12024EUF0001

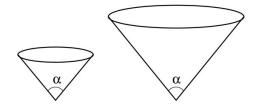
João Ninguém

## Instruções para a prova:

- Esta prova contém 40 problemas sobre mecânica clássica, eletromagnetismo, termodinâmica, física moderna, mecânica quântica e física estatística. Todas as questões têm o mesmo peso.
- O tempo de duração desta prova é de 4 horas.
   O tempo mínimo de permanência na sala é de 90 minutos.
- Não é permitido o uso de calculadoras ou outros instrumentos eletrônicos.
- Assinale as alternativas corretas na folha de respostas que se encontra no final do caderno de questões, preenchendo inteiramente o quadradinho correspondente a caneta azul ou preta.
   Alternativas assinaladas fora da folha de respostas não serão consideradas Não destaque a folha de respostas. Erros na marcação da resposta podem ser corrigidos com corretivo branco.
- Ao final da prova, devolva tanto o caderno de questões quanto o formulário.

#### Q. 1 [mcPT1a]

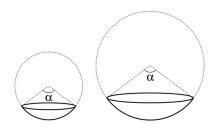
Cones semelhantes (mas de dimensões distintas) feitos do mesmo material são soltos do repouso, como ilustrado ao lado, e caem verticalmente sob ação da gravidade e da resistência do ar. Notase que as velocidades terminais desses cones são iguais. Dentre as afirmações a seguir, quais delas são **necessárias** para que as velocidades terminais sejam iguais?



- I. A força de arraste é proporcional ao quadrado da velocidade.
- II. A força de arraste é proporcional à área do cone.
- III. A força de arraste é proporcional ao raio do cone.
- $\Lambda$  Apenas  $\Pi$
- В ІеШ
- C I e II
- D Apenas I
- E Apenas III

#### $\mathbf{Q.}\ \mathbf{2}$ [mcPT1b]

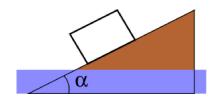
Calotas esféricas semelhantes (mas de dimensões distintas) feitas do mesmo material são soltas do repouso, como ilustrado ao lado, e caem verticalmente sob ação da gravidade e da resistência do ar. Nota-se que as velocidades terminais dessas calotas são iguais. Dentre as afirmações a seguir, quais delas são **necessárias** para que as velocidades terminais sejam iguais?



- I. A força de arraste é proporcional ao quadrado da velocidade.
- II. A força de arraste é proporcional à área da calota.
- III. A força de arraste é proporcional ao raio da calota.
- $\Lambda$  Apenas  $\Pi$
- В ІеШ
- $\boxed{\mathrm{C}}$  I e II
- D Apenas I
- E Apenas III

## $\mathbf{Q.}$ 3 [mcPT2a]

A figura ao lado ilustra um bloco de densidade  $\rho$  sobre um plano inclinado de ângulo  $\alpha$  que é ligeiramente menor que o ângulo máximo de inclinação para que o bloco não deslize. O sistema todo está dentro de um recipiente com líquido de densidade  $\rho'=\rho/2$  e cujo nível se eleva lentamente.



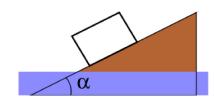
Desconsiderando os efeitos de arraste do líquido e assumindo que o coeficiente de atrito entre o bloco e o plano inclinado é **inalterado** pela presença do líquido, quais das afirmações a seguir são verdadeiras?

- I. Assim que a camada de líquido atingir o bloco, a força normal entre o bloco e o plano inclinado começa a diminuir.
- II. O bloco desliza assim que a camada de líquido o atingir.
- III. O bloco desliza apenas após a camada de líquido submergir 1/2 de seu volume.



#### $\mathbf{Q.}$ 4 [mcPT2b]

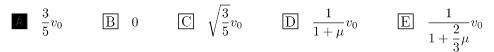
A figura ao lado ilustra um bloco de densidade  $\rho$  sobre um plano inclinado de ângulo  $\alpha$  que é ligeiramente menor que o ângulo máximo de inclinação para que o bloco não deslize. O sistema todo está dentro de um recipiente com líquido de densidade  $\rho'=\rho/3$  e cujo nível se eleva lentamente.



Desconsiderando os efeitos de arraste do líquido e assumindo que o coeficiente de atrito entre o bloco e o plano inclinado é **inalterado** pela presença do líquido, quais das afirmações a seguir são verdadeiras?

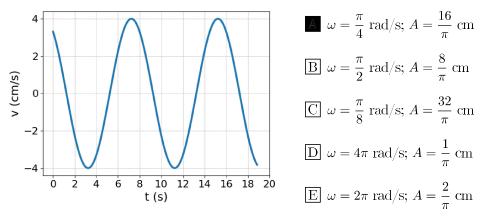
- I. A força normal entre o bloco e o plano inclinado é tanto menor quanto maior for a fração de bloco submersa.
- II. O bloco desliza pouco após a camada de líquido o atingir.
- III. O bloco desliza apenas após a camada de líquido submergir 2/3 de seu volume.

**Q. 5** [mcPT3a] Uma bola de boliche de massa M e raio R é jogada em uma pista perfeitamente horizontal com velocidade inicial  $v_0$  e sem girar. Sendo  $\mu > 0$  o coeficiente de atrito **cinético** entre a bola e a pista e considerando a bola como uma casca esférica, qual a velocidade final da mesma após o **deslizamento** cessar? (Considere a bola e a pista como idealmente rígidos. O momento de inércia de uma casca esférica em torno de um eixo contendo seu centro de massa é  $2MR^2/3$ .)

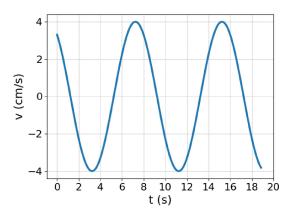


**Q. 6** [mcPT3b] Uma bola de boliche de massa M e raio R é jogada em uma pista perfeitamente horizontal com velocidade inicial  $v_0$  e sem girar. Sendo  $\mu > 0$  o coeficiente de atrito **cinético** entre a bola e a pista e considerando a bola como uma esfera homogênea, qual a velocidade final da mesma após o **deslizamento** cessar? (Considere a bola e a pista como idealmente rígidos. O momento de inércia de uma esfera homogênea em torno de um eixo que passa pelo seu centro de massa é  $2MR^2/5$ .)

**Q. 7** [mcPT4a] A velocidade como função do tempo para uma partícula em oscilação harmônica é apresentada na figura abaixo. Assumindo  $x(t) = A\cos(\omega t + \delta)$ , determine a opção que melhor descreve a frequência angular  $\omega$  e a amplitude do movimento A.



**Q. 8 [mcPT4b]** A **velocidade** como função do tempo para uma partícula em oscilação harmônica é apresentada na figura abaixo. Assumindo  $v(t) = A\cos(\omega t + \delta)$ , determine a opção que melhor descreve a frequência angular  $\omega$  e o módulo da máxima aceleração  $a_{\max}$ .



$$\boxed{\mathbf{B}} \ \omega = \frac{\pi}{2} \ \mathrm{rad/s}; \ a_{\mathrm{max}} = 2\pi \ \mathrm{cm/s^2}$$

$$\boxed{\text{C}} \ \omega = \frac{\pi}{8} \text{ rad/s}; \ a_{\text{max}} = \frac{\pi}{2} \text{ cm/s}^2$$

$$\boxed{\mathbb{D}} \ \omega = \frac{\pi}{8} \ \mathrm{rad/s}; \, a_{\mathrm{max}} = \frac{\pi}{2} \ \mathrm{cm/s^2}$$

$$\boxed{\mathrm{E}} \ \omega = 2\pi \ \mathrm{rad/s}; \ a_{\mathrm{max}} = 8\pi \ \mathrm{cm/s^2}$$

**Q. 9** [mcPT5a] Em um experimento de colisões realizado na disciplina de Física Experimental, os alunos colocam dois blocos  $A \in B$ , de mesma massa m, sobre um trilho de ar.



O bloco B tem preso a si uma mola de constante elástica k e massa desprezível. Antes da colisão, o bloco B está em repouso, enquanto o bloco A se aproxima com velocidade linear de módulo  $v_0$ , como mostrado na figura acima. Assumindo que perdas de energia por atrito sejam desprezíveis, determine o módulo da compressão máxima  $\Delta x_{\rm max}$  da mola durante a colisão. Expresse seu resultado como função dos parâmetros m, k e  $v_0$ .

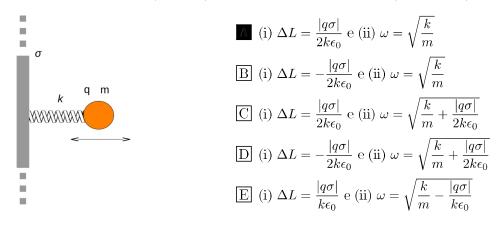
**Q. 10** [mcPT5b] Em um experimento de colisões realizado na disciplina de Física Experimental, os alunos colocam dois blocos  $A \in B$ , de mesma massa m, sobre um trilho de ar.



