12024EUF0001	João Ninguém

Instruções para a prova:

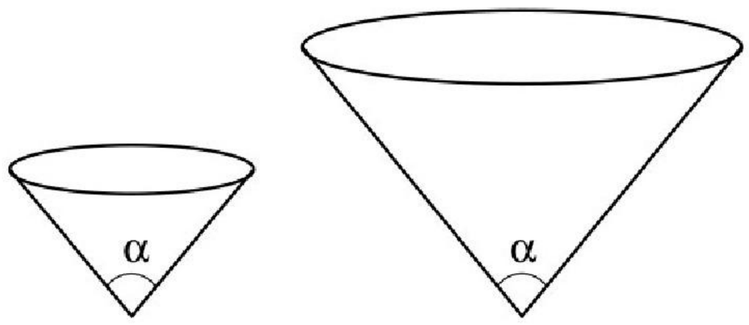
- Esta prova contém **40** problemas sobre mecânica clássica, eletromagnetismo, termodinâmica, física moderna, mecânica quântica e física estatística. Todas as questões têm o mesmo peso.
- O tempo de duração desta prova é de **4 horas**.
  O tempo mínimo de permanência na sala é de 90 minutos.
- Não é permitido o uso de calculadoras ou outros instrumentos eletrônicos.
- Assinale as alternativas corretas na folha de respostas que se encontra no final do caderno de questões, preenchendo **inteiramente** o quadradinho correspondente a caneta azul ou preta.

  Alternativas assinaladas fora da folha de respostas não serão consideradas Não destaque a folha de respostas. Erros na marcação da resposta podem ser corrigidos com corretivo branco.
- Ao final da prova, devolva tanto o caderno de questões quanto o formulário.

12024EUF0001	João Ninguém

Q. 1 [mcPT1a]

Cones semelhantes (mas de dimensões distintas) feitos do mesmo material são soltos do repouso, como ilustrado ao lado, e caem verticalmente sob ação da gravidade e da resistência do ar. Nota-se que as velocidades terminais desses cones são iguais. Dentre as afirmações a seguir, quais delas são **necessárias** para que as velocidades terminais sejam iguais?



I. A força de arraste é proporcional ao quadrado da velocidade.

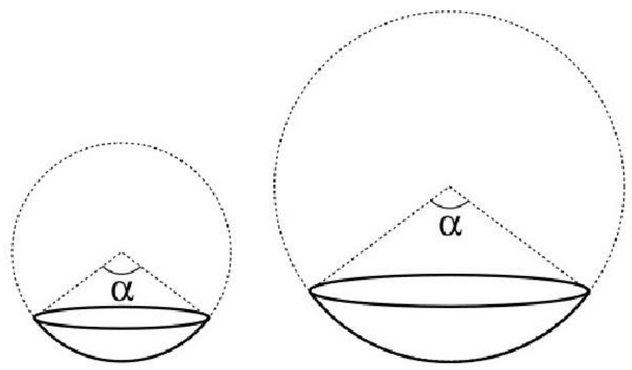
II. A força de arraste é proporcional à área do cone.

III. A força de arraste é proporcional ao raio do cone.

Apenas II B I e III C I e II D Apenas I E Apenas III

Q. 2 [mcPT1b]

Calotas esféricas semelhantes (mas de dimensões distintas) feitas do mesmo material são soltas do repouso, como ilustrado ao lado, e caem verticalmente sob ação da gravidade e da resistência do ar. Nota-se que as velocidades terminais dessas calotas são iguais. Dentre as afirmações a seguir, quais delas são **necessárias** para que as velocidades terminais sejam iguais?



I. A força de arraste é proporcional ao quadrado da velocidade.

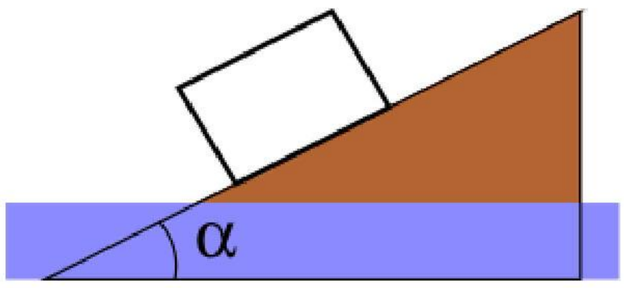
II. A força de arraste é proporcional à área da calota.

III. A força de arraste é proporcional ao raio da calota.

Apenas II B I e III C I e II D Apenas I E Apenas III

Q. 3 [mcPT2a]

A figura ao lado ilustra um bloco de densidade ρ sobre um plano inclinado de ângulo α que é ligeiramente menor que o ângulo máximo de inclinação para que o bloco não deslize. O sistema todo está dentro de um recipiente com líquido de densidade $\rho' = \rho/2$ e cujo nível se eleva lentamente.



Desconsiderando os efeitos de arraste do líquido e assumindo que o coeficiente de atrito entre o bloco e o plano inclinado é **inalterado** pela presença do líquido, quais das afirmações a seguir são verdadeiras?

I. Assim que a camada de líquido atingir o bloco, a força normal entre o bloco e o plano inclinado começa a diminuir.

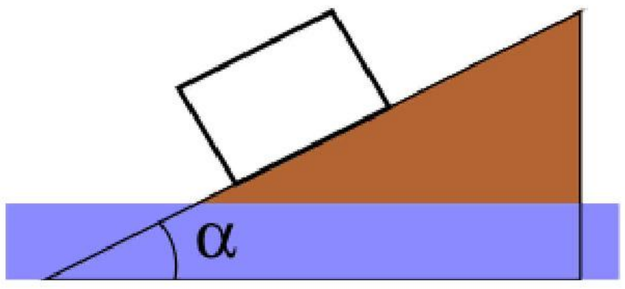
II. O bloco desliza assim que a camada de líquido o atingir.

III. O bloco desliza apenas após a camada de líquido submergir 1/2 de seu volume.

■ Apenas I B Apenas II C Apenas II D I e II E I e III

Q. 4 [mcPT2b]

A figura ao lado ilustra um bloco de densidade ρ sobre um plano inclinado de ângulo α que é ligeiramente menor que o ângulo máximo de inclinação para que o bloco não deslize. O sistema todo está dentro de um recipiente com líquido de densidade $\rho' = \rho/3$ e cujo nível se eleva lentamente.



Desconsiderando os efeitos de arraste do líquido e assumindo que o coeficiente de atrito entre o bloco e o plano inclinado é **inalterado** pela presença do líquido, quais das afirmações a seguir são verdadeiras?

I. A força normal entre o bloco e o plano inclinado é tanto menor quanto maior for a fração de bloco submersa.

II. O bloco desliza pouco após a camada de líquido o atingir.

III. O bloco desliza apenas após a camada de líquido submergir 2/3 de seu volume.

■ Apenas I B Apenas II C Apenas II D I e II E I e III

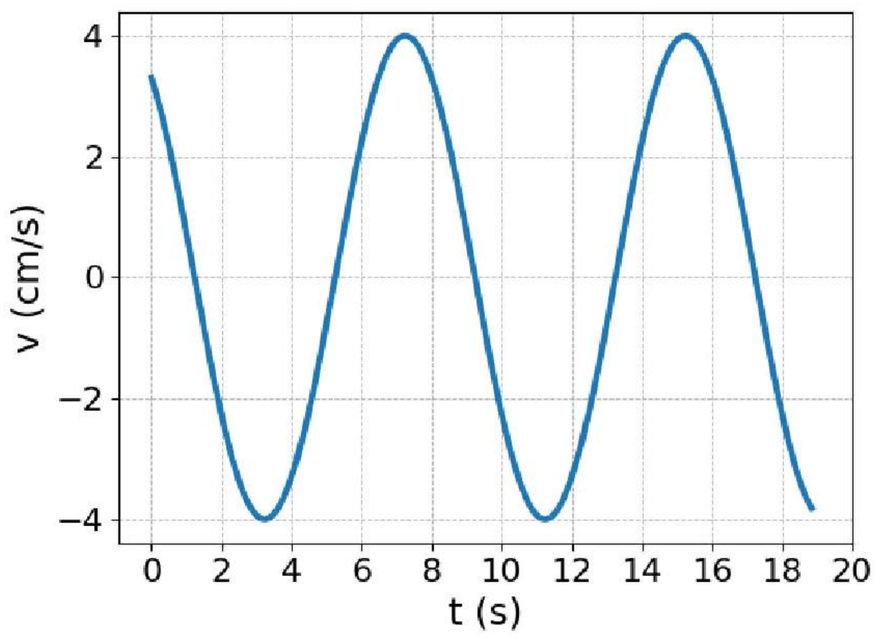
Q. 5 [mcPT3a] Uma bola de boliche de massa M e raio R é jogada em uma pista perfeitamente horizontal com velocidade inicial v_0 e sem girar. Sendo $\mu > 0$ o coeficiente de atrito **cinético** entre a bola e a pista e considerando a bola como uma casca esférica, qual a velocidade final da mesma após o **deslizamento** cessar? (Considere a bola e a pista como idealmente rígidos. O momento de inércia de uma casca esférica em torno de um eixo contendo seu centro de massa é $2MR^2/3$.)

■ $\frac{3}{5}v_0$ B 0 C $\sqrt{\frac{3}{5}}v_0$ D $\frac{1}{1+\mu}v_0$ E $\frac{1}{1+\frac{2}{3}\mu}v_0$

Q. 6 [mcPT3b] Uma bola de boliche de massa M e raio R é jogada em uma pista perfeitamente horizontal com velocidade inicial v_0 e sem girar. Sendo $\mu > 0$ o coeficiente de atrito **cinético** entre a bola e a pista e considerando a bola como uma esfera homogênea, qual a velocidade final da mesma após o **deslizamento** cessar? (Considere a bola e a pista como idealmente rígidos. O momento de inércia de uma esfera homogênea em torno de um eixo que passa pelo seu centro de massa é $2MR^2/5$.)

■ $\frac{5}{7}v_0$ [B] 0 [C] $\sqrt{\frac{5}{7}}v_0$ [D] $\frac{1}{1+\mu}v_0$ [E] $\frac{1}{1+\frac{2}{5}\mu}v_0$

Q. 7 [mcPT4a] A **velocidade** como função do tempo para uma partícula em oscilação harmônica é apresentada na figura abaixo. Assumindo $x(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, determine a opção que melhor descreve a frequência angular ω e a amplitude do movimento A.



