1/2019

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

BANCO DE QUESTÕES

Universidade de Brasília

O Departamento de Estatística (EST) da UnB oferece semestralmente, em média, 11 turmas de *Probabilidade e Estatística* (PE), sendo essa uma disciplina obrigatória para diversos cursos da área das Ciências Exatas, incluindo Ciências Econômicas, Química, Matemática, Computação e diversas Engenharias. A partir do primeiro semestre de 2017, a referida disciplina se tornou unificada, conforme decisão aprovada na 490ª Reunião Ordinária do Colegiado do Departamento de Estatística, realizada em 08/12/2016. Mais recentemente, no dia 11/05/2018, foi instituída, pelo Ato da Chefia EST n. 07/2018, a Comissão de Planejamento Unificado da disciplina Probabilidade e Estatística, a qual tem por atribuição primária conduzir o processo de modernização da disciplina, sobretudo no que diz respeito a avaliação dos alunos, incluindo todas as suas fazes: elaboração, impressão, aplicação, correção e revisão das provas.

Diante do referido desafio, a equipe de docentes envolvidos com a discipina optou por adotar como ferramenta primária de avaliação o pacote computacional livre *Exams* (http://www.r-exams.org), o qual provê uma solução robusta para a gestão e automação do sistema avaliativo. Entre outras inúmeras funcionalidades já implementadas, o pacote permite que os valores apresentados em cada questão sejam gerados aleatoriamente, de modo que cada aluno tenha uma prova específica, diferente das demais. Além do desejável efeito na redução do risco de fraudes, tal abordagem garante a longevidade ao banco de questões, uma vez que não basta ao aluno decorar as respostas, mas sim dominar todos os passos necessários para se chegar à solução requerida.

Nesta metodologia, as folhas de resposta dos discentes são escaneadas e então corrigidas automaticamente pelo sistema, o qual, ao identificar o número do documento, executa a correção considerando o gabarito que lhe é próprio. Ao suspeitar de erro de marcação ou de leitura do cartão de respostas, a plataforma solicita ao operador a conferência manual dos dados.

A cada nova aplicação das provas no formato proposto, um valioso conjunto de dados se torna disponível, permitindo, entre outros usos, a calibração prévia do nível de dificuldade das provas, a identificação de temas de ensino com aproveitamento deficitário, a avaliação longitudinal do desempenho dos alunos, e, de maneira mais ampla, a consistência na execução do projeto pedagógico nas diversas turmas. A avaliação do desempenho dos alunos nesse nível de riqueza e profundidade é inédita no âmbito do Departamento de Estatística da UnB, e possivelmente em toda a Universidade de Brasília.

A avaliação é composta por 3 provas, cada uma das quais contendo 10 questões (itens, na terminologia da Teoria de Resposta ao Item - TRI) de múltipla escolha. Há ainda uma prova ao final do semestre (versando sobre todo o conteúdo do curso) para alunos que desejem repor uma eventual prova não realizada. Cada questão é sorteada de um conjunto de 10 itens do respectivo tema, o que resulta em um banco com 300 modelos de questão, todos eles escritos em linguagem *R*.

Ao final deste relatório, como anexo, apresentamos os códigos (em formato Rnw) associados a cada questão do banco. Além do enunciado, os códigos contém a definição das funções que geram as respostas alternativas, a construção da solução e a especificação das distribuições de probabilidade das quais são amostrados os valores aleatórios que compõem o enunciado. Esta última atividade é delicada, pois uma especificação inadequada pode resultar no cancelamento do item, caso os valores gerados levem, conjuntamente, a uma situação teoricamente inconcebível.

A implemetação do novo sistema resultou, entre outros ganhos, nos seguintes benefícios:

• Redução dos custos operacionais, em especial na construção e correção das provas.

• Consistência na execução do projeto pedagógico nas diversas turmas.

• Aumento da transparência e agilidade na divulgação dos resultados (os alunos tem acesso ao espelho e a solução de sua prova, além de um relatório individualizado sobre seu desempenho, considerando uma avaliação via Teoria da Resposta ao Item).

• Simplificação da logística de aplicação dos exames.

• Redução do risco de fraudes.

• Possível aproveitamento do banco de questões em outras disciplinas de Estatística básica e/ou em cursos semipresenciais ou a distância.

Neste documento, disponibilizamos, nessa ordem, o *Mapa do banco de questões* (útil apenas para leituras em formato eletrônico), o enunciado e a solução das 10 questões de cada um dos 30 temas e, por fim, os códigos que, quando executados, geram as questões apresentadas.

Este trabalho apenas foi possível pela dedicação dos professores da disciplina e dos dois alunos bolsistas (financiados pelo Programa Aprendizagem para o 3° Milênio (A3M) da UnB).

Brasília, agosto de 2019
Guilherme Souza Rodrigues
Coordenador do Projeto *Modernização do sistema de avaliação da disciplina PE* do A3M.

Alunos bolsistas do A3M

Álefe Lacerda Gomes Santos

Lucas de Moraes Bastos

Comissão de Planejamento Unificado da disciplina Probabilidade e Estatística

Jhames Matos Sampaio

André Luiz Fernandes Cançado

Thais Carvalho Valadares Rodrigues

Guilherme Souza Rodrigues

Professores envolvidos na criação e revisão do banco de questões

André Luiz Fernandes Cançado

Antônio Eduardo Gomes

Cira Etheowalda Guevara Otiniano

Eduardo Yoshio Nakano

Guilherme Souza Rodrigues

Helton Saulo Bezerra dos Santos

Jhames Matos Sampaio

José Augusto Fiorucci

Leandro Tavares Correia

Lucas Moreira

Peter Zörnig

Roberto Vila Gabriel

Thais Carvalho Valadares Rodrigues

Ilustração da capa

(criada a partir de dados de criminalidade na cidade de Chicago)