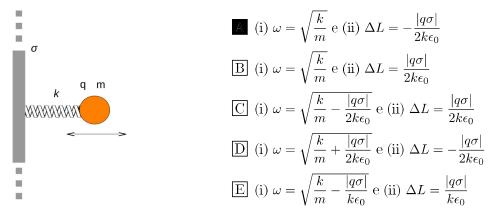
O bloco B tem preso a si uma mola de constante elástica k e massa desprezível. Antes da colisão, o bloco B está em repouso, enquanto o bloco A se aproxima com velocidade linear de módulo  $v_0$ , como mostrado na figura acima. Pelas filmagens do experimento, os alunos foram capazes de estimar a compressão máxima  $\Delta x_{\rm max}$  sofrida pela mola durante a colisão. Assumindo que perdas de energia por atrito sejam desprezíveis, determine o módulo da velocidade inicial  $v_0$  do bloco A. Expresse seu resultado como função dos parâmetros m, k e  $\Delta x_{\rm max}$ .

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{A} & v_0 = \sqrt{\frac{2k\Delta x_{\max}^2}{m}} & & \mathbb{E} & v_0 = \sqrt{\frac{2k\Delta x_{\max}^2}{3m}} \\ \mathbb{B} & v_0 = \sqrt{\frac{k\Delta x_{\max}^2}{m}} & & \mathbb{D} & v_0 = \sqrt{\frac{k\Delta x_{\max}^2}{2m}} \\ \end{array}$$

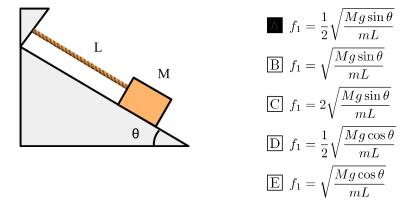
Q. 11 [mcPT6a] Uma partícula puntiforme de massa m e carga q está acoplada a um plano delgado infinito por uma mola ideal (isolante) de massa desprezível, comprimento L e constante elástica k. O plano é dielétrico e tem carga superficial  $\sigma$  homogênea, de mesmo sinal que q. A partícula pode oscilar livremente na coordenada normal ao plano, como ilustrado na figura abaixo. Desconsiderando efeitos da gravidade e perdas de energia por radiação, determine (i) a deformação  $\Delta L$  da mola no equilíbrio e (ii) a frequência angular  $\omega$  de oscilação da partícula. Utilize o SI, em que o campo elétrico de um plano infinito é  $\vec{E} = \frac{1}{2}(\sigma/\epsilon_0)\hat{n}$ , sendo  $\hat{n}$  o vetor normal ao plano. Considere a deformação da mola como positiva (negativa) quando a mola está estendida (comprimida).



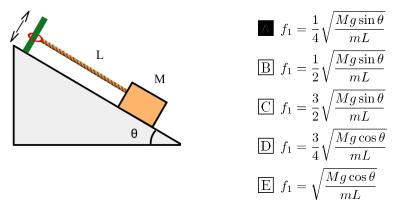
Q. 12 [mcPT6b] Uma partícula puntiforme de massa m e carga q está acoplada a um plano delgado infinito por uma mola ideal (isolante) de massa desprezível, comprimento L e constante elástica k. O plano é dielétrico e tem carga superficial  $\sigma$  homogênea, de **sinal oposto** a q. A partícula pode oscilar livremente na coordenada normal ao plano, como ilustrado na figura abaixo. Desconsiderando efeitos da gravidade e perdas de energia por radiação, determine (i) a frequência angular  $\omega$  de oscilação da partícula e (ii) a deformação  $\Delta L$  da mola no equilíbrio. Utilize o SI, em que o campo elétrico de um plano infinito é  $\vec{E} = \frac{1}{2}(\sigma/\epsilon_0)\hat{n}$ , sendo  $\hat{n}$  o vetor normal ao plano. Considere a deformação da mola como positiva (negativa) quando a mola está estendida (comprimida).



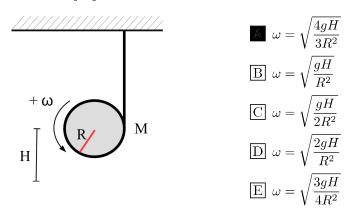
Q. 13 [mcPT7a] Um bloco de massa M está em repouso sobre um plano inclinado sem atrito, de inclinação  $\theta$ , sustentado por uma corda de massa m e comprimento L, como mostrado na Figura fbaixo. A corda está presa nas duas extremidades. Dada essa configuração do sistema e sabendo que  $m \ll M$ , determine a menor frequência de oscilação  $f_1$  de uma onda mecânica na corda. Expresse seu resultado como função de m, M, g,  $\theta$  e L. Trate a corda como unidimensional.



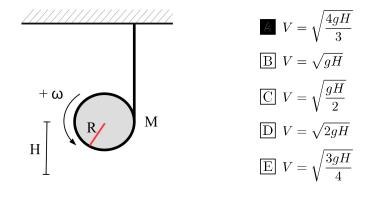
Q. 14 [mcPT7b] Um bloco de massa M está em repouso sobre um plano inclinado sem atrito, de inclinação  $\theta$ , sustentado por uma corda de massa m e comprimento L, como mostrado na figura abaixo. A corda está presa ao bloco, porém está livre para se movimentar ao longo do eixo do suporte, na extremidade oposta. Dada essa configuração do sistema e sabendo que  $m \ll M$ , determine a menor frequência de oscilação  $f_1$  de uma onda mecânica na corda. Expresse seu resultado como função de m, M, g,  $\theta$  e L. Trate a corda como unidimensional.



**Q. 15** [mcPT8a] Um disco homogêneo de massa M e raio R está acoplado ao teto através de uma corda (de massa desprezível) enrolada nas suas bordas. O disco é abandonado do repouso sob ação da gravidade g, tal como ilustrado na figura abaixo. Desprezando eventuais perdas de energia e assumindo que a corda  $\tilde{\mathbf{nao}}$  desliza sobre a borda do disco, determine a velocidade angular  $\omega$  do disco como função da altura H em relação a sua posição inicial. O momento de inércia do disco em torno de um eixo perpendicular contendo seu centro de massa é  $MR^2/2$ .



Q. 16 [mcPT8b] Um disco homogêneo de massa M e raio R está acoplado ao teto através de uma corda (de massa desprezível) enrolada nas suas bordas. O disco é abandonado do repouso sob ação da gravidade g, tal como ilustrado na figura abaixo. Desprezando eventuais perdas de energia e assumindo que a corda  $\tilde{\mathbf{nao}}$  desliza sobre a borda do disco, determine o módulo da velocidade linear V do disco como função da altura H em relação a sua posição inicial. O momento de inércia do disco em torno de um eixo perpendicular contendo seu centro de massa é  $MR^2/2$ .



#### Q. 17 [emPT1a]

O campo elétrico de uma onda plana que se propaga no vácuo é dado por

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = E_0(\hat{x} + \hat{z})e^{-i(\omega t - ky)},$$

sendo  $\mathbf{k} = k\hat{y}$  o vetor de onda. Determine o campo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ .

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c} e^{-i(\omega t - ky)} (\hat{x} - \hat{z})$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c} e^{-i(\omega t - ky)} (\hat{y} + \hat{z})$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \ \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c} e^{-i(\omega t - ky)} (\hat{x} + \hat{z})$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c} e^{-i(\omega t + ky)} \hat{x}$$

## Q. 18 [emPT1b]

O campo elétrico de uma onda plana que se propaga no vácuo é dado por

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = E_0(\hat{y} + \hat{z})e^{-i(\omega t - kx)},$$

sendo  $\mathbf{k} = k\hat{x}$  o vetor de onda. Determine o campo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ .

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c} e^{-i(\omega t - kx)} (\hat{z} - \hat{y})$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c} \, e^{-i(\omega t - kx)} (\hat{y} + \hat{z})$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \ \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c} e^{-i(\omega t - kx)} (\hat{x} - \hat{z})$$

$$\mathbf{E} \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c} e^{-i(\omega t + kx)} \hat{x}$$

Q. 19 [emPT2a] O potencial elétrico V na superfície de uma casca esférica de raio R é igual a  $V=(V_0R/a)\cos\theta$ , em que  $\theta$  é o ângulo polar em relação a um certo eixo que passa pelo centro da esfera, enquanto  $V_0$  e a são constantes. Qual é o potencial elétrico dentro da esfera, na região a uma distância r = R/2 do centro?

$$V = \frac{V_0}{2a} R \cos \theta$$

$$\boxed{C} V = \frac{V_0}{3a} R \cos \theta$$

$$\boxed{D} V = \frac{V_0}{3a} R$$

$$\mathbb{E} V = \frac{2V_0}{a} R \operatorname{sen} \theta$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ V = \frac{\mathbf{\tilde{V}}_0}{2a} \, R$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ V = \frac{V_0}{3a} \, R$$

O potencial elétrico V na superfície de uma casca esférica de raio R é igual a  $V=(V_0R/a)\cos\theta$ , em que  $\theta$  é o ângulo polar em relação a um certo eixo que passa pelo centro da esfera, enquanto  $V_0$  e a são constantes. Qual é o potencial elétrico fora da esfera, na região a uma distância r = 2R do centro?

$$\boxed{C} V = \frac{V_0 R^2}{4a^2} \cos \theta \qquad \boxed{E} V = \frac{V_0 R^2}{2a^2} \sin \theta$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ V = \frac{V_0 R^2}{2a^2} \operatorname{sen} \theta$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ V = \frac{V_0 R}{4a}$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ V = \frac{V_0 R^2}{4a^2}$$

