Muestre con detalle que la sustitución hacia atrás se expresa como:

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} A_{ij} x_j}{A_{ii}}$$

La sustitución hacia Adelante lo que busca es resolver un sistema de ecuaciones lineales de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} \mathrm{A}_{11} & A_{12} & A_{13} & \dots & A_{1n} \\ 0 & \mathrm{A}_{22} & A_{23} & \dots & A_{2n} \\ 0 & 0 & A_{33} & \dots & A_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Asi cada ecuacion queda representada asi:

$$A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + A_{13}x_3 + \cdots + A_{1n}x_n = b_1$$

$$A_{22}x_2 + A_{23}x_3 + \cdots + A_{2n}x_n = b_2$$

$$A_{33}x_3 + \cdots + A_{3n}x_n = b_3$$

$$A_{nn}x_n = b_n$$

Si se despeja X en cada caso:

$$x_1 = \frac{b_1 - A_{12}x_2 + A_{13}x_3 + \cdots + A_{1n}x_n}{A_{11}}$$

$$x_2 = \frac{b_2 - A_{23}x_3 + \cdots + A_{2n}x_n}{\mathrm{A}_{22}}$$

$$x_3 = \frac{b_3 - A_{34}x_4 + \cdots + A_{3n}x_n}{A_{33}}$$

$$x_n = \frac{b_n}{x_{nn}}$$

De forma general se tiene:

$$x_i = \frac{b_i - (A_{ii+1}x_{i+1} + \cdots + A_{in}x_n)}{A_{ii}}$$

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} A_{ij}x_j}{A_{ii}}$$