

Movimiento Circular Uniforme M.C.U.

Un cuerpo o partícula de masa m recorre arcos iguales en tiempos iguales, partiendo de condiciones de arranque θ_o, t_o y de termino θ_f, t_f donde:

θ_o = Desplazamiento. angular. [radian]

t_o = tiempo. Inicial. [s]

θ_f = Desplazamiento. angular. final. [radian]

t_f = Tiempo. final. [s]

$$\omega = \text{velocidad. angular.} \dots \omega = \frac{\theta_f - \theta_o}{t_f - t_o} \dots \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

$$\dots \omega = 2\pi f$$

$$\dots \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$V = \text{velocidad. Tangencial. o. lineal.} \dots V = \omega r \dots \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$R = r = \text{Radio. de. giro.} \dots [m]$$

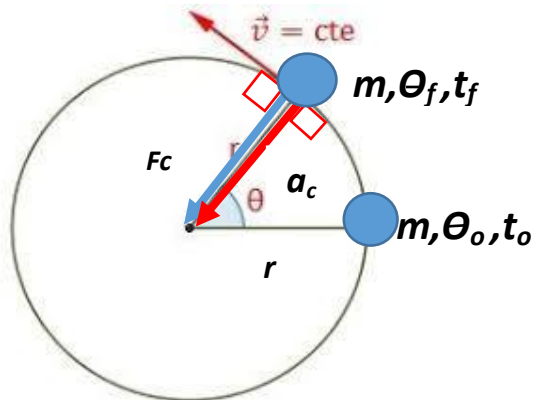
$$a_c = \text{Aceleración. centripeta.} \dots a_c = \frac{V^2}{r} \dots \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$F_c = \text{Fuerza. Centripeta.} \dots F_c = ma_c = \frac{mV^2}{r} \dots \left[\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = N \right]$$

T = Periodo : Es. el. tiempo. en. que. un. cuerpo. en. M.C.U. .. da. una. vuelta. completa

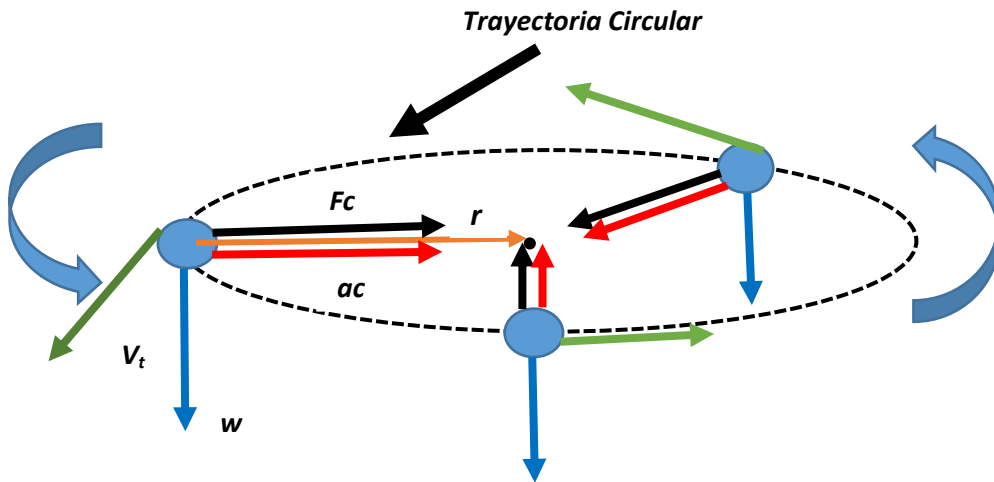
$$T = \frac{1}{f} \dots [s] \dots \text{ó} \dots f = \frac{1}{T} \dots \left[\frac{1}{s} \right] = [s^{-1}] = [\text{Hertz}]$$

f = frecuencia : Es. el. número. de. veces. que. un. cuerpo. en. MCU, .. cruza. un. mismo
..... punto. en. un. SEGUNDO. [Hertz] = [s⁻¹]



Otra Perspectiva de Movimiento Circular Uniforme (M.C.U.)

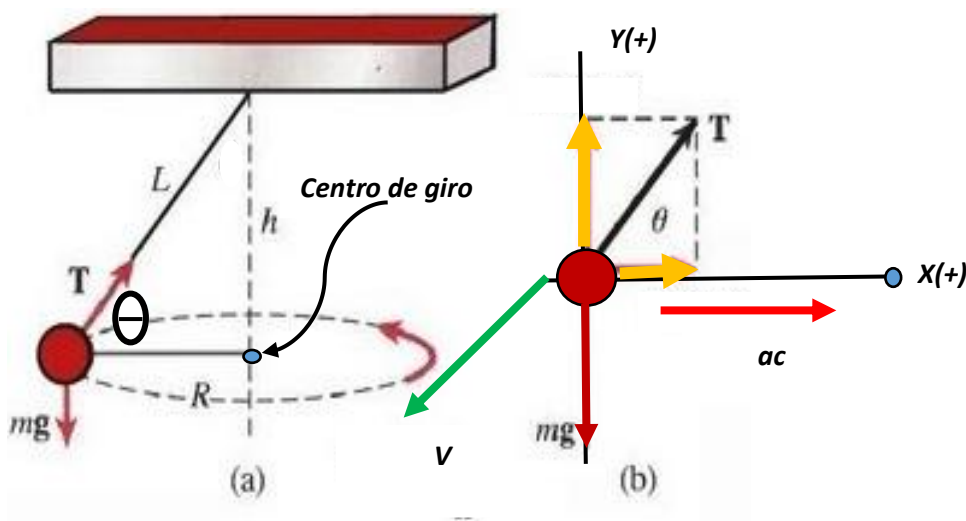
- Fuerza Centrípeta (F_c) y **Aceleración Centrípeta (a_c)** se dirigen al centro en cualquier punto de la trayectoria.
- La **Velocidad lineal o tangencial** es tangente a la trayectoria circular y perpendicular a la fuerza Centrípeta (F_c) y la Aceleración Centrípeta (a_c)
- El peso w es vertical descendente y es perpendicular a la velocidad lineal (V) y también perpendicular a fuerza Centrípeta (F_c) y Aceleración Centrípeta (a_c).
- Para un movimiento circular uniforme, **la fuerza centrípeta siempre se dirige al centro de la trayectoria** y puede ser una fuerza de fricción, una fuerza Normal, una tensión o alguna componente de alguna fuerza y para casos más elaborados pueden ser dos o más fuerzas y deben ser identificadas en el diagrama de cuerpo libre.



Ejercicio 1 (Péndulo Cónico) Resnick 36

Un péndulo cónico consta de una pelota de 53g de masa atado a un cordel de $L=1.4m$. La pelota oscila (gira) en un círculo de 25cm de radio. a) ¿Cuál es la velocidad lineal o tangencial de la pelota, b) ¿Cuál es la aceleración centrípeta, c) ¿Cuál es la Tensión en la cuerda?