$\omega = 4\pi$ rad/s; $A = \frac{1}{\pi}$ cm

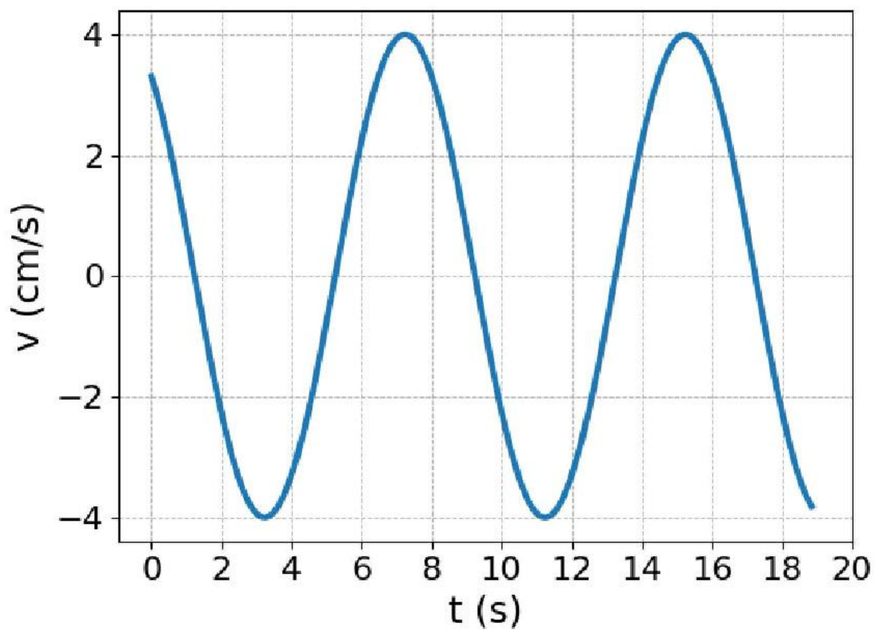
$\omega = \frac{\pi}{4}$ rad/s; $A = \frac{16}{\pi}$ cm

$\omega = 2\pi$ rad/s; $A = \frac{2}{\pi}$ cm

$\omega = \frac{\pi}{2}$ rad/s; $A = \frac{8}{\pi}$ cm

$\omega = \frac{\pi}{8}$ rad/s; $A = \frac{32}{\pi}$ cm

Q. 8 [mcPT4b] A **velocidade** como função do tempo para uma partícula em oscilação harmônica é apresentada na figura abaixo. Assumindo $v(t) = A\cos(\omega t + \delta)$, determine a opção que melhor descreve a frequência angular ω e o módulo da máxima aceleração $a_{\max}$.



$\omega = \frac{\pi}{2}$ rad/s; $a_{\max} = 2\pi$ cm/s^2

$\omega = \frac{\pi}{4}$ rad/s; $a_{\max} = \pi$ cm/s^2

$\omega = \frac{\pi}{8}$ rad/s; $a_{\max} = \frac{\pi}{2}$ cm/s^2

$\omega = \frac{\pi}{8}$ rad/s; $a_{\max} = \frac{\pi}{2}$ cm/s^2

$\omega = 2\pi$ rad/s; $a_{\max} = 8\pi$ cm/s^2

Q. 9 [mcPT5a] Em um experimento de colisões realizado na disciplina de Física Experimental, os alunos colocam dois blocos A e B, de mesma massa m, sobre um trilho de ar.

O bloco B tem preso a si uma mola de constante elástica k e massa desprezível. Antes da colisão, o bloco B está em repouso, enquanto o bloco A se aproxima com velocidade linear de módulo v_0, como mostrado na figura acima. Assumindo que perdas de energia por atrito sejam desprezíveis, determine o módulo da compressão máxima $\Delta x_{\max}$ da mola durante a colisão. Expresse seu resultado como função dos parâmetros m, k e v_0.

$\Delta x_{\max} = \sqrt{\dfrac{mv_0^2}{k}}$

$\Delta x_{\max} = \sqrt{\dfrac{mv_0^2}{2k}}$

[D] $\Delta x_{\max} = \sqrt{\dfrac{2mv_0^2}{k}}$

[C] $\Delta x_{\max} = \sqrt{\dfrac{mv_0^2}{4k}}$

[E] $\Delta x_{\max} = \sqrt{\dfrac{3mv_0^2}{2k}}$

Q. 10 [mcPT5b] Em um experimento de colisões realizado na disciplina de Física Experimental, os alunos colocam dois blocos A e B, de mesma massa m, sobre um trilho de ar.

O bloco B tem preso a si uma mola de constante elástica k e massa desprezível. Antes da colisão, o bloco B está em repouso, enquanto o bloco A se aproxima com velocidade linear de módulo v_0, como mostrado na figura acima. Pelas filmagens do experimento, os alunos foram capazes de estimar a compressão máxima $\Delta x_{\max}$ sofrida pela mola durante a colisão. Assumindo que perdas de energia por atrito sejam desprezíveis, determine o módulo da velocidade inicial v_0 do bloco A. Expresse seu resultado como função dos parâmetros m, k e $\Delta x_{\max}$.

$v_0 = \sqrt{\dfrac{2k\Delta x_{\max}^2}{m}}$

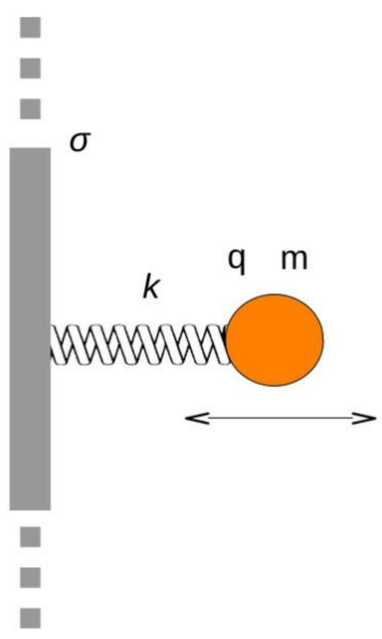
$v_0 = \sqrt{\dfrac{k\Delta x_{\max}^2}{m}}$

[C] $v_0 = \sqrt{\dfrac{4k\Delta x_{\max}^2}{m}}$

[D] $v_0 = \sqrt{\dfrac{k\Delta x_{\max}^2}{2m}}$

[E] $v_0 = \sqrt{\dfrac{2k\Delta x_{\max}^2}{3m}}$

Q. 11 [mcPT6a] Uma partícula puntiforme de massa m e carga q está acoplada a um plano delgado infinito por uma mola ideal (isolante) de massa desprezível, comprimento L e constante elástica k. O plano é dielétrico e tem carga superficial σ homogênea, de **mesmo sinal** que q. A partícula pode oscilar livremente na coordenada normal ao plano, como ilustrado na figura abaixo. Desconsiderando efeitos da gravidade e perdas de energia por radiação, determine (i) a deformação ΔL da mola no equilíbrio e (ii) a frequência angular ω de oscilação da partícula. Utilize o SI, em que o campo elétrico de um plano infinito é $\vec{E} = \frac{1}{2}(\sigma/\epsilon_0)\hat{n}$, sendo $\hat{n}$ o vetor normal ao plano. Considere a deformação da mola como positiva (negativa) quando a mola está estendida (comprimida).



(i) $\Delta L = -\dfrac{|q\sigma|}{2k\epsilon_0}$ e (ii) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

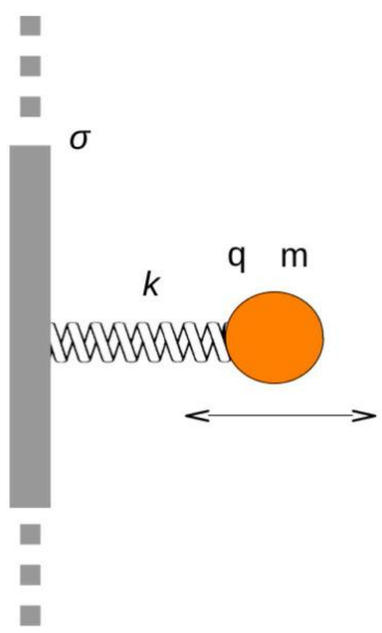
(i) $\Delta L = \dfrac{|q\sigma|}{2k\epsilon_0}$ e (ii) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m} + \dfrac{|q\sigma|}{2k\epsilon_0}}$

(i) $\Delta L = -\dfrac{|q\sigma|}{2k\epsilon_0}$ e (ii) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m} + \dfrac{|q\sigma|}{2k\epsilon_0}}$

(i) $\Delta L = \dfrac{|q\sigma|}{2k\epsilon_0}$ e (ii) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

(i) $\Delta L = \dfrac{|q\sigma|}{k\epsilon_0}$ e (ii) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m} - \dfrac{|q\sigma|}{k\epsilon_0}}$

Q. 12 [mcPT6b] Uma partícula puntiforme de massa m e carga q está acoplada a um plano delgado infinito por uma mola ideal (isolante) de massa desprezível, comprimento L e constante elástica k. O plano é dielétrico e tem carga superficial σ homogênea, de **sinal oposto** a q. A partícula pode oscilar livremente na coordenada normal ao plano, como ilustrado na figura abaixo. Desconsiderando efeitos da gravidade e perdas de energia por radiação, determine (i) a frequência angular ω de oscilação da partícula e (ii) a deformação ΔL da mola no equilíbrio. Utilize o SI, em que o campo elétrico de um plano infinito é $\vec{E} = \frac{1}{2}(\sigma/\epsilon_0)\hat{n}$, sendo $\hat{n}$ o vetor normal ao plano. Considere a deformação da mola como positiva (negativa) quando a mola está estendida (comprimida).



(i) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ e (ii) $\Delta L = -\dfrac{|q\sigma|}{2k\epsilon_0}$

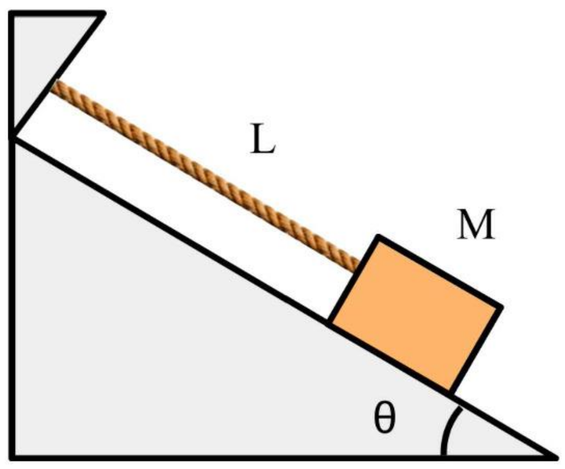
(i) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m} + \dfrac{|q\sigma|}{2k\epsilon_0}}$ e (ii) $\Delta L = -\dfrac{|q\sigma|}{2k\epsilon_0}$

(i) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m} - \dfrac{|q\sigma|}{k\epsilon_0}}$ e (ii) $\Delta L = \dfrac{|q\sigma|}{k\epsilon_0}$

(i) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m} - \dfrac{|q\sigma|}{2k\epsilon_0}}$ e (ii) $\Delta L = \dfrac{|q\sigma|}{2k\epsilon_0}$

(i) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ e (ii) $\Delta L = \dfrac{|q\sigma|}{2k\epsilon_0}$

Q. 13 [mcPT7a] Um bloco de massa M está em repouso sobre um plano inclinado sem atrito, de inclinação θ, sustentado por uma corda de massa m e comprimento L, como mostrado na Figura fbaixo. A corda está presa nas duas extremidades. Dada essa configuração do sistema e sabendo que $m \ll M$, determine a menor frequência de oscilação f_1 de uma onda mecânica na corda. Expresse seu resultado como função de m, M, g, θ e L. Trate a corda como unidimensional.



