Ejercicios de Conservación de energía mecánica

Ejercicio 1. ***Problema 5 Resnick***

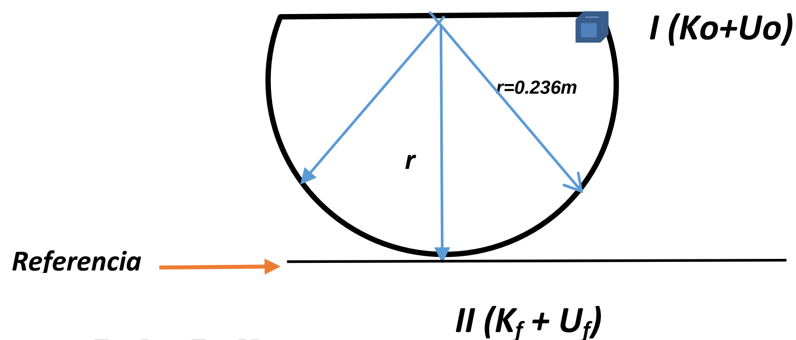
Un cubo de hielo muy pequeño se desprende desde el borde de una cubeta semiesférica sin fricción cuyo radio es de 23.6 cm. ¿A qué velocidad se mueve el cubo en el fondo de la cubeta?

ho=r =23.6cm=0.236m

v_o=0m/s

$h_{f=}$0m

v_f=?



$$EmI = EmII$$

$$\frac{mv_o^2}{2} + mgh_o = \frac{mv_f^2}{2} + mgh_f$$

$$\frac{mv_o^2}{2} = 0 \quad ; \quad mgh_f = 0$$

$$mgh_o = \frac{mv_f^2}{2}$$

$$gh_o = \frac{v_f^2}{2} \quad ; \quad h_o = r$$

$$v_f^2 = 2gh_o$$

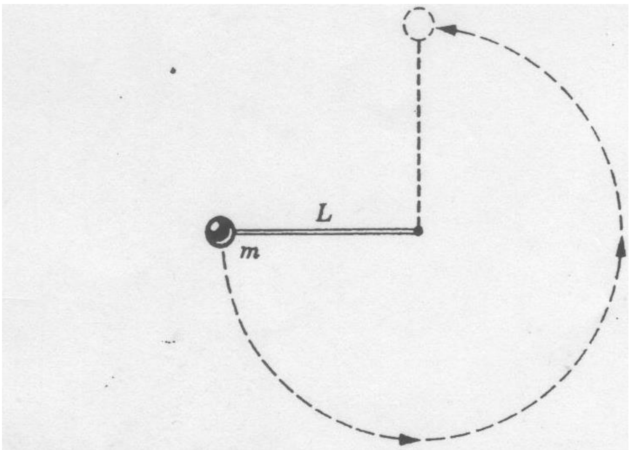
$$v_f = \sqrt{2gr}$$

$$v_f = \sqrt{2(9.81)(0.236)}$$

$$v_{f=}2.1518\,\frac{m}{s}$$

Ejercicio 2 ***Problema 8 Resnick***

Una bola de masa ¨m¨ está unida al extremo de una varilla muy ligera de longitud L. El otro extremo de la varilla está pivotado de modo que la bola pueda moverse en círculo vertical. La varilla se lleva a la posición horizontal como se muestra en la figura 24, y se empuja hacia abajo, de modo que la varilla oscile y alcance la posición vertical hacia arriba. ¿Qué velocidad inicial se le impartió a la bola?



II

I. Vo=? ho= L

II Vf= 0m/s hf= 2L

Ko

I

$$\frac{m\,Vo^2}{2} + mgho = \frac{m\,Vf^2}{2} + mghf$$ ***Se sustituyen los datos conocidos***

$$\frac{\cancel{m}\,Vo^2}{2} + \cancel{m}gL = \cancel{m}g2L$$ ***Se cancelan las masas y Vf por que vale cero***