Identificar previamente quien funge como fuerza centrípeta en diagrama de cuerpo libre



Solución:

La fuerza centrípeta se dirige al centro de la trayectoria, por lo **tanto la fuerza centrípeta en este ejercicio es la componente Horizontal de la Tensión**, es decir: $F_C = T_x = T \cos \theta$; por lo tanto, tenemos que:

$F = ma$	$F = ma$	$\cos \theta = \frac{CA}{H}$
$F_C = ma_c$	$\Sigma F_y = ma_y$	$\cos \theta = \frac{R}{L}$
$T_x = ma_c$	$T \sin \theta + mg \sin 270^\circ = m(0)$	$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{R}{L} \right]$
$T \cos \theta = ma_c$	$T \sin \theta - mg = 0$	$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{0.25m}{1.4m} \right]$
$T = \frac{ma_c}{\cos \theta} \text{ --- 1}$	$T \sin \theta = mg$	$\theta = 79.71^\circ$
	$T = \frac{mg}{\sin \theta} \text{ --- 2}$	

Igualando 1 con 2

$\frac{ma_c}{\cos \theta} = \frac{mg}{\sin \theta}$	$\tan \theta = \frac{g}{a_c}$	$V^2 = \frac{(0.25m)(9.81m/s^2)}{\tan(79.71^\circ)}$
$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{mg}{ma_c}$	$\tan \theta = \frac{g}{\left(\frac{V^2}{R} \right)}$	$V = 0.667 \frac{m}{s}$
$\tan \theta = \frac{g}{a_c}$	$V^2 = \frac{Rg}{\tan \theta}$	

Calculo de la aceleración centrípeta y la Tensión en la cuerda

$$T = \frac{mg}{\sin \theta} \dots 2$$

$$T = \frac{(0.053 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{\sin(79.71^\circ)}$$

$$T = 0.5284 \text{ N}$$

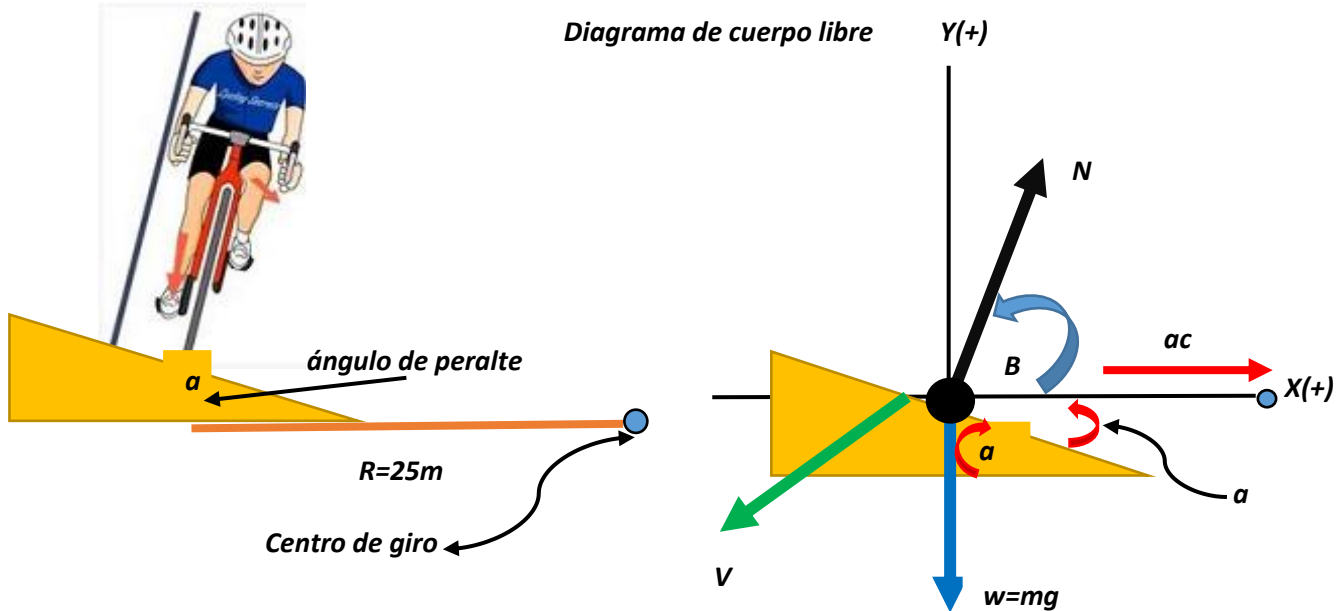
$$a_c = \frac{V^2}{R}$$

$$a_c = \frac{(0.667 \text{ m/s})^2}{(0.25 \text{ m})}$$

$$a_c = 1.78 \text{ m/s}^2$$

Ejercicio 2 (Curvas Peralgadas) Resnick 37

Un ciclista viaja en un círculo de 25m de radio a una velocidad constante de 8.7 m/s. La masa de la persona y la bicicleta es de 85 kg. Calcular la fuerza (magnitud y ángulo con la vertical) ejercida por la pista sobre la bicicleta.



Calculo de la Fuerza Normal; (La componente horizontal de la Normal es la Fuerza Centrípeta)

$$F_C = N_x = N \cos \beta$$

igualanda.3..con..4

Por..Geometria

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$F_C = N_x$$

$$F_C = N \cos \beta \text{ --- 1}$$

$$F_C = \frac{mV^2}{R} \text{ --- 2}$$

1..con..2

$$N \cos \beta = \frac{mV^2}{R}$$

$$N = \frac{mV^2}{R \cos \beta} \text{ --- 3}$$

$$F = ma$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$w \sin 270^\circ + N \sin \beta = m(0)$$

$$-w + N \sin \beta = 0$$

$$N \sin \beta = w$$

$$N = \frac{mg}{\sin \beta} \text{ --- 4}$$

$$\frac{mV^2}{R \cos \beta} = \frac{mg}{\sin \beta}$$

$$\frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{mgR}{mV^2}$$

$$\tan \beta = \frac{gR}{V^2}$$

$$\beta = \tan^{-1} \left[\frac{(9.81 \text{ m/s}^2)(25 \text{ m})}{(8.7 \text{ m/s})^2} \right]$$

$$\beta = 72.84^\circ$$

Ángulo

α y Fuerza Normal

$$\alpha = 90 - \beta$$

$$\alpha = 90 - 72.84$$

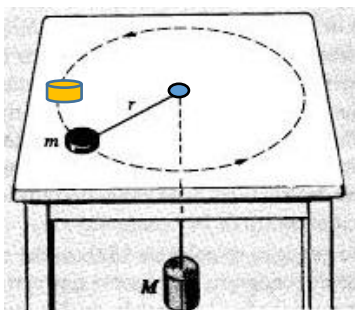
$$\alpha = 17.15^\circ$$

$$N = \frac{mg}{\sin \beta} \text{ --- 4}$$

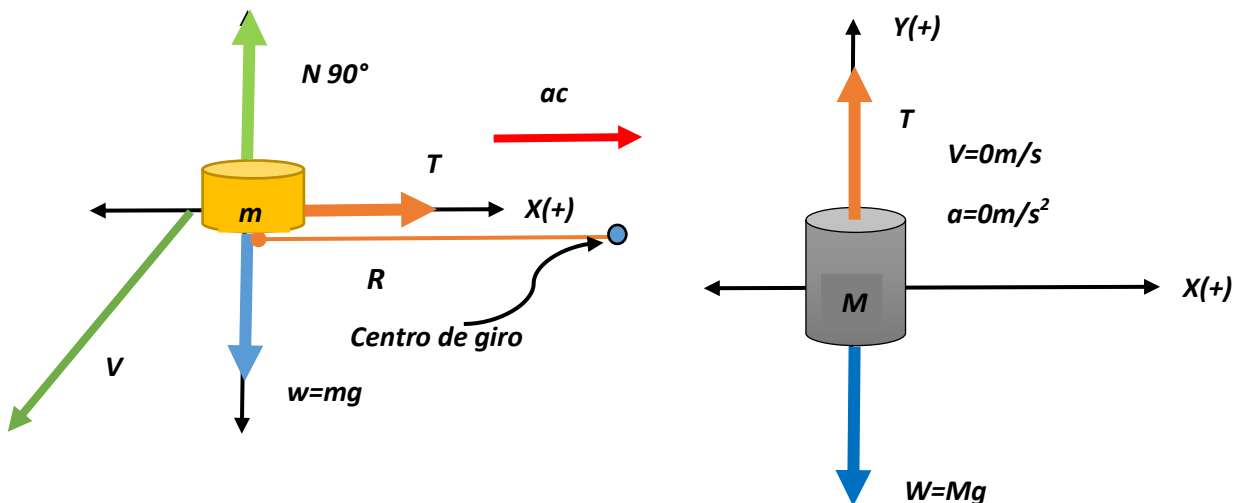
$$N = \frac{(85 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{\sin(72.84^\circ)} \Rightarrow \Rightarrow N = 878 \text{ N}$$