Gregory Matthews

The R Graph Gallery

Tema			Questão									
Número	Nome	Abreviação	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Medidas de probabilidade (Exercícios básicos envolvendo a definição e eventos)	medida_probabilidade	Julgar conceitos básicos de Teoria da probabilidade.	Calcular a probabilidade de um evento baseado na definição de probabilidade e análise combinatória. Contexto: Seleção de objetos.	Analisar afirmações envolvendo conceitos básicos de Teoria de Probabilidade. Contexto: Grupo de pessoas descreve probabilidades sobre uma mulher.	Analisar afirmações envolvendo conceitos básicos de Teoria de Probabilidade. Contexto: Grupo de pessoas descreve probabilidades sobre um homem.	Calcular a probabilidade de um evento baseado na definição de probabilidade. Contexto: Alocação de times em grupos de Futebol.	Calcular a probabilidade de um evento baseado na definição de probabilidade. Contexto: Probabilidade de um número escolhido em um intervalo ser divisível por dois números.	Julgar conceitos e definições básicas de Probabilidade para eventos (Dependentes, Complementares etc) Contexto: Possíveis eventos a ocorrer com um aluno de Engenharia.	Julgar conceitos e definições básicas de Probabilidade para eventos (Dependentes, Complementares etc) Contexto: Eventos associados a um frasco de maionese.	Julgar conceitos e definições básicas de Probabilidade, interceção e comparação de probabilidades de eventos. Contexto: Comerciante que vende Guarda-Chuva .	Conceitos e definições básicas de Probabilidade, interceção e comparação de probabilidades de eventos. Questão teórica.
2	Propriedades de probabilidade (União, intersecção e complementares)	propriedade_probabilidade	Calcular a probabilidade de um evento usando contagem. Contexto: Tabuleiro 5x5.	Calcular a probabilidade de determinados eventos descritos e probabilidade condicional. Contexto: Lançamento de moedas desequilibradas.	Calcular a probabilidade de pelo menos um dos eventos não ocorrerem. Contexto: Motoristas embriagados.	Calcular a probabilidade de um evento com o princípio de contagem. Contexto: Escolha de dois números ao acaso.	Calcular a probabilidade condicional de uma união de eventos disjuntos. Questão teórica.	Calcular a probabilidade da intercecção de eventos. Contexto: semáforo.	Calcular a probabilidade de um evento com a propriedade de intersecção de eventos. Contexto: Usina hidrelétrica.	Calcular a probabilidade de um evento com a propriedade de intercecção de eventos. Contexto: Componentes de um circuito elétrico.	Calcular a probabilidade de apenas um dos dois eventos citados acontecerem. Contexto: Exames de seleção de estagiário.	Calcular a probabilidade de um evento usando contagem. Contexto: Uso do hospital pelos segurados.
3	Teorema da probabilidade total	probabilidade_total	Calcular a probabilidade de de que um pênalti seja convertido, com dois possíveis tipos de cobradores associados a uma probabilidade.	Calcular a probabilidade de um aluno acertar uma questão visto que é dado as probabilidades de acerto quando o aluno tem certeza, dúvida ou desconhecimento.	Calcular a probabilidade do para-brisas do motorista atendido não ser lavado visto que é dado as probabilidades de cada frentista esquecer ou não de lavá-lo.	Calcular a probabilidade de retirar uma bola azul de uma urna contendo bolas azuis e brancas na segunda tentativa, com o espaço amostral diferente em cada tentativa.	Calcular a probabilidade de uma pessoa da população descrita receber o resultado positivo para o teste de vírus visto que é dado as probabilidades de acerto do teste para pessoas infectadas e não infectadas.	Temos duas urnas com bolas azuis e brancas. Um dado é lançado. Se o número for par, retira-se uma bola da urna 1. Se for ímpar, da urna 2. Calcular a probabilidade de sair uma bola azul.	Calcular a probabilidade de um paciente na clínica ter câncer visto que tem-se as probabilidades do exame acertar dado o seu resultado.	Calcular a probabilidade do veículo precisar parar (por problema elétrico) visto que é dada as probabilidades dessa ocorrência quando há ou não um problema mecânico precedente.	Calcular a probabilidade do candidato em questão ser aprovado no teste visto que é dado as probabilidades dele ser aprovado quando ele é fraco, médio ou bom.	Calcular a probabilidade de que um indivíduo torne-se um excelente motorista visto que é dado as probabilidades dele vir a ser excelente motorista dado que reprovou ou não no primeiro teste.
4	Teorema de Bayes	teorema_Bayes	Calcular uma probabilidade condicional utilizando o Teorema de Bayes. Contexto: Proporção de sexo entre daltônicos.	Calcular uma probabilidade condicional utilizando o Teorema de Bayes. Contexto: Coleta seletiva.	Calcular uma probabilidade condicional utilizando o Teorema de Bayes. Contexto: Teste de infecção com o vírus HIV.	Calcular uma probabilidade condicional utilizando o Teorema de Bayes. Contexto: Trapaça no jogo de cartas bridge.	Calcular uma probabilidade condicional utilizando o Teorema de Bayes. Contexto: Chute em um exame de múltipla escolha.	Calcular uma probabilidade condicional utilizando o Teorema de Bayes. Contexto: Envio de pacote pelos correios pela transportatora X	Calcular uma probabilidade condicional utilizando o Teorema de Bayes. Contexto: Corrida de Fórmula 1.	Calcular uma probabilidade condicional utilizando o Teorema de Bayes. Contexto: Relação entre aprovados na disciplica e dedicação.	Calcular uma probabilidade condicional utilizando o Teorema de Bayes. Contexto: Relação entre diagnóstico de uma doença e cura da doença.	Calcular uma probabilidade condicional utilizando o Teorema de Bayes. Contexto: Teste para analisar a quantidade de poluentes dos carros.
5	Definição de variáveis aleatórias discretas e propriedades (Valor esperado e variância)	momentos_discreto	Calcular a variância de uma variável aleatória dicreta X com distribuição de probabilidade $P(X=x) = k/x$ e suporte finito dado.	Seja X uma variável aleatória referente ao número de filhos das famílias na região obtidos no senso. Calcular $E(X)$, $E(X^2)$ e $VAR(X)$.	Suponha que o tempo X, em minutos, necessário para um operário processar uma certa peça e Y o ganho do operário em cada ação. Calcule o ganho médio $E(Y)$ do operário por peça processada.	Seja A uma variável aleatória que representa o número de canditados aprovados para o curso de estatística. Calcule o desvio padrão de A.	Seja X a variável aleatória que representa a quantidade diária de ocorrências policiais em uma delegacia. Dado sua distribuição, calcule o valor esperado de X.	Seja X a variável que representa o número de partículas geradas no processo. Dado sua distribuição, calcule o valor esperado de X.	Seja X a variável aleatória que representa o número de empréstimos aprovados semanalmente. Dado sua distribuição, calcule o valor esperado de X.	Seja Y a variável que representa o tempo de atraso (em minutos) do pedido durante a semana. Dado sua distribuição, calcule a variância aproximada de Y.	Seja W a variável que representa o tempo de atraso do itinerário em relação ao tempo informado pelo aplicativo de consulta. Dado sua distribuição, calcule a variância aproximada de W.	Dado a distribuição dos possíveis lucros obtidos por conjunto montado, calcule seu valor esperado.
6	Distribuição Binomial	distribuicao_binomial	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória binomial assumir um determinado valor. Contexto: cancelamento de cartão.	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória binomial assumir um determinado valor. Contexto: peças defeituosas.	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória binomial ser maior ou igual a um determinado valor. Contexto: futebol.	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória binomial assumir um determinado valor. binomial, mas tendo que calcular o parâmetro p da binomial a partir da exponencial.	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória binomial assumir um determinado valor. binomial, mas tendo que calcular o parâmetro p da binomial a partir da exponencial. Contexto: discriminação de gênero em contratação de funcionário.	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória binomial assumir um determinado valor. Contexto: peças defeituosas.	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória binomial assumir um determinado valor. binomial, mas tendo que calcular o parâmetro p da binomial a partir da exponencial. Contexto: overbook.	Calcular o desvio padrão de uma variável aleatória binomial. Contexto: bolsa de valores.	Calcular a variância de uma variável aleatória binomial. Contexto: tempo de espera em fila.	Calcular o desvio padrão de uma variável aleatória binomial. Contexto: concessão de *Habeas Corpus* por um juiz.
7	Distribuição Geométrica	distribuicao_geometrica	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória geometrica assumir um determinado valor. geométrica. Contexto: Cancelamento de cartão.	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória geometrica assumir um determinado valor. geométrica. Contexto: Venda de panos de prato.	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória geometrica assumir um determinado valor. geométrica. Contexto: Cestas feitas por um jogador de basquete.	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória geometrica assumir um determinado valor. geométrica. Contexto: Completar o time para um jogo.	Calcular a probabilidade de $P(X>x \mid X>a)$. Contexto: Vendas de apartamentos por um corretor imobiliário	Calcular a probabilidade de $P(X>x \mid X>a)$. Contexto: Fake news	Calcular a probabilidade de $P(X>x \mid X>a)$. Contexto: Jogador de futebol acertar um gol.	Calcular a probabilidade de $P(X>x \mid X>a)$. Contexto: Jogador de basquete acertar um lance livre.	Calcular a probabilidade de $P(X>x \mid X>a)$. Contexto: competição de surfe.	Identificar qual a distribuição de probabilidade adequada para modelar a variável aleatória X. Contexto: caça de um guepardo.
8	Distribuição Hipergeométrica	distribuicao_hipergeometrica	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória discreta assumir determinado valor utilizando a fp da hipergeométrica.	Calcular a probabilidade de um evento utilizando a fp da hipergeométrica.	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória discreta assumir determinado valor utilizando a fp da hipergeométrica.	Calcular a probabilidade de um evento utilizando a fp da hipergeométrica. Contexto: quantidade de pessoas com certa característica em um grupo.	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória discreta assumir determinado valor utilizando a fp da hipergeométrica. Contexto: envio de pacotes pelos correios.	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória discreta assumir determinado valor utilizando a fp da hipergeométrica. Contexto: quantidade de pessoas com certa característica em um grupo.	Calcular a probabilidade de um evento usando combinação. Contexto: Megasena.	Calcular a probabilidade de um evento usando seu complementar, que é calculado através de combinações e da fp da hipergeométrica.	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória discreta assumir determinado valor utilizando a fp da hipergeométrica. Contexto: banco de questões.	Identificar qual a distribuição de probabilidade adequada para modelar a variável aleatória X. Contexto: frutas boas de um pomar.
9	Distribuição Poisson	distribuicao_poisson	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória discreta assumir determinado valor utilizando a fp da Poisson. Contexto: Capacidade de atendimento de requisições pelo servidor	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória discreta assumir determinado valor utilizando a fp da Poisson. Contexto: Visualizações de vídeos de um youtuber	Calcular a probabilidade de uma variável aleatória discreta assumir determinado valor utilizando a fp da Poisson. Contexto: Chegada dos aviões em um aeroporto	Calcular a probabilidade $P(X=x)$ de uma variável aleatória com fp da Poisson. Contexto: Número médio de acidentes por mês num cruzamento.	Calcular a probabilidade $P(X>x)$ de uma variável aleatória com fp da Poisson. Contexto: Número médio de erros tipográficos por página de jornal.	Identificar qual a distribuição de probabilidade adequada para modelar a variável aleatória X. Contexto: Ligações recebidas por uma empresa em horário comercial.	Calcular o segundo momento de uma v.a. poisson. Contexto: ligações de empresa de telefonia.	Calcular o segundo momento de uma v.a. poisson. Contexto: projetos de lei aprovados pela Câmara dos Deputados.	Calcular o segundo momento de uma v.a. poisson. Contexto: lixo produzido em campanha eleitoral.	Calcular o segundo momento de uma v.a. poisson. Contexto: quantidade de leitores de um periódico.
10	Aproximação da distribuição Binomial pela Poisson	aproximacao_poisson_binomial	Calcular o erro de aproximação para uma dada probabilidade $p(X=x)$.	Calcular a probabilidade de uma distribuição binomial com "p grande, n pequeno" usando a distribuição Poisson. Contexto: Acidente de moto.	Calcular a probabilidade de uma distribuição binomial com "p grande, n pequeno" usando a distribuição Poisson. Contexto: Mega-sena.	Calcular a probabilidade de uma distribuição binomial com "p grande, n pequeno" usando a distribuição Poisson. Contexto: acionamento do SAMU.	Calcular a probabilidade de uma distribuição binomial com "p grande, n pequeno" usando a distribuição Poisson. Contexto: vendas de telemarketing.	Calcular a probabilidade de uma distribuição binomial com "p grande, n pequeno" usando a distribuição Poisson. Contexto: peças defeituosas.	Calcular o segundo momento de uma v.a. binomial aproximando-a de uma distribuição de Poisson. Contexto: acidentes de trânsito.	Calcular o segundo momento de uma v.a. binomial aproximando-a de uma distribuição de Poisson. Contexto: ligações de agência de telemarketing.	Calcular o segundo momento de uma v.a. binomial aproximando-a de uma distribuição de Poisson. Contexto: peças defeituosas.	Calcular o segundo momento de uma v.a. binomial aproximando-a de uma distribuição de Poisson. Contexto: acidente de moto.
11	Função densidade de probabilidade	funcao_densidade	Substituir o valor da constante c dado e em seguida calcular a probabilidade $P(X < x)$	Substituir o valor da constante c dado e em seguida calcular a probabilidade $P(X > x)$	Seja X uma variável aleatória contínua, dada uma função densidade, calcule $P(a < X\leq b)$	Considere uma função de densidade f(x), calcule o valor da constante C.	Considere uma função definida em partes. Calcular o valor da constante C para que seja definida como uma densidade.	Seja X uma variável aleatória contínua, dada uma função densidade, calcule $P(a < X\leq b)$	Seja X uma variável aleatória contínua, dada uma função densidade, calcule $P(a < X\leq b)$	Considere uma função definida em partes. Calcular o valor da constante C para que seja definida como uma densidade.	Considere uma função definida em partes. Calcular o valor da constante C para que seja definida como uma densidade.	Considere uma função definida em partes. Calcular o valor da constante C para que seja definida como uma densidade.
12	Distribuição acumulada de probabilidade	distribuicao_acumulada	Calcular o parâmetro de uma fda, sendo que uma probabilidade acumulada foi dada. Contexto: microorganismos em cultura de proliferação.	Calcular o parâmetro de uma fda, sendo que uma probabilidade acumulada foi dada. Contexto: tempo de desintegração de uma partícula radioativa.	Considere uma fda F(x), calcule o valor da constante C.	Calcular a probabilidade de um evento $P(X>x)$ a partir da fda dada. Contexto: peças defeituosas.	Calcular a probabilidade de um evento $P(X<=x)$ a partir da fda dada. Contexto: temperatura de um meteorito.	Calcular a probabilidade de um evento $P(X>=x)$ a partir da fda dada. Contexto: tempo de sobrevida.	Calcular a probabilidade de um evento $P(x<=X<=x)$ a partir da fda dada. Contexto: rendimento de um investimento.	Calcular a probabilidade de um evento $P(x<=X<=x)$ a partir da fda dada. Contexto: adoção.	Calcular o valor de um dos limites intervalares de uma fda. Contexto: rede elétrica.	Calcular o valor de um dos limites intervalares de uma fda. Contexto: dureza de uma liga metálica.
13	Valor esperado e variância	momentos_continuo	Calcular o valor esperado. Contexto: Tempo esperado de utilização em carga máxima de um equipamento	Calcular a variância. Contexto: Tempo (em minutos) que um forno elétrico leva para alcançar sua temperatura ideal	Calcular o valor esperado. Contexto: Tempo de vida esperado de uma válvula	Calcular a esperança de uma variável aleatória contínua a partir fda dada.	Calcular a esperança de uma variável aleatória contínua a partir fda dada.	Calcular a esperança de uma variável aleatória contínua a partir fdp dada.	Calcular a esperança de uma variável aleatória contínua a partir fdp dada.	Calcular a variância de uma variável aleatória contínua a partir fdp dada.	Calcular a variância de uma variável aleatória contínua a partir fdp dada.	Calcular a variância de uma variável aleatória contínua a partir fdp dada.
14	Distribuição Exponencial	distribuicao_exponencial	Calcular a probabilidade de uma distribuição exponencial condicional utilizando a propriedade de perda de memória. Contexto:tempo de vida útil de uma máquina.	Calcular a probabilidade de uma distribuição exponencial condicional utilizando a propriedade de perda de memória. Contexto: tempo de vida útil de uma máquina.(10)	Calcular a probabilidade de uma distribuição exponencial condicional utilizando a propriedade de perda de memória. Contexto: tempo de atendimento.(11)	Calcular a probabilidade de uma distribuição exponencial condicional utilizando a propriedade de perda de memória. Contexto: tempo de vida útil de uma bateria.	Calcular a probabilidade de uma distribuição exponencial condicional utilizando a propriedade de perda de memória. Contexto: tempo de vida útil de um filtro.	Calcular a probabilidade de uma distribuição exponencial condicional utilizando a propriedade de perda de memória. Contexto: tempo de vida útil de uma lâmpada de projetor.	Calcular o parâmetro lambda de uma variável aleatória com distribuição Exponencial, e calcular sua variância.	Dada a variância de uma Exponencial, calcular uma probabilidade $P(X<=x)$.	Dada a fda e o valor de uma probabilidade acumulada, calcular o parâmetro lambda de uma Exponencial.	Dada a fda e o valor de uma probabilidade acumulada, calcular a variância de uma Exponencial.
15	Distribuição Normal	distribuicao_normal	Calcular o valor de K para que $P(x-k<X<x+k) = p$ de uma distribuição Normal.	Dado $P(X\leq x2) = 0.5$ e$P(X\leq x1) = 0.25$, calcule $P(X>x)$. Contexto: Altura em cm	Calcular $E(X-x)^2$ de uma distribuição normal.	Calcular uma probabilidade que depende de 3 distribuições normais. Contexto: Lucro diário de uma corretora na bolsa de valores com investimentos em 3 setores.	Calcular uma probabilidade que depende de n distribuições normais. Contexto: Peso de um grupo de pessoas no elevador	Calcular um determinado quantil da Normal. Contexto: garantia de carros.	Calcular a média e o desvio padrão de uma distribuição normal. Contexto: Altura de crianças.	Calcular uma proporção que depende de v.a. Normais. Contexto: restituição de produtos defeituosos.	Calcular o valor de K para que $P(x-k<X<x+k) = p$ de uma distribuição Normal.	Calcular um determinado quantil da Normal. Contexto: validade de frutas.
16	Aproximação da distribuição Binomial pela Normal	aproximacao_normal_binomial	Calcular a probabilidade de um evento utilizando a aproximação da normal pela binomial. Contexto: lance livre.	Calcular a probabilidade de um evento utilizando a aproximação da normal pela binomial. Contexto: comissão de um vendedor.	Calcular a probabilidade de um evento utilizando a aproximação da normal pela binomial. Contexto: lançamento de moeda honesta.	Calcular a probabilidade de um evento utilizando a aproximação da normal pela binomial. Contexto: peças defeituosas.	Calcular a probabilidade de um evento utilizando a aproximação da normal pela binomial. Contexto: funcionamento de componentes em um sistema.	Calcular a probabilidade de um evento utilizando a aproximação da normal pela binomial. Contexto: voto.	Calcular a probabilidade de um evento utilizando a aproximação da normal pela binomial. Contexto: número de acertos numa prova.	Calcular a probabilidade de um evento utilizando a aproximação da normal pela binomial. Contexto: número de vagas para participar de um congresso.	Calcular a probabilidade de um evento utilizando a aproximação da normal pela binomial. Contexto: aluno que chegam à conclusão de curso.	Calcular a probabilidade de um evento utilizando a aproximação da normal pela binomial. Contexto: inspeção de escolas de um município.
17	Distribuição condicional de variáveis aleatórias discretas	distribuicao_condicional	Calcular uma probabilidade condicional a partir de uma tabela de probabilidades entre X e Y.	Calcular uma probabilidade condicional a partir de uma tabela de probabilidades entre X e Y. Contexto: número de viagens por família.	Calcular uma probabilidade condicional a partir de uma tabela de probabilidades entre X e Y. Contexto: Desempenho do estudante na universidade.	Dada uma função de probabilidade, encontrar $P(X\geq x \mid Y\leq y)$.	Dada a função de distribuição conjunta de X e Y, Encontre$P(a\leq X\leq b \mid Y\leq y)$. Contexto: Filmes.	Dada a função de distribuição conjunta de X e Y, Encontre $P(X\geq x \mid Y\geq y)$. Contexto: Empresa Imobiliária.	Calcular uma probabilidade condicional a partir de uma tabela de probabilidades entre X e Y.	Calcular uma probabilidade condicional a partir de uma tabela de probabilidades entre X e Y. Contexto: seguros e vendas de automóveis.	Calcular uma probabilidade condicional a partir de uma tabela de probabilidades entre X e Y. Contexto: linha de produção.	Calcular uma probabilidade condicional a partir de uma tabela de probabilidades entre X e Y. Contexto: levantamento do número de leitos em hospitais.
18	Covariância e correlação	covariancia_correlacao	Calcular a correlação entre duas variáveis discretas completando uma tabela de distribuições marginais.	Calcular a correlação entre duas variáveis discretas completando uma tabela de distribuições marginais.	Calcular a correlação entre duas variáveis completando uma tabela de distribuições marginais.	Calcular a covariância entre duas variáveis discretas completando uma tabela de distribuições marginais.	Calcular a covariância entre duas variáveis discretas completando uma tabela de distribuições marginais.	Calcular a covariância entre duas variáveis completando uma tabela de distribuições marginais.	Calcular a correlação entre duas variáveis completando uma tabela de distribuições marginais. Contexto: escolha de seguro.	Calcular a covariância entre duas variáveis completando uma tabela de distribuições marginais. Contexto: associação entre vendas de fraldas e cervejas.	Calcular a correlação entre duas variáveis completando uma tabela de distribuições marginais. Contexto: consumo anual de vinho per capita.	Calcular a covariância entre duas variáveis completando uma tabela de distribuições marginais. Contexto: desempenho de vendedores.
19	Distribuição da média amostral	distribuicao_media	Calcular a probabilidade de uma distribuição da média amostral. Contexto: Desempenho do atleta numa maratona	Calcular a probabilidade de uma distribuição da média amostral. Contexto: Tempo médio de prova de um atleta	Calcular a probabilidade de uma distribuição da média amostral. Contexto: Tempo médio de manutenção preventiva de um aparelho	Calcular a probabilidade da média amostral ultrapassar o limite de σ. Contexto: Caixas de leite	Julgar as alternativas sobre uma distribuição e assinalar a alternativa incorreta.	Julgar as alternativas sobre uma distribuição e assinalar a alternativa correta.	Calcular o quantil de uma distribuição da média amostral dada uma probabilidade. Contexto: tempo para atendimento.	Calcular o quantil de uma distribuição da média amostral dada uma probabilidade. Contexto: pesos dos frangos de uma granja.	Calcular a probabilidade de que x esteja em um determinado intervalo usando a média amostral.	Calcular a probabilidade de uma distribuição da média amostral. Contexto: contribuição para a caridade.
20	Distribuição da proporção amostral	distribuicao_proporcao	Calcular a probabilidade de uma proporção na amostra ser maior ou menor do que determinado valor. Contexto: alunos em uma turma.	Calcular a probabilidade de uma proporção na amostra ser maior ou menor do que determinado valor. Contexto: pesquisa de opinião.	Calcular a probabilidade de uma proporção na amostra ser maior ou menor do que determinado valor. Contexto: proporção entre homens e mulheres.	Calcular a probabilidade de que uma proporção na amostra difira menos que uma constante da proporção populacional.	Calcular a probabilidade de uma proporção na amostra ser maior ou menor do que determinado valor. Contexto: proporção de brasileiros com ansiedade.	Calcular a probabilidade de uma proporção na amostra ser maior ou menor do que determinado valor. Contexto: proporção de brasileiros com depressão.	Calcular a probabilidade de uma proporção na amostra ser maior ou menor do que determinado valor. Contexto: proporção de brasileiros que lêem bula de remédio.	Calcular a probabilidade de uma proporção na amostra ser maior ou menor do que determinado valor. Contexto: peças defeituosas.	Calcular a probabilidade de uma proporção na amostra ser maior ou menor do que determinado valor. Contexto: proporção de imunização de uma vacina.	Calcular a probabilidade de uma proporção na amostra ser maior ou menor do que determinado valor. Contexto: doação de órgãos.
21	Estimador de Máxima verossimilhança	maxima_verossimilhanca	Estimar o valor de θ para uma distribuição Gama pelo Método da Máxima Verossimilhança	Estimar o valor de θ para uma dada distribuição pelo Método da Máxima Verossimilhança	Estimar o valor de θ para uma dada distribuição pelo Método da Máxima Verossimilhança	Estimar o valor de beta para uma dada distribuição pelo Método da Máxima Verossimilhança	Estimar o valor de beta para uma dada distribuição pelo Método da Máxima Verossimilhança	Estimar o valor de θ para uma distribuição exponencial pelo Método da Máxima Verossimilhança	Estimar o valor de gama para uma dada distribuição pelo Método da Máxima Verossimilhança	Estimar o valor de beta para uma distribuição Gama pelo Método da Máxima Verossimilhança	Estimar o valor de θ para uma dada distribuição pelo Método da Máxima Verossimilhança	Estimar o valor do parâmetro m para uma distribuição binomial pelo Método da Máxima Verossimilhança
22	Intervalo de confiança para a média com variância conhecida	IC_media_normal	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: O tempo de reação a um novo medicamento.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: linha de produção, comprimento médio de correias.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: Estudo botânico, diâmetro médio de árvores.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: produção média de papel.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: audiência de jornal.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: renda per capita mensal média.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: tempo médio de vida (duração) de uma lâmpada.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: nível médio de uma enzima.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: temperatura média de ebulição.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: Peso médio de homens adultos
23	Intervalo de confiança para a média com variância desconhecida	IC_media_t	Calcular o intervalo de confiança para a média amostral. Contexto: Ocorrências policiais	Calcular o intervalo de confiança para a média amostral. Contexto: Glicemia média de jejum	Calcular o intervalo de confiança para a média amostral. Contexto: Rendimento médio de um veículo.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: quantidade de livros lidos por pessoa.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: hidratação diária média de crianças.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: tempo de uso de caneta esferográfica.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: Tempo médio (em horas) gasto por semana com estudos.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: Tempo médio gasto em horas por dia na internet.	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: Tempo médio de um voo (em horas).	Calcular o intervalo de confiança para a média. Contexto: número médio de fotos por trabalho/sessão de fotografia.
24	Intervalo de confiança para a proporção	IC_proporcao	Calcular o intervalo de confiança aproximado para proporção. Contexto: Crianças que preferem a marca A.	Calcular o intervalo de confiança aproximado para proporção. Contexto: Proporção de mesas que oferecem gorjeta	Calcular o intervalo de confiança aproximado para proporção. Contexto: Universitários opinam sobre pressão excessiva sobre seus filhos	Calcular o intervalo de confiança aproximado para proporção. Contexto: Pesquisa de Satisfação de uma empresa aérea.	Calcular o intervalo de confiança aproximado para proporção. Contexto: eficiência do trabalho de varas criminais.	Calcular o intervalo de confiança aproximado para proporção. Contexto: proporção de casos de homicídio solucionados.	Calcular o intervalo de confiança aproximado para proporção. Contexto: Eleição no Brasil	Calcular o intervalo de confiança aproximado para proporção. Contexto: Fake news	Calcular o intervalo de confiança aproximado para proporção. Contexto: Pagamento de anuidade nas universidades públicas	Calcular o intervalo de confiança aproximado para proporção. Contexto: Comercialização de canudos plásticos.
25	Teste de hipóteses para a média	TH_media	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica. Contexto: Diâmetro de peças produzidas	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica. Contexto: Peso de um salmão	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica. Contexto: Furacões	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica. Contexto: exame médico baseado em um hemograma, quantidade de leocócitos presentes.	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica. Contexto: velocidade máxima de um carro esportivo.	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica. Contexto: emissão de carbono por veículos.	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica. Contexto: Desempenho na disciplina de PE.	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica. Contexto: Alto custo de reparo em determinada oficina.	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica. Contexto: Quantidade de selenoureia na água.	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica. Contexto: Índice médio de nicotina nos cigarros.
26	Tamanho de amostra para inferência para a média	tamanho_media	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que com nível de confiança a média amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Número médio de remédios diferentes consumidos por pessoa	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que com nível de confiança a média amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Desempenho médio na Avaliação do SAEP SENAI	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que com nível de confiança a média amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Desempenho de cotistas em universidades públicas.	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que com nível de confiança a média amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Pesquisa de Acompanhamento de Egressos do SENAI	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que com nível de confiança a média amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Feminicídio	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que com nível de confiança a média amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Consumo do gás GNV e desempenho.	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que com nível de confiança a média amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Duração da floração de uma orquídea.	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que com nível de confiança a média amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Tempo diário gasto em redes sociais no Brasil.	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que com nível de confiança a média amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Crise hídrica no DF	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que com nível de confiança a média amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Nova metodologia de avaliação em PE.
27	Teste de hipóteses para a proporção	TH_proporcao	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica e do P_valor. Contexto: Porcentagem de letras "A" em livros	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica e P_valor. Contexto: Linha de produção com itens defeituosos que não podem ultrapassar 2%.	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica e P_valor. Contexto: Proporção de letras maiúsculas em mensagens de texto e spam.	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica e P_valor. Contexto: Inseticida Biológico.	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica e P_valor. Contexto: Trechos de clips	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica e P_valor. Contexto: Composição química do petróleo.	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica e P_valor. Contexto: Acesso à internet	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica e P_valor. Contexto: Proporção de fumantes	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica e P_valor. Contexto: Proporção de mulheres entre os candidatos nas eleições	Definir as hipóteses do teste e decidir se se rejeita ou não H0 com base no cálculo da região crítica e P_valor. Contexto: Ingresso na universidade de alunos provindos de escolas públicas.
28	P-valor para a média	pvalor_media	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses para a média com variância normal. Contexto: gastos com a saúde.	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses para a média com variância normal. Contexto: duração de uma bateria de laptop.	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses para a média com variância normal. Contexto: carga axial.	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses para a média com variância normal. Contexto: leilão de arte moderna.	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses para a média com variância normal. Contexto: produção de água de coco.	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses para a média com variância normal. Contexto: Consumo de café por alunos de uma disciplina de estatística.	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses para a média com variância desconhecida. Contexto: Desempenho dos alunos numa disciplina de estatística.	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses para a média com variância desconhecida. Contexto: Gasto médio de energia de um aspirador.	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses para a média com variância desconhecida. Contexto: Temperagem de chocolates	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses para a média com variância desconhecida. Contexto: Venda de alimentos vencidos.
29	Tamanho de amostra para inferência para a proporção	tamanho_prop	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que a proporção amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Porcentagem de pessoas que compram carro 0Km.	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que a proporção amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Proporção de pacientes hipertensos que apresentam efeitos colaterais ao usar um novo medicamento que está sendo testado.	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que a proporção amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Nível de aprovação de um novo desenho animado.	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que a proporção amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Avaliar a viabilidade da produção de uma nova série.	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que a proporção amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Interesse das mulheres em atuar no Exército brasileiro.	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que a proporção amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Taxa de sobrevivência de tartarugas estudada pelo Projeto Tamar.	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que a proporção amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Proporção dos salários de mulheres que é inferior ao dos homens numa mesma função.	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que a proporção amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Desnutrição infantil no Brasil.	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que a proporção amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Proporção de jovens matriculados no Ensino Superior.	Calcular o tamanho mínimo da amostra para que a proporção amostral não difira da populacional por um erro máximo pré-definido. Contexto: Representação de livros de ficção no mercado editorial brasileiro.
30	P-valor para a proporção	pvalor_proporcao	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses para a proporção. Contexto: Cobertura de sinal de uma empresa de telefonia.	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses unilateral à direita para a proporção. Contexto: Painéis solares	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses para a proporção (unilateral a direita). Contexto: 2° turno das eleições.	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses bilateral para a proporção. Contexto: Pesquisa de satisfação com os serviços de uma empresa de energia.	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses bilateral para a proporção. Contexto: Proporção de crianças nascidas do sexo feminino	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses bilateral para a proporção. Contexto: Morte por AIDS dentro de 15 anos	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses bilateral para a proporção. Contexto: Proporção de domicílios no Brasil com acesso à internet	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses bilateral para a proporção. Contexto: Proporção de fumantes no Brasil	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses bilateral para a proporção. Contexto: Proporção de mulheres candidatas às eleições	Calcular o p-valor de um teste de hipóteses bilateral para a proporção. Contexto: Proporção de alunos nas universidades provindos de escolas públicas

