

Avaliação 1 - Métodos Numéricos Universidade Federal da Bahia - 2025.1

Aluno: Guilherme Rocha Ribeiro
Professor: Reiner Requião

Questão 1: Localização de ponto crítico em uma ponte

Análise do contexto e Resultados

"A função da longarina é receber o carregamento do tabuleiro e das transversinas para distribuí-los a infraestrutura da ponte, ou seja, para os pilares que por sua vez distribuem para a fundação. Os principais esforços que atuam na longarina é o esforço de flexão e o esforço de cisalhamento oriundos dos momentos fletores e forças cortantes gerados pela solicitação de carregamento"[1](Capítulo 3). Nesse contexto, os esforços sofridos pela longarina são determinantes para a estabilidade estrutural e dispersão de cargas entre as meso e infraestrutura. Assim, o valor encontrado em $x \approx 1.6057m$ na função $V(x) = 5x^3 - 12x^2 + 7x - 1$ representa o ponto onde a força cortante tende a zero, Essa posição é ideal para o posicionamento de um pilar, pois:

- Distribuição eficiente de cargas superestrutura transmite as cargas à mesoestrutura, que as conduz à infraestrutura. Um pilar nessa posição otimiza essa transmissão.
- Minimiza tensões na longarina, evitando falhas estruturais. A força cortante nula indica que a longarina não está sujeita a esforços excessivos nesse ponto.

"Mesoestrutura: São os pilares e elementos de apoio, tem como função receber as cargas da superestrutura e transmiti-las para a infraestrutura."(OLIVEIRA, A, M. ; PIEROTT, R, M - Capítulo 4) [1]

"Superestrutura: É a parte útil da obra, por onde se trafega, constitui as vigas e lajes, responsável por receber as cargas da utilização e transmiti-las à meso e infraestrutura."(OLIVEIRA, A, M. ; PIEROTT, R, M - Capítulo 1) [1]

Análise do Método da Bissecção vs Newton-Raphson

- $x \approx 1,6057$ (4 casas decimais) em 14 iterações
- Comparação com Newton-Raphson: convergência em apenas 3 iterações com o chute inicial em $x_0 = 2.0$.

Questão 2: Vazão em sistema de tubulações

Equação linear e Resultados do método de Gauss

$$3q_1 + q_2 + 2q_3 = 18$$

$$2q_1 - q_2 + q_3 = 8$$

$$q_1 + 4q_2 - q_3 = 10$$

- $q_1 = 4.0$
- $q_2 = 2.0$
- $q_3 = 2.0$

Coerência Física

Como o sistema traz uma equação de conservação de massa e energia, os valores do resultado dessa matriz serem positivos e reais é um indicativo de que o sistema é fisicamente coerente.

Método de Eliminação de Gauss

É um método direto de resolução de sistemas lineares, o qual gera a matriz aumentada do sistema e a coloca na forma de uma matriz triangular superior. Devido ao pivoteamento feito na sessão do código "verificação pivo != 0", essa implementação é mais estável numericamente do que a apresentada no vídeo [2], a qual não realiza pivoteamento parcial, assim garantindo que o algoritmo não falhe em casos de matrizes que tenham solução, mas que apresentam o elemento $\text{matriz}[0][0] = 0$.

Complexidade

- Complexidade: $\mathcal{O}(n^3)$ para matrizes $n \times n$
- Vantagem: Pivoteamento parcial evita falhas quando $a_{11} = 0$
- Estabilidade numérica superior à implementação sem pivoteamento

Questão 3: Sistema não linear em reações industriais

$$\begin{cases} xy + y^2 - 10 = 0 \\ x^2 - \ln(y + 1) - 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Resultados do método de Newton-Raphson

- Aproximação inicial: $x_0 = [1.0, 2.0]$
- Solução $X = [1.7946, 2.3898]$

Sensibilidade ao ponto inicial e aplicabilidade

Como o método de Newton-Raphson é iterativo, a escolha do ponto inicial influencia diretamente na convergência e na velocidade de convergência. Visto que, pontos mais próximos da raiz tendem a convergir mais rapidamente, enquanto pontos mais distantes podem levar à divergência do método. Além disso, também é necessário lidar com os domínios das funções separadamente, como no caso da função

$$\ln(y + 1) > 0 \implies y > -1$$

Assim, evitando que a divergência ocorra devido a valores indefinidos da função e não por falha do método em si. Entretanto, a sua aplicabilidade não é prejudicada por essa sensibilidade, porque os sistemas de equações não lineares na engenharia frequentemente derivam de modelos físicos ou matemáticos com base em fenômenos reais. Assim, é possível fazer uma análise prévia do sistema e escolher uma aproximação inicial plausível para aplicá-lo ao método.

Referências

- [1] OLIVEIRA, A. M. ; PIEROTT, R. M. *Análise Estrutural de Pontes*. UENF, 2016. Disponível em: <https://uenf.br/cct/leci/files/2016/02/Alexandre-Magno-Alves-de-Oliveira-e-Rodrigo-Moulin-Ribeiro-Pierrot.pdf>
- [2] NUMERICAL METHODS. *Gaussian Elimination In Python*. YouTube, Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=gAmMxdIOEKs>.