Ejercicio 3 Resnick 40

Un disco de masa m que esta sobre una mesa **sin fricción** está atado a un cilindro colgante de masa M por medio de un cordón que pasa por un orificio de la mesa (véase la figura). Halle una expresión matemática que permita calcular la **velocidad** con que se debe mover el disco en un círculo de radio r para que el cilindro M **permanezca en reposo**.



Diagramas de cuerpo libre para m y M



La fuerza centrípeta para este caso en particular, es la tensión que actúa sobre la masa m , es decir: $F_C = T$ por lo tanto la ecuación para " m ", tenemos que:

Para.. m

$$F_C = T \text{ --- 1}$$

$$F_C = \frac{mV^2}{R} \text{ --- 2}$$

1..con..2

$$T = \frac{mV^2}{R} \text{ --- 3}$$

Para.. M

$$F = ma$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$T \text{sen} 90^\circ + W \text{sen} 270^\circ = m(0)$$

$$T - W = 0$$

$$T = Mg \text{ --- 4}$$

igualando.3..con..4

$$\frac{mV^2}{R} = Mg$$

$$V^2 = \frac{RMg}{m}$$

$$V = \sqrt{\frac{RMg}{m}}$$

Ejercicio 4 Resnick 47

Un avión está volando en un círculo horizontal a una velocidad de 482Km/h. Las alas del avión están inclinadas 38.2° respecto a la horizontal; véase la figura. Hallar el radio de giro en el cual está volando el avión. Suponer que la fuerza centrípeta es proporcionada enteramente por la fuerza de ascenso (fuerza del aire) perpendicular a la superficie de las alas (Normal).

$$F_C = N_x = N \cos \beta$$

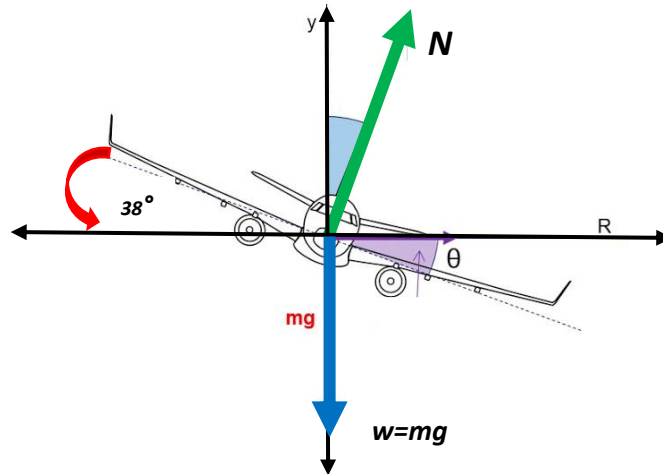
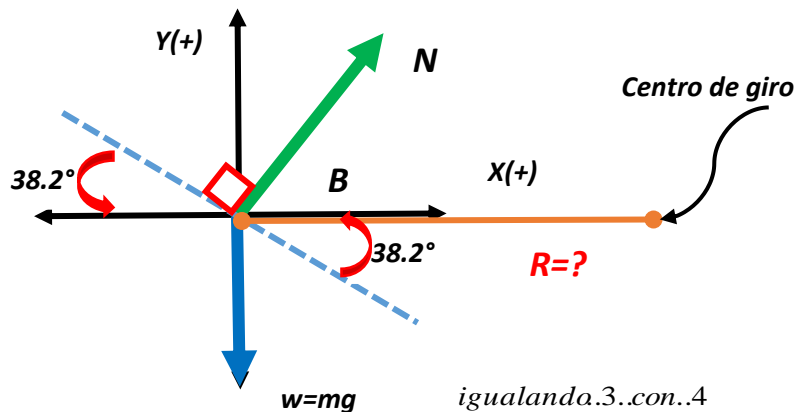


Diagrama de cuerpo libre para el avión

En base al texto se considera que la fuerza centrípeta es proporcionada por la fuerza de ascenso y específicamente por la componente horizontal de la fuerza Normal.



$$F_C = N_x$$

$$F_C = N \cos \beta \text{ --- 1}$$

$$F_C = \frac{mV^2}{R} \text{ --- 2}$$

1..con..2

$$N = \frac{mV^2}{R \cos \beta} \text{ --- 3}$$

$$F = ma$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$w \sin 270 + N \sin \beta = m(0)$$

$$-w + N \sin \beta = 0$$

$$N \sin \beta = w$$

$$N = \frac{mg}{\sin \beta} \text{ --- 4}$$

igualando.3..con..4

$$\frac{mV^2}{R \cos \beta} = \frac{mg}{\sin \beta}$$

$$\frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{mgR}{mV^2}$$

$$\tan \beta = \frac{gR}{V^2} \Rightarrow R = \frac{V^2 \tan \beta}{g}$$

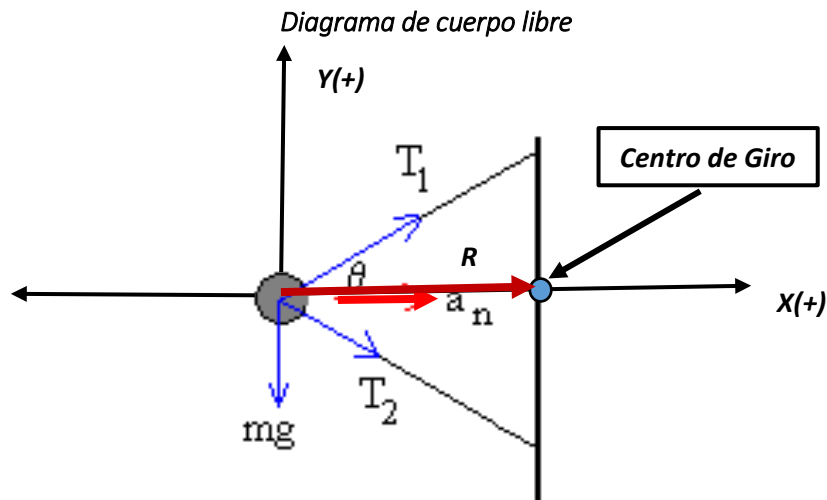
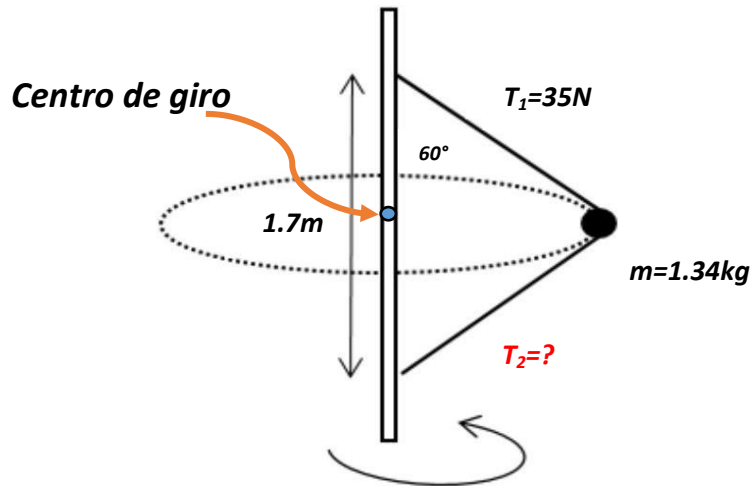
$$R = \frac{(133.88 \text{ m/s})^2 \tan(51.8^\circ)}{(9.81 \text{ m/s}^2)}$$