TEMA 1

MEDIDAS DE PROBABILIDADE

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Marque a alternativa correta:

   (a) Se A e B são eventos independentes, então A^c e B também são independentes.
   (b) Um espaço amostral infinito discreto pode ser equiprovável (os elementos do espaço amostral possuem mesma probabilidade).
   (c) Se A está contido em B, então $P(A)$ é diferente de $P(B)$.
   (d) A probabilidade da união de eventos é a soma das probabilidades dos eventos.
   (e) Eventos disjuntos são complementares.

   Solução

   (a) Verdadeiro. Se dois eventos são independentes, os originais e complementares são todos independentes entre si.
   (b) Falso. Caso os elementos de um espaço amostral infinito tenham mesma probabilidade, a soma das probabilidades será infinita.
   (c) Falso. Não necessariamente. Se $A \subset B$ e $B \subset A$, então $P(A) = P(B)$.
   (d) Falso. Esta propriedade é válida apenas se os eventos forem disjuntos.
   (e) Falso. Eventos complementares são disjuntos, não o contrário.

2. **Questão**
   Suponha que de 12 objetos escolhemos 7 ao acaso com reposição. Qual a probabilidade de que nenhum objeto seja escolhido mais de uma vez? Aproxime a resposta com duas casa decimais.

   (a) 0.11
   (b) 0.68
   (c) 0.57
   (d) 0.58
   (e) 0.02

   Solução
   A probabilidade desejada é dada por

   $$\frac{12 \times 11 \times \cdots \times 6}{12^7}.$$

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

3. **Questão**
   Imagine uma mulher chamada Luana, de 31 anos de idade, bela, solteira, sincera e muito inteligente. Cursou filosofia na universidade e quando estudante preocupava-se profundamente com discriminação e justiça social. Luana é contra armas nucleares e a favor da descriminalização do aborto. Essa descrição de Luana foi apresentada a um grupo de 88 pessoas que atribuíram probabilidades a uma lista de afirmações sobre Luana de

acordo com suas percepções. A lista de afirmações com as probabilidades atribuídas segue abaixo:

	Afirmação	Classificação média
1	Luana participa do movimento feminista	99%
2	Luana trabalha na ONU	89%
3	Luana trabalha na ONU e faz crossfit	83%
4	Luana é bibliotecária e faz aulas de ioga	78%
5	Luana é professora e toca piano	74%
6	Luana é bibliotecária	68%
7	Luana é da comissão de direitos humanos	63%
8	Luana é professora	57%
9	Luana é personal trainner	52%
10	Luana é personal trainner e toca piano	35%

Selecione a única resposta correta.

(a) As afirmações 4 e 6 são probabilisticamente contraditórias.
(b) As afirmações 8 e 10 são probabilisticamente contraditórias.
(c) As afirmações 7 e 8 são probabilisticamente contraditórias.
(d) Nenhuma das demais alternativas está correta.
(e) As afirmações 4 e 10 são probabilisticamente contraditórias.