$$\frac{Vo^2}{2} + gL = 2gL$$

$$\frac{Vo^2}{2} = 2gL - gL$$ ***Pasamos términos para dejar en función de Vo***

$$\frac{Vo^2}{2} = gL$$

$$Vo^2 = 2gL$$ ***El 2 pasa multiplicando a gL***

$$Vo = \sqrt{2gL}$$ ***El cuadrado pasa como raíz para despejar Vo***

Ejercicio 3 ***Problema 13 del Resnick***

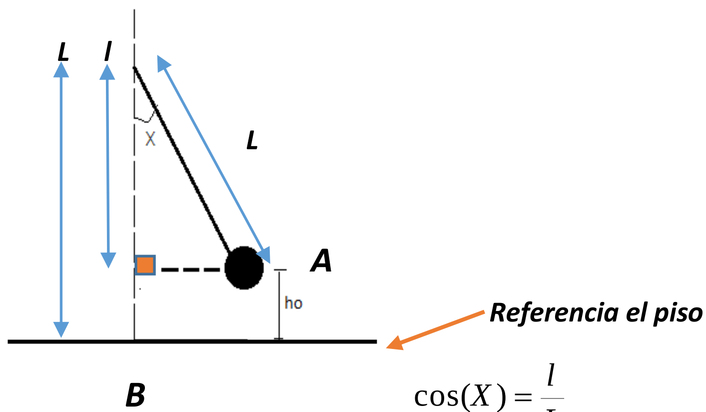
Una varilla delgada de longitud L=2.13 m y de masa despreciable, esta pivoteada en un extremo de modo que pueda girar en círculo vertical. La varilla presenta un ángulo de X= 35° y desde el punto A se suelta la misma, ¿A qué velocidad se mueve la bola de plomo que está en el extremo de la varilla en su punto más bajo?

L= 2.13m

X=35°

Vo= 0m/s

h_f = 0



$$K_0 + U_0 = K_F + U_F$$
$$(K_A + U_A) = (K_B + U_B)$$
$$Con..respecto..a..referencia$$
$$\frac{m(V_A)^2}{2} + mgh_A = \frac{m(V_B)^2}{2} + mgh_B$$
$$mgh_A = \frac{m(V_B^2)}{2}$$
$$V_B^2 = 2gh_A$$
$$V_B = \sqrt{2(9.81m/s^2)(0.3852m)}$$
$$V_B = 2.75m/s$$

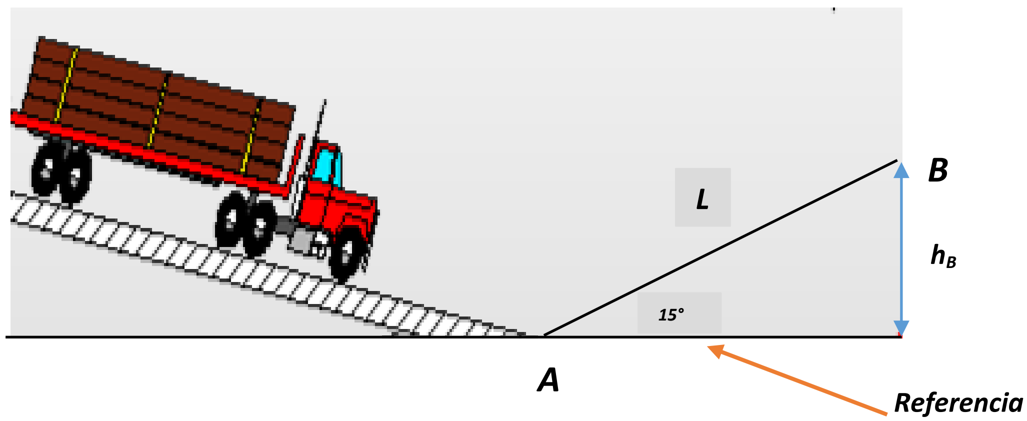
$$\cos(X) = \frac{l}{L}$$
$$l = L\cos(X)$$
$$l = (2.13m)\cos(35°)$$
$$l = 1.744m$$

$$L = l + h_o$$
$$h_o = L - l$$
$$h_o = 2.13m - 1.744m$$
$$h_o = h_A = 0.3852m$$

$$\boxed{\boldsymbol{Vf = 2.75\ {}^{m}/_{s}}}$$

Ejercicio 4 ***Problema 11 del Resnick***

Un camión que ha perdido los frenos desciende por una pendiente a 117 ft/s. Por fortuna existe una rampa de escape de emergencia al pie de la colina. La inclinación de la rampa es de 15°; véase la figura. ¿Cuál debe ser la longitud mínima "L" para que el camión llegue al reposo?