$$R = 2321.83 \text{ m} \approx 2.3 \text{ km}$$

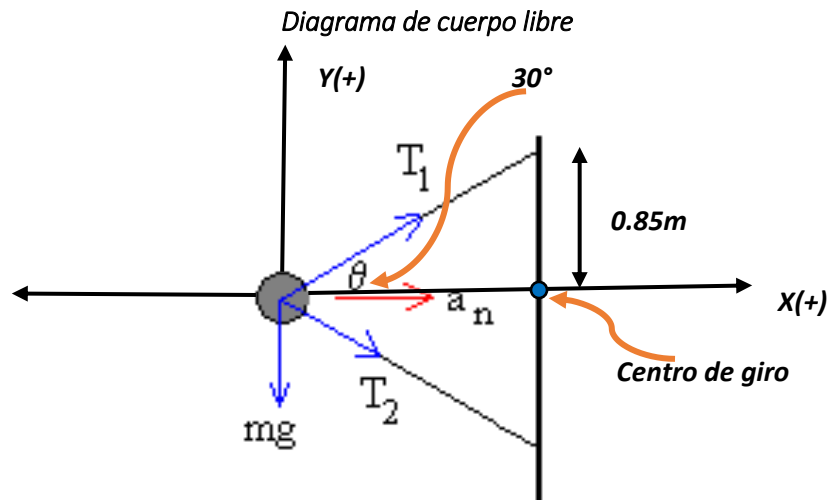
Ejercicio 5 Resnick 52

Una esfera de 1.34 kg esta unida a una varilla vertical rígida **por medio de dos cordones independientes**, cada uno de 1.70m de longitud. Los cordones están unidos a la varilla con una separación de 1.70m. el sistema está girando con respecto al eje de la varilla, quedando ambos cordones tensos y formando un triángulo equilátero con la varilla, como se muestra en la figura. **La tensión en la cuerda superior es de 35N. Hallar:**

- a) Tensión en cuerda inferior (T_2)
- b) La velocidad lineal o tangencial (v)



Solución: Para este ejercicio quien funge como fuerza centrípeta es T_{1x} y T_{2x}



$$F = ma$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$T_1 \sin 30^\circ + T_2 \sin 330^\circ + w \sin 270^\circ = m(0)$$

$$T_2 \sin 330^\circ = -T_1 \sin 30^\circ - w \sin 270^\circ$$

$$T_2 = \frac{-T_1 \sin 30^\circ - w \sin 270^\circ}{\sin 330^\circ}$$

$$T_2 = \frac{-(35N)(\sin 30^\circ) - (1.34kg)(9.81m/s^2) \sin 270^\circ}{\sin 330^\circ}$$

$$T_2 = \frac{-17.5N + 13.1454N}{-0.5}$$

$$T_2 = 8.7092N$$

$$F_c = T_{1x} + T_{2x} \quad -1$$

$$F_c = m \frac{V^2}{R} \quad -2$$

$$T_1 \cos 30^\circ + T_2 \cos 330^\circ = m \frac{V^2}{R} \quad -3$$

Cálculo de R y de Velocidad lineal o tangencial

$$\tan \theta = \frac{Co}{Ca} = \frac{0.85m}{R}$$

$$R = \frac{0.85m}{\tan \theta}$$

$$R = \frac{0.85m}{\tan(30^\circ)}$$

$$R = 1.4722m$$

$$T_1 \cos 30^\circ + T_2 \cos 330^\circ = m \frac{V^2}{R} \quad -3$$

$$V^2 = \frac{R[T_1 \cos 30^\circ + T_2 \cos 330^\circ]}{m}$$

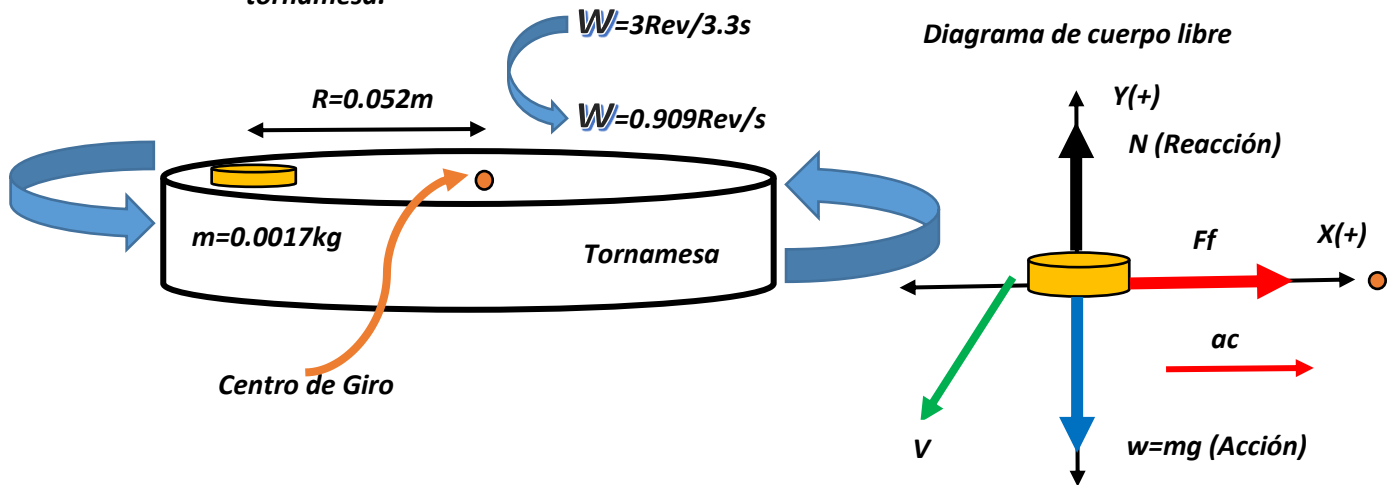
$$V = \sqrt{\frac{1.4722m[(35N)\cos 30^\circ + (8.7092N)\cos 330^\circ]}{1.34kg}}$$

$$V = 6.44m/s$$

Ejercicio 6 Problema 45 Resnick

Sobre una tornamesa horizontal plana, colocamos una moneda. La tornamesa da exactamente 3 revoluciones en 3.3 segundos; calcular:

- ¿Cuál es la velocidad (velocidad lineal o tangencial) de la moneda cuando gira a una distancia de 5,2 cm del centro de giro? (considerar que **no hay deslizamiento de la moneda**).
- ¿Cuál es la aceleración centrípeta de la moneda?
- ¿Cuál es la fuerza de fricción sobre la moneda si su masa es de 1,7 g?
- Encontrar **el coeficiente de fricción estático** entre la moneda y la superficie de la tornamesa.