Q. 21 [emPT3a] Em uma região no interior de um cilindro de raio R e altura h há um campo elétrico dado por  $\mathbf{E} = \alpha \hat{\rho} + \beta \hat{z}$  e um campo magnético dado por  $\mathbf{B} = \gamma \hat{\varphi} + \delta \hat{z}$ , onde  $\alpha, \beta, \gamma$  e  $\delta$  são constantes. O eixo de simetria do cilindro está na direção  $\hat{z}$ . Qual é o valor absoluto da energia que atravessa a tampa superior do cilindro por unidade de tempo?

$$C \frac{4\pi R^2 \alpha \alpha}{\gamma \beta \mu_0}$$

$$\mathbb{E} \frac{R^2}{2\pi\beta\delta\mu_0}$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ \frac{2\pi R^2 \beta \delta}{\mu_0}$$

$$\begin{array}{c}
\boxed{C} \frac{4\pi R^2 \alpha \delta}{\gamma \beta \mu_0} \\
\boxed{D} \frac{R^2}{4\pi \alpha \gamma \mu_0}
\end{array}$$

Em uma região no interior de um cilindro de raio R e altura h há um campo magnético dado por  $\mathbf{B} = \alpha \hat{\rho} + \beta \hat{z}$  e um campo elétrico dado por  $\mathbf{E} = \gamma \hat{\rho} + \delta \hat{\varphi}$ , onde  $\alpha, \beta, \gamma$  e  $\delta$  são constantes. O eixo de simetria do cilindro está na direção  $\hat{z}$ . Qual é o valor absoluto da energia que atravessa a tampa superior do cilindro por unidade de tempo?

$$\frac{\pi R^2 \alpha \delta}{\mu_0}$$

$$2\pi R^2 \alpha \gamma$$

$$\begin{array}{c}
\boxed{C} \frac{2\pi R^2 \beta \gamma}{\mu_0} \\
\boxed{D} \frac{4\pi R^2 \alpha \gamma}{\mu_0}
\end{array}$$

$$\mathbb{E} \frac{4\pi R^2 \beta \delta}{\mu_0}$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ \frac{2\pi R^2 \alpha \gamma}{\mu_0}$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ \frac{4\pi R^2 \alpha \gamma}{\mu_0}$$

Um fio de comprimento  $L_0$  e resistência  $R_0$  é esticado de tal forma que seu novo comprimento é  $L=2L_0$ . Considerando que a resistividade e o volume do fio não se alteram quando variamos o seu comprimento, qual é o valor da nova resistência R em termos de  $R_0$ ?

$$\begin{array}{c}
A & R = 4R_0 \\
\hline
B & R = R_0
\end{array}$$

$$\boxed{C} R = 2R_0$$

$$\boxed{D} R = \frac{R_0}{2}$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ R = \frac{R_0}{4}$$

Um fio de comprimento  $L_0$  e resistência  $R_0$  é esticado de tal forma que seu novo comprimento é  $L=3L_0$ . Considerando que a resistividade e o volume do fio não se alteram quando variamos o seu comprimento, qual é o valor da nova resistência R em termos de  $R_0$ ?

$$\begin{array}{c}
A & R = 9R_0 \\
B & R = R_0
\end{array}$$

$$\boxed{C} R = 3R_0$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ R = \frac{R_0}{9}$$

 $\square$   $R = \frac{R_0}{2}$ 

Q. 25 [emPT5a] Um elétron de massa  $m_e$  é lançado com uma velocidade inicial de módulo  $v_0$ em direção a um próton mantido fixo no lugar. Se o elétron se encontra inicialmente a uma grande distância do próton, a que distância r do próton a velocidade instantânea do elétron é cinco vezes maior que sua velocidade inicial?

$$\boxed{ \mathbb{E} \ r = \frac{1}{48\pi\epsilon_0 m_e} \left(\frac{e}{v_0}\right)^2 }$$

$$\boxed{ \mathbb{E} \ r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 m_e} \left(\frac{e}{v_0}\right)^2 }$$

$$\boxed{ \mathbb{E} \ r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 m_e} \left(\frac{e}{v_0}\right)^2 }$$

$$\boxed{ \mathbb{E} \ r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 m_e} \left(\frac{e}{v_0}\right)^2 }$$

Um elétron de massa  $m_e$  é lançado com uma velocidade inicial de módulo  $v_0$ em direção a um próton mantido fixo no lugar. Se o elétron se encontra inicialmente a uma grande distância do próton, a que distância r do próton a energia cinética do elétron é três vezes maior que sua energia cinética inicial?

$$T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 m_e} \left(\frac{e}{v_0}\right)^2$$

$$T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{em_e}{v_0}\right)^2$$

$$T = \frac{1}{48\pi\epsilon_0 m_e} \left(\frac{e}{v_0}\right)^2$$

$$T = \frac{1}{48\pi\epsilon_0 m_e} \left(\frac{em_e}{v_0}\right)^2$$

$$T = \frac{1}{48\pi\epsilon_0 m_e} \left(\frac{em_e}{v_0}\right)^2$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \ r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{em_e}{v_0}\right)^2$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ r = \frac{1}{48\pi\epsilon_0 m_e} \left(\frac{e}{v_0}\right)^2$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ r = \frac{1}{8\pi\epsilon_0 m_e} \left(\frac{e}{v_0}\right)^2$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ r = \frac{1}{48\pi\epsilon_0} \left(\frac{em_e}{v_0}\right)^2$$

Duas cascas esféricas concêntricas, a primeira com densidade superficial de cargas  $\sigma_1$  e a segunda com  $\sigma_2$ , tem raios  $r_1$  e  $r_2 = 3r_1$ , respectivamente. Determine o módulo do campo elétrico E gerado por estas duas cascas a uma distância  $r = 2r_1$  do centro das cascas.

$$\mathbb{A} E = \frac{\sigma_1}{4\epsilon_0}$$

$$C E = 0$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ E = \frac{2}{5} \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma_1}{4\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma_1 + 9\sigma_2}{4\epsilon_0}$$

Duas cascas esféricas concêntricas, a primeira com densidade superficial de cargas  $\sigma_1$  e a segunda com  $\sigma_2$ , tem raios  $r_1$  e  $r_2 = 2r_1$ , respectivamente. Determine o módulo do campo elétrico E gerado por estas duas cascas a uma distância  $r = 3r_1$  do centro das cascas.

$$E = \frac{\sigma_1 + 4\sigma_2}{9\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma_1}{81\epsilon_0}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline C & E = 0 \\ \hline D & E = \frac{5}{9} \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\epsilon_0} \end{array}$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ E = \frac{9}{5} \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\epsilon_0}$$

Considere um conjunto de dois capacitores em série, com capacitâncias  $C_1 = C$ e  $C_2 = 2C$ . Nenhum dos capacitores suporta uma diferença de potencial maior que  $V_0$  sem que seus dielétricos se rompam. Dado esse vínculo, qual é a maior energia elétrica U que pode ser armazenada no conjunto de dois capacitores?

$$\boxed{C} \ U = \frac{5}{6}CV_0^2$$

$$\boxed{D} \ U = \frac{1}{2}CV_0^2$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ U = \frac{6}{5}CV_0^2$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ U = \frac{4}{3}CV_0^2$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ U = \frac{1}{2}CV_0^2$$

## $\mathbf{Q.~30}$ [emPT7b]

Considere um conjunto de dois capacitores em série, com capacitâncias  $C_1 = C$  e  $C_2 = 2C$ . Nenhum dos capacitores suporta uma diferença de potencial maior que  $V_0$  sem que seus dielétricos se rompam. Dado esse vínculo, qual é a maior diferença de potencial V que pode ser estabelecida entre os terminais do conjunto de dois capacitores?

$$V = \frac{3}{2}V_0$$

$$V = \frac{3}{2}V_0$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \ V = 2V_0$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ V = \frac{1}{3}V_0$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ V = \frac{3}{4}V_0$$

$$\boxed{D} \ V = \frac{2}{3}V_0$$

Q. 31 [emPT8a] Em um circuito RC, temos uma fonte com força eletromotriz  $\mathcal{E}$ , um resistor de resistência R e um capacitor de capacitância C. No instante t=0, o circuito é fechado, fazendo com que o capacitor inicialmente descarregado comece a se carregar de acordo com a equação  $q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ . Em que instante de tempo a diferença de potencial entre os terminais do capacitor é igual à metade da diferença de potencial entre os terminais do resistor?

$$\boxed{\mathbf{C}} \ t = \ln\left(\frac{2}{3}\right) RC$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ t = \ln\left(\frac{1}{4}\right) RC$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ t = \ln\left(\frac{1}{2}\right) RC$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ t = \ln\left(2\right) RC$$

Q. 32 [emPT8b] Em um circuito RC, temos uma fonte com força eletromotriz  $\mathcal{E}$ , um resistor de resistência R e um capacitor de capacitância C. No instante t=0, o circuito é fechado, fazendo com que o capacitor inicialmente descarregado comece a se carregar de acordo com a equação  $q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-\frac{1}{RC}})$ . Em que instante de tempo a diferença de potencial entre os terminais do capacitor é igual à diferença de potencial entre os terminais do resistor?

