

# Linguagens Formais e Autômatos

Exercícios: Encontrar gramáticas que gerem as linguagens:

a)  $L(G_1) = \{ w \in \{a,b\}^+ / \text{o número de a's} = \text{número de b's} \}$

b)  $L(G_2) = \{ a^i b^j / j > i \}$

c)  $L(G_3) = \{ a^n b^n c^n / n \geq 1 \}$

d)  $L(G_4) = \{ ww / w \text{ é palavra de } \{a,b\}^* \}$

e)  $L(G_5) = \{ wcw^r / w \text{ está em } \{0,1\}^* \}$ . Observação:  $w^r$  é palavra reversa.

Para item “e” será pedido uma Gramática Livre de Contexto. Aguardar tal conteúdo.

# Linguagens Formais e Autômatos

Para **item c** temos  $G$  e podemos provar que esta gera a  $L$

$$\begin{aligned} G: \quad & S \rightarrow abc / aYb^2c^2 \\ & aYb \rightarrow a^2Xb / a^2b \\ & Xb \rightarrow bX \\ & bXc \rightarrow b^2Yc^2 \\ & bY \rightarrow Yb \end{aligned}$$

**Prova** (Simon, 1978):  $|G| = \{ a^n b^n c^n / n \geq 1 \}$ . De fato é fácil verificar que para cada  $n \geq 2$ ,  $G$  tem a derivação:  $S \Rightarrow a^{n-1} Y b^n c^n \Rightarrow a^n X b^n c^n \Rightarrow^* a^n b^n X c^n \Rightarrow a^n b^{n+1} Y c^{n+1} \Rightarrow^* a^n Y b^{n+1} c^{n+1}$

Como  $S \Rightarrow aYb^2c^2$  segue que para todo  $n \geq 2$

$S \Rightarrow^* a^{n-1} Y b^n c^n$ . Logo, usando a produção  $aYb \rightarrow a^2b$  tem-se  $S \Rightarrow^* a^n b^n c^n$  ( $n \geq 2$ )

Como  $S \Rightarrow abc$ , segue que  $|G| \supset a^n b^n c^n / n \geq 1$ .