$f_1 = \sqrt{\dfrac{Mg\cos\theta}{mL}}$

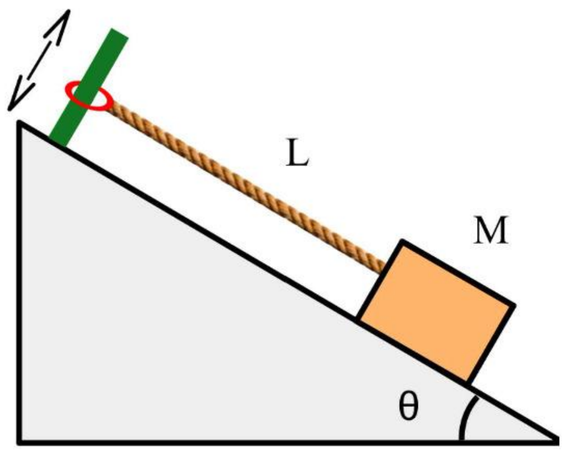
$f_1 = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{Mg\sin\theta}{mL}}$

$f_1 = \sqrt{\dfrac{Mg\sin\theta}{mL}}$

$f_1 = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{Mg\cos\theta}{mL}}$

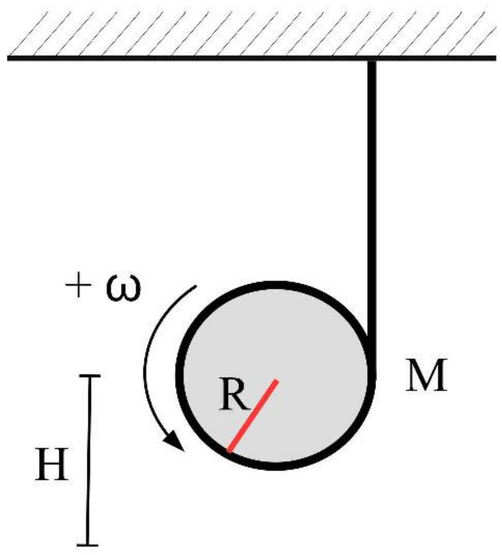
$f_1 = 2\sqrt{\dfrac{Mg\sin\theta}{mL}}$

Q. 14 [mcPT7b] Um bloco de massa M está em repouso sobre um plano inclinado sem atrito, de inclinação θ, sustentado por uma corda de massa m e comprimento L, como mostrado na figura abaixo. A corda está presa ao bloco, porém está livre para se movimentar ao longo do eixo do suporte, na extremidade oposta. Dada essa configuração do sistema e sabendo que $m \ll M$, determine a menor frequência de oscilação f_1 de uma onda mecânica na corda. Expresse seu resultado como função de m, M, g, θ e L. Trate a corda como unidimensional.



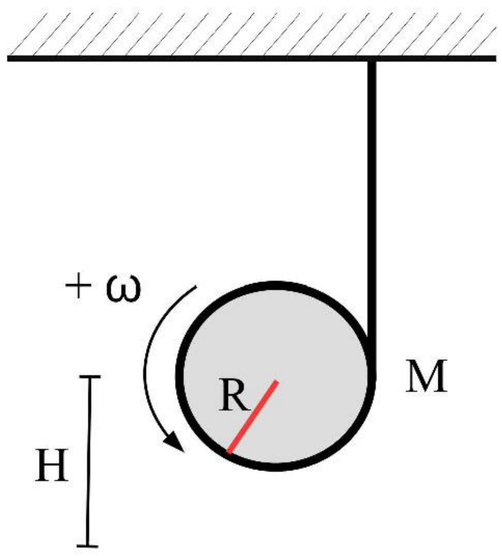
$$f_1 = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{Mg\sin\theta}{mL}}$$
$$f_1 = \sqrt{\frac{Mg\cos\theta}{mL}}$$
$$f_1 = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{Mg\sin\theta}{mL}}$$
$$f_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Mg\sin\theta}{mL}}$$
$$f_1 = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{Mg\cos\theta}{mL}}$$

Q. 15 [mcPT8a] Um disco homogêneo de massa M e raio R está acoplado ao teto através de uma corda (de massa desprezível) enrolada nas suas bordas. O disco é abandonado do repouso sob ação da gravidade g, tal como ilustrado na figura abaixo. Desprezando eventuais perdas de energia e assumindo que a corda **não** desliza sobre a borda do disco, determine a velocidade angular ω do disco como função da altura H em relação a sua posição inicial. O momento de inércia do disco em torno de um eixo perpendicular contendo seu centro de massa é $MR^2/2$.



$$\omega = \sqrt{\frac{gH}{2R^2}}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{4gH}{3R^2}}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{3gH}{4R^2}}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{2gH}{R^2}}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{gH}{R^2}}$$

Q. 16 [mcPT8b] Um disco homogêneo de massa M e raio R está acoplado ao teto através de uma corda (de massa desprezível) enrolada nas suas bordas. O disco é abandonado do repouso sob ação da gravidade g, tal como ilustrado na figura abaixo. Desprezando eventuais perdas de energia e assumindo que a corda **não** desliza sobre a borda do disco, determine o módulo da velocidade linear V do disco como função da altura H em relação a sua posição inicial. O momento de inércia do disco em torno de um eixo perpendicular contendo seu centro de massa é $MR^2/2$.



$$V = \sqrt{2gH}$$
$$V = \sqrt{\frac{3gH}{4}}$$
$$V = \sqrt{gH}$$
$$V = \sqrt{\frac{gH}{2}}$$
$$V = \sqrt{\frac{4gH}{3}}$$

Q. 17 [emPT1a]

O campo elétrico de uma onda plana que se propaga no vácuo é dado por

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = E_0(\hat{x} + \hat{z})e^{-i(\omega t - ky)},$$

sendo $\mathbf{k} = k\hat{y}$ o vetor de onda. Determine o campo magnético $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$.

$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c}\, e^{-i(\omega t - ky)}(\hat{x} - \hat{z})$

$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c}\, e^{-i(\omega t + ky)}\hat{x}$

$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c}\, e^{-i(\omega t - ky)}(\hat{y} + \hat{z})$

$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c}\, e^{-i(\omega t + ky)}\hat{y}$

$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c}\, e^{-i(\omega t - ky)}(\hat{x} + \hat{z})$

Q. 18 [emPT1b]

O campo elétrico de uma onda plana que se propaga no vácuo é dado por

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = E_0(\hat{y} + \hat{z})e^{-i(\omega t - kx)},$$

sendo $\mathbf{k} = k\hat{x}$ o vetor de onda. Determine o campo magnético $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$.

$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c}\, e^{-i(\omega t - kx)}(\hat{z} - \hat{y})$

$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c}\, e^{-i(\omega t + kx)}\hat{x}$

$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c}\, e^{-i(\omega t - kx)}(\hat{y} + \hat{z})$

$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c}\, e^{-i(\omega t + kx)}\hat{y}$

$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{E_0}{c}\, e^{-i(\omega t - kx)}(\hat{x} - \hat{z})$

Q. 19 [emPT2a] O potencial elétrico V na superfície de uma casca esférica de raio R é igual a $V = (V_0 R/a)\cos\theta$, em que θ é o ângulo polar em relação a um certo eixo que passa pelo centro da esfera, enquanto V_0 e a são constantes. Qual é o potencial elétrico dentro da esfera, na região a uma distância $r = R/2$ do centro?

$V = \frac{V_0}{2a} R$

$V = \frac{V_0}{2a} R\cos\theta$

[D] $V = \frac{V_0}{3a} R$

[C] $V = \frac{V_0}{3a} R\cos\theta$

[E] $V = \frac{2V_0}{a} R\,\mathrm{sen}\,\theta$

Q. 20 [emPT2b] O potencial elétrico V na superfície de uma casca esférica de raio R é igual a $V = (V_0 R/a)\cos\theta$, em que θ é o ângulo polar em relação a um certo eixo que passa pelo centro da esfera, enquanto V_0 e a são constantes. Qual é o potencial elétrico fora da esfera, na região a uma distância $r = 2R$ do centro?

$V = \frac{V_0 R}{4a}$

$V = \frac{V_0 R}{4a}\cos\theta$

[D] $V = \frac{V_0 R^2}{4a^2}$

[C] $V = \frac{V_0 R^2}{4a^2}\cos\theta$

[E] $V = \frac{V_0 R^2}{2a^2}\,\mathrm{sen}\,\theta$

Q. 21 [emPT3a] Em uma região no interior de um cilindro de raio R e altura h há um campo elétrico dado por $\mathbf{E} = \alpha\hat{\rho} + \beta\hat{z}$ e um campo magnético dado por $\mathbf{B} = \gamma\hat{\varphi} + \delta\hat{z}$, onde α, β, γ e δ são constantes. O eixo de simetria do cilindro está na direção $\hat{z}$. Qual é o valor absoluto da energia que atravessa a tampa superior do cilindro por unidade de tempo?

$\frac{2\pi R^2\beta\delta}{\mu_0}$

$\frac{\pi R^2\alpha\gamma}{\mu_0}$

[D] $\frac{R^2}{4\pi\alpha\gamma\mu_0}$

[C] $\frac{4\pi R^2\alpha\delta}{\gamma\beta\mu_0}$

[E] $\frac{R^2}{2\pi\beta\delta\mu_0}$

Q. 22 [emPT3b] Em uma região no interior de um cilindro de raio R e altura h há um campo magnético dado por $\mathbf{B} = \alpha\hat{\rho} + \beta\hat{z}$ e um campo elétrico dado por $\mathbf{E} = \gamma\hat{\rho} + \delta\hat{\varphi}$, onde α, β, γ e δ são constantes. O eixo de simetria do cilindro está na direção $\hat{z}$. Qual é o valor absoluto da energia que atravessa a tampa superior do cilindro por unidade de tempo?

$\frac{\pi R^2 \alpha\delta}{\mu_0}$

$\boxed{\text{C}}$ $\frac{2\pi R^2 \beta\gamma}{\mu_0}$

$\boxed{\text{E}}$ $\frac{4\pi R^2 \beta\delta}{\mu_0}$

$\frac{2\pi R^2 \alpha\gamma}{\mu_0}$

$\boxed{\text{D}}$ $\frac{4\pi R^2 \alpha\gamma}{\mu_0}$

Q. 23 [emPT4a] Um fio de comprimento L_0 e resistência R_0 é esticado de tal forma que seu novo comprimento é $L = 2L_0$. Considerando que a resistividade e o volume do fio não se alteram quando variamos o seu comprimento, qual é o valor da nova resistência R em termos de R_0?

$R = 4R_0$

$\boxed{\text{C}}$ $R = 2R_0$

$\boxed{\text{E}}$ $R = \frac{R_0}{4}$

$R = R_0$

$\boxed{\text{D}}$ $R = \frac{R_0}{2}$

Q. 24 [emPT4b] Um fio de comprimento L_0 e resistência R_0 é esticado de tal forma que seu novo comprimento é $L = 3L_0$. Considerando que a resistividade e o volume do fio não se alteram quando variamos o seu comprimento, qual é o valor da nova resistência R em termos de R_0?