Para este caso en particular la Fuerza centrípeta es la fuerza de fricción $F_c = F_f = \mu_s N$

Transformación velocidad angular a velocidad lineal

$$\begin{aligned}
 a_c &= \frac{V^2}{R} & F_c &= F_f = \mu_s N & F &= ma \\
 a_c &= \frac{(0.297 \text{ m/s})^2}{0.052 \text{ m}} & F_f &= (0.0017 \text{ kg}) \frac{(0.297 \text{ m/s})^2}{(0.052 \text{ m})} & \Sigma F_y &= ma_y \\
 a_c &= 1.7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} & F_f &= 2.88 \times 10^{-3} \text{ N} & N \sin 90^\circ + w \sin 270^\circ &= m(0) \\
 & & F_f &= 2.88 \text{ mN} & N - w &= 0 \\
 & & & & N &= w \\
 & & & & N &= mg \text{ --- 2}
 \end{aligned}$$

Cálculo del coeficiente de fricción estático

$$\begin{aligned}
 F_f &= \mu_s N \\
 \mu_s &= \frac{F_f}{N} \\
 \mu_s &= \frac{2.88 \times 10^{-3} \text{ N}}{mg} = \frac{2.88 \times 10^{-3} \text{ N}}{(1.7 \times 10^{-3} \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)} = 0.1720 \frac{\text{N}}{\text{N}} \Rightarrow \mu_s = 0.1729
 \end{aligned}$$

Segunda forma de Cálculo de Coeficiente de fricción estático

$$F_c = F_f = \mu_s N$$

$$F = ma$$

$$F_c = ma_c$$

$$F_f = m \frac{V^2}{R}$$

$$\mu_s N = m \frac{V^2}{R} \text{---1}$$

$$F = ma$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$N \sin 90^\circ + w \sin 270^\circ = m(0)$$

$$N - w = 0$$

$$N = w$$

$$N = mg \text{---2}$$

$$2..en..1$$

$$\mu_s (mg) = m \frac{V^2}{R}$$

$$\mu_s = \frac{V^2}{gR} \text{---3}$$

Cálculo de coeficiente de fricción estático

$$\mu_s = \frac{V^2}{gR} \text{---3}$$

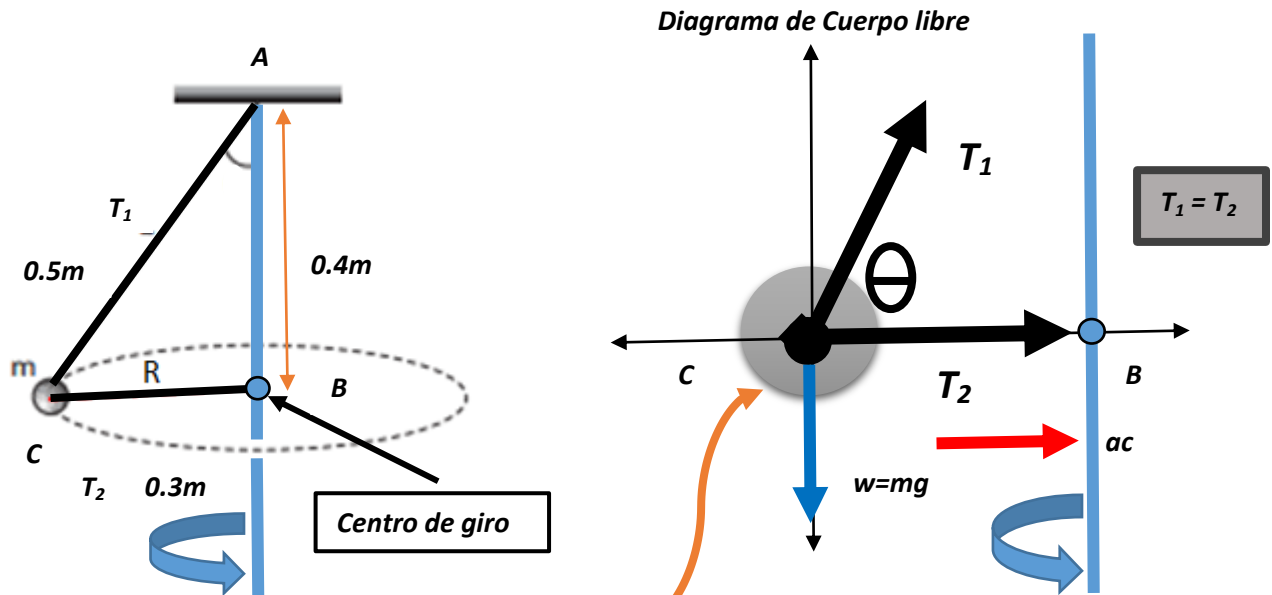
$$\mu_s = \frac{(0.2970 \text{ m/s})^2}{(9.81 \text{ m/s}^2)(0.052 \text{ m})}$$

$$\mu = 0.1729$$

Ejercicio 7 Problema 37 SERWAY

Una cuenta **hueca** de 100g de masa se desliza libremente en una cuerda de 0.8 m de longitud. Los extremos de la cuerda están atados a una varilla vertical en A y B, los cuales están a una distancia de 0,4m como se indica en la figura. Cuando la varilla gira, BC es completamente horizontal e igual a 0.3m

a) ¿cuál es la tensión en la cuerda b) ¿Cuál es la velocidad lineal de la cuenta?



Para este tipo de ejercicio, se indica que la esfera **es hueca** y por lo tanto se trata de una sola tensión, debido a que la misma cuerda pasa libremente por la **cuenta perforada**, entonces tenemos que $T_1 = T_2 = T$.

Se considera que la fuerza centrípeta es T_{1x} y T_2 , por lo tanto tenemos que: $F_c = T_{1x} + T_2$ o de la siguiente forma

Solución:

$$F_c = T_{1x} + T_2$$

$$F_c = ma_c$$

$$F_c = m \frac{V^2}{R}$$

$$T_1 \cos \theta + T_2 \cos 0^\circ = ma_c$$

$$T_1 \left(\frac{0.3m}{0.5m} \right) + T_2 \cos 0^\circ = \frac{mV^2}{R}$$

$$T_1 = T_2 = T$$

$$0.6T + T = \frac{(0.1kg)}{0.3m} V^2$$

$$1.6T = 0.333V^2 \text{ --- 1}$$

$$F = ma$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$\Sigma F_y = m(0)$$