$$b t = \ln(2) RC$$

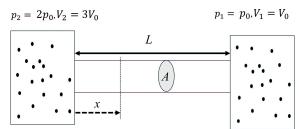
$$b t = \ln\left(\frac{1}{2}\right) RC$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \ t = \ln\left(\frac{2}{3}\right) RC$$

 $\boxed{\mathbf{D}} \ t = RC$ 

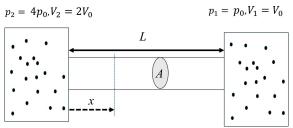
$$\boxed{\mathbf{E}} \ t = \ln\left(\frac{1}{4}\right) RC$$

Q. 33 [tePT1a] Sabe-se que a transferência de energia entre as partes adjacentes de um corpo, em consequência da diferença entre suas temperaturas, ocorre da parte mais quente para a mais fria. Considere então uma barra cilíndrica e homogênea disposta entre dois reservatórios térmicos, cada um deles contendo um mol de gás ideal. O primeiro sustenta uma pressão  $p_1 = p_0$  e possui volume  $V_1 = V_0$ , enquanto o outro sustenta uma pressão  $p_2 = 2p_0$  e possui volume  $V_2 = 3V_0$ , conforme a figura abaixo:



No estado estacionário, sabe-se que, nesse caso, a taxa de transferência de calor, dQ/dt, não deve depender de x, a variável de posição indicada na figura. Portanto, a temperatura deve depender linearmente de x, segunda uma expressão dada por:

Q. 34 [tePT1b] Sabe-se que a transferência de energia entre as partes adjacentes de um corpo, em consequência da diferença entre suas temperaturas, ocorre da parte mais quente para a mais fria. Considere então uma barra cilíndrica e homogênea disposta entre dois reservatórios térmicos, cada um deles contendo um mol de gás ideal. O primeiro sustenta uma pressão  $p_1 = p_0$  e possui volume  $V_1 = V_0$ , enquanto o outro sustenta uma pressão  $p_2 = 4p_0$  e possui volume  $V_2 = 2V_0$ , conforme a figura abaixo:



No estado estacionário, sabe-se que, nesse caso, a taxa de transferência de calor, dQ/dt, não deve depender de x, a variável de posição indicada na figura. Portanto, a temperatura deve depender linearmente de x, segunda uma expressão dada por:

**Q. 35 [tePT2a]** Uma bola de ferro cai de uma altura h, a partir do repouso, sobre uma superfície de concreto. Após o primeiro impacto, a bola é lançada de volta a uma altura de  $\frac{h}{2}$ . Suponha que toda a energia mecânica perdida após o primeiro impacto com o chão seja transformada em energia interna da bola. Dado o calor específico do ferro  $c_F$  e a aceleração gravitacional local g, determine o aumento de temperatura da bola após a primeira colisão.

Uma bola de ferro cai de uma altura h, a partir do repouso, sobre uma superfície de concreto. Após o primeiro impacto, a bola é lançada de volta a uma altura de  $\frac{h}{3}$ . Suponha que toda a energia mecânica perdida após o primeiro impacto com o chão seja transformada em energia interna da bola. Dado o calor específico do ferro  $c_F$  e a aceleração gravitacional local g, determine o aumento de temperatura da bola após a primeira colisão.

$$\Delta T = \frac{2gh}{3c_F}$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \ \Delta T = \frac{gh}{2c_F}$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \Delta T = \frac{gh}{c_F}$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ \Delta T = \frac{gh}{2c_F}$$

$$\boxed{\mathbb{D}} \ \Delta T = \frac{3c_F}{2gh}$$

O motor de um refrigerador fornece uma potência de 100 watts. Lembre-se de Q. 37 [tePT3a] que coeficiente de desempenho de um refrigerador é sempre medido com a razão do calor extraído da fonte fria pelo trabalho fornecido pelo motor desse refrigerador. Considerando que o congelador do refrigerador está a uma temperatura de 270 K e o ar ambiente está a uma temperatura de 300 K, e supondo um coeficiente de desempenho ideal, qual é a quantidade máxima de calor que pode ser extraída do congelador em um intervalo de tempo de  $\Delta t = 10 \,\mathrm{min}$ ?

$$5.4 \times 10^5 \text{ J}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline C & 1.6 \times 10^5 \text{ J}\\\hline D & 2.7 \times 10^5 \text{ J}\\\hline\end{array}$$

$$[E] 5.2 \times 10^6 \text{ J}$$

$$\boxed{\text{B}}$$
 2,6 × 10<sup>7</sup> J

$$\boxed{D} 2.7 \times 10^5 .$$

Q. 38 [tePT3b] O motor de um refrigerador fornece uma potência de 50 watts. Lembre-se de que coeficiente de desempenho de um refrigerador é sempre medido com a razão do calor extraído da fonte fria pelo trabalho fornecido pelo motor desse refrigerador. Considerando que o congelador do refrigerador está a uma temperatura de 270 K e o ar ambiente está a uma temperatura de 300 K, e supondo um coeficiente de desempenho ideal, qual é a quantidade máxima de calor que pode ser extraída do congelador em um intervalo de tempo de  $\Delta t = 10 \,\mathrm{min}$ ?

$$2.7 \times 10^5 \text{ J}$$

$$\boxed{\text{C}}$$
 8,0 × 10<sup>6</sup> J  
 $\boxed{\text{D}}$  5,4 × 10<sup>5</sup> J

$$\boxed{\text{E}} \ 2.4 \times 10^6 \ \text{J}$$

$$\begin{array}{c} 2.7 \times 10^{7} \text{ J} \\ \hline \text{B} 1.3 \times 10^{7} \text{ J} \end{array}$$

$$\boxed{D}$$
 5,4 × 10<sup>5</sup>.

Considere duas porções do mesmo líquido com a mesma massa m, mas com Q. 39 [tePT4a] temperaturas diferentes  $T \in 2T$ . As duas porções são misturadas e a mistura é mantida termicamente isolada. O calor específico do líquido é constante e dado por c. O sistema atinge o equilíbrio. A variação de entropia neste processo é dada por:

$$\Delta S = mc \ln \left(\frac{9}{8}\right).$$

$$\boxed{C} \ \Delta S = mc \ln \left(\frac{4}{3}\right).$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ \Delta S = mc \ln \left( \frac{5}{4} \right).$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \Delta S = 0.$$

$$\boxed{\mathrm{E}} \Delta S = mc \ln 2.$$

**Q.** 40 [tePT4b] Considere duas porções do mesmo líquido com a mesma massa m, mas com temperaturas diferentes  $T \in 3T$ . As duas porções são misturadas e a mistura é mantida termicamente isolada. O calor específico do líquido é constante e dado por c. O sistema atinge o equilíbrio. A variação de entropia neste processo é dada por:

$$\Delta S = mc \ln \left(\frac{4}{3}\right).$$

$$\boxed{\mathbb{C}} \ \Delta S = mc \ln \left( \frac{9}{8} \right).$$

$$\boxed{D} \ \Delta S = mc \ln \left(\frac{5}{4}\right).$$

$$\boxed{\mathrm{B}} \Delta S = 0.$$

$$\boxed{\mathrm{E}} \Delta S = mc \ln 2.$$

#### Q. 41 [fmPT1a]

Em um referencial inercial, a força resultante sobre uma partícula de massa de repouso m é  $\mathbf{F} = At\hat{x}$ , onde A é uma constante. Se o momento inicial da partícula nesse referencial é nulo, qual é a sua velocidade medida no tempo t nesse mesmo referencial?

$$\boxed{C} \frac{At^2c}{\sqrt{m^2c^2 + A^2t^4}}\hat{x}$$

$$\boxed{\text{E}} \frac{At^2c}{\sqrt{4m^2c^2 + 2A^2t^4}}\hat{x}$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \frac{At^2c}{\sqrt{2m^2c^2 + A^2t^4}}\hat{x}$$

## Q. 42 [fmPT1b]

Em um referencial inercial, a força resultante sobre uma partícula de massa de repouso m é  $\mathbf{F} = At^2\hat{x}$ , onde A é uma constante. Se o momento inicial da partícula nesse referencial é nulo, qual é a sua velocidade medida no tempo t nesse mesmo referencial?

$$\boxed{\mathbf{C}} \frac{3At^3c}{\sqrt{m^2c^2 + 9A^2t^6}}$$

$$\boxed{\text{E}} \frac{At^3c}{\sqrt{m^2c^2 + A^2t^6}} \hat{a}$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \frac{At^3c}{\sqrt{9m^2c^2 + 3A^2t^6}}\hat{x}$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \frac{At^3c}{\sqrt{m^2c^2 + 3A^2t^6}} \hat{\mathbf{a}}$$

Q. 43 [fmPT2a] Uma molécula diatômica é formada por dois átomos idênticos cujos núcleos, de massa m, estão separados por uma distância d. A energia necessária para levar a molécula do estado fundamental para o primeiro estado excitado rotacional é:

$$\boxed{\mathbf{B}} \quad \frac{\hbar^2}{md^2}$$
.

$$\boxed{C} \frac{\hbar^2}{2md^2}$$

$$\boxed{\text{E}} \quad \frac{2\pi^2\hbar^2}{md^2}$$

Q. 44 [fmPT2b] Uma molécula diatômica é composta por dois átomos iguais, cada um de massa m. A energia necessária para levar a molécula do estado fundamental para o primeiro estado excitado rotacional é  $\mathcal{E}$ . Qual é a distância média entre os núcleos dos átomos dessa molécula?