$$K_0 + U_0 = K_F + U_F$$

$$(K_A + U_A) = (K_B + U_B)$$

$$Con..respecto..a..la..referencia$$

$$\frac{m(V_A)^2}{2} + mgh_A = \frac{m(V_B)^2}{2} + mgh_B$$

$$\frac{m(V_A)^2}{2} = mgh_B$$

$$h_B = \frac{(V_A)^2}{2g}$$

$$h_B = \frac{(117\ ft/s)^2}{2(32.2\ ft/s^2)}$$

$$h_B = 212.562\ ft$$

$$sen(\theta) = \frac{CO}{H}$$

$$sen(15°) = \frac{h_B}{L}$$

$$L = \frac{h_B}{sen(15°)}$$

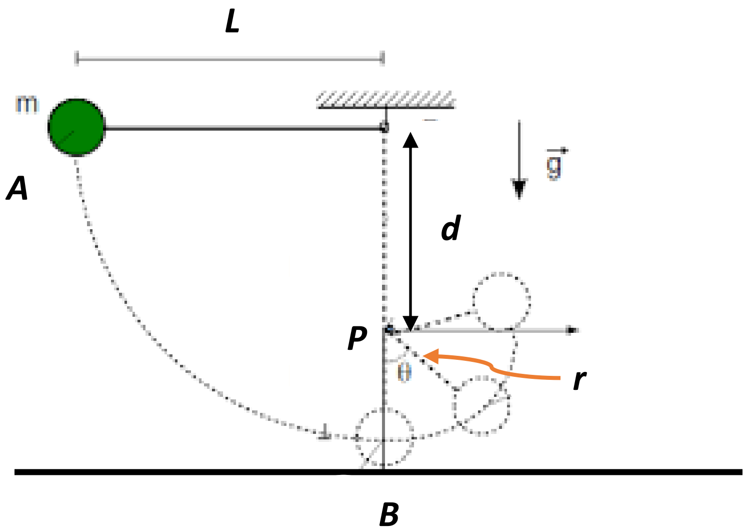
$$L = \frac{212.562\ ft}{sen(15°)}$$

$$L = 821.27\ ft$$

Ejercicio 5 Problema ***32 del Resnick***

El cordón tiene una longitud L = 120 cm, la distancia "d" a la clavija fija P es de 75 cm. Cuando la bola se suelta desde el reposo en la posición mostrada, oscilará recorriendo el arco punteado. ¿A qué velocidad irá…

a) Cuando llegue al punto más bajo de su oscilación (puntoB)
b) Cuando llegue al punto más alto de la nueva trayectoria, una vez que el cordón haya topado con la clavija?



a) Balance de Energía de A B

$$U_A + K_A = +K_B + U_B$$
$$mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$
$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$
$$2gh_A = v_B^2$$
$$v_B = \sqrt{2gh_A}$$
$$v_B = \sqrt{2\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(1.2m)}$$
$$v_B = 4.852m/s$$

b) Para la segunda trayectoria B a C

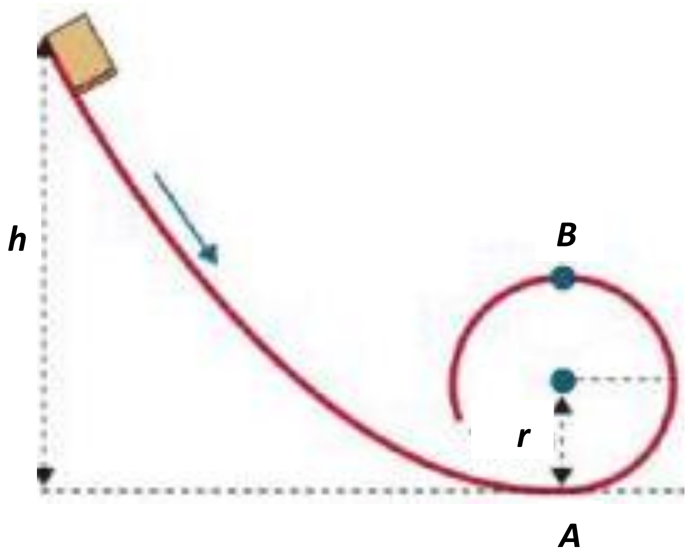
$$U_B + K_B = +K_C + U_C$$
$$mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2$$
$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2$$
$$\frac{1}{2}v_B^2 = gh_C + \frac{1}{2}v_C^2$$
$$v_C = \sqrt{v_B^2 - 2gh_C}$$
$$v_C = \sqrt{(4.85m/s)^2 - 2\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(2r)}$$
$$v_C = \sqrt{(4.85m/s)^2 - 2(9.81m/s^2)2(0.45m)}$$
$$v_C = 2.42m/s$$