$$T_1 \sin \theta + w \sin 270^\circ = 0$$

$$T_1 \left(\frac{0.4m}{0.5m} \right) - w = 0$$

$$0.8T_1 = w$$

$$T_1 = \frac{(0.1kg)(9.81m/s^2)}{0.8}$$

$$T_1 = T_2 = T = 1,223N$$

En..1

$$1.6T = 0.333V^2 \text{ --- 1}$$

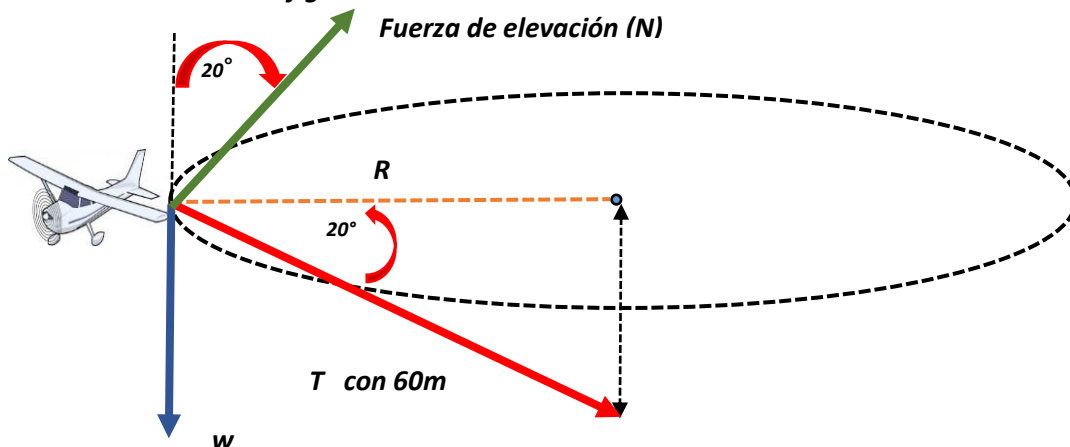
$$V = \sqrt{\frac{1.6(T)}{0.333}}$$

$$V = \sqrt{\frac{1.6(1.2333)}{0.333}}$$

$$V = 2.43m/s$$

Ejercicio 8 Serway 43

Un aeroplano de juguete de 0.75 Kg de masa, vuela en un círculo horizontal en el extremo de un alambre de control de 60m con una rapidez de 35m/s. Calcule la tensión del alambre si éste forma un ángulo de 20° con la horizontal. El aeroplano es activado por la tensión en la línea de control, su peso y la elevación aerodinámica, la cual actúa a 20° hacia adentro de la vertical como se muestra en la figura.



$$F_c = N \cos 70^\circ + T \cos 340^\circ \text{ --- 1}$$

$$F_c = \frac{mV^2}{R} \text{ --- 2}$$

1.con.2

$$\cos \theta = \frac{Ca}{H} = \frac{R}{H}$$

$$R = H \cos \theta$$

$$R = \cos(20^\circ)(60m)$$

$$R = 56.38m$$

$$N \cos 70^\circ + T \cos 340^\circ = \frac{mV^2}{R} \text{ --- 3}$$

$$0.3420N + 0.9396T = \frac{(0.75kg)(35m/s)^2}{56.38m}$$

$$0.3420N + 0.9396T = 16.29 \text{ --- 3}$$

$$F = ma$$

$$3..con..4$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$\Sigma F_y = m(0)$$

$$N \sin 70^\circ + w \sin 270^\circ + T \sin 340^\circ = 0$$

$$0.3420N + 0.9396T = 16.29 \text{ --- 3}$$

$$0.9396N - 0.3420T = 7.358 \text{ --- 4}$$

$$0.9396N - 0.3420T - mg = 0$$

$$0.9396N - 0.3420T = (0.75kg)(9.81m/s^2) \quad N = 12.48N$$

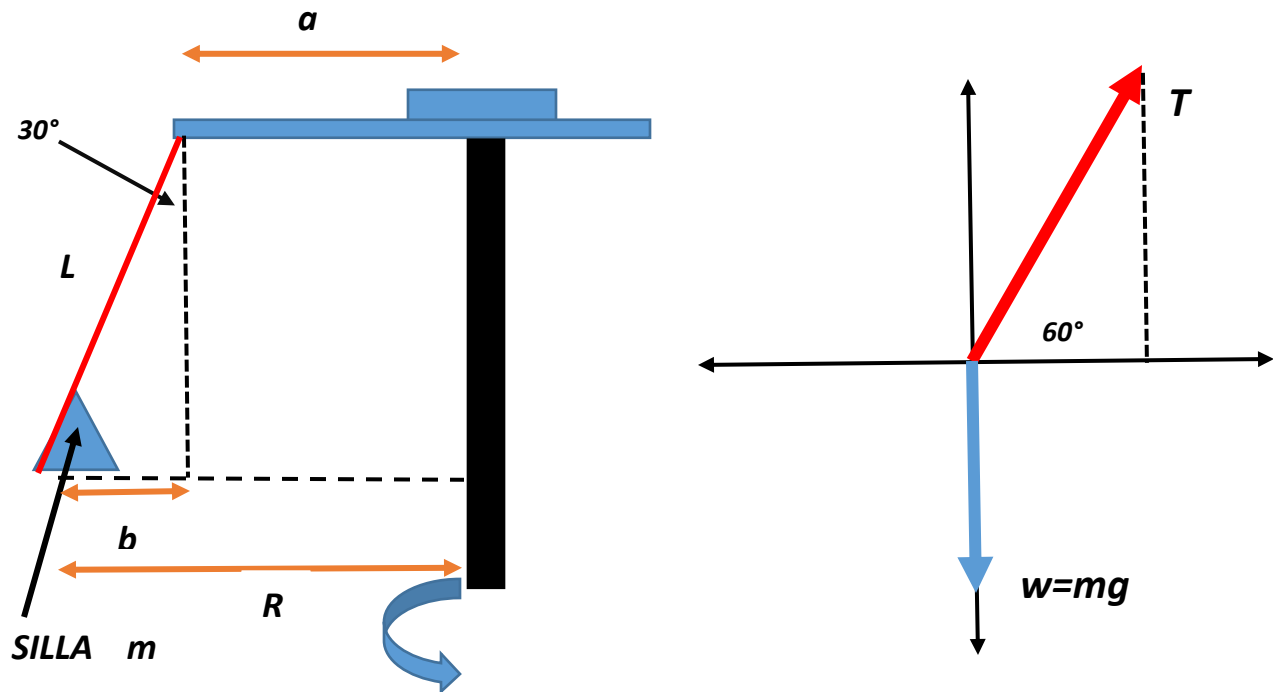
$$0.9396N - 0.3420T = 7.358 \text{ --- 4}$$

$$T = 12.79N$$

Ejercicio 9 Tippens 10-29

Considere las sillas voladoras de la siguiente figura $L=10m$ y $a=3m$ ¿Cuál tiene que ser la velocidad lineal de la silla para que la cuerda forme un ángulo de $\theta = 30^\circ$? ¿Cuál es la tensión en la cuerda si?

Diagrama de cuerpo libre



Parecido al ejercicio del péndulo cónico donde $F_c = T_x = T \cos 60^\circ$
 $\theta = 60^\circ$

$$F = ma$$

$$F_c = ma_c$$

$$T_x = ma_c$$

$$T \cos \theta = ma_c$$

$$T = \frac{ma_c}{\cos \theta}$$

$$T = \frac{V^2}{R \cos \theta} \text{ --- 1}$$

$$F = ma$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$T \sin \theta + mg \sin 270^\circ = m(0)$$

$$T \sin \theta - mg = 0$$

$$T \sin \theta = mg$$

$$T = \frac{mg}{\sin \theta} \text{ --- 2}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{CO}{H}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{b}{L}$$

$$b = L \sin(30^\circ)$$

$$b = (10m) \sin(30^\circ)$$

$$b = 5m$$

$$R = a + b = 5m + 3m$$

$$R = 8m$$

Igualando 1 con 2

$$\frac{ma_c}{\cos\theta} = \frac{mg}{\sin\theta}$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{mg}{ma_c}$$