$R = 9R_0$

$\boxed{\text{C}}$ $R = 3R_0$

$\boxed{\text{E}}$ $R = \frac{R_0}{9}$

$R = R_0$

$\boxed{\text{D}}$ $R = \frac{R_0}{3}$

Q. 25 [emPT5a] Um elétron de massa m_e é lançado com uma velocidade inicial de módulo v_0 em direção a um próton mantido fixo no lugar. Se o elétron se encontra inicialmente a uma grande distância do próton, a que distância r do próton a velocidade instantânea do elétron é cinco vezes maior que sua velocidade inicial?

$r = \frac{1}{48\pi\epsilon_0 m_e}\left(\frac{e}{v_0}\right)^2$

$\boxed{\text{C}}$ $r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{em_e}{v_0}\right)^2$

$\boxed{\text{E}}$ $r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 m_e}\left(\frac{e}{v_0}\right)^2$

$r = \frac{1}{8\pi\epsilon_0 m_e}\left(\frac{e}{v_0}\right)^2$

$\boxed{\text{D}}$ $r = \frac{1}{48\pi\epsilon_0}\left(\frac{em_e}{v_0}\right)^2$

Q. 26 [emPT5b] Um elétron de massa m_e é lançado com uma velocidade inicial de módulo v_0 em direção a um próton mantido fixo no lugar. Se o elétron se encontra inicialmente a uma grande distância do próton, a que distância r do próton a energia cinética do elétron é três vezes maior que sua energia cinética inicial?

$r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 m_e}\left(\frac{e}{v_0}\right)^2$

$\boxed{\text{C}}$ $r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{em_e}{v_0}\right)^2$

$\boxed{\text{E}}$ $r = \frac{1}{48\pi\epsilon_0 m_e}\left(\frac{e}{v_0}\right)^2$

$r = \frac{1}{8\pi\epsilon_0 m_e}\left(\frac{e}{v_0}\right)^2$

$\boxed{\text{D}}$ $r = \frac{1}{48\pi\epsilon_0}\left(\frac{em_e}{v_0}\right)^2$

Q. 27 [emPT6a] Duas cascas esféricas concêntricas, a primeira com densidade superficial de cargas σ_1 e a segunda com σ_2, tem raios r_1 e $r_2 = 3r_1$, respectivamente. Determine o módulo do campo elétrico E gerado por estas duas cascas a uma distância $r = 2r_1$ do centro das cascas.

$E = \frac{\sigma_1}{4\epsilon_0}$

$\boxed{\text{C}}$ $E = 0$

$\boxed{\text{E}}$ $E = \frac{2}{5}\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\epsilon_0}$

$E = \frac{\sigma_1 + 9\sigma_2}{4\epsilon_0}$

$\boxed{\text{D}}$ $E = \frac{5}{2}\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\epsilon_0}$

Q. 28 [emPT6b] Duas cascas esféricas concêntricas, a primeira com densidade superficial de cargas σ_1 e a segunda com σ_2, tem raios r_1 e $r_2 = 2r_1$, respectivamente. Determine o módulo do campo elétrico E gerado por estas duas cascas a uma distância $r = 3r_1$ do centro das cascas.

$E = \dfrac{\sigma_1 + 4\sigma_2}{9\epsilon_0}$

$E = \dfrac{\sigma_1}{81\epsilon_0}$

[C] $E = 0$

[D] $E = \dfrac{5}{9}\dfrac{\sigma_1 + \sigma_2}{\epsilon_0}$

[E] $E = \dfrac{9}{5}\dfrac{\sigma_1 + \sigma_2}{\epsilon_0}$

Q. 29 [emPT7a] Considere um conjunto de dois capacitores em série, com capacitâncias $C_1 = C$ e $C_2 = 2C$. Nenhum dos capacitores suporta uma diferença de potencial maior que V_0 sem que seus dielétricos se rompam. Dado esse vínculo, qual é a maior energia elétrica U que pode ser armazenada no conjunto de dois capacitores?

$U = \dfrac{3}{4}CV_0^2$

$U = \dfrac{4}{3}CV_0^2$

[C] $U = \dfrac{5}{6}CV_0^2$

[D] $U = \dfrac{1}{2}CV_0^2$

[E] $U = \dfrac{6}{5}CV_0^2$

Q. 30 [emPT7b]
Considere um conjunto de dois capacitores em série, com capacitâncias $C_1 = C$ e $C_2 = 2C$. Nenhum dos capacitores suporta uma diferença de potencial maior que V_0 sem que seus dielétricos se rompam. Dado esse vínculo, qual é a maior diferença de potencial V que pode ser estabelecida entre os terminais do conjunto de dois capacitores?

$V = \dfrac{3}{2}V_0$

$V = \dfrac{2}{3}V_0$

[C] $V = 2V_0$

[D] $V = \dfrac{1}{3}V_0$

[E] $V = \dfrac{3}{4}V_0$

Q. 31 [emPT8a] Em um circuito RC, temos uma fonte com força eletromotriz $\mathcal{E}$, um resistor de resistência R e um capacitor de capacitância C. No instante $t = 0$, o circuito é fechado, fazendo com que o capacitor inicialmente descarregado comece a se carregar de acordo com a equação $q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$. Em que instante de tempo a diferença de potencial entre os terminais do capacitor é igual à metade da diferença de potencial entre os terminais do resistor?

$t = \ln\left(\dfrac{3}{2}\right) RC$

$t = \ln\left(\dfrac{1}{2}\right) RC$

[C] $t = \ln\left(\dfrac{2}{3}\right) RC$

[D] $t = \ln(2)\, RC$

[E] $t = \ln\left(\dfrac{1}{4}\right) RC$

Q. 32 [emPT8b] Em um circuito RC, temos uma fonte com força eletromotriz $\mathcal{E}$, um resistor de resistência R e um capacitor de capacitância C. No instante $t = 0$, o circuito é fechado, fazendo com que o capacitor inicialmente descarregado comece a se carregar de acordo com a equação $q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$. Em que instante de tempo a diferença de potencial entre os terminais do capacitor é igual à diferença de potencial entre os terminais do resistor?

$t = \ln(2)\, RC$

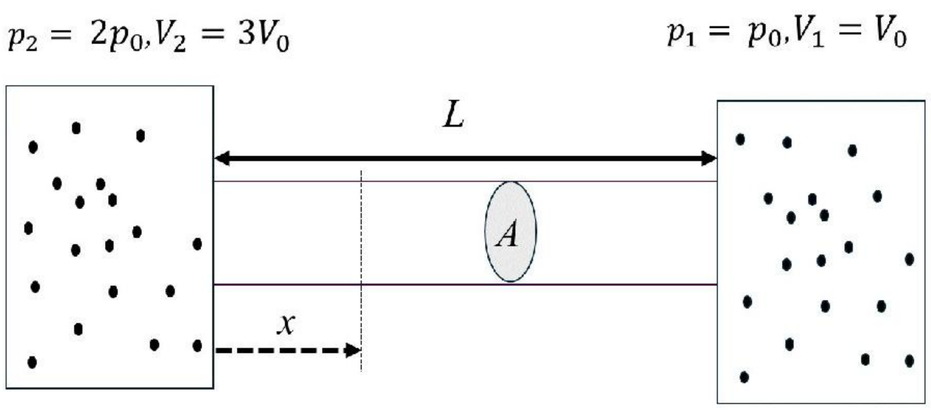
$t = \ln\left(\dfrac{1}{2}\right) RC$

[C] $t = \ln\left(\dfrac{2}{3}\right) RC$

[D] $t = RC$

[E] $t = \ln\left(\dfrac{1}{4}\right) RC$

Q. 33 [tePT1a] Sabe-se que a transferência de energia entre as partes adjacentes de um corpo, em consequência da diferença entre suas temperaturas, ocorre da parte mais quente para a mais fria. Considere então uma barra cilíndrica e homogênea disposta entre dois reservatórios térmicos, cada um deles contendo um mol de gás ideal. O primeiro sustenta uma pressão $p_1 = p_0$ e possui volume $V_1 = V_0$, enquanto o outro sustenta uma pressão $p_2 = 2p_0$ e possui volume $V_2 = 3V_0$, conforme a figura abaixo:



No estado estacionário, sabe-se que, nesse caso, a taxa de transferência de calor, dQ/dt, não deve depender de x, a variável de posição indicada na figura. Portanto, a temperatura deve depender linearmente de x, segunda uma expressão dada por:

$\frac{p_0V_0}{R}\left(-\frac{5}{L}x+6\right)$.

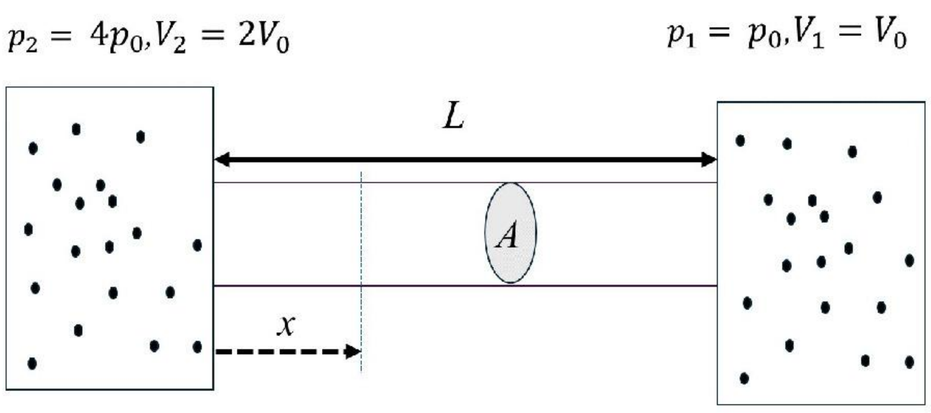
[B] $\frac{p_0V_0}{R}\left(-\frac{7}{L}x+8\right)$.

[C] $\frac{p_0V_0}{R}(x+1)$.

[D] $\frac{p_0V_0}{R}x$.

[E] $\frac{p_0V_0}{R}\left(-\frac{5}{L}x+3\right)$.

Q. 34 [tePT1b] Sabe-se que a transferência de energia entre as partes adjacentes de um corpo, em consequência da diferença entre suas temperaturas, ocorre da parte mais quente para a mais fria. Considere então uma barra cilíndrica e homogênea disposta entre dois reservatórios térmicos, cada um deles contendo um mol de gás ideal. O primeiro sustenta uma pressão $p_1 = p_0$ e possui volume $V_1 = V_0$, enquanto o outro sustenta uma pressão $p_2 = 4p_0$ e possui volume $V_2 = 2V_0$, conforme a figura abaixo:



No estado estacionário, sabe-se que, nesse caso, a taxa de transferência de calor, dQ/dt, não deve depender de x, a variável de posição indicada na figura. Portanto, a temperatura deve depender linearmente de x, segunda uma expressão dada por:

$\frac{p_0V_0}{R}\left(-\frac{7}{L}x+8\right)$.

[B] $\frac{p_0V_0}{R}\left(-\frac{5}{L}x+6\right)$.

[C] $\frac{p_0V_0}{R}(x+1)$.

[D] $\frac{p_0V_0}{R}x$.

[E] $\frac{p_0V_0}{R}\left(-\frac{7}{L}x+7\right)$.