$$\Lambda = \sqrt{\frac{2\hbar^2}{m\xi}}$$

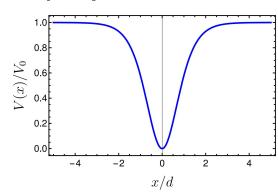
$$\boxed{\mathbf{B}} \quad \sqrt{\frac{\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \quad \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\mathcal{E}}}$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \quad \sqrt{\frac{2\pi^2\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$$

$$\sqrt{\frac{2\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$$
 B  $\sqrt{\frac{\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$  C  $\sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\mathcal{E}}}$  D  $\sqrt{\frac{2\pi^2\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$  E  $\sqrt{\frac{4\pi^2\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$ 

**Q.** 45 [fmPT3a]



Uma partícula de massa m está sujeita ao potencial unidimensional  $V(x) = V_0 \tanh^2(x/d)$ (ilustrado ao lado), onde  $V_0$  e d são constantes positivas. Para  $V_0$  suficientemente grande, a diferença de energia entre os dois estados ligados de mais baixa energia é aproximadamente igual a:



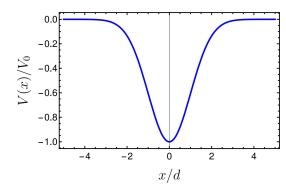
$$\boxed{\mathrm{B}} \quad \frac{\hbar}{d} \sqrt{\frac{V_0}{m}}.$$

$$\boxed{C}$$
  $\frac{\hbar}{d}\sqrt{\frac{V_0}{2m}}$ 

$$\boxed{D} \quad \frac{2\hbar}{d} \sqrt{\frac{V_0}{m}}.$$

$$\square$$
  $\frac{\hbar}{d}\sqrt{\frac{V_0}{2m}}$ .  $\square$   $\frac{2\hbar}{d}\sqrt{\frac{V_0}{m}}$ .  $\square$   $\frac{\hbar}{2d}\sqrt{\frac{V_0}{m}}$ .

Q. 46 [fmPT3b]



Uma partícula de massa m está sujeita ao potencial unidimensional  $V(x) = -V_0 \exp\left(-\frac{x^2}{2d^2}\right)$ (ilustrado ao lado), onde  $V_0$  e d são constantés positivas. Para  $V_0$  suficientemente grande, a diferença de energia entre os dois estados ligados de mais baixa energia é aproximadamente igual a:

$$\frac{\hbar}{d}\sqrt{\frac{V_0}{m}}$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \quad \frac{2\hbar}{d} \sqrt{\frac{V_0}{m}}$$

$$\Box$$
  $\frac{\hbar}{2d}\sqrt{\frac{V_0}{m}}$ 

$$\boxed{D} \quad \frac{4\hbar}{d} \sqrt{\frac{V_0}{m}}$$

## Q. 47 [fmPT4a]

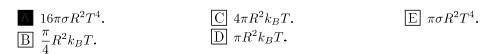
Um planeta descreve uma órbita circular de raio R em torno de uma estrela cuja potência irradiada é P. Suponha que o planeta possa ser tratado aproximadamente como um corpo negro de formato esférico em equilíbrio térmico. Sendo  $k_B$  a constante de Boltzmann e  $\sigma$  a constante de Stefan-Boltzmann, a temperatura desse planeta é:

$$\begin{array}{c}
\left(\frac{P}{16\pi\sigma R^2}\right)^{\frac{1}{4}}. & \qquad \boxed{C} \frac{P}{4\pi k_B R^2}. \\
\boxed{B} \frac{4P}{\pi k_B R^2}. & \qquad \boxed{D} \frac{P}{\pi k_B R^2}.
\end{array}$$

$$\boxed{\mathbb{E}} \left( \frac{P}{\pi \sigma R^2} \right)^{\frac{1}{4}}.$$

## Q. 48 [fmPT4b]

Um planeta cuja temperatura média é T descreve uma órbita circular de raio R em torno de uma estrela. Suponha que o planeta possa ser tratado aproximadamente como um corpo negro de formato esférico em equilíbrio térmico. Sendo  $k_B$  a constante de Boltzmann e  $\sigma$  a constante de Stefan–Boltzmann, a potência irradiada pela estrela é:



**Q. 49** [fmPT5a] Em um experimento de efeito fotoelétrico, uma superfície metálica é iluminada com luz verde ( $\lambda_1 = 500$  nm). Os elétrons ejetados são freados totalmente quando um potencial de 0,48 V é aplicado. Ao fazermos incidir luz violeta ( $\lambda_2 = 400$  nm), o potencial necessário para frear totamente os elétrons é:

**Q. 50** [fmPT5b] Em um experimento de efeito fotoelétrico, uma superfície metálica é iluminada com luz verde ( $\lambda_1 = 500$  nm). Os elétrons ejetados são freados totalmente quando um potencial de 0,48 V é aplicado. Ao fazermos incidir luz laranja ( $\lambda_2 = 600$  nm), o potencial necessário para frear totamente os elétrons é, com um algarismo significativo:

Q. 51 [fmPT6a] Considere que o objetivo de um certo microscópio seja atingir uma resolução suficiente para "enxergar" um átomo. Comparando microscópios eletrônicos e óticos que utilizam o mesmo comprimento de onda  $\lambda$ , a razão entre as energias dos elétrons e dos fótons para obter a resolução desejada, em termos das constantes universais h (a constante de Planck),  $m_e$  (a massa do elétron) e c (a velocidade da luz no vácuo), é:

$$\begin{array}{ccc}
\boxed{A} & \left(\frac{h}{2m_ec}\right)\frac{1}{\lambda}. & \boxed{C} & \left(\frac{m_e}{hc}\right)\lambda. \\
\boxed{B} & \left(\frac{h}{m_ec}\right)\frac{1}{\lambda}. & \boxed{D} & \left(\frac{hc}{m_e}\right)\frac{1}{\lambda}.
\end{array}$$

Q. 52 [fmPT6b] Considere que o objetivo de um certo microscópio seja atingir uma resolução suficiente para "enxergar" um átomo. Comparando microscópios eletrônicos e óticos que utilizam o mesmo comprimento de onda  $\lambda$ , a razão entre as energias dos fótons e dos elétrons para obter a resolução desejada, em termos das constantes universais h (a constante de Planck),  $m_e$  (a massa do elétron) e c (a velocidade da luz no vácuo), é:

Q. 53 [fmPT7a] Em um acelerador de partículas, estuda-se a colisão frontal de duas partículas idênticas. No referencial do laboratório, as partículas movem-se em sentidos opostos com velocidades de módulo 0,50c. No referencial de uma das partículas, o módulo da velocidade com que a outra partícula se aproxima é:								
A = 0.80c.	В	0,69.	$\overline{\mathbf{C}}$	$0,\!55c.$	D	$0,\!38c.$	$\boxed{\mathrm{E}}$	0,88c.
Q. 54 [fmPT7b] Em um acelerador de partículas, estuda-se a colisão frontal de duas partículas idênticas. No referencial do laboratório, as partículas movem-se em sentidos opostos com velocidades de módulo 0,30c. No referencial de uma das partículas, o módulo da velocidade com que a outra partícula se aproxima é:								
$\mathbb{A} = 0.55c$ .	В	0,69.	$\Box$	0,80c.	D	$0,\!38c$ .	E	$0,\!88c.$
<b>Q. 55</b> [fmPT8a] O olho humano é um sensor ótico extremamente sensível a fótons da região do espectro visível. Tipicamente, a retina pode absorver uma potência luminosa de aproximadamente $4 \cdot 10^{-17}$ W em um comprimento de onda de 500 nm. Isto quer dizer que a retina absorve em torno de:								
100 fótons por se B 10 <sup>13</sup> fótons por se	_		· 10 <sup>20</sup> undo.	o fótons	por se	_		ns por segundo. s por segundo.
Q. 56 [fmPT8b] O olho humano é um sensor ótico extremamente sensível a fótons da região do espectro visível. Considere que a retina possa absorver em torno de 50 fótons de comprimento de onda 450 nm por segundo. Isso quer dizer que a retina absorve uma potência luminosa de aproximadamente:								
$\begin{array}{c} A  2.2 \cdot 10^{-17} W. \\ \hline B  2.2 \cdot 10^{-6} W. \end{array}$		C 2 D 4	$25W_{•}^{-}$ $, 0 \cdot 10^{-}$	$^{-15}W$ .		E 7	$0.8 \cdot 10^{-1}$	$^{7}W.$
Q. 57 [mqPT1a] O Hamiltoniano de um elétron em um campo magnético uniforme pode ter a seguinte representação matricial:								
segume representação			$\mathcal{H} = b$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	,			(3)
onde $b=-\hbar\gamma B/2,\gamma$ é a razão giromagnética do elétron e $B$ é a intensidade do campo magnético. Das alternativas abaixo, indique a verdadeira:								
Os autovalores de energia são $\pm b$ , correspondentes a autoestados de $\mathcal{H}$ nos quais o spin do elétron está alinhado ou oposto ao campo magnético.								
B Os autovalores de energia são $\pm b/2$ , correspondentes a autoestados de $\mathcal{H}$ nos quais o spin do elétron está alinhado ou oposto ao campo magnético.								
C Os autovalores de energia são $\pm b$ , com $-b$ correspondente ao autoestado de $\mathcal{H}$ no qual o spin do elétron está perpendicular ao campo magnético e $+b$ àquele no qual o spin do elétron está paralelo ao campo magnético.								
$\square$ Os autovalores de energia são $\pm b/2$ , com $-b/2$ correspondente ao autoestado de $\mathcal{H}$ no qual o spin do elétron está perpendicular ao campo magnético e $+b/2$ àquele no qual o spin do elétron está paralelo ao campo magnético.								
$\stackrel{\textstyle \cdot}{\!$								

