Avaliação 1 - Métodos Numéricos
Universidade Federal da Bahia - 2025.1

Aluno: Guilherme Rocha Ribeiro
Professor: Reiner Requião

Questão 1: Localização de ponto crítico em uma ponte

Análise do contexto e Resultados

"A função da longarina é receber o carregamento do tabuleiro e das transversinas para distribuí-los a infraestrutura da ponte, ou seja, para os pilares que por sua vez distribuem para a fundação. Os principais esforços que atuam na longarina é o esforço de flexão e o esforço de cisalhamento oriundos dos momentos fletores e forças cortantes gerados pela solicitação de carregamento"[1](Capítulo 3). Nesse contexto, os esforços sofridos pela longarina são determinantes para a estabilidade estrutural e dispersão de cargas entre as meso e infraestrutura. Assim, o valor encontrado em $x \approx 1.6057m$ na função $V(x) = 5x^3 - 12x^2 + 7x - 1$ representa o ponto onde a força cortante tende a zero, Essa posição é ideal para o posicionamento de um pilar, pois:

- Distribuição eficiente de cargas superestrutura transmite as cargas à mesoestrutura, que as conduz à infraestrutura. Um pilar nessa posição otimiza essa transmissão.
- Minimiza tensões na longarina, evitando falhas estruturais. A força cortante nula indica que a longarina não está sujeita a esforços excessivos nesse ponto.

  "Mesoestrutura: São os pilares e elementos de apoio, tem como função receber as cargas da superestrutura e transmiti-las para a infraestrutura."(OLIVEIRA, A, M. ; PIEROTT, R, M - Capítulo 4) [1]

  "Superestrutura: É a parte útil da obra, por onde se trafega, constitui as vigas e lajes, responsável por receber as cargas da utilização e transmiti-las à meso e infraestrutura."(OLIVEIRA, A, M. ; PIEROTT, R, M - Capítulo 1) [1]

Análise do Método da Bisseção vs Newton-Raphson

Como o método da bisseção precisa de um intervalo bem definido para ser executado, no qual exista uma mudança de sinal, para que encontre a raiz, a sensibilidade desse método está no intervalo dado pelo usuário. Além disso, o método da bisseção demora mais para convergir, devido a sua natureza de ir dividindo e escolhendo os intervalos à direita ou à esquerda do variavel *midpoint* a cada iteração. Para fins de comparação, o método de Newton-Raphson convergiu em 3 iterações, com um chute inicial próximo do intervalo, enquanto o método da bisseção demorou mais para convergir.

- Bisseção: $x \approx$ 1,6057 (4 casas decimais) em 14 iterações
- Newton-Raphson: $x \approx$ 1,6057 convergência em apenas 3 iterações com o chute inicial em $x_0 = 2.0$.

Questão 2: Vazão em sistema de tubulações

Equação linear e Resultados do método de Gauss

$$3q_1 + q_2 + 2q_3 = 18$$
$$2q_1 - q_2 + q_3 = 8$$
$$q_1 + 4q_2 - q_3 = 10$$

- q1 = 4.0
- q2 = 2.0
- q3 = 2.0

Coerência Física

Como o sistema traz uma equação de conservação de massa e energia, os valores do resultado dessa matriz serem positivos e reais é um indicativo de que o sistema é fisicamente coerente.

Método de Eliminação de Gauss

É um método direto de resolução de sistemas lineares, o qual gera a matriz aumentada do sistema e a coloca na forma de uma matriz triangular superior. Devido ao pivoteamento feito na sessão do código "verificação pivo != 0", essa implementação é mais estável numéricamente do que a apresentada no vídeo [2], a qual não realiza pivoteamento parcial, assim garantindo que o algoritmo não falhe em casos de matrizes que tenham solução, mas que apresentam o elemento matriz[0][0] = 0.

Complexidade

- Complexidade: $\mathcal{O}(n^3)$ para matrizes $n \times n$
- Vantagem: Pivoteamento parcial evita falhas quando $a_{11} = 0$
- Estabilidade numérica superior à implementação sem pivoteamento

Questão 3: Sistema não lineare em reações industriais

$$\begin{cases} xy + y^2 - 10 = 0 \\ x^2 - \ln(y+1) - 2 = 0 \end{cases} \tag{1}$$

Resultados do método de Newton-Raphson

- Aproximação inicial: $x_0 = [1.0, 2.0]$
- Solução $X = [1.7946, 2.3898]$

Sensibilidade ao ponto inicial e aplicabilidade

Como o método de Newton-Raphson é iterativo, a escolha do ponto inicial influencia diretamente na convergência e na velocidade de convergência. Visto que, pontos mais próximos da raiz tendem a convergir mais rapidamente, enquanto pontos mais distantes podem levar à divergência do método. Além disso, também é necessário lidar com os domínios das funções separadamente, como no caso da função

$$\ln(y+1) > 0 \implies y > -1$$

Assim, evitando que a divergência ocorra devido a valores indefinidos da função e não por falha do método em si. Entretanto, a sua aplicabilidade não é prejudicada por essa sensibilidade, porque os sistemas de equações não lineares na engenharia frequentemente derivam de modelos físicos ou matemáticos com base em fenômenos reais. Assim, é possível fazer uma análise prévia do sistema e escolher uma aproximação inicial plausíve para aplicá-lo ao método.

Referências

[1] OLIVEIRA, A, M. ; PIEROTT, R, M. *Análise Estrutural de Pontes*. UENF, 2016. Disponível em: https://uenf.br/cct/leciv/files/2016/02/Alexandre-Magno-Alves-de-Oliveira-e-Rodrigo-Moulin-Ribeiro-Pierrot.pdf

[2] Numerical Methods. *Gaussian Elimination In Python*. YouTube, Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=gAmMxdI0EKs.