

Formulação

Quadratura de Gauss

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2} \sum_{i=1}^n \omega_i \times f(x_i) \quad (1)$$

com:

$$x_i = \frac{b-a}{2} \mu_i + \frac{b+a}{2} \quad (2)$$

Legenda:

μ_i Raízes do polinômio de Legendre

ω_i Pesos do polinômio de Legendre

x_i Raízes do polinômio no intervalo [a,b]

Raízes e pesos N=4

μ_i	ω_i
-0,861136	0,347855
-0,339981	0,652145
+0,339981	0,652145
+0,861136	0,347855

Raízes e pesos N=6

Raíz	Peso
-0,932469	0,171324
-0,661209	0,360761
-0,238619	0,467914
+0,238619	0,467914
+0,661209	0,360762
+0,932469	0,171324

Regra de Simpsons $\frac{1}{3}$ (n deve ser par)

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x)dx = \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)] \quad (3)$$

Regra de Simpsons $\frac{3}{8}$ (n deve ser múltiplo de 3)

$$\int_{x_0}^{x_{3n}} f(x)dx = \frac{3h}{8} [f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + 2f(x_3) + \cdots + 3f(x_{3n-2}) + 3f(x_{3n-1}) + f(x_{3n})] \quad (4)$$

1 Questões

1. Para cada uma das integrais abaixo, encontre a solução utilizando-se dos métodos listados com respectivos valores de N . Na sequência, calcule o erro absoluto cometido por cada uma das expressões, comparando com as respectivas soluções exatas.

- Simpson $\frac{1}{3}$ e $\frac{3}{8}$ com $N = 6$ em ambos os casos.
- Quadratura de Gauss com $N = 4$ e $N = 6$.

(a)

$$\int_0^3 \sin(x^2) \cdot \cos(x) \cdot e^{-2x} dx \quad (5)$$

Simpson $\frac{1}{3}$			
x	f(x)	m	f(x).m
0,000000			
0,500000			
1,000000			
1,500000			
2,000000			
2,500000			
3,000000			
:			
S. $\frac{h}{3}$:			

Simpson $\frac{3}{8}$			
x	f(x)	m	f(x).m
0,000000			
0,500000			
1,000000			
1,500000			
2,000000			
2,500000			
3,000000			
S:			
I=S. $\frac{3h}{8}$:			

Quadratura de Gauss $N = 4$				
μ_i	r_i	$f(r_i)$	ω_i	$f(r_i) \cdot \omega_i$
-0,861136			0,347855	
-0,339981			0,652145	
0,339981			0,652145	
0,861136			0,347855	
S:				
S. $\frac{b-a}{2}$:				

Quadratura de Gauss $N = 6$				
μ_i	r_i	$f(r_i)$	ω_i	$f(r_i) \cdot \omega_i$
-0.932470			0.171324	
-0.661209			0.360762	
-0.238619			0.467914	
0.238619			0.467914	
0.661209			0.360762	
0.932470			0.171324	
S:				
S. $\frac{b-a}{2}$:				

Calcule os erros absolutos¹ de cada solução, levando-se em consideração que o resultado exato é dado por: 0.075420

Método	Solução	Erro
Simpson $\frac{1}{3}$		
Simpson $\frac{3}{8}$		
Gauss N=4		
Gauss N=6		

¹Erro absoluto: $E_A = abs\left(\frac{S_e - S_a}{S_e}\right)$

(b)

$$\int_{-2}^1 \cos\left(\frac{x^2}{2}\right) + x^2 \sin(x) dx \quad (6)$$

Simpson $\frac{1}{3}$			
x	f(x)	m	f(x).m
-2,000000			
-1,500000			
-1,000000			
-0,500000			
0,000000			
0,500000			
1,000000			
:			
S. $\frac{h}{3}$:			

Simpson $\frac{3}{8}$			
x	f(x)	m	f(x).m
-2,000000			
-1,500000			
-1,000000			
-0,500000			
0,000000			
0,500000			
1,000000			
S:			
I=S. $\frac{3h}{8}$:			