Q. 58 [mqPT1b] O Hamiltoniano de um elétron em um campo magnético uniforme pode ter a seguinte representação matricial:

 $\mathcal{H} = \hbar c \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$ (4)

onde  $c = -\gamma B/2$ ,  $\gamma$  é a razão giromagnética do elétron e B é a intensidade do campo magnético. Das alternativas abaixo, indique a verdadeira:

- Os autovalores de energia são  $\pm \hbar c$ , correspondentes a autoestados de  $\mathcal{H}$  nos quais o spin do elétron está alinhado ou oposto ao campo magnético.
- B Os autovalores de energia são  $\pm \hbar c/2$ , correspondentes a autoestados de  $\mathcal{H}$  nos quais o spin do elétron está alinhado ou oposto ao campo magnético.
- |C|| Os autovalores de energia são  $\pm \hbar c$ , com  $-\hbar c$  correspondente ao autoestado de  $\mathcal{H}$  no qual o spin do elétron está perpendicular ao campo magnético e  $+\hbar c$  àquele no qual o spin do elétron está paralelo ao campo magnético.
- D Os autovalores de energia são  $\pm \hbar c/2$ , com  $-\hbar c/2$  correspondente ao autoestado de  $\mathcal{H}$  no qual o spin do elétron está perpendicular ao campo magnético e  $+\hbar c/2$  àquele no qual o spin do elétron está paralelo ao campo magnético.
- [E] Os dois autoestados de  $\mathcal{H}$ , um no qual o spin do elétron está oposto ao campo magnético e o outro no qual o spin do elétron está alinhado com o campo magnético, possuem autovalores de energia degenerados, iguais a  $\hbar c$ .

**Q. 59** [mqPT2a] Sendo V para afirmativa verdadeira e F para afirmativa falsa, indique a sequência correspondente às afirmativas abaixo acerca de partículas quânticas idênticas:

- Em um sistema de partículas quânticas idênticas, a indistinguibilidade das partículas leva à simetrização ou antissimetrização da função de onda do sistema com relação à permutação das coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) das partículas.
- Partículas quânticas idênticas são distinguíveis sendo possível identificar as coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) de cada partícula na função de onda do sistema de partículas quânticas idênticas.
- O princípio de exclusão de Pauli decorre da antissimetria da função de onda de um sistema de férmions idênticos com relação à permutação das coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) dos férmions na dita função de onda.
- A condensação de Bose-Einstein decorre da antissimetria da função de onda de um sistema de férmions idênticos com relação à permutação das coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) dos férmions na dita função de onda.

∧ V, F, V, F.

C F, F, V, F.D V, F, F, F.

E V, F, F, V.

B V, F, V, V.

Q. 60 [mqPT2b] Sendo V para afirmativa verdadeira e F para afirmativa falsa, indique a sequência correspondente às afirmativas abaixo acerca de partículas quânticas idênticas:

- Uma vez que partículas quânticas idênticas são distinguíveis não é necessário simetrizar ou antissimetrizar a função de onda de um sistema de partículas quânticas idênticas com relação à permutação das coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) das partículas.
- Partículas quânticas idênticas são indistinguíveis não sendo possível identificar as coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) de cada partícula na função de onda de um sistema de partículas quânticas idênticas.
- O princípio de exclusão de Pauli decorre da simetria da função de onda de um sistema de bósons idênticos com relação à permutação das coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) dos bósons na dita função de onda.
- A condensação de Bose-Einstein decorre da simetria da função de onda de um sistema bósons idênticos com relação à permutação das coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) dos bósons na dita função de onda.

**Q. 61** [mqPT3a] As matrizes  $S_x$ ,  $S_y$  e  $S_z$  que representam as componentes do spin de um elétron ao longo dos eixos x, y e z na representação em que  $S_z$  é diagonal são, respectivamente,

$$S_x = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad S_y = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad S_z = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Considere um estado de spin de um elétron dado por  $|\chi\rangle = a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle$ , onde a e b são números complexos, e os vetores ortonormais que constituem a base de estados empregada,

$$|\uparrow\rangle = \begin{bmatrix} 1\\0 \end{bmatrix} \quad e \quad |\downarrow\rangle = \begin{bmatrix} 0\\1 \end{bmatrix},$$

são os autoestados de  $S_z$  com autovalores  $\pm \hbar/2$ , respectivamente. Sendo Re(z) a parte real do número complexo z, os valores esperados do spin do elétron no estado  $|\chi\rangle$  ao longo dos eixos z e x são, respectivamente:

$$\frac{\hbar}{2}(|a|^2 - |b|^2)$$
 e  $+\hbar \operatorname{Re}(ab^*)$ 

$$\boxed{\mathbb{B}} \frac{\hbar}{2} (|a|^2 + |b|^2) \quad \text{e} \quad +\hbar \operatorname{Re}(ab^*)$$

$$\boxed{\mathbb{C}} \frac{\hbar}{2}(|a|^2 - |b|^2)$$
 e  $-\hbar \operatorname{Re}(ab^*)$ 

$$\boxed{\mathbf{D}} \frac{\hbar}{2} (|b|^2 - |a|^2) \quad \mathbf{e} \quad +\hbar \operatorname{Re}(ab^*)$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \frac{\hbar}{2} (|b|^2 - |a|^2) \quad \mathbf{e} \quad -\hbar \operatorname{Re}(ab^*)$$

**Q. 62** [mqPT3b] As matrizes  $S_x$ ,  $S_y$  e  $S_z$  que representam as componentes do spin de um elétron ao longo dos eixos x, y e z na representação em que  $S_z$  é diagonal são, respectivamente,

$$S_x = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad S_y = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad S_z = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Considere um estado de spin de um elétron dado por  $|\chi\rangle = a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle$ , onde a e b são números complexos, e os vetores ortonormais que constituem a base de estados empregada,

$$|\uparrow\rangle = \begin{bmatrix} 1\\0 \end{bmatrix} \quad e \quad |\downarrow\rangle = \begin{bmatrix} 0\\1 \end{bmatrix},$$

são os autoestados de  $S_z$  com autovalores  $\pm \hbar/2$ , respectivamente. Sendo  ${\rm Im}(z)$  a parte imaginária do número complexo z, os valores esperados do spin do elétron no estado  $|\chi\rangle$  ao longo dos eixos z e y são, respectivamente:

$$\frac{\hbar}{2}(|a|^2 - |b|^2)$$
 e  $-\hbar \operatorname{Im}(ab^*)$ 

$$\boxed{\mathbf{B}} \frac{\hbar}{2} (|a|^2 + |b|^2) \quad \mathbf{e} \quad +\hbar \, \mathrm{Im}(ab^*)$$

$$\boxed{\mathbb{C}} \frac{\hbar}{2}(|a|^2 - |b|^2) \quad \text{e} \quad +\hbar \operatorname{Im}(ab^*)$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \frac{\hbar}{2} (|b|^2 - |a|^2) \quad \text{e} \quad +\hbar \, \text{Im}(ab^*)$$

$$\mathbb{E} \frac{\hbar}{2} (|b|^2 - |a|^2)$$
 e  $-\hbar \operatorname{Im}(ab^*)$ 

**Q. 63** [mqPT4a] O operador Hamiltoniano de um oscilador harmônico quântico é dado por  $H=\hbar\omega(a^{\dagger}a+1/2),\ \mathrm{com}\ a^{\dagger}a\,|n\rangle=n\,|n\rangle$  e  $|n\rangle$  o autoestado de H referente ao n-ésimo nível de energia do oscilador. Seja  $|\psi\rangle=\sqrt{0,4}\,|2\rangle+\sqrt{0,6}\,|3\rangle$  o estado de sobreposição normalizado de um dado oscilador em um dado instante de tempo. O valor esperado da energia desse oscilador é

$$\boxed{\mathbf{B}} \quad 3.1 \, \hbar \omega.$$
  $\boxed{\mathbf{B}} \quad 3.1 \, \hbar \omega^2.$   $\boxed{\mathbf{C}} \quad 2.0 \, \hbar \omega.$   $\boxed{\mathbf{D}} \quad 2.0 \, \hbar \omega^2.$   $\boxed{\mathbf{E}} \quad \hbar \omega.$ 

**Q. 64** [mqPT4b] O operador Hamiltoniano de um oscilador harmônico quântico é dado por  $H = \hbar \omega (a^{\dagger}a + 1/2)$ , com  $a^{\dagger}a | n \rangle = n | n \rangle$  e  $| n \rangle$  o autoestado de H referente ao n-ésimo nível de energia do oscilador. Seja  $| \psi \rangle = \sqrt{0,3} \, | 2 \rangle + \sqrt{0,7} \, | 3 \rangle$  o estado de sobreposição normalizado de um dado oscilador em um dado instante de tempo. O valor esperado da energia desse oscilador é

$$\boxed{B}$$
 3,2  $\hbar\omega$ .  $\boxed{D}$  0,5  $\hbar\omega^2$ .  $\boxed{D}$  0,5  $\hbar\omega^2$ .  $\boxed{E}$   $\hbar\omega$ .