Ejercicio 6 Ejemplo 46 Capitulo 3 Agustín Vázquez

Un trozo de madera de 2Kg se suelta desde el reposo desde una altura de h=0.6m, deslizándose sobre una pista sin fricción. Calcular:

a) La velocidad del bloque y la fuerza normal que experimento en el punto A
b) La velocidad del bloque y la fuerza normal que experimenta en el punto B

Considerar que el radio del rizo tiene un valor de r=0.1m



Solución punto A

Balance de Energía

$$U_0 + K_0 = +K_A + U_A$$

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv_A^2$$

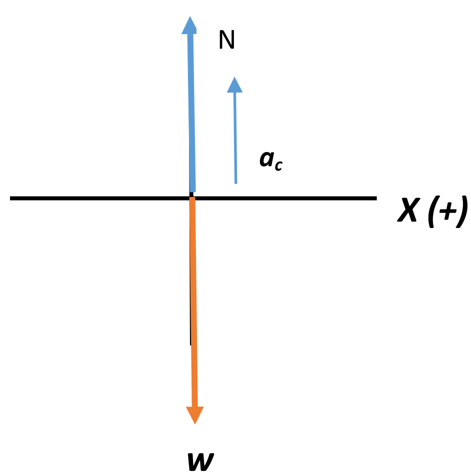
$$v_A^2 = 2gh_0$$

$$v_A = \sqrt{2gh_0}$$

$$v_A = \sqrt{2\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(0.6m)}$$

$$v_A = 3.43\frac{m}{s}$$

Diagrama de cuerpo libre en A



Cálculo de la Fuerza normal en punto A

$$F = ma$$

$$\Sigma F_y = (-)ma_y$$

$$N_B sen90° + wsen270° = m\frac{v_A^2}{r}$$

$$N_A - w = m\frac{v_A^2}{r}$$

$$N_A = m\frac{v_B^2}{r} + mg$$

$$N_A = (2kg)\left(\frac{(3.43m/s)^2}{0.1m}\right) + (2kg)\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)$$

$$N_A = 255N$$

Solución punto B

Balance de Energía

$$U_0 + K_0 = +K_B + U_B$$

$$mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$mgh_0 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

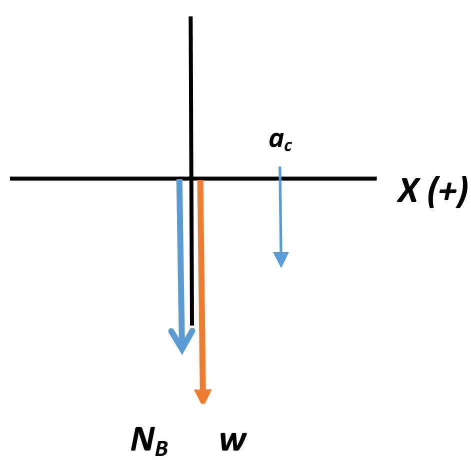
$$gh_0 = gh_B + \frac{1}{2}v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2g(h_0 - h_B)}$$

$$v_B = \sqrt{2\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(0.6m - 0.2m)}$$

$$v_B = 2.801m/s$$

Diagrama de cuerpo libre en B



Cálculo de la Fuerza normal en punto B

$$F = ma$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$\Sigma F_y = -ma_c$$

$$N_B sen270° + wsen270° = -m\frac{v_B^2}{r}$$

$$-N_B - mg = -m\frac{v_B^2}{r}$$

$$N_B + mg = m\frac{v_B^2}{r}$$

$$N_B = m\frac{v_B^2}{r} - mg$$

$$N_A = (2kg)\left(\frac{(2.801m/s)^2}{0.1m}\right) - (2kg)\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)$$

