## Resultados do exame

| | |
|---|---|
| Nome: | TRAORE MACKY |
| Número de matrícula: | 170170586 |
| Nota: | 7 |

## Avaliação

| Questão | Nota | Resposta dada | Resposta correta |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | a____ | __c__ |
| 2 | 0 | __c__ | _b___ |
| 3 | 1 | a____ | a____ |
| 4 | 1 | ___d_ | ___d_ |
| 5 | 1 | _b___ | _b___ |
| 6 | 0 | ____e | _b___ |
| 7 | 1 | __c__ | __c__ |
| 8 | 1 | _b___ | _b___ |
| 9 | 1 | ____e | ____e |
| 10 | 1 | _b___ | _b___ |

## Folha do exame

# Universidade de Brasília - (Turma AA)

**Prova 1 2019-09-18**

Dados pessoais

Sobrenome: TRAORE

Nome: MACKY

Assinatura:

verificado

Número de matrícula

1 7 0 1 7 0 5 8 6

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | ☐ | ☐ | ☒ | ☐ | ☐ | ☒ | ☐ | ☐ | ☐ | 0 |
| 1 | ☒ | ☐ | ☐ | ☒ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | 1 |
| 2 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | 2 |
| 3 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | 3 |
| 4 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | 4 |
| 5 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☒ | ☐ | ☐ | 5 |
| 6 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☒ | 6 |
| 7 | ☐ | ☒ | ☐ | ☐ | ☒ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | 7 |
| 8 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☒ | ☐ | 8 |
| 9 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | 9 |

Neste campo **não** podem ser realizadas modificações dos dados.

| Categoria | Identidade do documento |
|---|---|
| 210 | 19091800008 |

Marcar cuidadosamente: ☒ Não marcado: ☐ ou ■

Este documento é lido à máquina. Por favor não dobrar ou sujar. Utilize uma **caneta preta ou azul.**
**Somente cruzes claramente reconhecíveis e em posição exata serão avaliadas!**

Respostas 1 - 10

| | a | b | c | d | e |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ☒ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 2 | ☐ | ☐ | ☒ | ☐ | ☐ |
| 3 | ☒ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 4 | ☐ | ☐ | ☐ | ☒ | ☐ |
| 5 | ☐ | ☒ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 6 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☒ |
| 7 | ☐ | ☐ | ☒ | ☐ | ☐ |
| 8 | ☐ | ☒ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 9 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☒ |
| 10 | ☐ | ☒ | ☐ | ☐ | ☐ |
| | a | b | c | d | e |

## Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Uma certa fábrica de canetas esferográficas tem encontrado defeito em 1% de sua produção. Assumindo independência entre as falhas, a probabilidade de, entre 113 canetas, pelo menos uma ser defeituosa é:

   (a) 0.010
   (b) 0.257
   (c) 0.679
   (d) 0.990
   (e) 0.265

   **Solução**
   Seja $X$ o número de canetas defeituosas na amostra, sabe-se que $X \sim \text{Binomial}(113, 0.01)$. Portanto,
   $$P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0.321 = 0.679.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
   Suponha que de 10 objetos escolhemos 4 ao acaso com reposição. Qual a probabilidade de que nenhum objeto seja escolhido mais de uma vez? Aproxime a resposta com duas casa decimais.

   (a) 0.94
   (b) 0.50
   (c) 0.40
   (d) 0.70
   (e) 0.07

   **Solução**
   A probabilidade desejada é dada por
   $$\frac{10 \times 9 \times \cdots \times 7}{10^4}.$$

   (a) Falso
   (b) Verdadeiro
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

3. **Questão**
   O SAC de uma empresa recebe, em média, 95 ligações por dia em horário comercial. A fim de estimar o número adequado de atendentes para trabalhar nesses horários, a empresa deseja estimar a probabilidade de receber mais do que 98 ligações em um único dia no horário comercial. Seja $X$ o número de ligações em um determinado dia, qual das distribuições de probabilidade seria adequada para modelar a variável aleatória $X$?

