Polinomios de Legendre $\quad P_0(x) = 1$

$P_1(x) = x$

$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$

Los polinomios de Legendre son la solución a la ecuación de Legendre

$$(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + n(n+1)y = 0$$

Entonces

$$f(x) = \sum_{n=0}^{N} c_n P_n(x)$$

$$f(x) = c_0(1)$$

Proyección sobre la base $\rightarrow \int_{-1}^{1} f(x)\, P_n(x)\, dx = \int \sum_{n=0}^{\infty} c_n P_n(x)\, P_m(x)\, dx$

$$\int_{-1}^{1} f(x)\, P_n(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \int P_n(x)\, P_m(x)\, dx$$

$$\int_{-1}^{1} f(x)\, P_n(x) = \frac{2}{2n+1} c_n \rightarrow \text{cuando } m = n$$

Por lo tanto $\quad c_n = \frac{2n+1}{2}\int_{-1}^{1} f(x)\, P_n(x)\, dx$