Q. 35 [tePT2a] Uma bola de ferro cai de uma altura h, a partir do repouso, sobre uma superfície de concreto. Após o primeiro impacto, a bola é lançada de volta a uma altura de $\frac{h}{2}$. Suponha que toda a energia mecânica perdida após o primeiro impacto com o chão seja transformada em energia interna da bola. Dado o calor específico do ferro c_F e a aceleração gravitacional local g, determine o aumento de temperatura da bola após a primeira colisão.

$\Delta T = \frac{gh}{2c_F}$

$\Delta T = \frac{gh}{3c_F}$

[C] $\Delta T = \frac{2gh}{3c_F}$

[D] $\Delta T = \frac{c_F}{2gh}$

[E] $\Delta T = \frac{gh}{c_F}$

Q. 36 [tePT2b] Uma bola de ferro cai de uma altura h, a partir do repouso, sobre uma superfície de concreto. Após o primeiro impacto, a bola é lançada de volta a uma altura de $\frac{h}{3}$. Suponha que toda a energia mecânica perdida após o primeiro impacto com o chão seja transformada em energia interna da bola. Dado o calor específico do ferro c_F e a aceleração gravitacional local g, determine o aumento de temperatura da bola após a primeira colisão.

$\Delta T = \dfrac{gh}{2c_F}$

$\Delta T = \dfrac{2gh}{3c_F}$

[D] $\Delta T = \dfrac{3c_F}{2gh}$

[C] $\Delta T = \dfrac{gh}{2c_F}$

[E] $\Delta T = \dfrac{gh}{c_F}$

Q. 37 [tePT3a] O motor de um refrigerador fornece uma potência de 100 watts. Lembre-se de que coeficiente de desempenho de um refrigerador é sempre medido com a razão do calor extraído da fonte fria pelo trabalho fornecido pelo motor desse refrigerador. Considerando que o congelador do refrigerador está a uma temperatura de 270 K e o ar ambiente está a uma temperatura de 300 K, e supondo um coeficiente de desempenho ideal, qual é a quantidade máxima de calor que pode ser extraída do congelador em um intervalo de tempo de $\Delta t = 10\,\text{min}$?

$2{,}6 \times 10^7$ J

$5{,}4 \times 10^5$ J

[D] $2{,}7 \times 10^5$ J

[C] $1{,}6 \times 10^5$ J

[E] $5{,}2 \times 10^6$ J

Q. 38 [tePT3b] O motor de um refrigerador fornece uma potência de 50 watts. Lembre-se de que coeficiente de desempenho de um refrigerador é sempre medido com a razão do calor extraído da fonte fria pelo trabalho fornecido pelo motor desse refrigerador. Considerando que o congelador do refrigerador está a uma temperatura de 270 K e o ar ambiente está a uma temperatura de 300 K, e supondo um coeficiente de desempenho ideal, qual é a quantidade máxima de calor que pode ser extraída do congelador em um intervalo de tempo de $\Delta t = 10\,\text{min}$?

$2{,}7 \times 10^5$ J

$1{,}3 \times 10^7$ J

[C] $8{,}0 \times 10^6$ J

[D] $5{,}4 \times 10^5$ J

[E] $2{,}4 \times 10^6$ J

Q. 39 [tePT4a] Considere duas porções do mesmo líquido com a mesma massa m, mas com temperaturas diferentes T e $2T$. As duas porções são misturadas e a mistura é mantida termicamente isolada. O calor específico do líquido é constante e dado por c. O sistema atinge o equilíbrio. A variação de entropia neste processo é dada por:

$\Delta S = mc\ln\left(\dfrac{9}{8}\right)$.

$\Delta S = 0$.

[C] $\Delta S = mc\ln\left(\dfrac{4}{3}\right)$.

[D] $\Delta S = mc\ln\left(\dfrac{5}{4}\right)$.

[E] $\Delta S = mc\ln 2$.

Q. 40 [tePT4b] Considere duas porções do mesmo líquido com a mesma massa m, mas com temperaturas diferentes T e $3T$. As duas porções são misturadas e a mistura é mantida termicamente isolada. O calor específico do líquido é constante e dado por c. O sistema atinge o equilíbrio. A variação de entropia neste processo é dada por:

$\Delta S = 0$.

$\Delta S = mc\ln\left(\dfrac{4}{3}\right)$.

[C] $\Delta S = mc\ln\left(\dfrac{9}{8}\right)$.

[D] $\Delta S = mc\ln\left(\dfrac{5}{4}\right)$.

[E] $\Delta S = mc\ln 2$.

Q. 41 [fmPT1a]
Em um referencial inercial, a força resultante sobre uma partícula de massa de repouso m é $\mathbf{F} = At\hat{x}$, onde A é uma constante. Se o momento inicial da partícula nesse referencial é nulo, qual é a sua velocidade medida no tempo t nesse mesmo referencial?

$\dfrac{At^2c}{\sqrt{4m^2c^2 + A^2t^4}}\hat{x}$

$\dfrac{At^2c}{\sqrt{2m^2c^2 + A^2t^4}}\hat{x}$

[C] $\dfrac{At^2c}{\sqrt{m^2c^2 + A^2t^4}}\hat{x}$

[D] $\dfrac{2At^2c}{\sqrt{m^2c^2 + 4A^2t^4}}\hat{x}$

[E] $\dfrac{At^2c}{\sqrt{4m^2c^2 + 2A^2t^4}}\hat{x}$

Q. 42 [fmPT1b]
Em um referencial inercial, a força resultante sobre uma partícula de massa de repouso m é $\mathbf{F} = At^2\hat{x}$, onde A é uma constante. Se o momento inicial da partícula nesse referencial é nulo, qual é a sua velocidade medida no tempo t nesse mesmo referencial?

$\frac{At^3c}{\sqrt{9m^2c^2+3A^2t^6}}\hat{x}$ [D] $\frac{At^3c}{\sqrt{m^2c^2+3A^2t^6}}\hat{x}$
$\frac{At^3c}{\sqrt{9m^2c^2+A^2t^6}}\hat{x}$ [C] $\frac{3At^3c}{\sqrt{m^2c^2+9A^2t^6}}\hat{x}$ [E] $\frac{At^3c}{\sqrt{m^2c^2+A^2t^6}}\hat{x}$

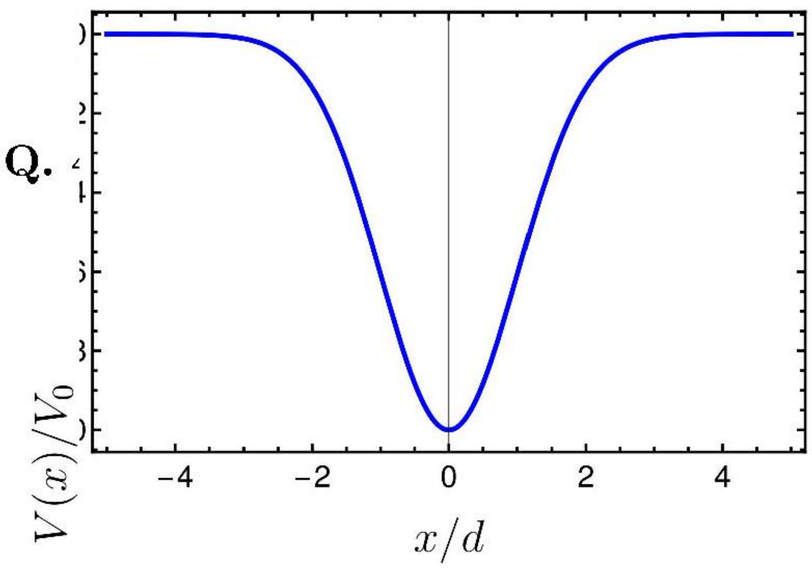
Q. 43 [fmPT2a] Uma molécula diatômica é formada por dois átomos idênticos cujos núcleos, de massa m, estão separados por uma distância d. A energia necessária para levar a molécula do estado fundamental para o primeiro estado excitado rotacional é:

$\frac{2\hbar^2}{md^2}$. [B] $\frac{\hbar^2}{md^2}$. [C] $\frac{\hbar^2}{2md^2}$. [D] $\frac{4\pi^2\hbar^2}{md^2}$. [E] $\frac{2\pi^2\hbar^2}{md^2}$.

Q. 44 [fmPT2b] Uma molécula diatômica é composta por dois átomos iguais, cada um de massa m. A energia necessária para levar a molécula do estado fundamental para o primeiro estado excitado rotacional é $\mathcal{E}$. Qual é a distância média entre os núcleos dos átomos dessa molécula?

$\sqrt{\frac{2\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$ [B] $\sqrt{\frac{\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$ [C] $\sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\mathcal{E}}}$ [D] $\sqrt{\frac{2\pi^2\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$ [E] $\sqrt{\frac{4\pi^2\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$

Q.



Uma partícula de massa m está sujeita ao potencial unidimensional $V(x) = -V_0 \exp\left(-\frac{x^2}{2d^2}\right)$ (ilustrado ao lado), onde V_0 e d são constantes positivas. Para V_0 suficientemente grande, a diferença de energia entre os dois estados ligados de mais baixa energia é aproximadamente igual a:

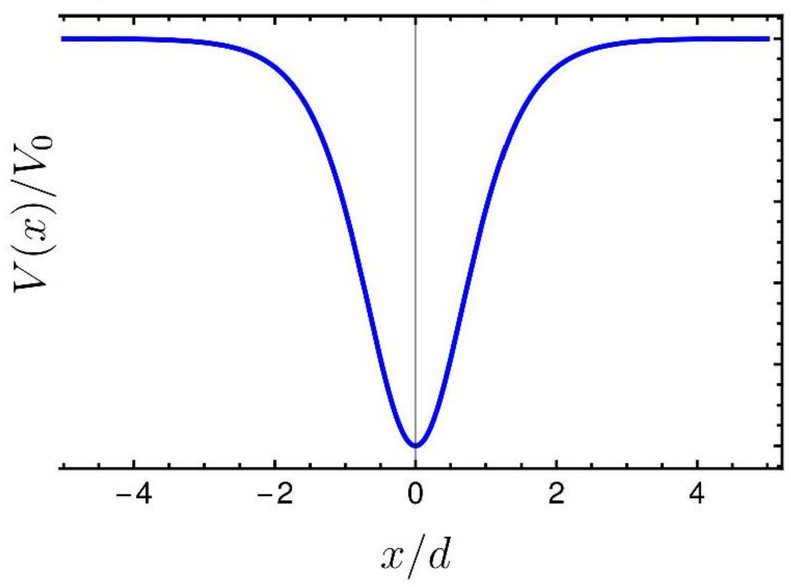
$\frac{\hbar}{d}\sqrt{\frac{2V_0}{m}}$. [B] $\frac{\hbar}{d}\sqrt{\frac{V_0}{m}}$. [C] $\frac{\hbar}{d}\sqrt{\frac{V_0}{2m}}$. [D] $\frac{2\hbar}{d}\sqrt{\frac{V_0}{m}}$. [E] $\frac{\hbar}{2d}\sqrt{\frac{V_0}{m}}$.