(a) Poisson(95)
(b) Binomial(0.5, 98)
(c) Binomial(0.5, 95)
(d) Geométrica(95/98)
(e) Poisson(98)

**Solução**
Como a probabilidade de sucesso (receber uma ligação de uma dado cliente) é pequena e há muitas chances de sucesso (número de clientes que potencialmente ligarão), a distribuição de probabilidade adequada para descrever o comportamento da variável aleatória $X$ é Poisson(95).

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Segundo a empresa de consultoria Kantar no Brasil, a confiança no noticiário político eleitoral visto em redes sociais tem diminuído nos últimos anos por causa da ocorrência de "Fake news". Estima-se que dessas notícias veiculadas nas redes sociais 45% são "Fake news". Se uma pessoa já leu 9 notícias em uma rede social e conseguiu checar a veracidade delas por outra fonte confiável, qual é a probabilidade condicional de que a 11ª notícia que ela ler seja a primeira "Fake news" lida?

(a) 0.1114
(b) 0.3025
(c) 0.2025
(d) 0.2475
(e) 0.1361

**Solução**
Seja $X \sim Geo(0.45)$ o número de notícias lidas por uma pessoa, em uma rede social, até ler uma "Fake news". Então, usando a propriedade da perda da memória, tem-se:

$$P(X = 11|X > 9) = P(X = 2) = 0.45 \times 0.55^1 = 0.2475.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

5. **Questão**
Considere que $P(A) = 1/2$, $P(C) = 1/4$ e $P(A \cap B) = 1/6$, sendo $A$ e $C$ eventos independentes, e $B$ e $C$ eventos disjuntos. Calcule $P((B \cup C)|A)$.

(a) 0.021
(b) 0.583

(c) 0.292
(d) 0.042
(e) 0.557

**Solução**
Pela definição de probabilidade condicional,

$$P((B \cup C)|A) = \frac{P((B \cup C) \cap A)}{P(A)} = \frac{P((B \cap A) \cup (C \cap A))}{P(A)}.$$

Como $B$ e $C$ são disjuntos, então são também disjuntos os eventos $(B \cap A)$ e $(C \cap A)$. Logo, $P((B \cap A) \cup (C \cap A)) = P(B \cap A) + P(C \cap A)$. Além disso, como $A$ e $C$ são independentes, então $P(C \cap A) = P(C)P(A)$. Daí, temos que

$$\frac{P((B \cap A) \cup (C \cap A))}{P(A)} = \frac{P(B \cap A) + P(C)P(A)}{P(A)} = \frac{0.167 + 0.250 \times 0.500}{0.500} = 0.583.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
Seja $X$ uma variável aleatória discreta com a seguinte distribuição de probabilidades:

$$P(X = x) = \frac{k}{x}, \quad \text{onde } X \text{ assume os valores } 3,\ 4,\ 5 \text{ e } 9.$$

Assinale a alternativa correspondente à variância de $X$.

(a) 720/161
(b) 90180/25921
(c) 540/23
(d) 497339/11439
(e) 180/161

**Solução**
Primeiramente devemos determinar o valor de $k$. Uma vez que a soma das probabilidades deve ser um, basta resolver a equação

$$\frac{k}{3} + \frac{k}{4} + \frac{k}{5} + \frac{k}{9} = 1,$$

resultando em $k = 180/161$. Para o cálculo da variância precisamos, antes, calcular os valores de $E(X)$ e $E(X^2)$:

$$\begin{aligned} E(X) &= 3 \times P(X = 3) + 4 \times P(X = 4) + 5 \times P(X = 5) + 9 \times P(X = 9) = 720/161, \\ E(X^2) &= 3^2 \times P(X = 3) + 4^2 \times P(X = 4) + 5^2 \times P(X = 5) + 9^2 \times P(X = 9) = 540/23. \end{aligned}$$

De modo que $V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 90180/25921$.

