

INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Segundo Cuatrimestre 2025

Práctica 3: Dualidad y Branch & Bound

Ejercicio 1. Formular el dual de los siguientes problemas lineales:

a)

$$\begin{aligned} \min \quad & z = x_1 + 4x_2 + x_3 \\ \text{s.a :} \quad & 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \\ & x_1 - x_3 = 1 \\ & x_2, x_3 \geq 0 \\ & x_1 \text{ libre} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \max \quad & z = -3x_1 - 9x_2 + x_3 - x_5 \\ \text{s.a :} \quad & -5x_1 + 2x_2 - x_4 \leq 12 \\ & -3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 \leq 7 \\ & x_1 - 3x_4 + x_5 \geq -4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \\ & x_4, x_5 \leq 0 \end{aligned}$$

Ejercicio 2. Probar que el problema dual del problema dual es el problema primal.

Ejercicio 3. Encuentre un problema no factible cuyo dual tampoco sea factible.

Ejercicio 4. Dado el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 8x_5 + 2x_6 + x_7 \\ \text{s.a :} \quad & 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 32x_4 + 3x_5 + 20x_6 + 11x_7 \geq 1 \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

a) Hallar el valor óptimo de la función objetivo.

b) Hallar el punto donde se alcanza a partir de la resolución del problema dual.

Ejercicio 5. Resolver cada uno de los siguientes problemas a partir del planteo y resolución de su correspondiente problema dual:

a)

$$\begin{aligned} \min \quad & z = -5x_1 - 7x_2 - 12x_3 + x_4 \\ \text{s.a :} \quad & 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 38 \\ & 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 \leq 55 \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ \text{s.a :} \quad & 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 20 \\ & 3x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 \leq 30 \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Ejercicio 6. Para cada uno de los siguientes modelos, decidir si x^* es una solución óptima utilizando el problema dual.

1.

$$\begin{aligned} & x^* = (0, 0, 8, 3) \\ \max \quad & 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 \\ \text{s.a :} \quad & x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 \leq -2 \\ & 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \leq 5 \\ & -2x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 \leq 10 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

2.

$$x^* = (0, 2, 0, 7, 0)$$

$$\begin{array}{llllll} \max & 8x_1 & - & 9x_2 & + & 12x_3 & + & 4x_4 & + & 11x_5 \\ \text{s.a:} & 2x_1 & - & 3x_2 & + & 4x_3 & + & x_4 & + & 3x_5 \leq 1 \\ & x_1 & + & 7x_2 & + & 3x_3 & - & 2x_4 & + & x_5 \leq 1 \\ & 5x_1 & + & 4x_2 & - & 6x_3 & + & 2x_4 & + & 3x_5 \leq 22 \\ & & & & & & & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 & \geq & 0 \end{array}$$

Ejercicio 7. Resuelva utilizando Branch & Bound los siguientes problemas:

a)

$$\begin{array}{ll} \max & z = 2x_1 + x_2 \\ \text{s.a :} & 2x_1 + 3x_2 \leq 19 \\ & 7x_1 + 3x_2 \leq 43 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{ll} \min & z = -4x_1 + 5x_2 \\ \text{s.a :} & 5x_1 - 2x_2 \geq -2 \\ & 2x_1 - 4x_2 \leq 5 \\ & x_1 \leq 5 \\ & x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{ll} \min & z = -10x_1 - 15x_2 \\ \text{s.a :} & 8x_1 + 4x_2 \leq 40 \\ & 15x_1 + 30x_2 \leq 20 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{array}$$

Ejercicio 8. Para los ejemplos del ejercicio anterior, supongamos que por restricciones de tiempo, no podemos expandir el árbol más allá del segundo nivel. Elija la mejor solución al problema en ese caso y dé una medida de la calidad de la solución encontrada.