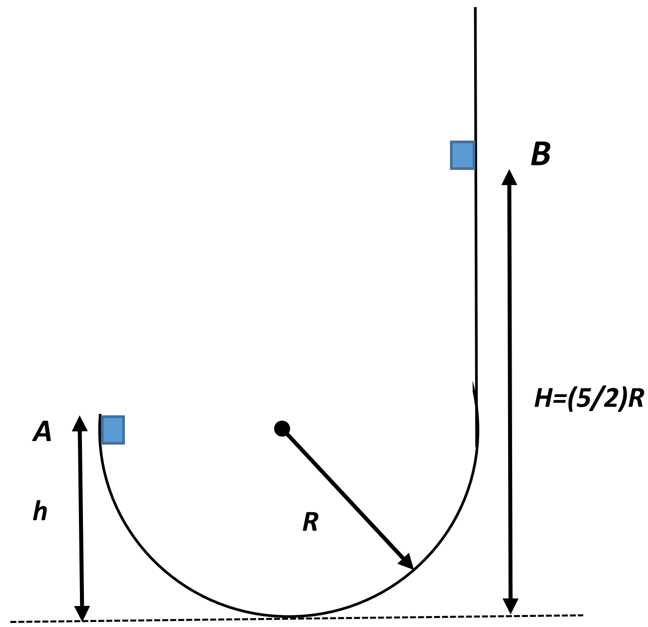
$$N_A = 137.3N$$

Ejercicio 7 Ejemplo 47 Academia de Física

Un cubo de hielo de masa "m" se suelta desde el reposo a la altura indicada en la figura, deslizándose libremente sobre la pista sin fricción. Calcular:

a) La velocidad del bloque en el punto B

b) Si consideramos que del punto A se lanza el bloque con una velocidad V_A y que llega a un punto en donde la velocidad de V_B corresponde a la mitad de V_A, determinar la altura final que cumpla dicha condición. ($V_A = 2V_B$)



A) Balance de energía de A a B

$$U_A + K_A = +K_B + U_B$$

$$mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$gh_A - gh_B = \frac{1}{2}v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2g(h_A - h_B)}$$

$$v_B = \sqrt{2g((5/2R) - R)}$$

$$v_B = \sqrt{2g(3/2)R}$$

$$v_B = \sqrt{3gR}$$

B) Balance de energía

$$U_A + K_A = +K_B + U_B$$

$$mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$V_A = 2V_B \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow V_B = \frac{1}{2}V_A$$

$$gh_A + \frac{1}{2}v_A^2 = gh_B + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}v_A\right)^2$$

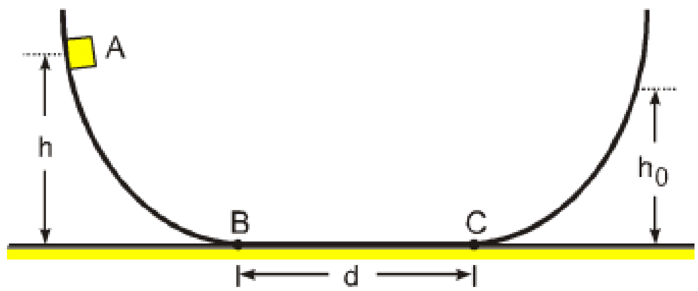
$$gh_B = gR + \frac{1}{2}v_A^2 - \frac{1}{8}v_A^2$$

$$h_B = \frac{1}{g}\left(gR + \frac{3}{8}v_A^2\right)$$

Ejercicio 8 Ejemplo 7.47 Sears

Un cubo de madera de 2kg resbala por la superficie que se muestra en la figura. Los costados son curvos y perfectamente lisos, pero el fondo horizontal tiene una longitud de d=30 m y es áspero. Con coeficiente de fricción cinético de 0.2 con la madera. El trozo de madera parte del reposo 4m por arriba del fondo áspero. Calcular:

a) La velocidad del cubo de madera en punto B
b) ¿Dónde se detendrá finalmente el cubo de madera?