(a) Falso
(b) Verdadeiro

(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

7. **Questão**
Uma caixa contém 7 bolas azuis e 4 bolas brancas. Uma bola é extraída, sua cor observada e, a seguir, a bola é reposta na caixa com mais 4 bolas da mesma cor. Esse processo é repetido consecutivamente. Qual a probabilidade de se extrair uma bola azul na segunda retirada?

(a) 0.342
(b) 0.405
(c) 0.636
(d) 0.868
(e) 0.467

**Solução**
Considere os eventos

$$A = \text{“extrair uma bola azul na segunda retirada”},$$
$$B = \text{“extrair uma bola branca na primeira retirada”}.$$

Note que $\{B, B^c\}$ forma uma partição do espaço amostral, onde $P(B) = 4/11$ e $P(B^c) = 7/11$. Logo, pelo Teorema da probabilidade total tem-se

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|B)P(B) + P(A|B^c)P(B^c) \\ &= \frac{7}{15} \times \frac{4}{11} + \frac{11}{15} \times \frac{7}{11} \approx 0.636. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
Considere que o DF possui 2.562.963 habitantes (dados do CENSO 2010), e que a probabilidade de um habitante da cidade acionar o SAMU em uma hora qualquer do dia é de 0.000002. Supondo que os acionamentos ao SAMU ocorram de forma independente, qual é a probabilidade de observarmos exatamente 7 chamados ao SAMU em determinada hora no DF (utilize a aproximação de poisson da distribuição binomial)?

(a) 0.875
(b) 0.110
(c) 0.117
(d) 0.125
(e) 0.890

**Solução**
O número de chamados ao SAMU tem distribuição binomial com parâmetros

$$X \sim \text{Bin}(2562963, 0.000002).$$

Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se, aproximadamente, que

$$X \sim \text{Pois}(np = \lambda = 5.126).$$

Portanto, a probabilidade de observarmos exatamente $X = 7$, é

$$P(X = 7) = \exp(-\lambda) \times \lambda^7/7! = 0.110.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Para inspecionar um lote de 12 peças, o funcionário de uma empresa sorteia uma amostra de 8 peças ao acaso. Caso nenhuma peça defeituosa seja encontrada na amostra o lote é aceito; caso contrário é devolvido ao fornecedor. Suponha que 2 das 12 peças sejam defeituosas. Se a escolha for realizada sem reposição qual a probabilidade de aceitação do lote?

(a) 0.233
(b) 0.167
(c) 0.139
(d) 0.028
(e) 0.091

**Solução**
Seja $X$ a variável relativa ao número de peças defeituosas. A probabilidade de aceitação do lote é dada por

$$P(X = 0) = \frac{\binom{10}{8}\binom{2}{0}}{\binom{12}{8}} = 0.091.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

10. **Questão**
Em uma cidade em que os carros são testados para emissão de poluentes, 28% deles emitem quantidade considerada excessiva. O teste reprova 91% dos carros que emitem excesso de poluentes, mas resulta em falso positivo para 6.00000000000001% dos carros que emitem quantidade considerada normal. Qual é a probabilidade de um carro reprovado no teste realmente emitir quantidade excessiva de poluentes?

(a) 0.964

(b) 0.855
(c) 0.940
(d) 0.145
(e) 0.910

**Solução**
Defina os eventos

$$\begin{array}{rcl} R & = & \text{“O carro foi reprovado no teste”.} \\ E & = & \text{“Emissão excessiva de gases poluentes”.} \\ N & = & \text{“Emissão normal de gases poluentes”.} \end{array}$$

Pelo teorema de bayes, a probabilidade desejada é dada por

$$P(E|R) = \frac{P(R|E) \times P(E)}{P(R)} = \frac{P(R|E) \times P(E)}{P(R|E)P(E) + P(R|N)P(N)}$$

$$= \frac{0.91 \times 0.28}{0.91 \times 0.28 + 0.0600000000000001 \times 0.72} = \frac{0.255}{0.298} = 0.855.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso