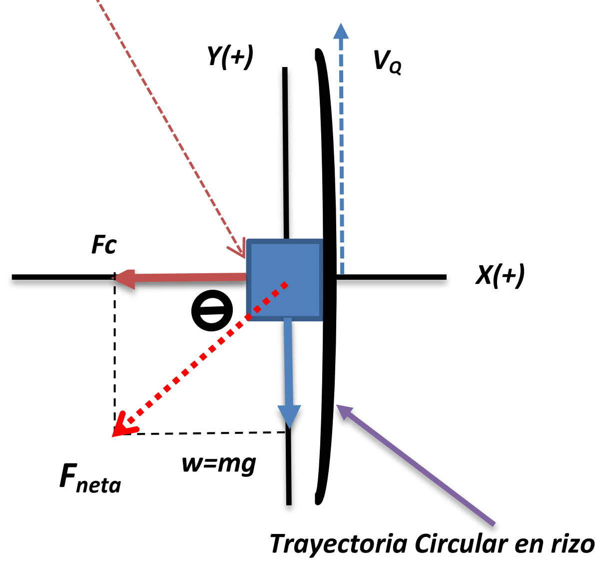
Un bloque de masa m se desliza sin fricción a lo largo de la pista en rizo como se muestra en la figura. El bloque se suelta desde el reposo en el punto "P".

- ***a)*** ***Encontrar una expresión matemática que permita calcular la velocidad del bloque en el punto "Q"***
- ***b)*** ***¿Cuál es la fuerza neta que actúa sobre el bloque en el punto "Q"?***



a) ***Balance de energía entre P y Q***

b) Diagrama de cuerpo libre para m en Q



$$K_0 + U_0 = K_F + U_F$$
$$(K_P + U_P) = (K_Q + U_Q)$$
$$\frac{m(V_P)^2}{2} + mgh_P = \frac{m(V_Q)^2}{2} + mgh_Q$$
$$mgh_P = \frac{m(V_Q)^2}{2} + mgh_Q$$
$$mg(5R) = \frac{m(V_Q)^2}{2} + mg(R)$$
$$5gR = \frac{(V_Q)^2}{2} + gR \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow 4gR = \frac{(V_Q)^2}{2}$$
$$V_Q = \sqrt{8gR}$$

b) ***Suma de Fuerzas (Peso más Fuerza Centrípeta)***

$$F_{Neta} = w + F_{Centripeta} \ldots Vectorialmente$$
$$F_{Centripeta} = m\frac{V^2}{R} = \frac{m\left(\sqrt{8gR}\right)^2}{R} = \frac{8mgR}{R} = 8mg$$
$$F_{Centripeta} = 8mg = F_X$$
$$w = peso = mg = F_Y$$

$$F_{Neta} = \sqrt{(F_X)^2 + (F_Y)^2}$$
$$F_{Neta} = \sqrt{(8mg)^2 + (mg)^2}$$
$$F_{Neta} = \sqrt{65m^2g^2} \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow F_{Neta} = 8.06225mg$$

Dirección

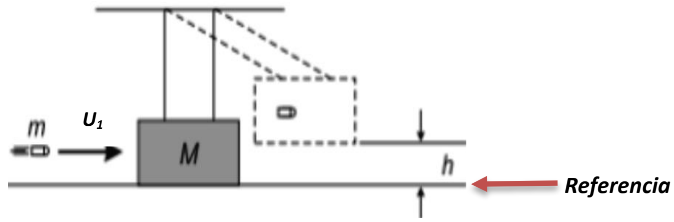
$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{F_Y}{F_X}\right)$$
$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{mg}{8mg}\right)$$
$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)$$
$$\theta = 7.125°$$

Ejercicio 9 ***9.6 Tippens Péndulo Balístico (Colisiones y Conservación de energía)***

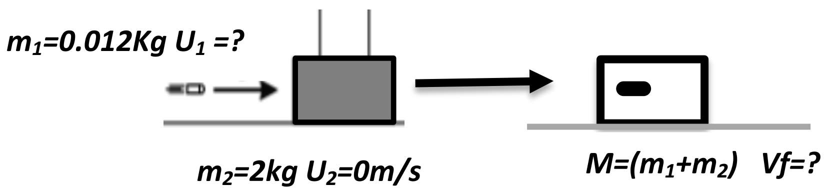
Una bala de 12 g se dispara contra un bloque de madera de 2 kg de masa que cuelga de un hilo a nivel de piso como se muestra en la figura. El impacto de la bala hace que el bloque oscile hasta una altura de 10 cm sobre su nivel original. Calcular:

a) La velocidad con que la bala va a golpear el bloque

b) La velocidad de la bala y el bloque, cuando la primera se acaba de incrustar en el bloque.