a) Balance de energía de A a B

$$U_A + K_A = +K_B + U_B$$

$$mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$gh_A = \frac{1}{2}v_B^2$$

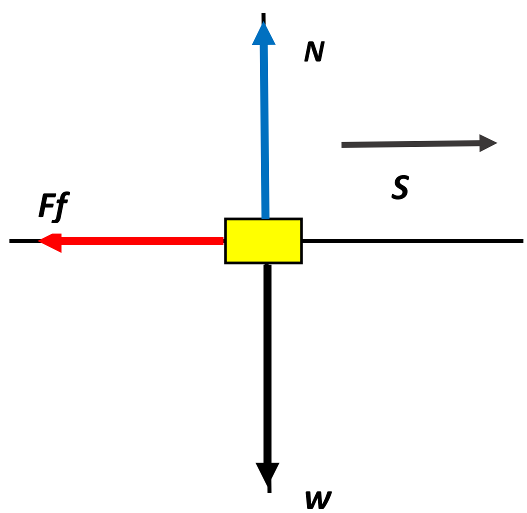
$$v_B^2 = 2gh_A$$

$$v_B = \sqrt{2gh_A}$$

$$v_B = \sqrt{2\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(4m)}$$

$$v_B = 8.85m/s$$

b) Diagrama de cuerpo libre en segmento "d"



Fuerzas que realizan trabajo

$$W_{Normal} = 0J$$
$$W_{Peso} = 0J$$
$$W_{Fricción} = |Ff||S|Cos180| = -(Ff)(S)$$

$$Wneto = W_N + W_w + W_{Ff}$$
$$Wneto = W_{Ff}$$
$$Wneto = -(Ff)(S)$$
$$Wneto = -\mu_K mgS ----1$$

Por Teorema trabajo energía

$$Wneto = K_f - K_o$$
$$Wneto = K_C - K_B$$
$$Wneto = \frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2$$
$$Wneto = -\frac{1}{2}mV_B^2 ----2$$

Igualando 1 con 2

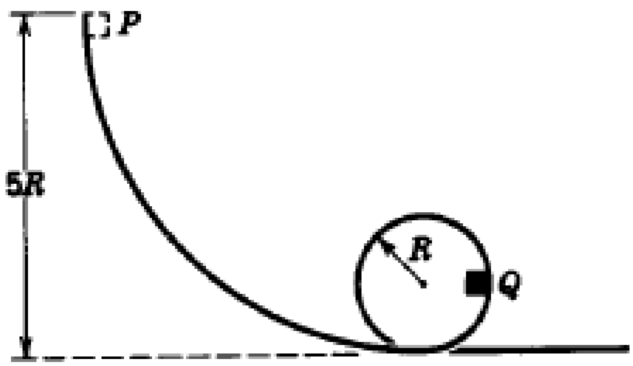
$$-\mu_K mgS = -\frac{1}{2}mV_B^2$$
$$\mu_K gS = \frac{1}{2}V_B^2$$
$$S = \frac{V_B^2}{2\mu_k g} = \frac{(8.85m/s)^2}{2(0.2)(9.81m/s^2)}$$
$$S = 19.95m \approx 20m$$

Por lo tanto el bloque de madera frena antes de llegar al punto C y recorre 2/3 de la parte áspera.

Ejercicio 9 Ejemplo 27 Resnick 4ª Edición

Un pequeño bloque de masa m se desliza sin fricción a lo largo de un rizo como se muestra en la figura. Calcular:

a) Si el bloque se suelta de una altura 5R, calcular la velocidad del bloque en el punto Q
b) La fuerza neta que actúa sobre el bloque en el punto Q