$$\tan\theta = \frac{g}{a_c}$$

$$\tan\theta = \frac{g}{a_c}$$

$$\tan\theta = \frac{g}{\left(\frac{V^2}{R}\right)}$$

$$V^2 = \frac{Rg}{\tan\theta}$$

$$V^2 = \frac{(8m)(9.81m/s^2)}{\tan(60^\circ)}$$

$$V^2 = 45.31m^2/s^2$$

$$V = \sqrt{45.31 \frac{m^2}{s^2}}$$

$$V = 6.73 \frac{m}{s}$$

Calculo de la tensión en 1

$$T = \frac{V^2}{R \cos\theta} \dots 1$$

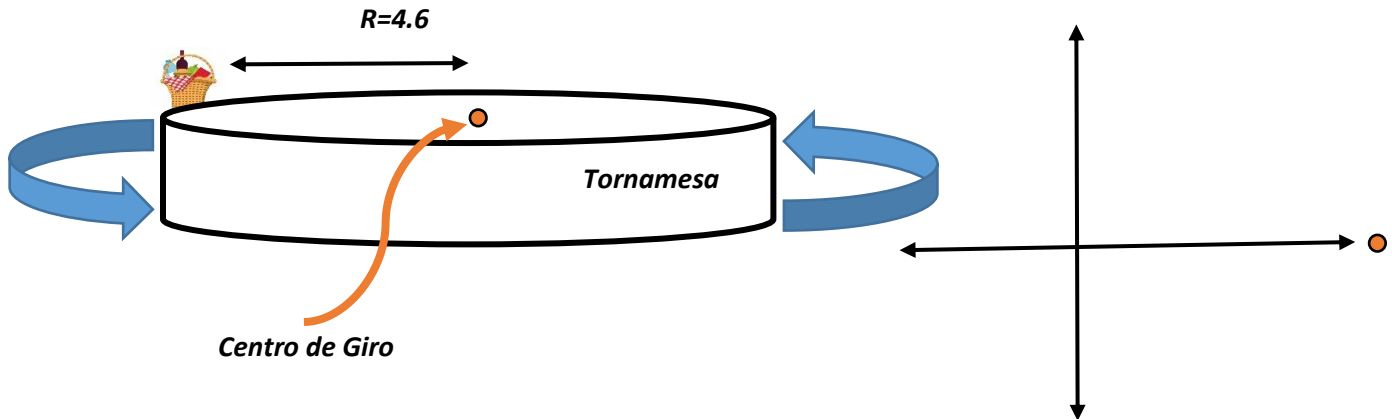
$$T = \frac{(6.73m/s)^2}{(8m)\cos(60^\circ)}$$

$$T = 11.32N$$

Ejercicio 10 Resnick 39 Ejercicio **para entregar como actividad 3 1er Parcial**

Un niño coloca una canasta en el borde exterior de una tornamesa que tiene 4.6m de radio y gira una vez cada 24s (*Considerar que la canasta se mantiene a la misma distancia del centro de giro, es decir el radio es constante*) calcular:

- a) La velocidad angular en rad/s **Respuesta: 0.2618rad/s**
- b) El valor de la velocidad lineal o tangencial **Respuesta: 1.20428m/s**
- c) El valor del coeficiente de fricción estático **Respuesta: 0.03213**



Ejercicio 11 Ejemplo 7.8 Wilson Buffa

Suponga que dos masas $m_1=2.5 \text{ kg}$ y $m_2=3.5 \text{ kg}$, están conectadas por cordeles ligeros y están en movimiento circular uniforme sobre una superficie horizontal sin fricción, como se ilustra en la figura donde $r_1=1\text{m}$ y $r_2=1.3\text{m}$. Las fuerzas que actúan sobre las masas son $T_1=4.5\text{N}$ y $T_2=2.9 \text{ N}$, las tensiones en los cordeles, respectivamente. Calcular:

- La magnitud de la aceleración
- La rapidez tangencial de c/u de las masas

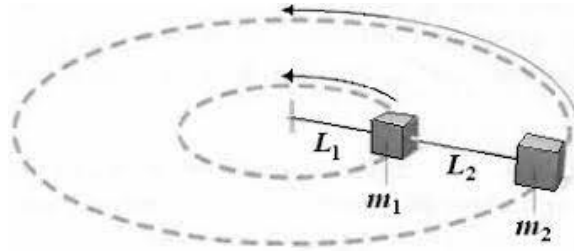
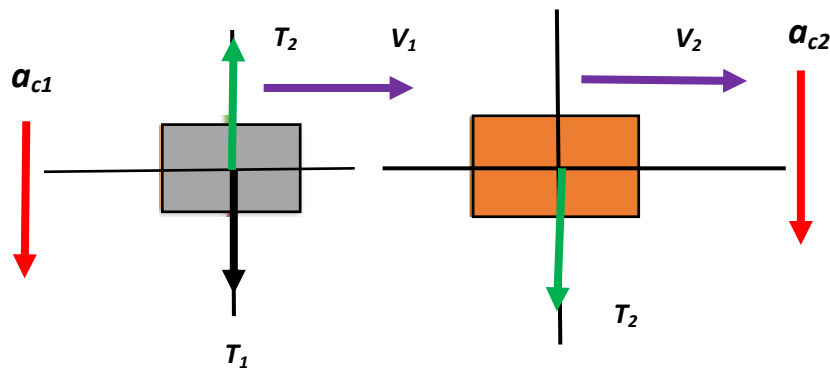


Diagrama de cuerpo libre para m_1 y m_2



Para masa m_1

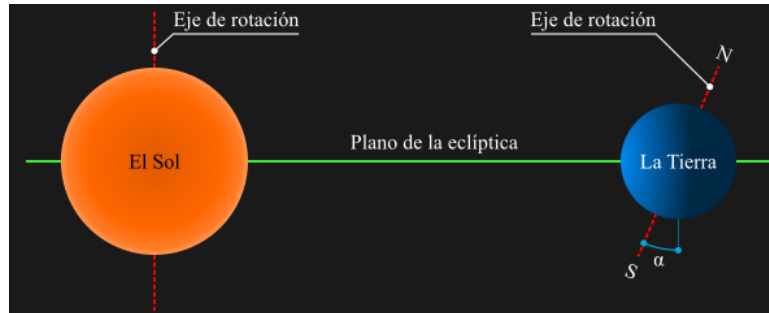
$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= ma_c & a_{c1} &= \frac{V_1^2}{R_1} \\ T_2 - T_1 &= -m_1 a_{c1} & V_1^2 &= (a_{c1})(R_1) \\ a_{c1} &= \frac{T_2 - T_1}{-m_1} & V_1 &= \sqrt{\left(0.64 \frac{m}{s^2}\right)(1m)} \\ a_{c1} &= \frac{2.9N - 4.5N}{-2.5kg} & V_1 &= 0.8 \frac{m}{s} \\ a_{c1} &= 0.64 m/s^2\end{aligned}$$

Para masa m_2

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= ma_c & a_{c2} &= \frac{V_2^2}{R_2} \\ -T_2 &= -m_2 a_{c2} & V_2^2 &= (a_{c2})(R_2) \\ a_{c2} &= \frac{-T_2}{-m_2} & V_2 &= \sqrt{\left(0.828 \frac{m}{s^2}\right)(1.3m)} \\ a_{c2} &= \frac{-2.9N}{-3.5kg} & V_2 &= 1.037 \frac{m}{s} \\ a_{c2} &= 0.828 m/s^2\end{aligned}$$

Ejercicio 12 Agustín Vázquez

La tierra tiene un periodo de traslación entorno al sol de 365 días y la distancia media de separación de ellos es de $r=1.5 \times 10^{11} \text{ m}$. calcular:



- a) Velocidad angular
- b) Velocidad lineal o tangencial
- c) La frecuencia de giro
- d) Aceleración centrípeta

Conversión del periodo T

$$T = 365 \text{ días} \left(\frac{24 \text{ hr}}{1 \text{ día}} \right) \left(\frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ hr}} \right) = 31.536 \times 10^6 \text{ s}$$

a) Velocidad angular

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$
$$\omega = \left(\frac{2\pi}{31.536 \times 10^6 \text{ s}} \right)$$
$$\omega = 1.992 \times 10^{-7} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

b) vel. Lineal

$$v = r\omega$$
$$v = (1.5 \times 10^{11} \text{ m}) 1.992 \times 10^{-7} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$
$$v = 29.8 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) frecuencia