Quadratura de Gauss $N = 4$				
μ_i	r_i	$f(r_i)$	ω_i	$f(r_i).\omega_i$
-0,861136			0,347855	
-0,339981			0,652145	
0,339981			0,652145	
0,861136			0,347855	
S:				
S. $\frac{b-a}{2}$:				

Quadratura de Gauss $N = 6$				
μ_i	r_i	$f(r_i)$	ω_i	$f(r_i).\omega_i$
-0.932470			0.171324	
-0.661209			0.360762	
-0.238619			0.467914	
0.238619			0.467914	
0.661209			0.360762	
0.932470			0.171324	
S:				
S. $\frac{b-a}{2}$:				

Calcule os erros absolutos de cada solução, levando-se em consideração que o resultado exato é dado por: 4.556720.

Método	Solução	Erro
Simpson $\frac{1}{3}$		
Simpson $\frac{3}{8}$		
Gauss N=4		
Gauss N=6		

(c)

$$\int_0^{2.4} e^{-x} \cos\left(\frac{x^3}{4}\right) dx \quad (7)$$

Simpson $\frac{1}{3}$			
x	f(x)	m	f(x).m
0,000000			
0,400000			
0,800000			
1,200000			
1,600000			
2,000000			
2,400000			
:			
S. $\frac{h}{3}$:			

Simpson $\frac{3}{8}$			
x	f(x)	m	f(x).m
0,000000			
0,400000			
0,800000			
1,200000			
1,600000			
2,000000			
2,400000			
S:			
I=S. $\frac{3h}{8}$:			

Quadratura de Gauss $N = 4$				
μ_i	r_i	$f(r_i)$	ω_i	$f(r_i).\omega_i$
-0,861136			0,347855	
-0,339981			0,652145	
0,339981			0,652145	
0,861136			0,347855	
S:				
S. $\frac{b-a}{2}$:				

Quadratura de Gauss $N = 6$				
μ_i	r_i	$f(r_i)$	ω_i	$f(r_i).\omega_i$
-0.932470			0.171324	
-0.661209			0.360762	
-0.238619			0.467914	
0.238619			0.467914	
0.661209			0.360762	
0.932470			0.171324	
S:				
S. $\frac{b-a}{2}$:				

Calcule os erros absolutos de cada solução, levando-se em consideração que o resultado exato é dado por: 0.741818

Método	Solução	Erro
Simpson $\frac{1}{3}$		
Simpson $\frac{3}{8}$		
Gauss N=4		
Gauss N=6		

(d)

$$\int_{-1}^2 \cos\left(\frac{x^4}{4}\right) \cos\left(\frac{x^3}{3}\right) dx \quad (8)$$

Simpson $\frac{1}{3}$			
x	f(x)	m	f(x).m
-1,000000			
-0,500000			
0,000000			
0,500000			
1,000000			
1,500000			
2,000000			
			S:
			$S \cdot \frac{h}{3}$:

Simpson $\frac{3}{8}$			
x	f(x)	m	f(x).m
-1,000000			
-0,500000			
0,000000			
0,500000			
1,000000			
1,500000			
2,000000			
			S:
			$I=S \cdot \frac{3h}{8}$:

Quadratura de Gauss $N = 4$				
μ_i	r_i	$f(r_i)$	ω_i	$f(r_i) \cdot \omega_i$
-0,861136			0,347855	
-0,339981			0,652145	
0,339981			0,652145	
0,861136			0,347855	
				S:
				$S \cdot \frac{b-a}{2}$:

Quadratura de Gauss $N = 6$				
μ_i	r_i	$f(r_i)$	ω_i	$f(r_i) \cdot \omega_i$
-0.932470			0.171324	
-0.661209			0.360762	
-0.238619			0.467914	
0.238619			0.467914	
0.661209			0.360762	
0.932470			0.171324	
				S:
				$S \cdot \frac{b-a}{2}$:

Calcule os erros absolutos de cada solução, levando-se em consideração que o resultado exato é dado por: 2.415471

Método	Solução	Erro
Simpson $\frac{1}{3}$		
Simpson $\frac{3}{8}$		
Gauss N=4		
Gauss N=6		