Balance de energía de P a Q

$$U_P + K_P = +K_Q + U_Q$$

$$mgh_P + \frac{1}{2}mv_P^2 = mgh_Q + \frac{1}{2}mv_Q^2$$

$$mgh_P = mgh_Q + \frac{1}{2}mv_Q^2$$

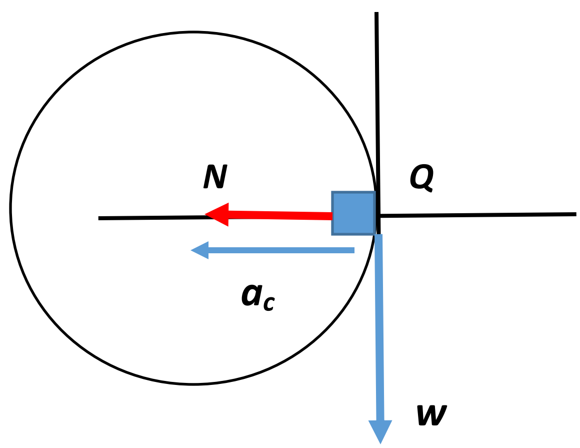
$$gh_P = gh_Q + \frac{1}{2}v_Q^2$$

$$V_Q^2 = 2g(h_P - h_Q)$$

$$V_Q^2 = 2g(5R - R)$$

$$V_Q = \sqrt{8gR}$$

Diagrama de cuerpo libre en Q



Analizando el Movimiento Circular Uniforme M.C.U.

$$Fc = N$$

$$N = m\frac{V_Q^2}{R}..como..V_Q = \sqrt{8gR} \Rightarrow$$

$$N = \frac{m}{R}\left(\sqrt{8gR}\right)^2$$

$$N = 8mg----1$$

Realizando la suma de N y w, tenemos que:

MAgnitud de fuerza neta

$$Fneta = \sqrt{(Fx)^2 + (Fy)^2}$$

$$Fneta = \sqrt{(N)^2 + (w)^2}$$

$$Fneta = \sqrt{(-8mg)^2 + (-w)^2}$$

$$Fneta = \sqrt{(-8mg)^2 + (-mg)^2}$$

$$Fneta = \sqrt{64m^2g^2 + m^2g^2}$$

$$Fneta = \sqrt{65m^2g^2}$$

$$Fneta = 8.0622mg$$

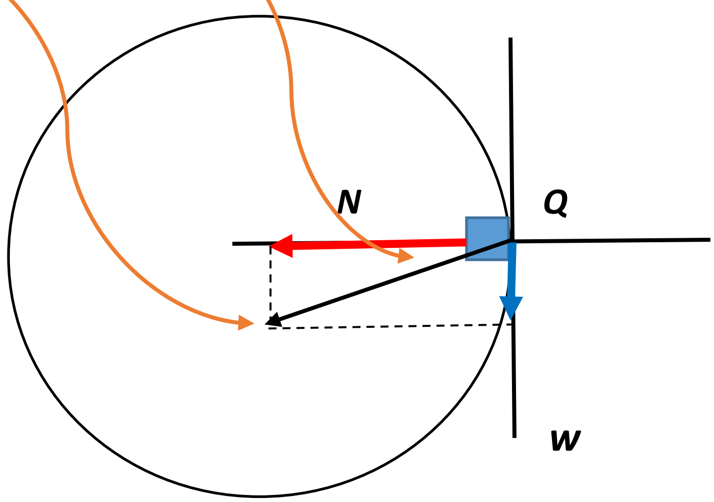
Sentido de fuerza neta

$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{Fy}{Fx}\right)$$

$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{-mg}{-8mg}\right)..cae..3er..cuadrante$$

$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)$$

$$\theta = 7.2°$$



Ejercicio 10 Ejemplo 51 Capitulo 3 Agustín Vázquez

Un electrón viaja a una velocidad de $2x10^5$ m/s en un acelerador de partículas y debido a la aceleración que experimenta incrementó su energía cinética en 2fJ, ¿Qué velocidad alcanza el electrón? La masa del electrón es de $9.11x10^{-31}$kg.