Consideramos que el choque es de tipo inelástico, debido a que la bala queda incrustada en el bloque, por lo tanto partiendo de la ley de la conservación de la cantidad de movimiento



$$m_1U_1 + m_2U_2 = m_1V_1 + m_2V_2$$

$$m_1U_1 + m_2U_2 = V_f\left(m_1 + m_2\right)$$

$$m_1U_1 + m_2U_2 = V_f\left(M\right)..Despejando..V_f$$

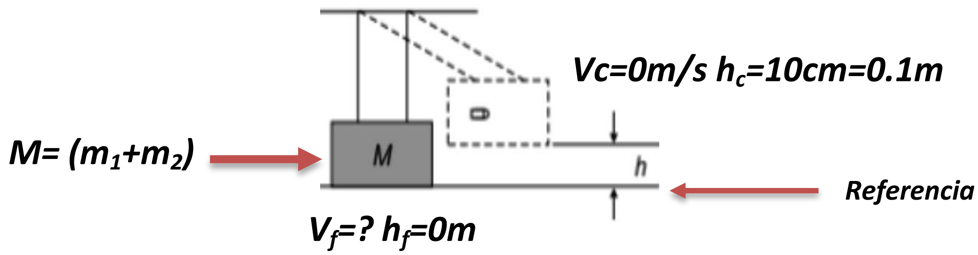
$$V_f = \frac{m_1U_1 + m_2U_2}{M}$$

$$V_f = \frac{m_1}{M}U_1$$

$$V_f = \frac{\left(0.012\,Kg\right)U_1}{(2 + 0.012)Kg}$$

$$V_f = \frac{\left(0.012\right)}{\left(2.012\right)}U_1 - - - 1$$

Desde el punto de vista de conservación de la energía



$$K_0 + U_0 = K_F + U_F$$

$$\frac{M(V_f)^2}{2} + Mgh_f = \frac{M(V_C)^2}{2} + Mgh_C$$

$$\frac{M(V_f^2)}{2} = Mgh_c$$

$$\frac{(V_f)^2}{2} = gh_c$$

$$V_f^2 = 2gh_C$$

$$V_f = \sqrt{2(9.81m/s^2)(0.1m)}$$

$$V_f = 1.4m/s$$

Sustituyendo en 1 y despejando U_1

$$V_f = \frac{(0.012kg)}{(2.012kg)}U_1 ---1$$

$$U_1 = \frac{(2.012kg)}{(0.012kg)}V_f$$

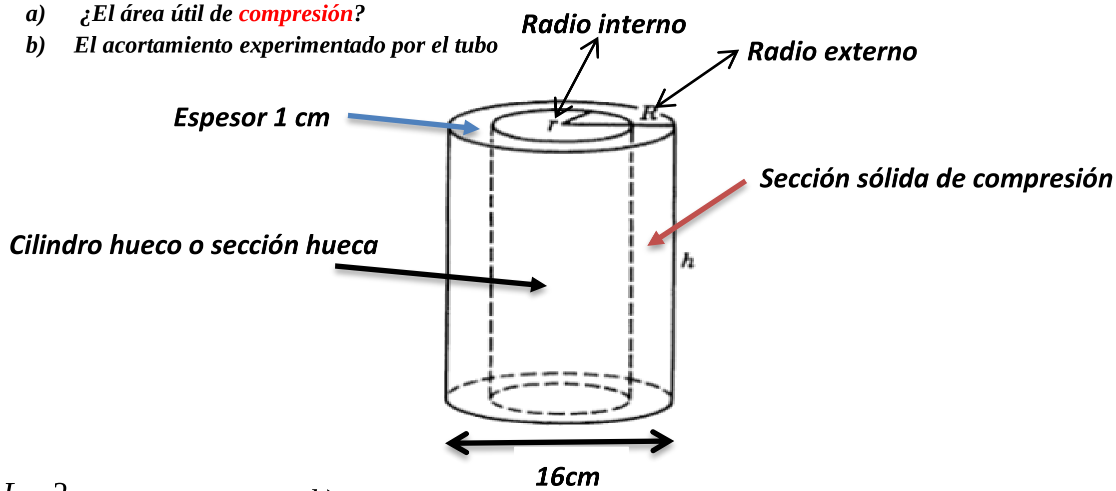
$$U_1 = \frac{(2.012kg)}{(0.012kg)}(1.4m/s)$$

$$U_1 = 234.85m/s \approx 235m/s$$

Ejercicio 12 ***Problema Libro Burbano pp. 417 (Elasticidad)***

Sobre un tubo vertical de acero, de 20m de largo y 16 cm de diámetro exterior y 1cm de espesor, se pone un bloque de granito de 14000kg de masa. Determinar: $Y_{Acero} = 20x10^{10} N/m^2$

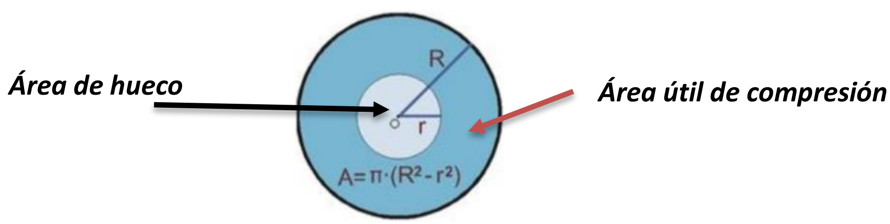
- ***a) ¿El área útil de compresión?***
- ***b) El acortamiento experimentado por el tubo***



$$\Delta L = ?$$
$$L_o = h = 20m$$
$$m = (40000\,kg)$$
$$\theta = 16cm$$
$$R = 8cm$$
$$Espesor = 1cm$$
$$r = 8cm - 1cm = 7cm$$

$$b)$$
$$Y = \frac{FL_0}{A\Delta l}$$
$$Y = \frac{wL_0}{A_{Útil}\Delta l}$$
$$\Delta l = \frac{mg(l_o)}{YA_{Util}} ---1$$

Análisis para área útil, partiendo de fórmula de corona circular



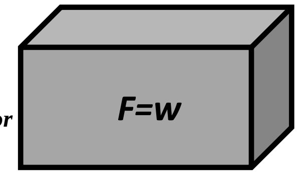
$$a)$$
$$Corona = A_{Útil} = \pi(R^2 - r^2)$$
$$A_{Útil} = \pi\left[(0.08m)^2 - (0.07m)^2\right]$$
$$Aútil = 4.7124x10^{-3}m^2$$
$$A_{Útil} = 4.7124x10^{-3}m^2$$

$$Y = \frac{FL_0}{A\Delta l}$$
$$\Delta l = \frac{mg(l_o)}{YA_{Util}} ---1$$
$$\Delta l = \frac{(14000\,kg)(9.81m/s^2)(20m)}{(20x10^{10}N/m^2)(4.7124x10^{-3}m^2)}$$
$$\Delta l = 2.9144x10^{-3}m = 2.914mm$$

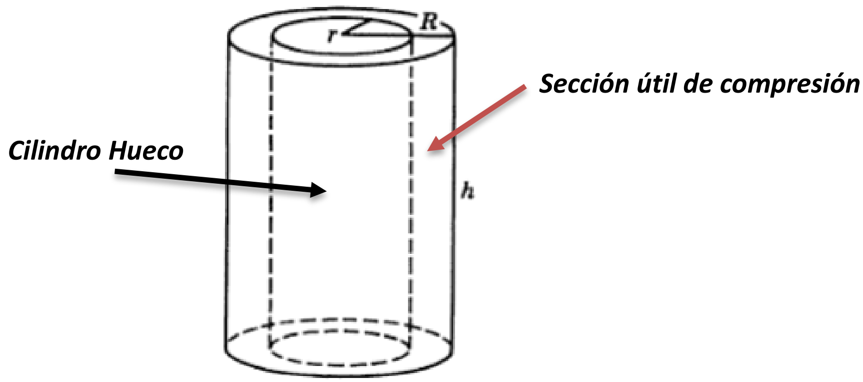
Ejercicio 12 ***Problema Serie SCHAWM (Elasticidad)***

Un tubo cilíndrico de aluminio con 10 m de longitud, se comprime 0.05cm por la acción de una fuerza de compresión de $80x10^3$ Kg. Si el radio menor del tubo corresponde a ¾ partes del radio exterior, Calcular:

$$Y_{Aluminio} = 6.89x10^{10}\, N/m^2$$



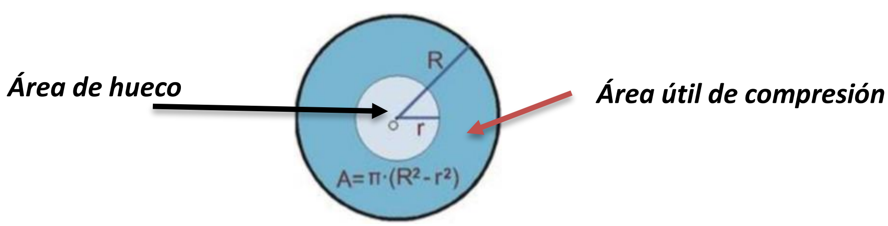
c) ¿El Área útil de compresión?
d) El valor del Radio mayor o Exterior
e) El valor del radio interior



$$\Delta L = 0.08cm = 8x10^{-4}\, m$$
$$L_o = 10m$$
$$F = mg = (80x10^3 kg)(9.81 m/s^2)$$
$$F = 7.84x10^5\, N$$

$$Y = \frac{FL_0}{A\Delta l} \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow A = \frac{FL_0}{Y\Delta l}$$
$$A = \frac{(7.84x10^5\, N)(10m)}{(6.89x10^{10}\, N/m^2)(5x10^{-4}\, m)}$$
$$A = 0.2275 m^2$$

Análisis para corona circular



$$Corona = A = \pi(R^2 - r^2)$$
$$Como....r = (3/4)R$$
$$A = \pi\left(R^2 - \left(\frac{3}{4}R\right)^2\right)$$

$$A = \pi\left(R^2 - \left(\frac{3}{4}R\right)^2\right)$$
$$A = \pi\left(R^2 - \frac{9}{16}R^2\right)$$
$$A = \pi\left(\frac{7}{16}R^2\right)$$

$$A = \pi\left(\frac{7}{16}R^2\right)$$
$$0.2275m^2 = 1{,}3744 R^2$$
$$R = \sqrt{0.2275m^2/(1.3744)}$$
$$R = 0.4068m$$

Cálculo del radio menor, tenemos que:

$$Como....r = (3/4)R$$

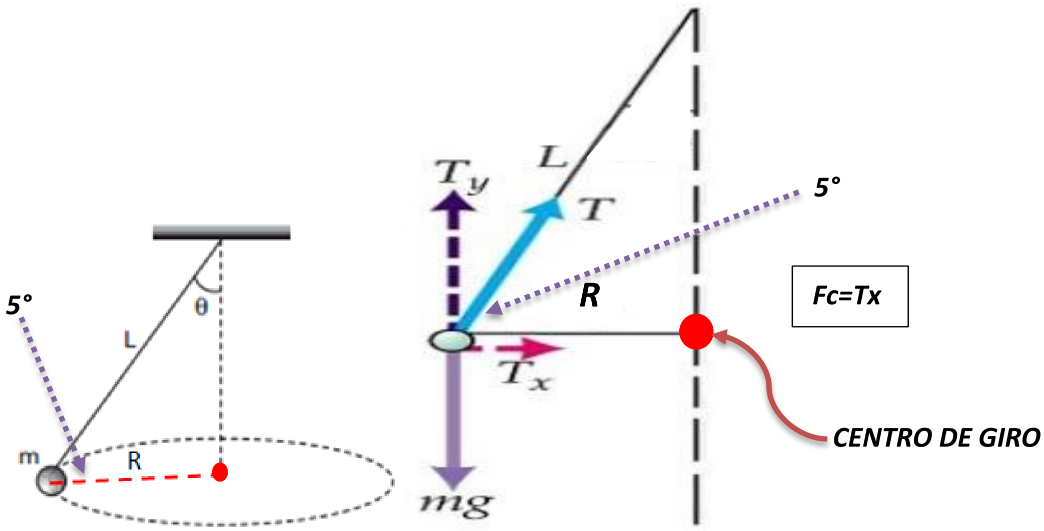
$$r = \frac{3}{4}(0.4068m)$$

$$r = 0.3051m$$

Ejercicio 9 ***Problema 12-50 tipler pp 419 (Elasticidad)***

Una pelota de 0.5 kg de masa se sujeta a un alambre de aluminio de 1.6 mm de diámetro y 0.7m de longitud inicial. El otro extremo del alambre está fijo a un poste. La pelota gira alrededor del poste en un plano horizontal con una velocidad de rotación tal que el ángulo que forman el alambre y la horizontal es de 5°. Determinar:

- ***a) Tensión del alambre***
- ***b) El incremento de longitud.***
- ***c) La velocidad Tangencial***



$$Y = \frac{FL_0}{A\Delta l}$$

$$F = \frac{YA(\Delta l)}{L_0}$$

$$\Delta l = \frac{L_0}{YA}F \; ---1$$

$$F_c = m(a_c)$$

$$F_c = m\frac{V^2}{R}$$

$$T\cos\alpha = m\frac{V^2}{R}$$

$$T\cos(5°) = m\frac{V^2}{R} \; ---2$$

$$\Sigma F_y = m(a_y)$$

$$Tsen(5°) + wsen(270°) = m(a_y)$$

$$Tsen(5°) - mg = m(0)$$

$$T = \frac{mg}{sen(5°)} = \frac{(0.5kg)(9.81m/s^2)}{sen5°}$$

$$T = 56.278N = F$$

Sustituyendo en 1

$$\Delta l = \frac{L_0}{YA}F \; ---1$$

$$\Delta l = \frac{L_0 F}{Y\pi(r)^2}$$

$$\Delta l = \frac{(0.7m)(56.278N)}{(6.89x10^{10}N/m^2)\pi(8x10^{-4}m)^2}$$

$$\Delta l = 8.9339x10^{-4}m = 0.8933mm \approx 1mm$$

C) Velocidad tangencial

$$T\cos(5°) = m\frac{V^2}{R} \; ---2$$

$$Cos(5°) = \frac{R}{L} \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow R = L\cos(5°)$$

$$V^2 = \frac{RT\cos(5°)}{m} = \frac{LT\cos^2(5°)}{m}$$

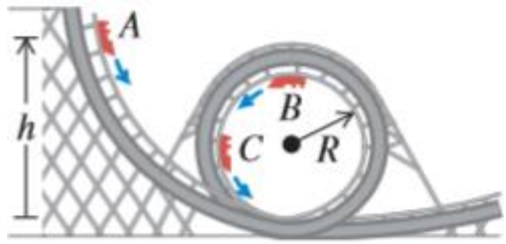
$$V^2 = \frac{(0.7m)(56.278N)[\cos(5°)]^2}{0.5kg}$$

$$V = 8.8425m/s$$

Ejercicio 9 ***Problema 7.46 del Sears***

Un carrito de un juego de un parque de diversiones rueda sin fricción por la vía de la figura, partiendo del reposo del punto A a una altura "h" sobre la base del rizo.

- ***d)*** ***¿Qué valor mínimo debe tener "h" en términos de "R" para que el carrito no caiga en el punto B?***
- ***e)*** ***Si h=3.5m y R=20 m calcule la velocidad tangencial del carrito en el punto C.***



Solución a) En el punto B se debe considerar que la velocidad es la mínima, por lo tanto tenemos que $V_{mín.} \approx 0m/s$

$$K_0 + U_0 = K_F + U_F$$

$$(K_A + U_A) = (K_B + U_B)$$

$$\frac{m(V_A)^2}{2} + mgh_A = \frac{m(V_B)^2}{2} + mgh_B$$

$$mgh_A = \frac{m(V_B)^2}{2}$$

$$\frac{(V_B)^2}{2} = gh_A \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow V_B = \sqrt{2gh_A}$$

$$V_B = \sqrt{2(9.81m/s^2)(4m)}$$

$$V_B = 8.85m/s$$