Producto escalar

***Ejercicio 1** Sears semansky 1.52*

Obtenga el ángulo entre estos dos 2 vectores

$$\vec{A}=-2i+6j, \vec{B}=2i-3j$$

Cálculo..de..magnitudes

$$\left|\vec{A}\right|=\sqrt{(-2)^2+(6)^2+(0)^2}, \left|\vec{B}\right|=\sqrt{(2)^2+(-3)^2+(0)^2}$$

$$\left|\vec{A}\right|=\sqrt{40}$$

$$\left|\vec{B}\right|=\sqrt{13}$$

Ángulo

$$\theta=\cos^{-1}\left[\frac{AxBx+AyBy+AzBz}{|A||B|}\right]$$

$$\theta=\cos^{-1}\left[\frac{(-2)(2)+(6)(-3)+(0)(0)}{\sqrt{40}\sqrt{13}}\right]$$

$$\theta=\cos^{-1}[-0.9647]$$

$$\theta=164.74°$$

Obtenga el ángulo entre estos dos 2 vectores

$$\vec{A}=-4i+2j, \vec{B}=7i+14j$$

Cálculo.de.magnitudes

$$\left|\vec{A}\right|=\sqrt{(-4)^2+(2)^2+(0)^2}, \left|\vec{B}\right|=\sqrt{(7)^2+(14)^2+(0)^2}$$

$$\left|\vec{A}\right|=\sqrt{20}$$

$$\left|\vec{B}\right|=\sqrt{245}$$

Ángulo

$$\theta=\cos^{-1}\left[\frac{AxBx+AyBy+AzBz}{|A||B|}\right]$$

$$\theta=\cos^{-1}\left[\frac{(-4)(7)+(2)(14)}{\sqrt{20}\sqrt{245}}\right]$$

$$\theta=\cos^{-1}[0]$$

$$\theta=90°$$

Ejercicio 2

Dados los vectores $\vec{a} = 2i - j + 2k, \vec{b} = 5i - j + 2k, \vec{c} = -2j + 4j + k$ *realizar las siguientes operaciones:*

a) El vector $\left(\vec{a} \bullet \vec{c}\right)\vec{b} - \left(\vec{a} \bullet \vec{b}\right)\vec{c}$

b) El ángulo existente entre $\vec{a}$ *y* $\vec{b}$

Considerar que el producto punto, da como resultado una escalar ó un número ó una constante y que al ser multiplicado por un vector, da como resultado un vector, es decir:

$$\left(\vec{a} \bullet \vec{c}\right)\vec{b} - \left(\vec{a} \bullet \vec{b}\right)\vec{c}$$

Escalar *Escalar*

Vectorial completo el producto

$\mathrm{Pr}oducto.punto$

$$\vec{a} \bullet \vec{c} = a_x c_x + a_y c_y + a_z c_z$$
$$a \bullet c = (2)(-2) + (-1)(+4) + (2)(1)$$
$$a \bullet c = -6$$
$$(a \bullet c)\vec{b} = -6(5i - j + 2k)$$
$$(a \bullet c)\vec{b} = -30i + 6j - 12k$$

$\mathrm{Pr}oducto.punto$

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$
$$a \bullet b = (2)(5) + (-1)(-1) + (2)(2)$$
$$a \bullet b = 15$$
$$(a \bullet b)\vec{c} = 15(-2i + 4j + k)$$
$$(a \bullet b)\vec{c} = -30i + 60j + 15k$$

Finalmente la resta de vectores da como resultado un vector

$$(a \bullet c)\vec{b} - (a \bullet c)\vec{c} = (-30i + 6j - 12k) - (-30i + 60j + 15k)$$

$$(a \bullet c)\vec{b} - (a \bullet b)\vec{c} = (0i - 54j - 27k)$$

b) Obtenga el ángulo entre estos dos 2 vectores a y b

$$\vec{a} = 2i - j + 2k, \vec{b} = 5i - j + 2k$$

$$Cálculo.de.magnitudes$$

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{(2)^2 + (-1)^2 + (2)^2}$$

$$\left|\vec{b}\right| = \sqrt{(5)^2 + (-1)^2 + (2)^2}$$

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{9}$$

$$\left|\vec{b}\right| = \sqrt{30}$$

$$Ángulo$$

$$\theta = \cos^{-1}\left[\frac{axbx + ayby + azbz}{|A||B|}\right]$$

$$\theta = \cos^{-1}\left[\frac{(2)(5) + (-1)(-1) + (2)(2)}{\sqrt{9}\sqrt{30}}\right]$$

$$\theta = \cos^{-1}\left[\frac{15}{\sqrt{9}\sqrt{30}}\right]$$

$$\theta = 24.09°$$

Ejercicio 3 1.91 Sears semansky

Le dan los siguientes vectores A=5i-6.5j y B=-3.5i+7j. Un tercer vector C esta en el plano xy y es perpendicular al vector A. El producto punto o escalar de C con B tiene un valor de 15 .