Solução
Para quaisquer eventos A e B, $P(A) \geq P(A \cap B)$. Portanto as probabilidades atribuídas às duas afirmações são probabilisticamente contraditórias.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Imagine um homem chamado Rubens, de 43 anos de idade, casado, tradicional e pai de três filhos. Cursou direito na universidade e quando estudante preocupava-se profundamente com segurança pública e saúde. Rubens é cristão e contra a descriminalização da maconha. Essa descrição de Rubens foi apresentada a um grupo de 77 pessoas que atribuíram probabilidades a uma lista de afirmações sobre Rubens de acordo com suas percepções. A lista de afirmações com as probabilidades atribuídas segue abaixo:

	Afirmação	Classificação média
1	Rubens é contra a descriminalização do aborto	92%
2	Rubens é capitão do Bope e faz aulas de Krav Maga	86%
3	Rubens é deputado federal	82%
4	Rubens é promotor de justiça e maratonista	77%
5	Rubens é capitão do Bope	71%
6	Rubens é Pastor pentecostal e contra a descriminalização do aborto	66%
7	Rubens é corretor de seguros	61%
8	Rubens é deputado federal e a favor da descriminalização do aborto	56%
9	Rubens é Pastor pentecostal	52%
10	Rubens é professor universitário	35%

Selecione a única resposta correta.

(a) As afirmações 3 e 6 são probabilisticamente contraditórias.
(b) As afirmações 6 e 9 são probabilisticamente contraditórias.
(c) As afirmações 5 e 9 são probabilisticamente contraditórias.
(d) As afirmações 1 e 3 são probabilisticamente contraditórias.
(e) Nenhuma das afirmações são probabilisticamente contraditórias.

Solução
Para quaisquer eventos A e B, $P(A) \geq P(A \cap B)$. Portanto as probabilidades atribuídas às duas afirmações são probabilisticamente contraditórias.

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
Um competição de futebol será disputada por 28 times dividivos em 4 grupos. Se a escolha dos grupos é feita aleatoriamente, qual a probabilidade de que dois times determinados, A e B, se encontrem no mesmo grupo?

(a) 0.250
(b) 0.095
(c) 0.008
(d) 0.222
(e) 0.016

Solução
O time A pode ser alocado em qualquer um dos 28 possíveis lugares disponíveis. Como o time B deve estar no mesmo grupo do time A, ele deverá ser alocado em um dos 6 lugares restantes daquele grupo. Como, fixada a posição do time A, há 27 lugares disponíveis, a probabilidade desejada é

$$\frac{6}{27} = 0.222.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

6. **Questão**
Um número entre 1 e 840 é escolhido aleatoriamente. Qual a probabilidade de que esse número seja divisível por 7 e por 6?

(a) 0.754
(b) 0.024
(c) 0.143

(d) 0.629
(e) 0.167

Solução
Um número será divisível por 7 e 6 se for divisível $7 \times 6 = 42$. A quantidade de números divisíveis por 42 é

$$\frac{840}{42} = 20.$$

Desta maneira, a probabilidade desejada é

$$\frac{20}{840} = 0.024.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

7. **Questão**
A probabilidade de um aluno de Engenharia, selecionado ao acaso, receber uma proposta de emprego antes de concluir o curso (Evento A) é de 0.82. Por outro lado, a probabilidade de um aluno neste grupo seguir carreira na iniciativa privada (Evento B) é de 0.33. Nesse contexto, considerando que a probabilidade de esses dois eventos ocorrerem é de 0.2706, seria **correto** afirmar que os eventos A e B são eventos probabilisticamente:

(a) Dependentes.
(b) Mutuamente exclusivos.
(c) Complementares.
(d) Disjuntos.
(e) Independentes.

Solução
Pelo enunciado, temos que $P(A \cap B) = 0.2706 = P(A) \times P(B) = 0.82 \times 0.33$. Portanto, os eventos A e B são independentes.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

8. **Questão**
Sabe-se que a probabilidade de um frasco de maionese, selecionado ao acaso, se tornar impróprio para consumo antes do prazo de validade (Evento A) é de 0.07. Por outro lado, a probabilidade um pote do produto ser armazenado na geladeira (Evento B) é de 0.5. Nesse contexto, considerando que a probabilidade de esses dois eventos ocorrerem é de 0.0245, seria **correto** afirmar que os eventos A e B são eventos probabilisticamente:

(a) Complementares.
(b) Dependentes.

(c) Disjuntos.
(d) Independentes.
(e) Mutuamente exclusivos.

Solução
De acordo com o enunciado da questão, $P(A \cap B) = 0.0245 \neq P(A) \times P(B) = 0.07 \times 0.5 = 0.035$. Pela definição de independência, segue que os eventos A e B são dependentes.

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
A probabilidade de um comerciante vender ao menos um guarda-chuva em um certo dia (Evento A) é de 0.67. Dados históricos indicam que chove na cidade (Evento B) em 76% dos dias. Sabe-se ainda que a probabilidade de o comerciante vender ao menos um guarda-chuva e chover no mesmo dia é de 0.43. Por fim, a probabilidade de chover e haver alagamento (Evento C) é de 0.13. Considerando que o comércio não funciona (não há vendas) quando há alagamento, marque a alternativa correta:

(a) Os eventos A e C são complementares.
(b) $P(C) \geq P(B)$.
(c) Os eventos B e C são independentes.
(d) $P(B \cap C) = P(C)$.
(e) $P(C) \geq P(A)$.

Solução

(a) Falso. $P(A) + P(C) \neq 1$. Portanto, A e C não são complementares.
(b) Falso. C está contido em B, portanto $P(C) < P(B)$.
(c) Falso. $P(B \cap C) \neq P(B) \times P(C)$. Portanto, A e C são dependentes.
(d) Verdadeiro. Como C está contido em B, a igualdade é válida.
(e) Falso. $P(C) = P(B \cap C) < P(A)$.

10. **Questão**
A probabilidade de ocorrer o evento A é $P(A) = 0.7$. Considere ainda que $P(B) = 0.76$, $P(A \cap B) = 0.46$, $P(B \cap C) = 0.16$ e $P(A \cap B \cap C) = 0$, marque a alternativa correta:

(a) Os eventos A e C são complementares.
(b) Os eventos A e C são disjuntos (mutuamente exclusivos).
(c) Os eventos A e B são complementares.
(d) Os eventos B e C são independentes.
(e) $P(C) \geq P(A)$.

Solução

Probabilidade e Estatística

(a) Falso. $P(A) + P(C) \neq 1$. Portanto, A e C não são complementares.

(b) Verdadeiro. Pelas probabilidades apresentadas, pode-se concluir que C está contido em B. Como $P(A \cap B \cap C) = 0$, temos que $P(A \cap C) = 0$, o que confirma que os eventos A e C são disjuntos.

(c) Falso. $P(A) + P(B) \neq 1$. Portanto, A e C não são complementares.

(d) Falso. $P(B \cap C) \neq P(B) \times P(C)$. Portanto, A e C são dependentes.

(e) Falso. $P(C) = P(B \cap C) < P(A)$

TEMA 2

PROPRIEDADES DAS PROBABILIDADES

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Colocam-se ao acaso 5 botões em um tabuleiro 5×5, não sendo permitido haver dois botões em uma mesma casa. Qual a probabilidade de não haver dois botões nem na mesma linha nem na mesma coluna?

   (a) 0.2083
   (b) 0.2000
   (c) 0.0023
   (d) 0.4000
   (e) 0.6000

   Solução
   Há 25 casas no tabuleiro. O número de maneiras de selecionarmos as casas para colocar o botão é $\binom{25}{5}$. Como cada linha e cada coluna conterá exatamente um botão, existem 5 maneiras de escolher a casa que será utilizada na primeira linha, 4 maneiras de escolher a segunda linha e assim por diante; desse modo temos 5! maneiras de distribuir os botões sem que hajam dois na mesma linha ou na mesma coluna. Segue que a probabilidade desejada é
   $$\frac{5!}{\binom{25}{5}} = 0.0023.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
   Considere o lançamento de duas moedas idênticas, mas desequilibradas. Para cada moeda, a probabilidade de ocorrer cara é 60% maior do que a probabilidade de obter coroa. Qual é a probabilidade de obter 2 caras dado que se obteve pelo menos 1 cara?

   (a) 0.444
   (b) 0.167
   (c) 0.615
   (d) 0.333
   (e) 0.500

   Solução
   Seja "A" o evento saiu cara e "O" saiu coroa.
   Em um lançamento, a probabilidade de obter cara P(A) ou coroa P(O) é igual a 1. Como a probabilidade de obter cara é 60% maior do que a probabilidade de obter coroa, temos que
   $$P(O) + (1 + 0.6)P(O) = 1$$
   Portanto, $P(O) = 0.3846$ e $P(A) = 0.6154$. E as probabilidades em dois lançamentos são dadas por:
   $P(AA) = 0.6154 \times 0.6154 = 0.3787$
   $P(AO) = 0.6154 \times 0.3846 = 0.2367$
   $P(OA) = 0.2367$
   $P(OO) = 0.3846 \times 0.3846 = 0.1479$
   Logo, a probabilidade desejada é
   $$P(AA|AA \cup AO \cup OA) = \frac{P(AA)}{P(AA \cup AO \cup OA)} = \frac{0.3787}{0.8521} = 0.444.$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
As probabilidades de três motoristas serem capazes de guiar até em casa com segurança, depois de beber, são de 1/3, 1/5 e 1/6, respectivamente. Caso os motoristas decidam dirigir após beber em uma festa, qual a probabilidade de pelo menos um deles sofrer um acidente?

(a) 0.42
(b) 0.48
(c) 0.01
(d) 0.44
(e) 0.99

Solução
Considere os seguintes eventos:

A: Motorista A guiar com segurança depois de beber;
B: Motorista B guiar com segurança depois de beber;
C: Motorista C guiar com segurança depois de beber;

Neste caso, é mais simples resolver pelo evento complementar. Então, a probabilidade de pelo menos um motorista guiar até em casa a salvo depois de beber numa festa é dada por
P(Pelo menos um motorista sofrer acidente) = 1 − P(Todos guiarem com segurança)

$$= 1 - P(A \cap B \cap C) = 1 - \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6}\right) = 1 - \frac{1}{90} = 1 - 0.01 = 0.99$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

4. **Questão**
Dentre 4 números positivos e 6 negativos, dois números são escolhidos ao acaso (sem reposição) e multiplicados. Qual a probabilidade de que o produto seja positivo?

(a) 0.400
(b) 0.467
(c) 0.395
(d) 0.004
(e) 0.945

Solução
No total, existem $\binom{10}{2}$ modos distintos de escolhermos os dois números. Para que o produto seja positivo devemos ter dois números positivos, que podem ser escolhidos de $\binom{4}{2}$ maneiras distintas, ou dois números negativos, que podem ser escolhidos de $\binom{6}{2}$ maneiras distintas. Segue que a probabilidade desejada é

$$\frac{\binom{4}{2}+\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = 0.467.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
Considere que $P(A) = 1/3$, $P(C) = 1/4$ e $P(A \cap B) = 1/5$, sendo A e C eventos independentes, e B e C eventos disjuntos. Calcule $P((B \cup C)|A)$.

(a) 0.283
(b) 0.850
(c) 0.451
(d) 0.050
(e) 0.017

Solução
Pela definição de probabilidade condicional,

$$P((B \cup C)|A) = \frac{P((B \cup C) \cap A)}{P(A)} = \frac{P((B \cap A) \cup (C \cap A))}{P(A)}.$$

Como B e C são disjuntos, então são também disjuntos os eventos $(B \cap A)$ e $(C \cap A)$. Logo, $P((B \cap A) \cup (C \cap A)) = P(B \cap A) + P(C \cap A)$. Além disso, como A e C são independentes, então $P(C \cap A) = P(C)P(A)$. Daí, temos que

$$\frac{P((B \cap A) \cup (C \cap A))}{P(A)} = \frac{P(B \cap A) + P(C)P(A)}{P(A)} = \frac{0.200 + 0.250 \times 0.333}{0.333} = 0.850.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
Considere um cruzamento com três semáforos (A, B e C), em que pelo menos um está aberto. Os semáforos B e C podem estar abertos simultaneamente, enquanto que o semáforo A não pode abrir com nenhum outro. A probabilidade do semáforo A estar aberto é 0.14, do semáforo B é 0.66 e do semáforo C é 0.72. Qual é a probabilidade dos semáforo B e C estarem abertos simultaneamente?

(a) 0.86

(b) 0.48
(c) 0.36
(d) 0.69
(e) 0.52

Solução
Considere os seguintes eventos:
A: semáforo A aberto.
B: semáforo B aberto.
C: semáforo C aberto.

Pelas regras da probabilidade, temos:
$P(B \bigcup C) = 1 - P(A) = 1 - 0.14 = 0.86$. Portanto,
$P(B \bigcap C) = P(B) + P(C) - P(B \bigcup C) = 0.66 + 0.72 - 0.86 = 0.52$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

7. **Questão**
Uma rede de distribuição de energia é alimentada por duas usinas hidrelétricas (A e B) e uma eólica. A hidrelétrica B funciona como back-up, e só entra na rede caso nenhuma outra usina esteja funcionando. A probabilidade de a usina eólica não estar em funcionamento é 0.74, e da hidrelétrica A é 0.7. Sabendo que a hidrelétrica A e a eólica fornecem energia simultaneamente com probabilidade de 0.12, qual é a probabilidade da usina back-up B ser acionada?

(a) 0.56
(b) 0.71
(c) 0.52
(d) 0.44
(e) 0.63

Solução
Considere os seguintes eventos:
A: Usina hidrelétrica A operando
B: Usina hidrelétrica B operando
C: Usina eólica C operando
Então,
$P(B) = 1 - P(A \bigcup C) = 1 - P(A) - P(C) + P(A \bigcap C)$
$P(B) = 1 - (1 - 0.7) - (1 - 0.74) + 0.12 = 0.56$.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

8. **Questão**
   Em um circuito elétrico, pelo menos dois dos três componentes (A, B e C) devem estar ativos para que o circuito funcione. A probabilidade de A e B estarem ativos é 0.29, A e C ativos é 0.37 e B e C ativos é 0.3. Sabendo que a probabilidade de todos os componentes funcionarem conjuntamente é de 0.17, qual é a probabilidade do circuito não funcionar?

   (a) 0.295
   (b) 0.040
   (c) 0.210
   (d) 0.380
   (e) 0.550

   Solução
   Considere os seguintes eventos:
   A: Componente A ativo
   B: Componente B ativo
   C: Componente C ativo
   Então, a probabilidade do circuito não funcionar é dada por
   P(Não funcionar) = $1 - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + 2 \times P(A \cap B \cap C)$
   P(Não funcionar) = $1 - 0.29 - 0.37 - 0.3 + 2 \times 0.17 = 0.38$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro
   (e) Falso

9. **Questão**
   Um estudante irá prestar dois exames de seleção de estagiários para as empresas A e B, respectivamente. Ele estima que a probabilidade de ele ser aprovado no exame de seleção da empresa A é de 2/3. Na empresa B, a probabilidade de aprovação é de 3/4. Por fim, a probabilidade de ser aprovado nos dois processos simultaneamente é de 50%. Nessas condições, qual a probabilidade de ele ser aprovado em apenas uma das empresas?

   (a) 0.583
   (b) 0.250
   (c) 0.667
   (d) 0.750
   (e) 0.417

   Solução
   Considere os seguintes eventos:
   A: Ser aprovado no exame de seleção de estagiários da empresa A;
   B: Ser aprovado no exame de seleção de estagiários da empresa B;
   A probabilidade de ser aprovado em apenas uma das empresas é dada por

   $$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2 * P(A \cap B) = 2/3 + 3/4 - 1 = 0.417$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso

(d) Falso
(e) Verdadeiro

10. **Questão**
Uma companhia de seguros analisou a frequencia com que 2000 segurados, 1073 homens e 927 mulheres, usaram o hospital. Sabe-se que 323 mulheres utilizaram os serviços do hospital e 63 homens, não. Qual a probabilidade de que um segurado, selecionado ao acaso, seja mulher ou tenha usado um hospital?

(a) 0.667
(b) 0.309
(c) 0.162
(d) 0.807
(e) 0.969

Solução
Considere a tabela abaixo:

Utilizam o hospital	H	M
S	1010	323
N	63	604

A probabilidade de que uma pessoa segurada utilizar o hospital ou ser mulher é dada por

$$P(S \cup M) = P(S) + P(M) - P(S \cap M) = \frac{927}{2000} + \frac{1333}{2000} - \frac{323}{2000} = 0.968$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

TEMA 3

TEOREMA DA PROBABILIDADE TOTAL

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Sabe-se que 81% dos pênaltis marcados a favor do Brasil são cobrados por jogadores de clubes estrangeiros. A probabilidade de um pênalti resultar em gol é de 65% se o cobrador for de um clube estrangeiro e de 86% se o cobrador for de um clube nacional. Suponha que um pênalti foi marcado à favor do Brasil. Qual a probabilidade de que um pênalti resulte em gol?

   (a) 0.24
   (b) 0.76
   (c) 0.69
   (d) 0.16
   (e) 0.53

   Solução
   Defina os eventos

   $$\begin{aligned} \text{E} &= \text{“O cobrador é de clube estrangeiro”} \\ \text{N} &= \text{“O cobrador é de clube nacional”} \\ \text{C} &= \text{“O cobrador converte o pênalti”} \end{aligned}$$

   Pelo teorema da probabilidade total, a probabilidade desejada é dada por

   $$P(C) = P(C|E)P(E) + P(C|N)P(N) = 0.65 \times 0.81 + 0.86 \times 0.19 = 0.69.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
   Considere uma questão de múltipla escolha com 5 alternativas. Suponha que um aluno pode ter certeza da resposta correta com probabilidade de 19%, ter dúvida quanto a resposta correta com probabilidade de 26% ou não ter nenhuma ideia da resposta correta com probabilidade de 55%. Ao ter certeza, o aluno sempre acerta a questão, enquanto que no caso de dúvida ele acerta com probabilidade de 38% e, sem saber, ele faz uma escolha aleatória. Qual a probabilidade do aluno acertar a questão?

   (a) 0.527
   (b) 0.426
   (c) 0.333
   (d) 0.289
   (e) 0.399

   Solução
   Defina os eventos

   $$\begin{aligned} C &= \text{“O aluno tem certeza da resposta correta.”} \\ D &= \text{“O aluno tem dúvida quanto a resposta correta.”} \\ N &= \text{“O aluno não sabe a resposta correta.”} \end{aligned}$$

   Pelo teorema da probabilidade total, a probabilidade desejada é dada por

   $$P(A) = P(A|C)P(C) + P(A|D)P(D) + P(A|N)P(N) = 1 \times 0.19 + 0.38 \times 0.26 + 0.2 \times 0.55 = 0.399.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

3. **Questão**
O dono de um posto recomenda aos três frentistas que eles lavem os para-brisas de todos os veículos atendidos. Sabe-se que João, Marcelo e Raul atendem, respectivamente, 30%, 35% e 35% dos veículos. Eles esquecem de lavar o para-brisas com probabilidades 20%, 30% e 25%, respectivamente. Se um motorista abastece nesse posto, qual a probabilidade de que o para-brisas do seu veículo não seja lavado?

(a) 0.253
(b) 0.084
(c) 0.250
(d) 0.750
(e) 0.015

Solução
Sejam os eventos

$$\begin{aligned} J &= \text{“João realiza o atendimento.”} \\ M &= \text{“Marcelo realiza o atendimento.”} \\ R &= \text{“Raul realiza o atendimento.”} \\ N &= \text{“O para-brisas não é lavado.”} \end{aligned}$$

Pelo enunciado tem-se $P(J) = 0.3$, $P(M) = 0.35$, $P(R) = 0.35$, $P(N|J) = 0.2$, $P(N|M) = 0.3$ e $P(N|R) = 0.25$. Logo, pelo Teorema da Probabilidade Total tem-se que $P(N) = P(J)P(N|J) + P(M)P(N|M) + P(R)P(N|R) = 0.3 \times 0.2 + 0.35 \times 0.3 + 0.35 \times 0.25 = 0.2525$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Uma caixa contém 7 bolas azuis e 3 bolas brancas. Uma bola é extraída, sua cor observada e, a seguir, a bola é reposta na caixa com mais 3 bolas da mesma cor. Esse processo é repetido consecutivamente. Qual a probabilidade de se extrair uma bola azul na segunda retirada?

(a) 0.538
(b) 0.910
(c) 0.490
(d) 0.414
(e) 0.700

Solução
Considere os eventos

$$A = \text{“extrair uma bola azul na segunda retirada”},$$
$$B = \text{“extrair uma bola branca na primeira retirada”}.$$

Note que $\{B, B^c\}$ forma uma partição do espaço amostral, onde $P(B) = 3/10$ e $P(B^c) = 7/10$. Logo, pelo Teorema da probabilidade total tem-se

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|B)P(B) + P(A|B^c)P(B^c) \\ &= \frac{7}{13} \times \frac{3}{10} + \frac{10}{13} \times \frac{7}{10} \approx 0.7. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

5. **Questão**
Numa certa população, 12% das pessoas estão infectadas por um determinado vírus. Um teste para detecção do vírus detecta corretamente 92% dos casos nos quais os indivíduos estão infectados, mas, equivocadamente, atribui 3% de resultados positivos para os não infectados (falso positivos). Qual a probabilidade de que o teste de uma pessoa dessa população dê resultado positivo?

(a) 0.110
(b) 0.120
(c) 0.115
(d) 0.137
(e) 0.220

Solução
Considere os eventos

$$A = \text{“o resultado do teste é positivo”},$$
$$B = \text{“a pessoa está infectada”}.$$

Por hipótese temos que $P(B) = 12\%$, $P(A|B) = 92\%$ e $P(A|B^c) = 3\%$. Desejamos calcular $P(A)$. Para isso, note que $\{B, B^c\}$ forma uma partição do espaço amostral. Logo, pelo Teorema da probabilidade total tem-se

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|B)P(B) + P(A|B^c)P(B^c) \\ &= 0.92 \times 0.12 + 0.03 \times 0.88 = 0.137 \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

6. **Questão**
Suponha que temos duas urnas: a primeira tem 4 bolas azuis e 7 bolas brancas, e a outra tem 8 azuis e 3 brancas. Lançamos um dado honesto e se sair um número par, selecionamos ao acaso uma bola da primeira urna, se for um número ímpar selecionamos da segunda urna. Qual a probabilidade de selecionar uma bola azul?

   (a) 0.495
   (b) 0.595
   (c) 0.364
   (d) 0.727
   (e) 0.545

   Solução
   Considere os eventos
$$A = \text{“selecionar uma bola azul”},$$
$$B = \text{“saiu um número par”}.$$
   Note que $\{B, B^c\}$ forma uma partição do espaço amostral, onde $P(B) = P(B^c) = 1/2$. Logo, pelo Teorema da probabilidade total tem-se
$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|B)P(B) + P(A|B^c)P(B^c) \\ &= \frac{4}{11} \times 0.5 + \frac{8}{11} \times 0.5 = 0.545 \end{aligned}$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Verdadeiro

7. **Questão**
Em uma clínica onde são realizados testes para rastreamento do câncer de próstata em homens, 96% dos resultados são negativos. Dos pacientes com resultado positivo, 31% são de fato doentes e dos pacientes com resultado negativo, 95% não são doentes. Qual a probabilidade de um paciente da clínica ter câncer?

   (a) 0.014
   (b) 0.060
   (c) 0.050
   (d) 0.924
   (e) 0.914

   Solução
   Defina os eventos
$$\begin{aligned} \text{P} &= \text{“O teste teve resultado positivo”.} \\ \text{N} &= \text{“O teste teve resultado negativo”.} \\ \text{C} &= \text{“O paciente tem câncer”.} \end{aligned}$$
   Pelo teorema da probabilidade total, a probabilidade desejada é dada por
$$P(C) = P(C|P)P(P) + P(C|N)P(N) = 0.31 \times 0.04 + 0.05 \times 0.96 = 0.06.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
Determinado veículo pode ter problemas mecânicos ou elétricos. Se tiver problemas mecânicos, não é necessário parar o veículo, mas se tiver problema elétrico, é preciso parar imediatamente. A chance de esse veículo ter problemas mecânicos no período de um ano é de 0.23. Já a chance de ter problemas elétricos é de 0.49 se não houve problema mecânico precedente, e de 0.51 se houve problema mecânico precedente. Qual a probabilidade do veículo precisar parar em determinado ano?

(a) 0.495
(b) 0.770
(c) 0.510
(d) 0.490
(e) 0.230

Solução
Defina os eventos

$$\begin{aligned} M &= \text{“Ter problema mecânico”} \\ E &= \text{“Ter problema elétrico”} \end{aligned}$$

O veículo somente irá parar se tiver um problema elétrico. Então é necessário calcular a probabilidade de ocorrer um defeito elétrico, independente de ter havido ou não um defeito mecânico.

$$P(E) = P(E|M)P(M) + P(E|M^c)P(M^c) = 0.51 \times 0.23 + 0.49 \times 0.77 = 0.495.$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Para selecionar seus funcionários, uma empresa submete os candidatos a um teste contendo questões referentes a conhecimentos gerais e específicos e apresenta o resultado aprovado (A) ou reprovado (R). Dos candidatos que realizam o teste, 25% são pré-classificados como bons (B), 50% como médios (M) e os restantes 25% como fracos. Obteve-se as seguintes probabilidades condicionais: $P(R|B) = 0.21$, $P(R|M) = 0.58$ e $P(R|F) = 0.8$. Qual a probabilidade do candidato ser aprovado no teste?

(a) 0.543
(b) 0.458
(c) 0.066
(d) 0.570

(e) 0.513

Solução
Defina os eventos

$$\begin{aligned} A &= \text{“O candidato foi aprovado.”} \\ F &= \text{“Classificado como fraco”} \\ M &= \text{“Classificado como médio.”} \\ B &= \text{“Classificado como bom.”} \end{aligned}$$

Pelo teorema da probabilidade total, a probabilidade desejada é dada por

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|F)P(F) + P(A|M)P(M) + P(A|B)P(B) \\ &= 0.2 \times 0.25 + 0.42 \times 0.5 + .79 \times 0.25 \\ &= 0.457. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
A experiência com testes psicotécnicos para habilitação de motoristas indica que 91% dos candidatos à habilitação aprovados no primeiro teste tornam-se excelentes motoristas e 78% dos candidatos reprovados no primeiro teste tornam-se motoristas regulares. Admita a classificação dos motoristas apenas em excelentes ou regulares. Se 77% dos candidatos são aprovados neste teste, qual é a probabilidade de que um indivíduo torne-se um excelente motorista?

(a) 0.249
(b) 0.770
(c) 0.751
(d) 0.230
(e) 0.200

Solução
Defina os eventos

$$\begin{aligned} \mathrm{A} &= \text{“Candidato aprovado no primeiro teste”} \\ \mathrm{R} &= \text{“Candidato reprovado no primeiro teste”} \\ \mathrm{E} &= \text{“Candidato torna-se um excelente motorista”} \end{aligned}$$

Pelo Teorema da Probabilidade Total, temos

$$P(E) = P(E|A)P(A) + P(E|R)P(R) = 0.91 \times 0.77 + 0.22 \times 0.23 = 0.751.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 4

TEOREMA DE BAYES

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Suponha que 4.6% dos homens e 0.3% das mulheres da população sejam daltônicos. Suponha também que 51.7% da população é formada por homens. Qual a probabilidade de que uma pessoa seja mulher sabendo que esta pessoa é daltônica?

   (a) 0.003
   (b) 0.001
   (c) 0.483
   (d) 0.057
   (e) 0.943

   Solução
   Defina os eventos

$$\begin{aligned} \mathrm{D} &= \text{“A pessoa é daltônica”} \\ \mathrm{M} &= \text{“A pessoa é do sexo masculino”} \\ \mathrm{F} &= \text{“A pessoa é do sexo feminino”} \end{aligned}$$

   Pelo teorema de bayes, a probabilidade desejada é dada por

$$\begin{aligned} P(F|D) &= \frac{P(D|F)P(F)}{P(D|F)P(F) + P(D|M)P(M)} \\ &= \frac{0.003 \times 0.483}{0.003 \times 0.483 + 0.046 \times 0.517} \\ &= 0.057. \end{aligned}$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro
   (e) Falso

2. **Questão**
   Suponha que 24% dos imóveis de uma certa cidade são rurais e 76% são urbanos. Suponha ainda que 75% dos imóveis rurais não realizam a coleta seletiva, enquanto que na área urbana esse valor é de 38%. Qual é a probabilidade de um imóvel que não realiza a coleta seletiva ser da área rural?

   (a) 0.180
   (b) 0.616
   (c) 0.384
   (d) 0.289
   (e) 0.469

   Solução
   Defina os eventos

$$\begin{aligned} R &= \text{“O imóvel é rural.”} \\ U &= \text{“O imóvel é urbano.”} \\ NC &= \text{“O imóvel não realiza a coleta seletiva.”} \end{aligned}$$

Pelo Teorema de Bayes, a probabilidade desejada é dada por

$$
\begin{aligned}
P(R|NC) &= \frac{P(NC|R) \times P(R)}{P(NC|R) \times P(R) + P(NC|U) \times P(U)} \\
&= \frac{0.75 \times 0.24}{0.75 \times 0.24 + 0.38 \times 0.76} \\
&= 0.384.
\end{aligned}
$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Um teste de laboratório é 98% efetivo em detectar o vírus do HIV em um paciente portador da doença. No entanto, mesmo para um paciente saudável, o teste tem uma probabilidade de 0.3% de ser positivo. Se 0.4% da população atualmente possui o vírus do HIV, qual é a probabilidade de uma pessoa ter a doença dado que seu resultado no teste foi positivo?

(a) 0.433
(b) 0.980
(c) 0.567
(d) 0.004
(e) 0.007

Solução
Defina os eventos

$$
\begin{aligned}
I &= \text{“O paciente é portador do vírus HIV.”} \\
I^c &= \text{“O paciente não é portador do vírus HIV.”} \\
P &= \text{“Resultado positivo do exame de HIV.”}
\end{aligned}
$$

Pelo Teorema de Bayes, a probabilidade desejada é dada por

$$
\begin{aligned}
P(I|P) &= \frac{P(P|I) \times P(I)}{P(P|I) \times P(I) + P(P|I^c) \times P(I^c)} \\
&= \frac{0.98 \times 0.004}{0.98 \times 0.004 + 0.003 \times 0.996} \\
&= 0.567.
\end{aligned}
$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
   No campeonato mundial de *bridge* de 1965, dois jogadores foram acusados de trapacear por meio de sinais que indicavam o tamanho das sequências de cartas de copas que cada um possuía. Suponha que a probabilidade de que a dupla tenha trapaceado seja 45%, e que, trapaceando, a probabilidade de que ganhassem uma partida fosse 85%, ao passo que sem trapacear essa probabilidade fosse 55%. Se sabemos que a dupla venceu uma partida, então qual a probabilidade de que eles tenham trapaceado nesta partida?

   (a) 0.558
   (b) 0.383
   (c) 0.685
   (d) 0.442
   (e) 0.303

   Solução
   Sejam os eventos

$$\begin{aligned} T &= \text{“Trapaceiam.”} \\ G &= \text{“Ganham a partida.”} \end{aligned}$$

   Pelo enunciado tem-se $P(T) = 0.45$, $P(G|T) = 0.85$, $P(G|T^C) = 0.55$. Logo, pelo Teorema de Bayes tem-se que

$$\begin{aligned} P(T|G) &= \frac{P(G|T)P(T)}{P(T)} = \frac{P(G|T)P(T)}{P(G|T)P(T) + P(G|T^C)P(T^C)} \\ &= \frac{0.850 \times 0.450}{0.850 \times 0.450 + 0.550 \times 0.550} \\ &= 0.558. \end{aligned}$$

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

5. **Questão**
   Num exame há 5 alternativas para cada questão e apenas uma delas é correta. Um determinado aluno sabe 49% das questões do exame. Se ele acertou uma determinada questão, qual a probabilidade de que ele tenha "chutado" esta questão?

   (a) 0.592
   (b) 0.200
   (c) 0.490
   (d) 0.102
   (e) 0.172

   Solução
   Defina os eventos

$$\begin{aligned} \text{S} &= \text{“O aluno sabe a questão”} \\ \text{C} &= \text{“O aluno chutou a questão”} \\ \text{A} &= \text{“O aluno acertou a questão”} \end{aligned}$$

Pelo teorema de Bayes, a probabilidade desejada é dada por

$$
\begin{aligned}
P(C|A) &= \frac{P(A|C)P(C)}{P(A|C)P(C) + P(A|S)P(S)} \\
&= \frac{1/5 \times 0.51}{1/5 \times 0.51 + 1 \times 0.49} \\
&= 0.172.
\end{aligned}
$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

6. **Questão**
Sofia irá enviar um presente de aniversário para Ricardo e está em dúvida sobre qual transportadora escolher. Ela escolhe a transportadora A com probabilidade 89% e a transportadora B com probabilidade 11%. A transportadora A entrega a encomenda no prazo com probabilidade 78% e a transportadora B cumpre o prazo com probabilidade 72%. Se Ricardo recebeu o presente dentro do prazo, qual a probabilidade de que Sofia tenha escolhido a transportadora A?

(a) 0.773
(b) 0.898
(c) 0.227
(d) 0.102
(e) 0.780

Solução
Defina os eventos

$$
\begin{aligned}
A &= \text{“Sofia escolhe transportadora A.”} \\
B &= \text{“Sofia escolhe transportadora B.”} \\
C &= \text{“Ricardo recebe o presente no prazo.”}
\end{aligned}
$$

Pelo Teorema de Bayes, a probabilidade desejada é dada por

$$
\begin{aligned}
P(A|C) &= \frac{P(A) \times P(C|A)}{P(A) \times P(C|A) + P(B) \times P(C|B)} \\
&= \frac{0.89 \times 0.78}{0.89 \times 0.78 + 0.11 \times 0.72} \\
&= 0.898.
\end{aligned}
$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

7. **Questão**
   Um piloto de Fórmula 1 tem 75% de probabilidade de vencer determinada corrida quando esta se realiza sob chuva. Caso não chova durante a corrida, sua probabilidade de vitória é de 46%. O serviço de Meteorologia estima em 41% a probabilidade de que chova durante a corrida. Dado que este piloto ganhou a corrida, qual a probabilidade de que tenha chovido?

   (a) 0.531
   (b) 0.469
   (c) 0.579
   (d) 0.645
   (e) 0.421

   Solução
   Defina os eventos

$$
\begin{aligned}
C &= \text{“Choveu durante a corrida.”} \\
G &= \text{“O piloto ganhou a corrida.”}
\end{aligned}
$$

   Pelo Teorema de Bayes, a probabilidade desejada é dada por

$$
\begin{aligned}
P(C|G) &= \frac{P(C \cap G)}{P(G)} \\
&= \frac{P(C) \times P(G|C)}{P(C) \times P(G|C) + P(C^c) \times P(G|C^c)} \\
&= \frac{0.41 \times 0.75}{0.41 \times 0.75 + 0.59 \times 0.46} \\
&= 0.531.
\end{aligned}
$$

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

8. **Questão**
   Sabe-se que 89.9% dos alunos que se empenham no curso de Probabilidade e Estatística (i.e. participam das aulas ativamente e resolvem as listas de exercício) são aprovados na disciplina. Entre os que não se empenham, a probabilidade de aprovação é de 28.4%. Dados históricos apontam que 48.4% dos alunos se empenham no curso. Qual a probabilidade de um aluno reprovado na disciplina ter se dedicado?

   (a) 0.418
   (b) 0.049
   (c) 0.117
   (d) 0.101
   (e) 0.435

Solução
Defina os eventos

$$\begin{aligned} R &= \text{“O aluno foi reprovado”} \\ D &= \text{“O aluno se dedicou”} \\ N &= \text{“O aluno não se dedicou”} \end{aligned}$$

Pelo teorema de bayes, a probabilidade desejada é dada por

$$\begin{aligned} P(D|R) &= \frac{P(R|D)P(D)}{P(R|D)P(D) + P(R|N)P(N)} \\ &= \frac{0.101 \times 0.484}{0.101 \times 0.484 + 0.716 \times 0.516} \\ &= 0.117. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
A probabilidade de diagnosticar corretamente determinada doença rara é 64%. Quando diagnosticada corretamente, a probabilidade de cura é 42%. Caso contrário, a probabilidade de cura é 36%. Se o paciente com a doença é curado, qual é a probabilidade de que tenha sido diagnosticado corretamente?

(a) 0.675
(b) 0.347
(c) 0.325
(d) 0.904
(e) 0.964

Solução
Defina os eventos

$$\begin{aligned} D &= \text{“Doença diagnosticada corretamente”} \\ N &= \text{“Doença não diagnosticada corretamente”} \\ C &= \text{“Paciente da doença é curado”} \end{aligned}$$

Pelo teorema de bayes, a probabilidade desejada é dada por

$$\begin{aligned} P(D|C) = \frac{P(C|D) \times P(D)}{P(C)} &= \frac{P(C|D) \times P(D)}{P(C|D)P(D) + P(C|N)P(N)} \\ &= \frac{0.42 \times 0.64}{0.42 \times 0.64 + 0.36 \times 0.36} \\ &= \frac{0.269}{0.3984} = 0.675. \end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso

(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
Em uma cidade em que os carros são testados para emissão de poluentes, 14% deles emitem quantidade considerada excessiva. O teste reprova 95% dos carros que emitem excesso de poluentes, mas resulta em falso positivo para 13% dos carros que emitem quantidade considerada normal. Qual é a probabilidade de um carro reprovado no teste realmente emitir quantidade excessiva de poluentes?

(a) 0.457
(b) 0.572
(c) 0.991
(d) 0.543
(e) 0.950

Solução
Defina os eventos

$$\begin{aligned} R &= \text{“O carro foi reprovado no teste”.} \\ E &= \text{“Emissão excessiva de gases poluentes”.} \\ N &= \text{“Emissão normal de gases poluentes”.} \end{aligned}$$

Pelo teorema de bayes, a probabilidade desejada é dada por

$$P(E|R) = \frac{P(R|E) \times P(E)}{P(R)} = \frac{P(R|E) \times P(E)}{P(R|E)P(E) + P(R|N)P(N)}$$

$$= \frac{0.95 \times 0.14}{0.95 \times 0.14 + 0.13 \times 0.86} = \frac{0.133}{0.245} = 0.543.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

TEMA 5

DEFINIÇÃO E MOMENTOS DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS DISCRETAS

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Seja X uma variável aleatória discreta com a seguinte distribuição de probabilidades:

   $$P(X = x) = \frac{k}{x}, \quad \text{onde } X \text{ assume os valores } 3,\ 5,\ 6 \text{ e } 9.$$

   Assinale a alternativa correspondente à variância de X.

   (a) 2070/73
   (b) 360/73
   (c) 90/73
   (d) 21510/5329
   (e) 280710/5329

   Solução
   Primeiramente devemos determinar o valor de k. Uma vez que a soma das probabilidades deve ser um, basta resolver a equação

   $$\frac{k}{3} + \frac{k}{5} + \frac{k}{6} + \frac{k}{9} = 1,$$

   resultando em $k = 90/73$. Para o cálculo da variância precisamos, antes, calcular os valores de $E(X)$ e $E(X^2)$:

   $$\begin{aligned} E(X) &= 3 \times P(X = 3) + 5 \times P(X = 5) + 6 \times P(X = 6) + 9 \times P(X = 9) = 360/73, \\ E(X^2) &= 3^2 \times P(X = 3) + 5^2 \times P(X = 5) + 6^2 \times P(X = 6) + 9^2 \times P(X = 9) = 2070/73. \end{aligned}$$

   De modo que $V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 21510/5329$.

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro
   (e) Falso

2. **Questão**
   A partir de dados do último censo, a assistente social de um centro de saúde constatou que, considerando as famílias da região, 29% não possuem filhos, 2% possui um filho, 54% possui dois filhos e as famílias restantes possuem 3 filhos. Seja X a variável aleatória referente ao número de filhos das famílias na região. Assinale a alternativa correspondente à variância aproximada da variável X.

   (a) 5.93
   (b) 0.11
   (c) 1.13
   (d) 1.55
   (e) 3.53

   Solução
   Para o cálculo da variância precisamos, antes, calcular os valores de $E(X)$ e $E(X^2)$:

   $$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{i=0}^{3} iP(X = i) = 1.55, \\ E(X^2) &= \sum_{i=0}^{3} i^2 P(X = i) = 3.53. \end{aligned}$$

De modo que $V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 1.13$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Suponha que o tempo X, em minutos, necessário para um operário processar uma certa peça é uma variável aleatória com a seguinte distribuição de probabilidade:

k	2	3	4	5	6
$P(X = k)$	0.14	0.44	0.33	0.08	0.01

Para cada peça processada, o operário ganha um valor fixo de R$ 2.00, mas se ele processa a peça em menos de 5 minutos, ganha R$ 0.50 por minuto poupado (por exemplo, se o operário processa a peça em 3 minutos, ele recebe a quantia adicional de R$ 1.00). Encontre o ganho médio do operário por peça processada.

(a) 3.38
(b) 3.82
(c) 3.88
(d) 2.82
(e) 3.12

Solução
Seja Y a variável aleatória que representa o valor ganho por um operário. Na tabela abaixo estão computados os valores ganho pelo operário de acordo com o tempo gasto no processamento de uma peça:

tempo gasto	2	3	4	5	6
valor ganho	3.5	3	2.5	2	2

Como Y é uma transformação da variável X as probabilidades correspondentes são identicas, de modo que as probabilidades associadas à variável Y são:

k	3.5	3	2.5	2
$P(Y = k)$	0.14	0.44	0.33	0.09

Segue que o valor esperado da variável Y é

$$\begin{aligned} E(Y) &= 3.5 \times 0.14 + 3 \times 0.44 + 2.5 \times 0.33 + 2 \times 0.09 \\ &= 2.82. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

4. **Questão**
Considere um exame de avaliação para ingresso de alunos em uma universidade pública. Seja A a variável aleatória que representa o número de candidatos para o curso de Estatística. A função de probabilidade de A está representada na tabela abaixo. Seja $E(A^2) = 357500$, calcule o desvio padrão do número de candidatos inscritos.

A	400	500	600	700	800	900
$p(a)$	0.02	0.06	0.04	0.18	0.18	0.15

(a) 758.68
(b) 139411.00
(c) 373.38
(d) 597.52
(e) 598.30

Solução
Para o cálculo da variância precisamos, antes, calcular o valor de E(A).

$$\begin{aligned} E(A) &= \sum_{a=4}^{9} a\, P(A = a) \\ &= 400 \times 0.02 + 500 \times 0.06 + 600 \times 0.04 + 700 \times 0.18 + 800 \times 0.18 + 900 \times 0.15 \\ &= 467. \end{aligned}$$

De modo que $V(A) = E(A^2) - \{E(A)\}^2 = 139411$. Logo, o desvio padrão é dado por $DP = \sqrt{V(A)} = 373.38$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
Seja X a variável aleatória que representa a quantidade diária de ocorrências policiais em uma delegacia e cuja distribuição está apresentada na tabela abaixo. Qual é o número esperado de ocorrências nessa delegacia por dia?

k	0	1	2	3	4
$P(X = k)$	0.16	0.14	0.09	0.47	0.14

(a) 9.26
(b) 2.79
(c) 2.29
(d) 6.97
(e) 6.67

Solução
Seja X a variável aleatória que representa o número de ocorrências por dia. Segue que o valor esperado da variável X é

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=0}^{4} k\ P(X=k) \\ &= 0 \times 0.16 + 1 \times 0.14 + 2 \times 0.09 + 3 \times 0.47 + 4 \times 0.14 \\ &= 2.29. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
Um certo tipo de partícula se divide em 0, 1 ou 2 novas partículas, chamadas suas descendentes, com probabilidades 6%, 5% e 89%, respectivamente, e depois se desintegra. Seja X a variável que representa o número de partículas geradas no processo, assinale a alternativa correspondente à variância de X.

(a) 3.61
(b) 0.26
(c) 1.83
(d) 6.96
(e) 0.58

Solução
Para o cálculo da variância precisamos, antes, calcular os valores de $E(X)$ e $E(X^2)$:

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{x=0}^{2} x\ P(X=x) = 0 \times 0.06 + 1 \times 0.05 + 2 \times 0.89 = 1.83, \\ E(X^2) &= \sum_{x=0}^{2} x^2\ P(X=x) = 0 \times 0.06 + 1 \times 0.05 + 4 \times 0.89 = 3.61. \end{aligned}$$

De modo que $V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 0.26$.

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

7. **Questão**
Um banco está fazendo seu planejamento orçamentário e, para isso, faz um levantamento das solicitações de empréstimos por semana. Seja X a variável aleatória que representa o número de empréstimos aprovados semanalmente, segue abaixo sua tabela de distribuição de probabilidades. Considerando os dados fornecidos, qual é a média do número de empréstimo aprovados por semana neste banco?

k	0	1	2	3	4
$P(X=k)$	0.06	0.18	0	0.11	0.65

(a) 14.68
(b) 11.27
(c) 3.61
(d) 3.11
(e) 11.57

Solução
Segue da distribuição de probabilidades apresentada que o valor esperado da variável X é

$$
\begin{aligned}
E(X) &= \sum_{k=0}^{4} k\, P(X=k) = 0 \times 0.06 + 1 \times 0.18 + 2 \times 0 + 3 \times 0.11 + 4 \times 0.65 \\
&= 3.11.
\end{aligned}
$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

8. **Questão**
Em um restaurante japonês, o tempo de espera para que os pedidos fiquem prontos variam. O garçom informa aos clientes que, durante a semana, os pedidos demoram no máximo 20 minutos. Seja Y a variável que representa o tempo de atraso (em minutos) do pedido durante a semana, assinale a alternativa correspondente a variância da variável Y.

Y	0	5	10	15	20
$P(Y)$	0.25	0.17	0.23	0.13	0.22

(a) 234.75
(b) 9.50
(c) 54.25
(d) 0.27
(e) 144.50

Solução
Para o cálculo da variância precisamos, antes, calcular os valores de $E(Y)$ e $E(Y^2)$:

$$
\begin{aligned}
E(Y) &= \sum_{i=1}^{5} y_i\, P(Y=y_i) \\
&= 0 \times 0.25 + 5 \times 0.17 + 10 \times 0.23 + 15 \times 0.13 + 20 \times 0.22 = 9.5,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E(Y^2) &= \sum_{i=1}^{5} {y_i}^2\, P(Y=y_i) \\
&= 0 \times 0.25 + 25 \times 0.17 + 100 \times 0.23 + 225 \times 0.13 + 400 \times 0.22 \\
&= 144.5.
\end{aligned}
$$

De modo que $V(Y) = E(Y^2) - \{E(Y)\}^2 = 54.25$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Um aplicativo de consulta de itinerários e linhas do transporte público de Brasília informa os horários de chegada dos ônibus em cada ponto. Entretanto, há momentos em que trânsito, falhas no veículo, chuva e acidentes podem atrasar o itinerário. Seja W a variável que representa o tempo de atraso (em minutos) que pode ocorrer, assinale a alternativa correspondente a variância da variável W.

W	0	3	5	10	15
P(W=w)	0.02	0.18	0.04	0.09	0.07

(a) 20.13
(b) 30.06
(c) 24.68
(d) 27.07
(e) 34.61

Solução
Para o cálculo da variância precisamos, antes, calcular os valores de $E(W)$ e $E(W^2)$:

$$\begin{aligned} E(W) &= \sum_w w\ P(W = w) \\ &= 0 \times 0.02 + 3 \times 0.18 + 5 \times 0.04 + 10 \times 0.09 + 15 \times 0.07 = 2.69, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(W^2) &= \sum_w w^2\ P(W = w) \\ &= 0 \times 0.02 + 9 \times 0.18 + 25 \times 0.04 + 100 \times 0.09 + 225 \times 0.07 \\ &= 27.37. \end{aligned}$$

De modo que $V(W) = E(W^2) - \{E(W)\}^2 = 20.13$.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
Um empresário pretende estabelecer uma firma para montagem de um novo produto. A tabela abaixo representa os possíveis lucros (em Reais) por conjunto montado e suas respectivas probabilidades. Nesse contexto, qual é o lucro esperado (médio) por conjunto montado?

Lucro	-5	-1	3	5	15
$P(Lucro)$	0.12	0.19	0.38	0.24	0.07

(a) 2.60
(b) 5.33
(c) 3.10
(d) 21.60
(e) 2.30

Solução
Segue da tabela apresentada que o valor esperado da variável Lucro, L, é

$$\begin{aligned} E(L) &= \sum_k L_k P(L = L_k) \\ &= -5 \times 0.12 + -1 \times 0.19 + 3 \times 0.38 + 5 \times 0.24 + 15 \times 0.07 \\ &= 2.6. \end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 6

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Suponha que para cada cliente que solicita o cancelamento do seu cartão, a companhia responsável efetivamente realize o cancelamento do cartão do cliente com probabilidade 0.98. Se 92 clientes solicitam o cancelamento, qual a probabilidade de que a companhia cancele o cartão de exatamente 90 clientes?

   (a) 0.7600
   (b) 0.9783
   (c) 0.2718
   (d) 0.0000
   (e) 0.3700

   Solução
   Como cada cliente é independente do outro, a variável aleatória X relativa ao número de clientes que tenham o cartão efetivamente cancelado possui distribuição binomial de parâmetros $n = 92$ e $p = 0.98$. Desse modo, a probabilidade de que a companhia cancele o cartão de exatamente 90 clientes é

   $$P(X = 90) = \binom{92}{90} 0.98^{90} \times 0.02^2 \approx 0.2718.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
   Para inspecionar um lote de 13 peças, o funcionário de uma empresa sorteia uma amostra de 8 peças ao acaso. Caso nenhuma peça defeituosa seja encontrada na amostra o lote é aceito; caso contrário é devolvido ao fornecedor. Suponha que 2 das 13 peças sejam defeituosas. Se a escolha for realizada com reposição, qual a probabilidade de aceitação do lote?

   (a) 0.024
   (b) 0.359
   (c) 0.263
   (d) 0.154
   (e) 0.130

   Solução
   Seja X a variável aleatória referente ao número de peças defeituosas. Esta variável aleatória tem distribuição binomial de parâmetros $n = 8$ e $p = 0.15$. Segue que a probabilidade de aceitação do lote é dada por

   $$P(X = 0) = \binom{8}{0} 0.15^0 (1 - 0.15)^{8-0} = 0.263.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro

(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Suponha que 32% dos chutes de um determinado jogador resultam em gols. Se em um determinado jogo de futebol esse jogador executou 7 chutes, qual a probabilidade deles terem resultado em 1 gol?

(a) 0.779
(b) 0.901
(c) 0.711
(d) 0.933
(e) 0.289

Solução
Seja X a variável aleatória número de chutes a gol do jogador. Então, $X \sim \text{Bin}(7, 0.32)$ e a probabilidade desejada é dada por

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X = 0) - P(X = 1) \\ &= 1 - \binom{7}{0} 0.32^0 (1 - 0.32)^{7-0} - \binom{7}{1} 0.32^1 (1 - 0.32)^{7-1} \\ &= 0.7113. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Um certo componente eletrônico falha em um teste de qualidade com probabilidade 0.86. Considerando independência entre os componentes, qual a probabilidade de exatamente dois entre cinco componentes serem aprovados no referido teste?

(a) 0.125
(b) 0.978
(c) 0.312
(d) 0.020
(e) 0.383

Solução
Caso cinco componentes sejam testados, o número Y de componentes aprovados é uma variável aleatória seguindo distribuição binomial com parâmentros $n = 5$ e p =0.140. Portanto,

$$P(Y = 2) = \frac{5!}{2!3!} 0.140^2 \times 0.860^3 = 0.125.$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso

(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
Após não ter sido selecionada para uma vaga de emprego, Kely desconfia que foi injustamente discriminada pela empresa contratante. Ao investigar o histórico da empresa, ela descobriu que embora 57% dos candidatos qualificados fossem do sexo feminino, apenas dois dos últimos 10 contratados eram mulheres. Assumindo que as contratações são independentes entre si, caso não houvesse discriminação de genero, a probabilidade de se selecionar no máximo duas mulheres (em 10 vagas) é de:

(a) 0.9829
(b) 0.9383
(c) 0.0202
(d) 0.0171
(e) 0.6872

Solução
Seja X o número de mulheres selecionadas, então $X \sim \text{Binomial}(10, 0.57)$. Portanto,

$$\begin{aligned} P(X \leq 2) &= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \\ &= 0.0002 + 0.0029 + 0.0171 \\ &= 0.0202. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
Uma certa fábrica de canetas esferográficas tem encontrado defeito em 2% de sua produção. Assumindo independência entre as falhas, a probabilidade de, entre 143 canetas, pelo menos uma ser defeituosa é:

(a) 0.092
(b) 0.970
(c) 0.030
(d) 0.723
(e) 0.944

Solução
Seja X o número de canetas defeituosas na amostra, sabe-se que $X \sim \text{Binomial}(143, 0.02)$. Portanto,

$$P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0.056 = 0.944.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso

(e) Verdadeiro

7. **Questão**
Uma companhia aérea vende 39 bilhetes para cada um de seus vôos, os quais são realizados por um avião que comporta apenas 37 passageiros (prática conhecida como *Overbooking*). Estudos anteriores mostram que, em média, 89% dos compradores de fato se apresentam para o vôo. Nesse contexo, a probabilidade de que em um dado vôo não haja assentos suficientes para todos os passageiros é:

(a) 0.011
(b) 0.120
(c) 0.387
(d) 0.331
(e) 0.062

Solução
Seja X o número de passageiros que irão comparecer a um dado vôo, então $X \sim$ Binomial(39, 0.89). Portanto, a probabilidade desejada é dada por

$$P(X > 37) = P(X = 38) + P(X = 39) = 0.051 + 0.011 = 0.062.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

8. **Questão**
A probabilidade de resultar em lucro um determinado tipo de investimento na bolsa de valores é de 0.41. Se um investidor faz 140 investimentos desse tipo, qual é o desvio padrão do número de investimentos que resultam em lucro? (Considere cada investimento independente dos demais).

(a) 28.7000
(b) 5.8195
(c) 23.5340
(d) 0.4100
(e) 33.8660

Solução
Como cada investimento é independente do outro, a variável aleatória X relativa ao número de investimentos resultantes em lucro possui distribuição binomial de parâmetros $n = 140$ e $p = 0.41$. Desse modo, o desvio padrão do número de investimentos lucrativos é

$$\sqrt{n \times p \times (1 - p)} = 5.8195.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

9. **Questão**
   Para cada pessoa que espera na fila do Restaurante Universitário no horário de almoço, a probabilidade de ser atendido antes de uma hora de espera é de 0.53. Se um cliente vai ao restaurante em 92 dias, qual a variância do número de dias em que o cliente é atendido em menos de uma hora (considere que o tempo de espera em um dia seja independente dos demais)?