[fmPT3b]

■ $\sqrt{\frac{2\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$ [B] $\sqrt{\frac{\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$ [C] $\sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\mathcal{E}}}$ [D] $\sqrt{\frac{2\pi^2\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$ [E] $\sqrt{\frac{4\pi^2\hbar^2}{m\mathcal{E}}}$

[fmPT3a]

Q. $\frac{\hbar}{d}\sqrt{\frac{V_0}{m}}$. [B] $\frac{2\hbar}{d}\sqrt{\frac{V_0}{m}}$. [C] $\frac{\hbar}{2d}\sqrt{\frac{V_0}{m}}$. [D] $\frac{4\hbar}{d}\sqrt{\frac{V_0}{m}}$. [E] $\frac{\hbar}{4d}\sqrt{\frac{V_0}{m}}$.



Uma partícula de massa m está sujeita ao potencial unidimensional $V(x) = V_0 \tanh^2(x/d)$ (ilustrado ao lado), onde V_0 e d são constantes positivas. Para V_0 suficientemente grande, a diferença de energia entre os dois estados ligados de mais baixa energia é aproximadamente igual a:

■

Q. 47 [fmPT4a]
Um planeta descreve uma órbita circular de raio R em torno de uma estrela cuja potência irradiada é P. Suponha que o planeta possa ser tratado aproximadamente como um corpo negro de formato esférico em equilíbrio térmico. Sendo k_B a constante de Boltzmann e σ a constante de Stefan–Boltzmann, a temperatura desse planeta é:

$\left(\frac{P}{16\pi\sigma R^2}\right)^{\frac{1}{4}}$.
$\frac{4P}{\pi k_B R^2}$.
[C] $\frac{P}{4\pi k_B R^2}$.
[D] $\frac{P}{\pi k_B R^2}$.
[E] $\left(\frac{P}{\pi\sigma R^2}\right)^{\frac{1}{4}}$.

Q. 48 [fmPT4b]
Um planeta cuja temperatura média é T descreve uma órbita circular de raio R em torno de uma estrela. Suponha que o planeta possa ser tratado aproximadamente como um corpo negro de formato esférico em equilíbrio térmico. Sendo k_B a constante de Boltzmann e σ a constante de Stefan–Boltzmann, a potência irradiada pela estrela é:

$\frac{\pi}{4}R^2 k_B T$.
$16\pi\sigma R^2 T^4$.
[D] $\pi R^2 k_B T$.
[C] $4\pi R^2 k_B T$.
[E] $\pi\sigma R^2 T^4$.

Q. 49 [fmPT5a] Em um experimento de efeito fotoelétrico, uma superfície metálica é iluminada com luz verde ($\lambda_1 = 500$ nm). Os elétrons ejetados são freados totalmente quando um potencial de 0,48 V é aplicado. Ao fazermos incidir luz violeta ($\lambda_2 = 400$ nm), o potencial necessário para frear totamente os elétrons é:

1,1 V. [B] 2,0 V. [C] 3,1 V. [D] 0,48 V. [E] 0,62 V.

Q. 50 [fmPT5b] Em um experimento de efeito fotoelétrico, uma superfície metálica é iluminada com luz verde ($\lambda_1 = 500$ nm). Os elétrons ejetados são freados totalmente quando um potencial de 0,48 V é aplicado. Ao fazermos incidir luz laranja ($\lambda_2 = 600$ nm), o potencial necessário para frear totamente os elétrons é, com um algarismo significativo:

0,07 V. [B] 2 V. [C] 3 V. [D] 0,4 V. [E] 0,2 V.

Q. 51 [fmPT6a] Considere que o objetivo de um certo microscópio seja atingir uma resolução suficiente para "enxergar" um átomo. Comparando microscópios eletrônicos e óticos que utilizam o mesmo comprimento de onda λ, a razão entre as energias dos elétrons e dos fótons para obter a resolução desejada, em termos das constantes universais h (a constante de Planck), m_e (a massa do elétron) e c (a velocidade da luz no vácuo), é:

$\left(\frac{h}{2m_e c}\right)\frac{1}{\lambda}$.
$\left(\frac{h}{m_e c}\right)\frac{1}{\lambda}$.
[C] $\left(\frac{m_e}{hc}\right)\lambda$.
[D] $\left(\frac{hc}{m_e}\right)\frac{1}{\lambda}$.
[E] $\left(\frac{2m_e h}{c}\right)\lambda$.

Q. 52 [fmPT6b] Considere que o objetivo de um certo microscópio seja atingir uma resolução suficiente para "enxergar" um átomo. Comparando microscópios eletrônicos e óticos que utilizam o mesmo comprimento de onda λ, a razão entre as energias dos fótons e dos elétrons para obter a resolução desejada, em termos das constantes universais h (a constante de Planck), m_e (a massa do elétron) e c (a velocidade da luz no vácuo), é:

$\left(\frac{2m_e c}{h}\right)\lambda$.
$\left(\frac{m_e c}{h}\right)\lambda$.
[C] $\left(\frac{hc}{m_e}\right)\frac{1}{\lambda}$.
[D] $\left(\frac{m_e}{hc}\right)\lambda$.
[E] $\left(\frac{c}{2m_e h}\right)\frac{1}{\lambda}$.

Q. 53 [fmPT7a] Em um acelerador de partículas, estuda-se a colisão frontal de duas partículas idênticas. No referencial do laboratório, as partículas movem-se em sentidos opostos com velocidades de módulo $0{,}50c$. No referencial de uma das partículas, o módulo da velocidade com que a outra partícula se aproxima é:

■ $0{,}80c$. B $0{,}69$. C $0{,}55c$. D $0{,}38c$. E $0{,}88c$.

Q. 54 [fmPT7b] Em um acelerador de partículas, estuda-se a colisão frontal de duas partículas idênticas. No referencial do laboratório, as partículas movem-se em sentidos opostos com velocidades de módulo $0{,}30c$. No referencial de uma das partículas, o módulo da velocidade com que a outra partícula se aproxima é:

■ $0{,}55c$. B $0{,}69$. C $0{,}80c$. D $0{,}38c$. E $0{,}88c$.

Q. 55 [fmPT8a] O olho humano é um sensor ótico extremamente sensível a fótons da região do espectro visível. Tipicamente, a retina pode absorver uma potência luminosa de aproximadamente $4 \cdot 10^{-17}$ W em um comprimento de onda de 500 nm. Isto quer dizer que a retina absorve em torno de:

100 fótons por segundo.
10^{13} fótons por segundo.
C $6 \cdot 10^{20}$ fótons por segundo.
D 6000 fótons por segundo.
E 200 fótons por segundo.

Q. 56 [fmPT8b] O olho humano é um sensor ótico extremamente sensível a fótons da região do espectro visível. Considere que a retina possa absorver em torno de 50 fótons de comprimento de onda 450 nm por segundo. Isso quer dizer que a retina absorve uma potência luminosa de aproximadamente:

$2{,}2 \cdot 10^{-6} W$.
$2{,}2 \cdot 10^{-17} W$.
D $4{,}0 \cdot 10^{-15} W$.
C $225 W$.
E $7{,}8 \cdot 10^{-17} W$.

Q. 57 [mqPT1a] O Hamiltoniano de um elétron em um campo magnético uniforme pode ter a seguinte representação matricial:

$$\mathcal{H} = b \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \tag{3}$$

onde $b = -\hbar\gamma B/2$, γ é a razão giromagnética do elétron e B é a intensidade do campo magnético. Das alternativas abaixo, indique a verdadeira:

Os autovalores de energia são $\pm b$, com $-b$ correspondente ao autoestado de $\mathcal{H}$ no qual o spin do elétron está perpendicular ao campo magnético e $+b$ àquele no qual o spin do elétron está paralelo ao campo magnético.

Os autovalores de energia são $\pm b/2$, correspondentes a autoestados de $\mathcal{H}$ nos quais o spin do elétron está alinhado ou oposto ao campo magnético.

Os autovalores de energia são $\pm b$, correspondentes a autoestados de $\mathcal{H}$ nos quais o spin do elétron está alinhado ou oposto ao campo magnético.

Os autovalores de energia são $\pm b/2$, com $-b/2$ correspondente ao autoestado de $\mathcal{H}$ no qual o spin do elétron está perpendicular ao campo magnético e $+b/2$ àquele no qual o spin do elétron está paralelo ao campo magnético.

Os dois autoestados de $\mathcal{H}$, um no qual o spin do elétron está oposto ao campo magnético e o outro no qual o spin do elétron está alinhado com o campo magnético, possuem autovalores de energia degenerados, iguais a b.

Q. 58 [mqPT1b] O Hamiltoniano de um elétron em um campo magnético uniforme pode ter a seguinte representação matricial:

$$\mathcal{H} = \hbar c \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \tag{4}$$

onde $c = -\gamma B/2$, γ é a razão giromagnética do elétron e B é a intensidade do campo magnético. Das alternativas abaixo, indique a verdadeira:

Os autovalores de energia são $\pm\hbar c$, com $-\hbar c$ correspondente ao autoestado de $\mathcal{H}$ no qual o spin do elétron está perpendicular ao campo magnético e $+\hbar c$ àquele no qual o spin do elétron está paralelo ao campo magnético.

Os autovalores de energia são $\pm\hbar c/2$, correspondentes a autoestados de $\mathcal{H}$ nos quais o spin do elétron está alinhado ou oposto ao campo magnético.

Os dois autoestados de $\mathcal{H}$, um no qual o spin do elétron está oposto ao campo magnético e o outro no qual o spin do elétron está alinhado com o campo magnético, possuem autovalores de energia degenerados, iguais a $\hbar c$.

Os autovalores de energia são $\pm\hbar c/2$, com $-\hbar c/2$ correspondente ao autoestado de $\mathcal{H}$ no qual o spin do elétron está perpendicular ao campo magnético e $+\hbar c/2$ àquele no qual o spin do elétron está paralelo ao campo magnético.

Os autovalores de energia são $\pm\hbar c$, correspondentes a autoestados de $\mathcal{H}$ nos quais o spin do elétron está alinhado ou oposto ao campo magnético.

Q. 59 [mqPT2a] Sendo V para afirmativa verdadeira e F para afirmativa falsa, indique a sequência correspondente às afirmativas abaixo acerca de partículas quânticas idênticas:

- Em um sistema de partículas quânticas idênticas, a indistinguibilidade das partículas leva à simetrização ou antissimetrização da função de onda do sistema com relação à permutação das coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) das partículas.
- Partículas quânticas idênticas são distinguíveis sendo possível identificar as coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) de cada partícula na função de onda do sistema de partículas quânticas idênticas.
- O princípio de exclusão de Pauli decorre da antissimetria da função de onda de um sistema de férmions idênticos com relação à permutação das coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) dos férmions na dita função de onda.
- A condensação de Bose-Einstein decorre da antissimetria da função de onda de um sistema de férmions idênticos com relação à permutação das coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) dos férmions na dita função de onda.

V, F, V, F.

V, F, V, V.

C F, F, V, F.

D V, F, F, F.

E V, F, F, V.

Q. 60 [mqPT2b] Sendo V para afirmativa verdadeira e F para afirmativa falsa, indique a sequência correspondente às afirmativas abaixo acerca de partículas quânticas idênticas:

- Uma vez que partículas quânticas idênticas são distinguíveis não é necessário simetrizar ou antissimetrizar a função de onda de um sistema de partículas quânticas idênticas com relação à permutação das coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) das partículas.
- Partículas quânticas idênticas são indistinguíveis não sendo possível identificar as coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) de cada partícula na função de onda de um sistema de partículas quânticas idênticas.
- O princípio de exclusão de Pauli decorre da simetria da função de onda de um sistema de bósons idênticos com relação à permutação das coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) dos bósons na dita função de onda.
- A condensação de Bose-Einstein decorre da simetria da função de onda de um sistema bósons idênticos com relação à permutação das coordenadas (incluindo possíveis índices de spin) dos bósons na dita função de onda.

F, V, F, V.
F, V, F, F.
[C] F, F, F, V.
[D] V, V, F, F.
[E] F, V, V, F.

Q. 61 [mqPT3a] As matrizes S_x, S_y e S_z que representam as componentes do spin de um elétron ao longo dos eixos x, y e z na representação em que S_z é diagonal são, respectivamente,

$$S_x = \frac{\hbar}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad S_y = \frac{\hbar}{2}\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad S_z = \frac{\hbar}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Considere um estado de spin de um elétron dado por $|\chi\rangle = a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle$, onde a e b são números complexos, e os vetores ortonormais que constituem a base de estados empregada,

$$|\uparrow\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad |\downarrow\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

são os autoestados de S_z com autovalores $\pm\hbar/2$, respectivamente. Sendo $\mathrm{Re}(z)$ a parte real do número complexo z, os valores esperados do spin do elétron no estado $|\chi\rangle$ ao longo dos eixos z e x são, respectivamente:

$\frac{\hbar}{2}(|a|^2 + |b|^2)$ e $+\hbar\,\mathrm{Re}(ab^*)$
$\frac{\hbar}{2}(|a|^2 - |b|^2)$ e $+\hbar\,\mathrm{Re}(ab^*)$
$\frac{\hbar}{2}(|a|^2 - |b|^2)$ e $-\hbar\,\mathrm{Re}(ab^*)$
$\frac{\hbar}{2}(|b|^2 - |a|^2)$ e $-\hbar\,\mathrm{Re}(ab^*)$
$\frac{\hbar}{2}(|b|^2 - |a|^2)$ e $+\hbar\,\mathrm{Re}(ab^*)$

Q. 62 [mqPT3b] As matrizes S_x, S_y e S_z que representam as componentes do spin de um elétron ao longo dos eixos x, y e z na representação em que S_z é diagonal são, respectivamente,

$$S_x = \frac{\hbar}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad S_y = \frac{\hbar}{2}\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad S_z = \frac{\hbar}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Considere um estado de spin de um elétron dado por $|\chi\rangle = a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle$, onde a e b são números complexos, e os vetores ortonormais que constituem a base de estados empregada,

$$|\uparrow\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad |\downarrow\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

são os autoestados de S_z com autovalores $\pm\hbar/2$, respectivamente. Sendo $\mathrm{Im}(z)$ a parte imaginária do número complexo z, os valores esperados do spin do elétron no estado $|\chi\rangle$ ao longo dos eixos z e y são, respectivamente:

$\frac{\hbar}{2}(|b|^2 - |a|^2)$ e $+\hbar\,\mathrm{Im}(ab^*)$

$\frac{\hbar}{2}(|a|^2 + |b|^2)$ e $+\hbar\,\mathrm{Im}(ab^*)$

$\frac{\hbar}{2}(|b|^2 - |a|^2)$ e $-\hbar\,\mathrm{Im}(ab^*)$

$\frac{\hbar}{2}(|a|^2 - |b|^2)$ e $-\hbar\,\mathrm{Im}(ab^*)$

$\frac{\hbar}{2}(|a|^2 - |b|^2)$ e $+\hbar\,\mathrm{Im}(ab^*)$

Q. 63 [mqPT4a] O operador Hamiltoniano de um oscilador harmônico quântico é dado por $H = \hbar\omega(a^\dagger a + 1/2)$, com $a^\dagger a\,|n\rangle = n\,|n\rangle$ e $|n\rangle$ o autoestado de H referente ao n-ésimo nível de energia do oscilador. Seja $|\psi\rangle = \sqrt{0{,}4}\,|2\rangle + \sqrt{0{,}6}\,|3\rangle$ o estado de sobreposição normalizado de um dado oscilador em um dado instante de tempo. O valor esperado da energia desse oscilador é

$3{,}1\,\hbar\omega$. B $3{,}1\,\hbar\omega^2$. C $2{,}0\,\hbar\omega$. D $2{,}0\,\hbar\omega^2$. E $\hbar\omega$.

Q. 64 [mqPT4b] O operador Hamiltoniano de um oscilador harmônico quântico é dado por $H = \hbar\omega(a^\dagger a + 1/2)$, com $a^\dagger a\,|n\rangle = n\,|n\rangle$ e $|n\rangle$ o autoestado de H referente ao n-ésimo nível de energia do oscilador. Seja $|\psi\rangle = \sqrt{0{,}3}\,|2\rangle + \sqrt{0{,}7}\,|3\rangle$ o estado de sobreposição normalizado de um dado oscilador em um dado instante de tempo. O valor esperado da energia desse oscilador é

$3{,}2\,\hbar\omega$. B $3{,}2\,\hbar\omega^2$. C $0{,}5\,\hbar\omega$. D $0{,}5\,\hbar\omega^2$. E $\hbar\omega$.

Q. 65 [PT5a] A determinação do estado de spin dos elétrons de um feixe pode ser feita através de apaos do tipo Stern–Gerlach, que separam o feixe de acordo com a componente de spin ao longo direção definida pelo campo magnético no interior do aparato. Suponha uma montagem sequenl de três desses aparatos. O primeiro mede a componente z do spin e o o valor $\hbar/2$ é obtido) segundo mede a componente y do spin e retorna $-\hbar/2$. Se terceiro aparato medir a compoıte x do spin, qual é a probabilidade de obtermos o valor $\hbar/2$?

■ 1/2 B 0 C 1/4 D 3/4 E 1

Q. 66 [PT5b] A determinação do estado de spin dos elétrons de um feixe pode ser feita através
de apa os do tipo Stern–Gerlach, que separam o feixe de acordo com a componente de spin ao
longo (direção definida pelo campo magnético no interior do aparato. Suponha uma montagem
sequen l de três desses aparatos. O primeiro mede a componente z do spin e o o valor $-\hbar/2$
é obtic 1/2 B 0 C 1/4 D 3/4 E 1
compo O segundo mede a componente x do spin e retorna $\hbar/2$. Se terceiro aparato medir a
ıte y do spin, qual é a probabilidade de obtermos o valor $-\hbar/2$?

Q. 67 [mqPT6a] Considere uma partícula de massa m movendo-se em uma dimensão sob a ação de um potencial do tipo poço infinito,

$$V(x) = \begin{cases} 0, & |x| < a/2 \\ \infty, & |x| \geq a/2 \end{cases},$$

sendo a uma constante positiva com unidades de distância. A autofunção de energia para o estado fundamental desse problema é dada por

$$\psi_0(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right), & |x| < a/2 \\ 0, & |x| \geq a/2 \end{cases}.$$

Suponha que essa partícula esteja no estado fundamental do sistema. Imagine agora que aumentemos instantaneamente a largura do poço para $2a$, mantendo sua forma simétrica com relação à origem. Como esse processo é rápido, a função de onda permanece inalterada. Qual é a probabilidade de encontrarmos a partícula no estado fundamental do novo poço?
Dados: $\int \cos(x)\cos(x/2)\,dx = \sin(x/2) + \sin(3x/2)/3$.

$(8/3\pi)^2$

$\boxed{\text{C}}$ 0

$\boxed{\text{E}}$ $(4/3\pi)^2$

$(4\sqrt{2}/3\pi)^2$

$\boxed{\text{D}}$ 1

Q. 68 [mqPT6b] Considere uma partícula de massa m movendo-se em uma dimensão sob a ação de um potencial do tipo poço infinito,

$$V(x) = \begin{cases} 0, & |x| < a/2 \\ \infty, & |x| \geq a/2 \end{cases},$$

sendo a uma constante positiva com unidades de distância. A autofunção de energia para o estado fundamental desse problema é dada por

$$\psi_0(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right), & |x| < a/2 \\ 0, & |x| \geq a/2 \end{cases}.$$

Suponha que essa partícula esteja no estado fundamental do sistema. Imagine agora que aumentemos instantaneamente a largura do poço para $3a$, mantendo sua forma simétrica com relação à origem. Como esse processo é rápido, a função de onda permanece inalterada. Qual é a probabilidade de encontrarmos a partícula no estado fundamental do novo poço?
Dados: $\int \cos(x)\cos(x/3)\,dx = 3\sin(2x/3)/4 + 3\sin(4x/3)/8$.

$(9\sqrt{6}/8\pi)^2$

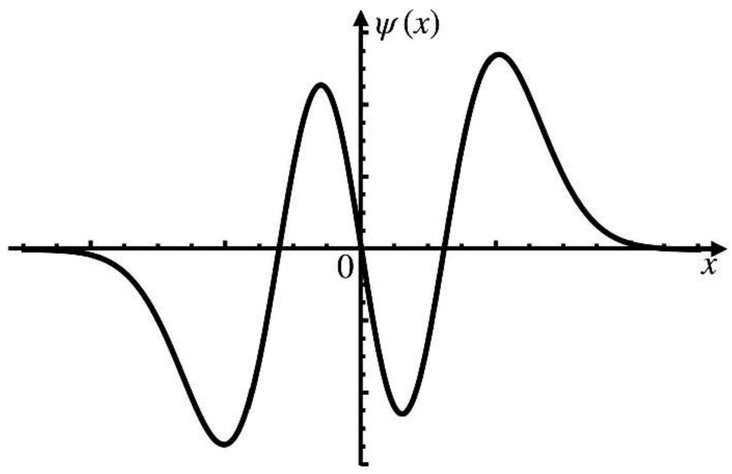
$\boxed{\text{B}}$ $(3\sqrt{6}/8\pi)^2$

$\boxed{\text{D}}$ 1

0

$\boxed{\text{E}}$ $(\sqrt{6}/8\pi)^2$

Q. 69 [mqPT7a]
O gráfico abaixo representa a autofunção de energia $\psi(x)$, como função da posição x, de um do estados excitados de um oscilador harmônico simples unidimensional de frequência ω. Qual é a energia desse estado?



$5\hbar\omega/2$

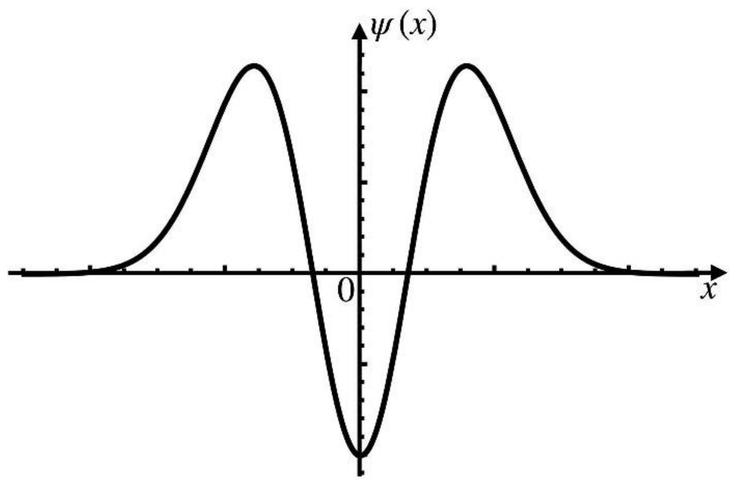
$\hbar\omega/2$

$9\hbar\omega/2$

$7\hbar\omega/2$

$3\hbar\omega/2$

Q. 70 [mqPT7b] O gráfico abaixo representa a autofunção de energia $\psi(x)$, como função da posição x, de um do estados excitados de um oscilador harmônico simples unidimensional de frequência ω. Qual é a energia desse estado?



$7\hbar\omega/2$

$5\hbar\omega/2$

$\hbar\omega/2$

$3\hbar\omega/2$

$9\hbar\omega/2$

Q. 71 [mqPT8a] Considere uma partícula de spin 1/2 sob a ação de um campo magnético estático e uniforme, cuja orientação define a direção x. Os demais graus de liberdade podem ser considerados "congelados" em um estado quântico definido, de forma que o hamiltoniano relevante envolve apenas a interação do spin com o campo magnético, podendo ser escrito como

$$H = \omega \hat{S}_x,$$

em que $\hat{S}_x$ é componente x do operador de spin e $\omega = Bgq/2m$, sendo q a carga da partícula, m a sua massa, g o seu fator giromagnético e B a intensidade do campo magnético aplicado. Se no tempo $t = 0$ o sistema está em um estado $|\psi(0)\rangle$ com spin para cima, ou seja $\hat{S}_z|\psi(0)\rangle = \hbar/2|\psi(0)\rangle$, qual é o tempo mínimo para o sistema inverter o seu spin?

■ π/ω B $2\pi/\omega$ C ∞ D $\pi/2\omega$ E $\pi/4\omega$

Q. 72 [mqPT8b] Considere uma partícula de spin 1/2 sob a ação de um campo magnético estático e uniforme, cuja orientação define a direção x. Os demais graus de liberdade podem ser considerados "congelados" em um estado quântico definido, de forma que o hamiltoniano relevante envolve apenas a interação do spin com o campo magnético, podendo ser escrito como

$$H = \omega \hat{S}_x,$$

em que $\hat{S}_x$ é componente x do operador de spin e $\omega = Bgq/2m$, sendo q a carga da partícula, m a sua massa, g o seu fator giromagnético e B a intensidade do campo magnético aplicado. Se no tempo $t = 0$ o sistema está em um estado $|\psi(0)\rangle$ com spin para baixo, ou seja $\hat{S}_z|\psi(0)\rangle = -\hbar/2|\psi(0)\rangle$, qual é o tempo mínimo posterior para que o sistema volte a esse estado inicial?

■ $2\pi/\omega$ B π/ω C ∞ D $\pi/2\omega$ E $\pi/4\omega$

Q. 73 [fePT1a] Considere um gás ideal de N partículas clássicas e indistinguíveis em contato com um reservatório térmico à temperatura T e ocupando um volume V. A probabilidade de encontrar $N/3$ moléculas em um volume $V/3$ e as demais moléculas no volume restante é dada por:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{N/3}\left(\frac{2}{3}\right)^{2N/3}.$$

$$\frac{N!}{\left(\frac{N}{3}\right)!\left(\frac{2N}{3}\right)!}\left(\frac{1}{3}\right)^{N/3}\left(\frac{2}{3}\right)^{2N/3}.$$

$$\frac{2}{9}.$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{N/3}.$$

$$\frac{N!}{\left(\frac{N}{3}\right)!}\left(\frac{1}{3}\right)^{N/3}.$$

Q. 74 [fePT1b] Considere um gás ideal de N partículas clássicas e indistinguíveis em contato com um reservatório térmico à temperatura T e ocupando um volume V. A probabilidade de encontrar $N/4$ moléculas em um volume $V/4$ e as demais moléculas no volume restante é dada por:

$$\frac{N!}{\left(\frac{N}{4}\right)!}\left(\frac{1}{4}\right)^{N/4}.$$

$$\frac{N!}{\left(\frac{N}{4}\right)!\left(\frac{3N}{4}\right)!}\left(\frac{1}{4}\right)^{N/4}\left(\frac{3}{4}\right)^{3N/4}.$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{N/4}\left(\frac{3}{4}\right)^{3N/4}.$$

$$\frac{3}{16}.$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{N/4}.$$

Q. 75 [fePT2a] Considere um sistema formado por 5 partículas não interagentes e localizadas, todas em contato com um mesmo reservatório térmico de temperatura T $[\beta = (k_B T)^{-1}]$. Cada partícula é caracterizada pela variável n_i que assume os valores 0 ou 1. A energia do sistema vale $\epsilon(n_1+n_2+n_3+n_4+n_5)$, sendo $\epsilon > 0$ constante. A probabilidade de que a energia total do sistema seja maior ou igual a 4ϵ é dada por:

$$\frac{1+5e^{-\beta\epsilon}+10e^{-2\beta\epsilon}}{(1+e^{-\beta\epsilon})^5}.$$

$$\frac{4}{5}.$$

$$\frac{10e^{-3\beta\epsilon}+5e^{-4\beta\epsilon}+e^{-5\beta\epsilon}}{(1+e^{-\beta\epsilon})^5}.$$

$$\frac{5e^{-4\beta\epsilon}+e^{-5\beta\epsilon}}{(1+e^{-\beta\epsilon})^5}.$$

$$\frac{e^{-4\beta\epsilon}}{(1+e^{-\beta\epsilon})^5}.$$

Q. 76 [fePT2b] Considere um sistema formado por 5 partículas não interagentes e localizadas, todas em contato com um mesmo reservatório térmico de temperatura T $[\beta = (k_B T)^{-1}]$. Cada partícula é caracterizada pela variável n_i que assume os valores 0 ou 1. A energia do sistema vale $\epsilon(n_1+n_2+n_3+n_4+n_5)$, sendo $\epsilon > 0$ constante. A probabilidade de que a energia total do sistema seja menor ou igual a ϵ é dada por:

$$\frac{1+5e^{-\beta\epsilon}}{(1+e^{-\beta\epsilon})^5}.$$

$$\frac{1+5e^{-\beta\epsilon}+10e^{-2\beta\epsilon}}{(1+e^{-\beta\epsilon})^5}.$$

$$\frac{e^{-\beta\epsilon}+e^{-2\beta\epsilon}}{(1+e^{-\beta\epsilon})^5}.$$

$$\frac{10e^{-3\beta\epsilon}+5e^{-4\beta\epsilon}+e^{-5\beta\epsilon}}{(1+e^{-\beta\epsilon})^5}.$$

$$\frac{2}{5}.$$

Q. 77 [fePT3a] Considere um sistema formado por 2 **bósons** idênticos de spin zero e não interagentes, cada um dos quais pode ocupar dois níveis de energia: o estado fundamental, de energia 0, e o estado excitado, de energia ϵ. O sistema está em contato com um reservatório térmico de temperatura T [$\beta = (k_B T)^{-1}$]. A energia média U desse sistema é então dada por:

$U = \dfrac{\epsilon(e^{-\beta\epsilon} + e^{-2\beta\epsilon})}{(1 + e^{-\beta\epsilon})^2}$.

$U = \dfrac{\epsilon(e^{-\beta\epsilon} + 2e^{-2\beta\epsilon})}{1 + e^{-\beta\epsilon} + e^{-2\beta\epsilon}}$.

$U = \dfrac{2\epsilon e^{-\beta\epsilon}}{1 + e^{-\beta\epsilon}}$.

$U = k_B T$.

$U = \dfrac{\epsilon(e^{-\beta\epsilon} + e^{-2\beta\epsilon})}{1 + e^{-\beta\epsilon} + e^{-2\beta\epsilon}}$.

Q. 78 [fePT3b] Considere um sistema formado por **2 férmions** idênticos sem spin e não interagentes. Cada férmion pode ocupar três níveis de energia: o estado fundamental, de energia 0, um primeiro estado excitado, de energia ϵ, e um segundo estado excitado, de energia 2ϵ. O sistema está em contato com um reservatório térmico de temperatura T [$\beta = (k_B T)^{-1}$]. A energia média U desse sistema é então dada por:

$U = \dfrac{\epsilon(e^{-\beta\epsilon} + e^{-2\beta\epsilon})}{1 + e^{-\beta\epsilon} + e^{-2\beta\epsilon}}$.

$U = \dfrac{3\epsilon e^{-\beta\epsilon}}{1 + e^{-\beta\epsilon}}$.

$U = k_B T$.

$U = \dfrac{\epsilon(1 + 2e^{-\beta\epsilon} + 3e^{-2\beta\epsilon})}{1 + e^{-\beta\epsilon} + e^{-2\beta\epsilon}}$.

$U = \dfrac{\epsilon(1 + e^{-\beta\epsilon} + e^{-2\beta\epsilon})}{(1 + e^{-\beta\epsilon})^3}$.

Q. 79 [fePT4a] Um sistema é formado por N íons magnéticos localizados e não interagentes entre si, em contato com um banho térmico de temperatura T [$\beta = (k_B T)^{-1}$]. Cada íon tem energia dada por $\epsilon = -\mu_0 h S_i$, onde μ_0, h e S_i denotam, respectivamente, o magneton de Bohr, a intensidade do campo magnético e a variável de spin, esta última podendo assumir os valores $S_i = \pm 1$. O valor de $\beta\mu_0 h$ em que a magnetização por íon $m = \sum_{i=1}^{N} \langle S_i \rangle / N$ vale $0{,}8\mu_0$ é dado por:

$\beta\mu_0 h = \tanh^{-1}(0{,}8)$.

$\beta\mu_0 h = \cosh^{-1}(0{,}8)$.

$\beta\mu_0 h = -\sinh^{-1}(0{,}8)$.

$\beta\mu_0 h = \sinh^{-1}(0{,}8)$.

$\beta\mu_0 h = -\tanh^{-1}(0{,}8)$.

Q. 80 [`fePT4b`] Um sistema é formado por N íons magnéticos localizados e não interagentes entre si, em contato com um banho térmico de temperatura T [$\beta = (k_B T)^{-1}$]. Cada íon tem energia dada por $\epsilon = -\mu_0 h S_i$, onde μ_0, h e S_i denotam, respectivamente, o magneton de Bohr, a intensidade do campo magnético e a variável de spin, esta última podendo asumir os valores $S_i = \pm 1$. O valor de $\beta\mu_0 h$ em que a magnetização por íon $m = \sum_{i=1}^{N} \langle S_i \rangle / N$ vale $-0{,}2\mu_0$ é dado por:

■ $\beta\mu_0 h = -\tanh^{-1}(0{,}2)$.

[B] $\beta\mu_0 h = -\sinh^{-1}(0{,}2)$.

[C] $\beta\mu_0 h = \cosh^{-1}(0{,}2)$.

[D] $\beta\mu_0 h = \tanh^{-1}(0{,}2)$.

[E] $\beta\mu_0 h = \sinh^{-1}(0{,}2)$.