Con esta información obtener las components del vector C

Vector A y C; son perpendiculares por lo tanto el Ángulo entre ellos es de 90° y por ende su producto punto es de cero, es decir:

$$\Pr oducto.punto..A..y..C$$

$$A \bullet C = |A||C|\cos\theta$$

$$\theta = 90°$$

$$A \bullet C = |A||B|\cos(90°)$$

$$A \bullet C = 0 - - - - - 1$$

$$A \bullet \vec{C} = A_x C_x + A_y C_y + a_z c_z$$

$$A \bullet C = (5)(C_x) + (-6.5)(C_y) + (0)(0)$$

$$A \bullet C = 5C_x - 6.5C_y - - - - - - 2$$

$$igualando 1.con.2$$

$$5C_x - 6.5C_y = 0 - - - - - I$$

$$\Pr oducto.punto..B..y..C$$

$$B \bullet C = 15 - - - - - - 1$$

$$B \bullet \vec{C} = B_x C_x + B_y C_y + B_z C_z$$

$$B \bullet C = (-3.5)(C_x) + (7)(C_y) + (0)(0)$$

$$A \bullet C = -3.5C_x + 7C_y - - - - - - 2$$

$$igualando 1.con.2$$

$$-3.5C_x + 7C_y = 15 - - - - - II$$

Resolviendo I con II para obtener componentes de C

$$5C_x - 6.5C_y = 0 - - - - - I$$
$$-3.5C_x + 7C_y = 15 - - - II$$

$$Cx = 7.95 \approx 8..y..Cy = 6.12$$

$$C = 8i + 6.12j + 0k$$

$$C = 8i + 6.12j...esta..en..plano.xy$$

Ejercicio 4

Dados los vectores $\vec{a} = 6i - 3j, \vec{b} = 4i + 3j, \vec{c} = -3i + 2j + 8k$ *realizar las siguientes operaciones:*

a) El vector $\left(\vec{a} \bullet \vec{c}\right)\vec{b} - \left(\vec{a} \bullet \vec{b}\right)\vec{c}$

b) El ángulo existente entre $\vec{a}$ *y* $\vec{b}$

Respuesta

- *a) -51i-102j-120k*
- *b) 63.43°*
  - *a) Considerar que el producto punto, da como resultado una escalar ó un número ó una constante y que al ser multiplicado por un vector, da como resultado un vector, es decir:*

$$\left(\vec{a} \bullet \vec{c}\right)\vec{b} - \left(\vec{a} \bullet \vec{b}\right)\vec{c}$$

Escalar *Escalar*

Vectorial completo el producto

$$\text{Producto punto}$$

$$\vec{a} \bullet \vec{c} = a_x c_x + a_y c_y + a_z c_z$$

$$a \bullet c = (6)(-3) + (-3)(2) + (0)(8)$$

$$a \bullet c = -24$$

$$(a \bullet c)\vec{b} = -24(4i + 3j + 0k)$$

$$(a \bullet c)\vec{b} = -96i - 72j + 0k$$

$$\text{Producto punto}$$

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$a \bullet b = (6)(4) + (-3)(3) + (0)(0)$$

$$a \bullet b = 15$$

$$(a \bullet b)\vec{c} = 15(-3i + 2j + 8k)$$

$$(a \bullet b)\vec{c} = -45i + 30j + 120k$$

Finalmente la resta de vectores da como resultado un vector

$$(a \bullet c)\vec{b} - (a \bullet c)\vec{c} = (-96i - 72j + 0k) - (-45i + 30j + 120k)$$

$$(a \bullet c)\vec{b} - (a \bullet b)\vec{c} = (-51i - 102j - 120k)$$

Obtenga el ángulo entre estos dos 2 vectores a y b

$\vec{a} = 6i - 3j, \vec{b} = 4i + 3j$

Cálculo.de.magnitudes

$\left|\vec{A}\right| = \sqrt{(6)^2 + (-3)^2 + (0)^2},$

$\left|\vec{B}\right| = \sqrt{(4)^2 + (3)^2 + (0)^2}$

$\left|\vec{A}\right| = \sqrt{45}$

$\left|\vec{B}\right| = \sqrt{25}$

Ángulo

$$\theta = \cos^{-1}\left[\frac{axbx + ayby + azbz}{|A||B|}\right]$$

$$\theta = \cos^{-1}\left[\frac{(6)(4) + (-3)(3) + (0)(0)}{\sqrt{25}\sqrt{45}}\right]$$

$$\theta = \cos^{-1}\left[\frac{15}{\sqrt{1125}}\right]$$

$$\theta = 63.43°$$

Ejercicio 5

Cuatro vectores estan dados por $\vec{a} = i - k, \vec{b} = i + 3j, \vec{c} = 2i - j + k, y.\vec{d} = -2j - k$ *Calcular:*

$$\left(\vec{a} \bullet \vec{b}\right)\left(\vec{c} \bullet \vec{d}\right)$$

Considerar que los dos productos son escalares y al final se multiplican dos escalares y por ende el resultado es una escalar final.

Respuesta 1

b) *La magnitud de la resultante* $\vec{R} = a + b + c + d$ *, así como la magnitud* $\left|\vec{R}\right|$ *.*

c) *Obtener el ángulo* α *(con respecto al eje x) para el vector resultante.*

Respuestas: b) $\vec{R} = 4i + 0j - k$ $\left|\vec{R}\right| = \sqrt{17}$ *c)* $\alpha = 14.036$