**Q. 65** [mqPT5a] A determinação do estado de spin dos elétrons de um feixe pode ser feita através de aparatos do tipo Stern–Gerlach, que separam o feixe de acordo com a componente de spin ao longo da direção definida pelo campo magnético no interior do aparato. Suponha uma montagem sequencial de três desses aparatos. O primeiro mede a componente z do spin e o o valor  $\hbar/2$  é obtido. O segundo mede a componente y do spin e retorna  $-\hbar/2$ . Se terceiro aparato medir a componente x do spin, qual é a probabilidade de obtermos o valor  $\hbar/2$ ?

$$\blacksquare$$
 1/2  $\blacksquare$  0  $\blacksquare$  1/4  $\blacksquare$  3/4  $\blacksquare$  1

Q. 66 [mqPT5b] A determinação do estado de spin dos elétrons de um feixe pode ser feita através de aparatos do tipo Stern–Gerlach, que separam o feixe de acordo com a componente de spin ao longo da direção definida pelo campo magnético no interior do aparato. Suponha uma montagem sequencial de três desses aparatos. O primeiro mede a componente z do spin e o o valor  $-\hbar/2$  é obtido. O segundo mede a componente x do spin e retorna  $\hbar/2$ . Se terceiro aparato medir a componente y do spin, qual é a probabilidade de obtermos o valor  $-\hbar/2$ ?

$$\boxed{A}$$
 1/2  $\boxed{B}$  0  $\boxed{C}$  1/4  $\boxed{D}$  3/4  $\boxed{E}$  1

**Q. 67** [mqPT6a] Considere uma partícula de massa m movendo-se em uma dimensão sob a ação de um potencial do tipo poço infinito,

$$V(x) = \begin{cases} 0, & |x| < a/2 \\ \infty, & |x| \ge a/2 \end{cases},$$

sendo a uma constante positiva com unidades de distância. A autofunção de energia para o estado fundamental desse problema é dada por

$$\psi_0\left(x\right) = \left\{ \begin{array}{cc} \sqrt{\frac{2}{a}}\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right), & |x| < a/2 \\ 0, & |x| \ge a/2 \end{array} \right..$$

Suponha que essa partícula esteja no estado fundamental do sistema. Imagine agora que aumentemos instantaneamente a largura do poço para 2a, mantendo sua forma simétrica com relação à origem. Como esse processo é rápido, a função de onda permanece inalterada. Qual é a probabilidade de encontrarmos a partícula no estado fundamental do novo poço?

Dados:  $\int \cos(x) \cos(x/2) dx = \sin(x/2) + \sin(3x/2) /3$ .

$$\begin{array}{c|c} \mathbb{A} & (8/3\pi)^2 & \mathbb{C} & 0 \\ \mathbb{B} & \left(4\sqrt{2}/3\pi\right)^2 & \mathbb{D} & 1 \end{array}$$

**Q. 68** [mqPT6b] Considere uma partícula de massa m movendo-se em uma dimensão sob a ação de um potencial do tipo poço infinito,

$$V(x) = \begin{cases} 0, & |x| < a/2 \\ \infty, & |x| \ge a/2 \end{cases},$$

sendo a uma constante positiva com unidades de distância. A autofunção de energia para o estado fundamental desse problema é dada por

$$\psi_0(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right), & |x| < a/2 \\ 0, & |x| \ge a/2 \end{cases}.$$

Suponha que essa partícula esteja no estado fundamental do sistema. Imagine agora que aumentemos instantaneamente a largura do poço para 3a, mantendo sua forma simétrica com relação à origem. Como esse processo é rápido, a função de onda permanece inalterada. Qual é a probabilidade de encontrarmos a partícula no estado fundamental do novo poço?

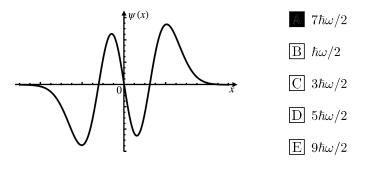
Dados:  $\int \cos(x) \cos(x/3) dx = 3\sin(2x/3)/4 + 3\sin(4x/3)/8$ .

$$\begin{array}{c|c}
\hline
 & (9\sqrt{6}/8\pi)^2 \\
\hline
 & \boxed{B} (3\sqrt{6}/8\pi)^2 \\
\hline
 & \boxed{C} 0
\end{array}$$

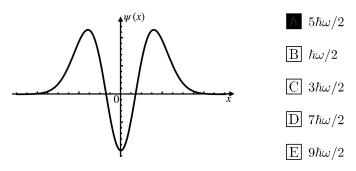
$$\begin{array}{c|c}
\hline
 & \boxed{D} 1 \\
\hline
 & \boxed{E} (\sqrt{6}/8\pi)^2
\end{array}$$

#### $\mathbf{Q.}$ $\mathbf{69}$ [mqPT7a]

O gráfico abaixo representa a autofunção de energia  $\psi(x)$ , como função da posição x, de um do estados excitados de um oscilador harmônico simples unidimensional de frequência  $\omega$ . Qual é a energia desse estado?



**Q. 70** [mqPT7b] O gráfico abaixo representa a autofunção de energia  $\psi(x)$ , como função da posição x, de um do estados excitados de um oscilador harmônico simples unidimensional de frequência  $\omega$ . Qual é a energia desse estado?



 ${f Q.~71}$  [mqPT8a] Considere uma partícula de spin 1/2 sob a ação de um campo magnético estático e uniforme, cuja orientação define a direção x. Os demais graus de liberdade podem ser considerados "congelados" em um estado quântico definido, de forma que o hamiltoniano relevante envolve apenas a interação do spin com o campo magnético, podendo ser escrito como

$$H = \omega \hat{S}_x,$$

em que  $\hat{S}_x$  é componente x do operador de spin e  $\omega = Bgq/2m$ , sendo q a carga da partícula, m a sua massa, g o seu fator giromagnético e B a intensidade do campo magnético aplicado. Se no tempo t=0 o sistema está em um estado  $|\psi(0)\rangle$  com spin para cima, ou seja  $\hat{S}_z|\psi(0)\rangle = \hbar/2|\psi(0)\rangle$ , qual é o tempo mínimo para o sistema inverter o seu spin?

$$\blacksquare$$
  $\pi/\omega$   $\blacksquare$   $2\pi/\omega$   $\blacksquare$   $\infty$   $\blacksquare$   $\pi/2\omega$   $\blacksquare$   $\pi/4\omega$ 

**Q. 72** [mqPT8b] Considere uma partícula de spin 1/2 sob a ação de um campo magnético estático e uniforme, cuja orientação define a direção x. Os demais graus de liberdade podem ser considerados "congelados" em um estado quântico definido, de forma que o hamiltoniano relevante envolve apenas a interação do spin com o campo magnético, podendo ser escrito como

$$H = \omega \hat{S}_x$$

em que  $\hat{S}_x$  é componente x do operador de spin e  $\omega = Bgq/2m$ , sendo q a carga da partícula, m a sua massa, g o seu fator giromagnético e B a intensidade do campo magnético aplicado. Se no tempo t=0 o sistema está em um estado  $|\psi\left(0\right)\rangle$  com spin para baixo, ou seja  $\hat{S}_z|\psi\left(0\right)\rangle = -\hbar/2|\psi\left(0\right)\rangle$ , qual é o tempo mínimo posterior para que o sistema volte a esse estado inicial?

$$\mathbb{D} = 2\pi/\omega$$
  $\mathbb{D} = \pi/\omega$   $\mathbb{D} = \pi/2\omega$   $\mathbb{E} = \pi/4\omega$ 

**Q. 73** [fePT1a] Considere um gás ideal de N partículas clássicas e indistinguíveis em contato com um reservatório térmico à temperatura T e ocupando um volume V. A probabilidade de encontrar N/3 moléculas em um volume V/3 e as demais moléculas no volume restante é dada por:

$$\boxed{\mathbb{B}} \frac{2}{9}$$
.

$$\boxed{\mathbb{C}} \left(\frac{1}{3}\right)^{N/3} \left(\frac{2}{3}\right)^{2N/3}.$$

$$\boxed{D} \; \frac{N!}{\left(\frac{N}{3}\right)!} \left(\frac{1}{3}\right)^{N/3}.$$

$$\mathbb{E}\left(\frac{1}{3}\right)^{N/3}$$
.

Q. 74 [fePT1b] Considere um gás ideal de N partículas clássicas e indistinguíveis em contato com um reservatório térmico à temperatura T e ocupando um volume V. A probabilidade de encontrar N/4 moléculas em um volume V/4 e as demais moléculas no volume restante é dada por:

$$\frac{3}{16}$$
.

$$\boxed{C} \left(\frac{1}{4}\right)^{N/4} \left(\frac{3}{4}\right)^{3N/4}.$$

$$\boxed{D} \frac{N!}{\left(\frac{N}{4}\right)!} \left(\frac{1}{4}\right)^{N/4}.$$

$$\boxed{\mathbb{E}} \left(\frac{1}{4}\right)^{N/4}$$
.

Q. 75 [fePT2a] Considere um sistema formado por 5 partículas não interagentes e localizadas, todas em contato com um mesmo reservatório térmico de temperatura T [ $\beta = (k_B T)^{-1}$ ]. Cada partícula é caracterizada pela variável  $n_i$  que assume os valores 0 ou 1. A energia do sistema vale  $\epsilon(n_1+n_2+n_3+n_4+n_5)$ , sendo  $\epsilon>0$  constante. A probabilidade de que a energia total do sistema seja maior ou igual a  $4\epsilon$  é dada por:

$$\boxed{\mathbf{B}} \frac{10e^{-3\beta\epsilon} + 5e^{-4\beta\epsilon} + e^{-5\beta\epsilon}}{(1 + e^{-\beta\epsilon})^5}.$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \frac{e^{-4\beta\epsilon}}{(1+e^{-\beta\epsilon})^5}.$$

$$\boxed{\mathbb{D}} \frac{4}{5}$$
.

$$\boxed{\mathrm{E}} \ \frac{1 + 5e^{-\beta\epsilon} + 10e^{-2\beta\epsilon}}{(1 + e^{-\beta\epsilon})^5}.$$

Q. 76 [fePT2b] Considere um sistema formado por 5 partículas não interagentes e localizadas, todas em contato com um mesmo reservatório térmico de temperatura T [ $\beta = (k_B T)^{-1}$ ]. Cada partícula é caracterizada pela variável  $n_i$  que assume os valores 0 ou 1. A energia do sistema vale  $\epsilon(n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5)$ , sendo  $\epsilon > 0$  constante. A probabilidade de que a energia total do sistema seja menor ou igual a  $\epsilon$  é dada por:

$$1 + 5e^{-\beta\epsilon} \over (1 + e^{-\beta\epsilon})^5.$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \frac{e^{-\beta\epsilon} + e^{-2\beta\epsilon}}{(1 + e^{-\beta\epsilon})^5}.$$

$$\boxed{\mathbb{D}} \frac{2}{5}$$
.

$$\boxed{\mathrm{E}} \ \frac{10e^{-3\beta\epsilon} + 5e^{-4\beta\epsilon} + e^{-5\beta\epsilon}}{(1 + e^{-\beta\epsilon})^5}.$$

**Q. 77** [fePT3a] Considere um sistema formado por 2 bósons idênticos de spin zero e não interagentes, cada um dos quais pode ocupar dois níveis de energia: o estado fundamental, de energia 0, e o estado excitado, de energia  $\epsilon$ . O sistema está em contato com um reservatório térmico de temperatura T [ $\beta = (k_B T)^{-1}$ ]. A energia média U desse sistema é então dada por:

$$U = \frac{\epsilon(e^{-\beta\epsilon} + 2e^{-2\beta\epsilon})}{1 + e^{-\beta\epsilon} + e^{-2\beta\epsilon}}.$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \ U = \frac{2\epsilon e^{-\beta\epsilon}}{1 + e^{-\beta\epsilon}}.$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \ \ U = \frac{\epsilon (e^{-\beta \epsilon} + e^{-2\beta \epsilon})}{1 + e^{-\beta \epsilon} + e^{-2\beta \epsilon}}.$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ U = k_B T$$
.

$$\boxed{\mathrm{E}} \ U = \frac{\epsilon (e^{-\beta \epsilon} + e^{-2\beta \epsilon})}{(1 + e^{-\beta \epsilon})^2}.$$

Q. 78 [fePT3b] Considere um sistema formado por 2 férmions idênticos sem spin e não interagentes. Cada férmion pode ocupar três níveis de energia: o estado fundamental, de energia 0, um primeiro estado excitado, de energia  $\epsilon$ , e um segundo estado excitado, de energia  $2\epsilon$ . O sistema está em contato com um reservatório térmico de temperatura  $T \left[ \beta = (k_B T)^{-1} \right]$ . A energia média U desse sistema é então dada por:

$$\boxed{\mathbf{B}} \ U = \frac{3\epsilon e^{-\beta\epsilon}}{1 + e^{-\beta\epsilon}}.$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \ U = \frac{\epsilon (e^{-\beta \epsilon} + e^{-2\beta \epsilon})}{1 + e^{-\beta \epsilon} + e^{-2\beta \epsilon}}.$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \ U = k_B T.$$

$$\boxed{\mathrm{E}} \ U = \frac{\epsilon (1 + e^{-\beta \epsilon} + e^{-2\beta \epsilon})}{(1 + e^{-\beta \epsilon})^3}.$$

Q. 79 [fePT4a] Um sistema é formado por N íons magnéticos localizados e não interagentes entre si, em contato com um banho térmico de temperatura T [ $\beta=(k_BT)^{-1}$ ]. Cada íon tem energia dada por  $\epsilon=-\mu_0hS_i$ , onde  $\mu_0,h$  e  $S_i$  denotam, respectivamente, o magneton de Bohr, a intensidade do campo magnético e a variável de spin, esta última podendo assumir os valores  $S_i=\pm 1$ . O valor de  $\beta\mu_0h$  em que a magnetização por íon  $m=\sum_{i=1}^N \langle S_i \rangle/N$  vale  $0.8\mu_0$  é dado por:

$$\beta \mu_0 h = \tanh^{-1}(0.8).$$

$$\boxed{\mathbf{C}} \beta \mu_0 h = \cosh^{-1}(0.8).$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \beta \mu_0 h = -\tanh^{-1}(0.8).$$

$$\boxed{\mathbf{E}} \ \beta \mu_0 h = -\sinh^{-1}(0.8).$$

Q. 80 [fePT4b] Um sistema é formado por N íons magnéticos localizados e não interagentes entre si, em contato com um banho térmico de temperatura T [ $\beta = (k_B T)^{-1}$ ]. Cada íon tem energia dada por  $\epsilon = -\mu_0 h S_i$ , onde  $\mu_0$ , h e  $S_i$  denotam, respectivamente, o magneton de Bohr, a intensidade do campo magnético e a variável de spin, esta última podendo asumir os valores  $S_i = \pm 1$ . O valor de  $\beta \mu_0 h$  em que a magnetização por íon  $m = \sum_{i=1}^N \langle S_i \rangle / N$  vale  $-0.2\mu_0$  é dado por:

$$\beta \mu_0 h = -\tanh^{-1}(0,2).$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \beta \mu_0 h = -\sinh^{-1}(0,2).$$

$$C \beta \mu_0 h = \cosh^{-1}(0,2).$$

$$D \beta \mu_0 h = \tanh^{-1}(0,2).$$

$$\boxed{\mathrm{E}} \ \beta \mu_0 h = \sinh^{-1}(0,2).$$

# Folha de Respostas

12024EUF0001	João Ninguém
--------------	--------------

Q. 1: A B C D E	Q. 25 : A B C D E
Q. 2: A B C D E	Q. 26 : A B C D E
Q. 3: A B C D E	Q. 27 : A B C D E
Q. 4: A B C D E	Q. 28 : A B C D E
Q. 5: A B C D E	Q. 29 : A B C D E
Q. 6: A B C D E	Q. 30 : A B C D E
Q. 7: A B C D E	Q. 31 : A B C D E
Q. 8: A B C D E	Q. 32 : A B C D E
Q. 9: A B C D E	Q. 33: A B C D E
Q. 10 : A B C D E	Q. 34: A B C D E
Q. 11 : A B C D E	Q. 35 : A B C D E
Q. 12 : A B C D E	Q. 36: A B C D E
Q. 13 : A B C D E	Q. 37: A B C D E
Q. 14: A B C D E	Q. 38: A B C D E
Q. 15 : A B C D E	Q. 39 : A B C D E
Q. 16: A B C D E	Q. 40: A B C D E
Q. 17: A B C D E	Q. 41 : A B C D E
Q. 18: A B C D E	Q. 42 : A B C D E
Q. 19: A B C D E	Q. 43: A B C D E
Q. 20 : A B C D E	Q. 44: A B C D E
Q. 21 : A B C D E	Q. 45 : A B C D E
Q. 22 : A B C D E	Q. 46 : A B C D E
Q. 23 : M B C D E	Q. 47 : A B C D E
Q. 24: A B C D E	Q. 48: A B C D E

Q. 49 : A B C D E	Q. 65 : A B C D E
Q. 50 : A B C D E	Q. 66 : A B C D E
Q. 51 : M B C D E	Q. 67 : A B C D E
Q. 52 : <b>A B C D E</b>	Q. 68 : A B C D E
Q. 53 : <b>A B C D E</b>	Q. 69 : A B C D E
Q. 54: A B C D E	Q. 70 : A B C D E
Q. 55 : M B C D E	Q. 71 : A B C D E
Q. 56 : M B C D E	Q. 72 : A B C D E
Q. 57 : <b>A B C D E</b>	Q. 73 : A B C D E
Q. 58 : M B C D E	Q. 74 : A B C D E
Q. 59 : A B C D E	Q. 75 : A B C D E
Q. 60 : A B C D E	Q. 76 : A B C D E
Q. 61 : A B C D E	Q. 77 : A B C D E
Q. 62 : M B C D E	Q. 78 : A B C D E
Q. 63 : A B C D E	Q. 79 : A B C D E

Q. 64 : A B C D E Q. 80 : A B C D E