$$\Delta K = K_F - K_0$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$2\Delta K = m\left(v_F^2 - v_0^2\right)$$

$$\frac{2\Delta K}{m} = v_f^2 - v_0^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2\Delta K}{m} + v_0^2}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2\left(2x10^{-15}J\right)}{9.11x10^{-31}kg} + \left(2x10^5\frac{m}{s}\right)^2}$$

$$v_f = 66.7x10^6 m/s$$

Problema para Entregar

Ejercicio 11 Ejemplo 54 Capitulo 3 Agustín Vázquez

Una carga de 285 kg se eleva 22m verticalmente con una aceleración de a=1.5696m/s^2 mediante un solo cable. Calcular:

a) ***Tensión en el cable***
b) ***El trabajo efectuado por el cable***
c) ***El trabajo efectuado por la fuerza de gravedad***
d) ***El trabajo neto efectuado sobre la carga***
e) ***La rapidez final de la carga considerando que partió del reposo***

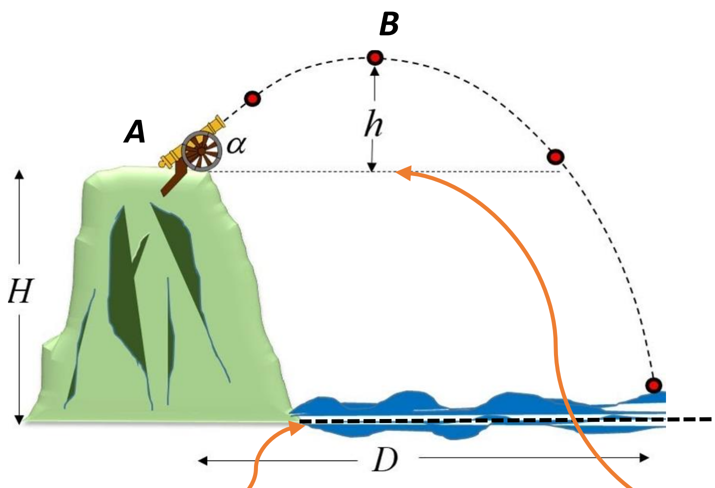
Respuestas

a) ***3243.2N***
b) ***71.350 kJ***
c) ***-61.5 kJ***
d) ***9.84 kJ***
e) ***8.31m/s***

Ejercicio 12   ***Ejercicio 7 del Resnick (Balance de energía)***

Un proyectil con una masa de 2.4kg se dispara desde un acantilado de H=125m de altura a una velocidad inicial de 150m/s, dirigido a 41° sobre la horizontal. Calcular:

- ***a) La energía cinética en el instante de haber sido disparado.***
- ***b) La energía potencial***
- ***c) La velocidad con la que el proyectil impacta en el mar***



Cálculo de K y U con respecto a línea de referencia

$$a)$$

$$K = \frac{1}{2} m V_o^2$$

$$K_A = \frac{1}{2}(2.40Kg)(150m/s)^2$$

$$K_A = 27000\,J$$

$$b)$$

$$U = mgh$$

$$U_A = (2.4Kg)(9.81m/s^2)(125m)$$

$$U_A = 2943\,J$$

Calculo de h; balance A y B.con

$$b)$$

$$U_0 + K_0 = U_B + K_B$$

$$mgh_A + \frac{1}{2} m V_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2} m V_B^2$$

$$\frac{1}{2} m V_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2} m V_B^2 \;----1$$

$$V_B = V_{0x} = (V_0)\cos\alpha = (150m/s)\cos 41°$$

$$V_B = 113.206\,m/s$$

$$\frac{1}{2} V_A^2 - \frac{1}{2} V_B^2 = gh_B$$

$$h_B = \frac{1}{g}\left(\frac{1}{2}\left(V_A^2 - V_B^2\right)\right)$$

$$h_B = \frac{1}{9.81m/s^2}\left(\frac{1}{2}\left((150m/s)^2 - (113.2m/s)^2\right)\right)$$

$$h_B = 493.7m$$

c)Cálculo de la velocidad Vc, realizando balance de B a C con respecto a la referencia original

$$b)$$

$$U_0 + K_0 = U_B + K_B$$

$$mgh_B + \frac{1}{2}mV_B^2 = mgh_C + \frac{1}{2}mV_C^2$$

$$2mg(H+h) + mV_B^2 = mV_C^2$$

$$V_C = \sqrt{2g(H+h) + V_B^2}$$

$$V_C = \sqrt{2(9.81m/s^2)(125m + 493.7m) + (113.2m/s)^2}$$

$$V_C = \sqrt{24953.2m/s}$$

$$V_C = 158m/s$$