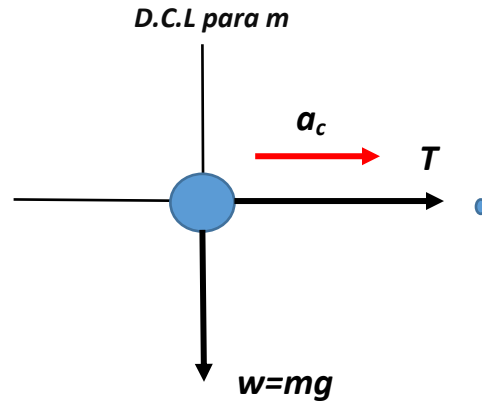
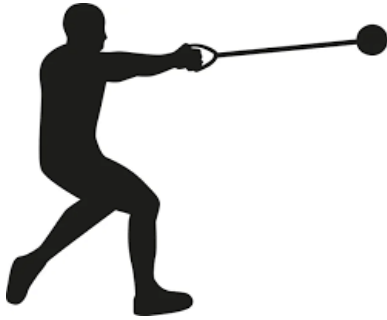
$$f = \frac{1}{T}$$
$$f = \frac{1}{31.536 \times 10^6 \text{ s}}$$
$$f = 3.1709 \times 10^{-8} \text{ Hz}$$

e) Aceleración centrípeta

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$
$$a_c = \left(\frac{(29.8 \times 10^3 \text{ m/s})^2}{1.5 \times 10^{11} \text{ m}} \right)$$
$$a_c = 5.9202 \times 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ejercicio 13 Paul W. Zitzewitz

Un atleta da vueltas en círculos horizontales a un martillo de 7kg atado al extremo de una cadena de 1.3m a razón de 1rev/s.



- a) ¿Cuál es la aceleración centrípeta del martillo?
- b) ¿Cuál es la tensión en la cadena?
- c) Periodo y frecuencia

Conversión de velocidad angular y velocidad lineal

$$\omega = 1 \frac{\text{rev}}{\text{s}} \left(\frac{2\pi \text{rad}}{1 \text{rev}} \right)$$
$$\omega = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v = r\omega$$
$$v = (1.3\text{m})2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$
$$v = 2.6\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Aceleración centrípeta

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$
$$a_c = \left(\frac{(2.6\pi \text{m/s})^2}{1.3\text{m}} \right)$$
$$a_c = 51.322 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Tensión de la cuerda; del D.C.L., tenemos que $F_c = T$

$$F_c = ma_c$$
$$F_c = (7\text{kg}) \left(51.322 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$
$$F_c = 359.3\text{N}$$

Periodo y frecuencia.

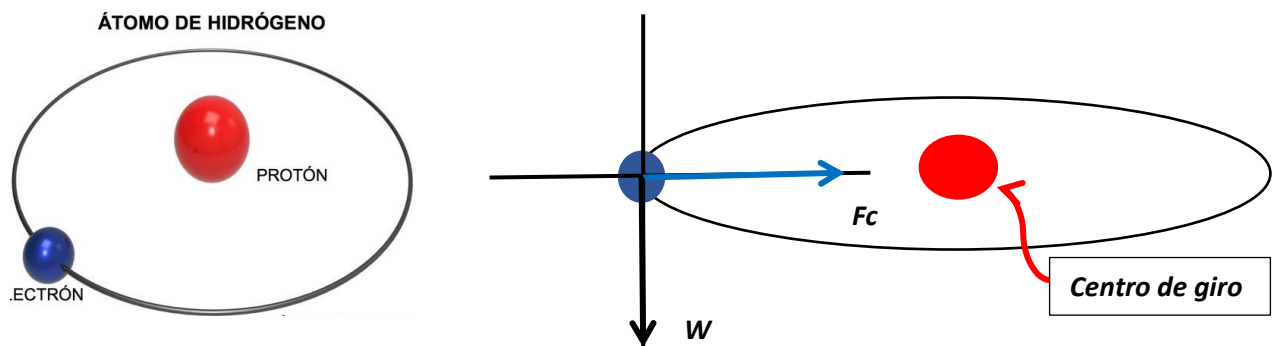
De la velocidad angular, tenemos que la pesa da una rev o una vuelta completa o $2\pi \text{rad}$ en 1 segundo; por lo tanto: $T = 1\text{seg}$ y la frecuencia, que es el número de veces que cruza un mismo punto de la trayectoria, es:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1\text{s}} \Rightarrow f = 1\text{Hz}$$

Ejercicio 14 Agustín Vazquez Sánchez

De acuerdo con el modelo de Bohr para el átomo de hidrógeno, el electrón se mueve en órbita circular de $5.28 \times 10^{-11} \text{ m}$ de radio alrededor del protón que se puede suponer en reposo. La velocidad tangencial es de $7.92 \times 10^6 \text{ km/h}$. Calcular:

- Velocidad angular expresado en rad/s
- El periodo del electrón en base a este modelo
- Frecuencia de electrón
- Aceleración centrípeta
- Considerando que la masa del electrón es $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ calcular fuerza centrípeta



Conversión de velocidad lineal o tangencial

$$v = 7.92 \times 10^6 \frac{\text{km}}{\text{h}} \left(\frac{\text{hr}}{3600 \text{ s}} \right) \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) = 2.2 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Velocidad angular

$$\begin{aligned} v &= r\omega \\ \omega &= \frac{v}{r} = \frac{(2.2 \times 10^6 \text{ m/s})}{5.28 \times 10^{-11} \text{ m}} \\ \omega &= 4.166 \times 10^{16} \text{ rad/s} \\ \text{ó} \\ \omega &= 6.631 \times 10^{15} \text{ rev/s} \end{aligned}$$

Periodo de giro

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T} \\ T &= \frac{2\pi}{\omega} \\ T &= \frac{2\pi}{(4.166 \times 10^{16} \text{ rad/s})} \\ T &= 1.5082 \times 10^{-16} \text{ s} \end{aligned}$$

Frecuencia de giro

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{T} = \frac{1}{(1.5082 \times 10^{-16} \text{ s})} \\ f &= 6.6303 \times 10^{15} \text{ Hz} \end{aligned}$$

Aceleración centrípeta

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$a_c = \left(\frac{(2.2 \times 10^6 \text{ m/s})^2}{5.28 \times 10^{-11} \text{ m}} \right)$$

$$a_c = 9.166 \times 10^{22} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Fuerza centrípeta

$$F_c = m a_c$$

$$F_c = (9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \left(9.166 \times 10^{22} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

$$F_c = 8.3508 \times 10^{-8} \text{ N}$$

Ejercicio 15 Tipler-Mosca ejercicio 69 pp88

- a) ¿Cuánto valen el periodo y la magnitud de la velocidad de una persona en un carrusel si la magnitud de la aceleración centrípeta es de 0.8 m/s^2 cuando se encuentra a una distancia de 4 metros del eje? b) Si la persona se coloca a 2 metros del eje y el carrusel sigue girando con el mismo periodo, ¿Cuánto valen la velocidad y aceleración centrípeta?



Respuestas

a) $V=1.7885 \text{ m/s}$ $T=14.025 \text{ s}$

b) $V=0.8942 \text{ m/s}$ $a_c=0.3998 \text{ m/s}^2$