   (a) 25.8428
   (b) 0.5300
   (c) 24.3800
   (d) 4.7872
   (e) 22.9172

   Solução
   Como o tempo de espera na fila é independente entre os dias, a variável aleatória X relativa ao número de dias em que é atendido em menos de uma hora possui distribuição binomial de parâmetros $n = 92$ e $p = 0.53$. Desse modo, a variância é dada por

   $$n \times p \times (1 - p) = 22.9172.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Verdadeiro

10. **Questão**
    Em uma determinada vara criminal de um Tribunal de Justiça, a probabilidade do juiz conceder um *Habeas Corpus*(H.C.) é de 0.58. Se 41 réus requerem o benefício, considerando que as concessões sejam independentes, qual a variância do número de réus que recebem *Habeas Corpus*?

    (a) 11.89
    (b) 0.58
    (c) 3.16
    (d) 13.79
    (e) 9.99

    Solução
    Como cada pedido de *Habeas Corpus* é independente do outro, a variável aleatória X relativa ao número de réus que recebem *Habeas Corpus* possui distribuição binomial com parâmetros $n = 41$ e $p = 0.58$. Desse modo, a variâcia de réus com H.C. concedido é

    $$n \times p \times (1 - p) = 9.99.$$

    (a) Falso
    (b) Falso
    (c) Falso
    (d) Falso
    (e) Verdadeiro

TEMA 7

DISTRIBUIÇÃO GEOMÉTRICA

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Suponha que para cada cliente que solicita o cancelamento do seu cartão, a companhia responsável efetivamente realize o cancelamento do cartão do cliente com probabilidade 0.92. Qual a probabilidade de que sejam necessários exatamente 3 pedidos para que o primeiro cancelamento seja realizado?

   (a) 0.0333
   (b) 0.4600
   (c) 0.0000
   (d) 0.0059
   (e) 0.7360

   Solução
   Como o experimento é repetido até que ocorra um sucesso, estamos diante de uma distribuição geométrica de parâmetro 0.92. Desse modo, representando por X a variável aleatória relativa ao o número de pedidos necessários para que o primeiro cancelamento seja realizado, a probabilidade desejada é dada por

   $$P(X = 3) = 0.08^2 \times 0.92 = 0.0059.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro
   (e) Falso

2. **Questão**
   Suponha que uma vendedora de panos de prato tem 39% de chance de efetuar a venda para cada mesa de bar que ela passa. Em quantas mesas, no mínimo, ela deve parar para ter, pelo menos, 72% de chance de vender seu último pano?

   (a) 5
   (b) 6
   (c) 3
   (d) 4
   (e) 2

   Solução
   Seja X a variável aleatória número de mesas percorridas para a venda de 1 pano de prato. Então, $X \sim \text{Geo}(0.39)$, e o número mínimo de mesas é o menor valor de k tal que:

   $$P(X = 1) + P(X = 2) + ... + P(X = k) \geq 0.72$$

   Como

   $$\begin{aligned}
   P(X = 1) &= 0.39 = 0.39 \\
   P(X = 2) &= 0.39 \times (1 - 0.39) = 0.2379 \\
   P(X = 3) &= 0.39 \times (1 - 0.39)^2 = 0.1451 \\
   P(X = 4) &= 0.39 \times (1 - 0.39)^3 = 0.0885
   \end{aligned}$$

   Então, $k = 3$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Suponha que a probabilidade de que um jogador de basquete acerte a cesta em um lance livre seja 85%, e que os lançamentos sejam independentes. Considere que o jogador continue a realizar os lançamentos até que cometa um erro. Qual a probabilidade de que ele acerte pelo menos 2 cestas antes de cometer o primeiro erro?

(a) 0.723
(b) 0.386
(c) 0.108
(d) 0.614
(e) 0.019

Solução
Seja X o número de cestas antes do primeiro erro. Então $X \sim$ Geo(0.15), isto é, $P(X = x) = 0.85^x \times 0.15$. Assim, $P(X \geq 2) = P(\text{acertar os 2 primeiros lances}) = 0.85^2 = 0.723$.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Um peladeiro precisa de mais um jogador para completar o time para o próximo jogo. Ele liga para seus amigos até que um deles aceite o convite para jogar. Se cada amigo aceita o convite com probabilidade de 35%, qual a probabilidade de que ele não precise fazer mais do que 3 ligações para completar o time?

(a) 0.957
(b) 0.725
(c) 0.275
(d) 0.080
(e) 0.148

Solução
Seja X o número de ligações feitas até que um amigo aceite o convite. Então $X \sim$ Geo(0.35), isto é, $P(X = x) = 0.65^{x-1} \times 0.35$. Assim,

$$\begin{aligned} P(X \leq 3) &= 1 - P(X > 3) \\ &= 1 - P(\text{3 primeiros amigos recusarem o convite}) = 0.65^3 = 0.275. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso

   (d) Falso
   (e) Falso

5. **Questão**
   Em 2018, um corretor imobiliário estima que a probabilidade de não vender um apartamento em Brasília é de 0.6. Se ele já mostrou um apartamento para 3 clientes e não teve sucesso de venda, qual é a probabilidade de precisar mostrar o apartamento a mais de 6 clientes para conseguir vendê-lo?

   (a) 0.144
   (b) 0.086
   (c) 0.216
   (d) 0.038
   (e) 0.130

   Solução
   Uma v.a. $X \sim Geo(0.4)$ representa o número de vezes que o corretor deve mostrar o apartamento até conseguir vendê-lo. Então, usando a propriedade da perda da memória, tem-se:
   $$P(X > 6|X > 3) = P(X > 3) = (1 - 0.4)^3 = 0.216.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso
   (e) Falso

6. **Questão**
   Segundo a empresa de consultoria Kantar no Brasil, a confiança no noticiário político eleitoral visto em redes sociais tem diminuído nos últimos anos por causa da ocorrência de "Fake news". Estima-se que dessas notícias veiculadas nas redes sociais 76% são "Fake news". Se uma pessoa já leu 8 notícias em uma rede social e conseguiu checar a veracidade delas por outra fonte confiável, qual é a probabilidade condicional de que a 11ª notícia que ela ler seja a primeira "Fake news" lida?

   (a) 0.1054
   (b) 0.0138
   (c) 0.0438
   (d) 0.0105
   (e) 0.4390

   Solução
   Seja $X \sim Geo(0.76)$ o número de notícias lidas por uma pessoa, em uma rede social, até ler uma "Fake news". Então, usando a propriedade da perda da memória, tem-se:
   $$P(X = 11|X > 8) = P(X = 3) = 0.76 \times 0.24^2 = 0.043776.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso

(e) Falso

7. **Questão**
Suponha que a probabilidade de um jogador de futebol acertar o gol em uma cobrança de penalti seja 0.69, e que as cobranças sejam independentes. Considere que o jogador continue na cobrança de penaltis até que cometa um erro. Se o jogador já fez 5 gols, qual é a probabilidade de que, ao todo, ele execute mais de 7 cobranças?

(a) 0.214
(b) 0.329
(c) 0.148
(d) 0.476
(e) 0.066

Solução
Seja $X \sim Geo(0.31)$ o número de cobranças de penalti do jogador até cometer o primeiro erro ("sucesso"). Então, usando a propriedade da perda da memória, tem-se:

$$P(X > 7|X > 5) = P(X > 2) = (1 - 0.31)^2 = 0.476.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

8. **Questão**
Suponha que a probabilidade de que um jogador de basquete acerte uma cesta em um lance livre seja 0.9, e que os lances sejam independentes. Considere que o jogador continue nos lançamentos até que cometa um erro. Qual é a probabilidade de que no seu 6ª ou 4ª lance livre ele cometa o primeiro erro?

(a) 0.0656
(b) 0.1319
(c) 0.0531
(d) 0.1312
(e) 0.1188

Solução
Seja $X \sim Geo(0.1)$ o número de lances livres do jogador até cometer o primeiro erro ("sucesso"). Então, somando-se ambas as probabilidades, tem-se:

$$P(X = 6) + P(X = 4) = 0.1 \times (0.9)^5 + 0.1 \times (0.9)^3 = 0.131949.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

9. **Questão**
Suponha que a probabilidade de que um surfista profissional receba uma nota superior a 9.5 em uma onda seja 0.76, e que cada onda surfada seja independente. Considere que o surfista continue na na bateria de ondas até que tire uma nota inferior a 9.5. Qual é a probabilidade de que na sua 5ª ou na 3ª onda ele tire sua primeira nota inferior a 9.5?

   (a) 0.105
   (b) 0.061
   (c) 0.211
   (d) 0.166
   (e) 0.122

   Solução
   Seja $X \sim Geo(0.24)$ o número de ondas surfadas com notas superiores a 9.5 até que uma onda receba nota inferior ("sucesso"). Então, somando-se ambas as probabilidades, tem-se:
$$P(X = 5) + P(X = 3) = 0.24 \times (0.76)^5 + 0.24 \times (0.76)^3 = 0.166.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro
   (e) Falso

10. **Questão**
A probabilidade de um guepardo conseguir capturar uma presa em uma caça é de 0.6. Um zoólogo quer estimar a quantidade X de tentativas de que o guepardo precisa até que capture sua primeira presa. Qual das distribuições de probabilidade seria adequada para modelar a variável aleatória X?

   (a) Geométrica(0.6)
   (b) Binomial(n,0.6)
   (c) Poisson(0.6)
   (d) Hipergeométrica(0.6)
   (e) Binomial(0.5, 0.6)

   Solução
   Como queremos estimar determinada quantidade de eventos até que ocorra o primeiro sucesso (primeira presa capturada), a distribuição de probabilidade adequada para descrever o comportamento da variável aleatória X é Geométrica(0.6).

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

TEMA 8

DISTRIBUIÇÃO HIPERGEOMÉTRICA

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Para inspecionar um lote de 12 peças, o funcionário de uma empresa sorteia uma amostra de 7 peças ao acaso. Caso nenhuma peça defeituosa seja encontrada na amostra o lote é aceito; caso contrário é devolvido ao fornecedor. Suponha que 2 das 12 peças sejam defeituosas. Se a escolha for realizada sem reposição qual a probabilidade de aceitação do lote?

   (a) 0.167
   (b) 0.028
   (c) 0.152
   (d) 0.279
   (e) 0.139

   Solução
   Seja X a variável relativa ao número de peças defeituosas. A probabilidade de aceitação do lote é dada por

   $$P(X=0)=\frac{\binom{10}{7}\binom{2}{0}}{\binom{12}{7}}=0.152.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
   Uma raspadinha contém 35 números $(1,2,3,...,35)$, e o jogador deve escolher raspar exatamente 14 deles. Caso todos os números divisíveis por 10 apareçam em uma única cartela, o jogador ganha o prêmio. Qual é a probabilidade de um jogador ganhar o prêmio ao raspar exatamente uma cartela?

   (a) 0.0556
   (b) 0.0855
   (c) 0.1449
   (d) 0.0002
   (e) 0.2343

   Solução
   Seja X a variável aleatória quantidade de números divisíveis por 10 na amostra de tamanho 14, sem reposição, dos elementos $(1,2,3,...,35)$. Então, $X \sim \text{Hiper}(N=35, r=3, n=14)$ e a probabilidade desejada é dada por

   $$P(X=3)=\frac{\binom{3}{3}\binom{32}{11}}{\binom{35}{14}}=0.0556.$$

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

Probabilidade e Estatística

3. **Questão**
   Um livreiro descuidado mistura 3 exemplares defeituosos junto com outros 5 perfeitos de um certo livro didático. Se 4 amigas vão a essa livraria para comprar seus livros escolares e cada uma compra um livro, então qual a probabilidade de que exatamente duas delas leve um livro defeituoso?

   (a) 0.429
   (b) 0.071
   (c) 0.343
   (d) 0.929
   (e) 0.214

   Solução
   Consideremos o conjunto de $N = 8$ livros, dos quais $b = 3$ são defeituosos. Seja X o número de livros com defeito dentre os $n = 4$ comprados. Então X segue distribuição hipergeométrica com parâmetros N, b e n. Assim,

   $$P(X = 2) = \frac{\binom{3}{2}\binom{5}{2}}{\binom{8}{4}} = 0.429.$$

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

4. **Questão**
   Considere que há 13 meninas e 14 meninos em um determinado grupo de estudantes. Uma amostra de 5 pessoas é escolhida aleatoriamente, sem reposição, nesse grupo. Seja X a variável aleatória igual ao número de meninas nessa amostra. A probabilidade de ter pelo menos uma menina na amostra é:

   (a) 0.161
   (b) 0.460
   (c) 0.005
   (d) 0.839
   (e) 0.975

   Solução
   Sabe-se que, nesse contexto, $X \sim$ Hiper(27,13,5). Daí, temos que

   $$p(X = x) = \frac{\binom{13}{x}\binom{14}{5-x}}{\binom{27}{5}}.$$

   A probabilidade desejada é, portanto, dada por

   $$P(X \geq 1) = 1 - P(X \leq 0) = 1 - (0.025) = 0.975.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso

(d) Falso
(e) Verdadeiro

5. **Questão**
Um funcionário dos correios deve remeter, por via aérea, para a Europa, 10 pacotes de um lote de 21. Acontece que ele mistura todos e aplica o carimbo de "via aérea" aleatoriamente em 10 pacotes. Qual é a probabilidade de que apenas 3 dos pacotes que receberam o carimbo realmente deveriam ser enviados via aérea?

(a) 0.171
(b) 0.888
(c) 0.112
(d) 0.147
(e) 0.143

Solução
Sabe-se que, nesse contexto, $X \sim$ Hiper(21,10,10). Portanto

$$P(X = 3) = \frac{\binom{10}{3}\binom{11}{7}}{\binom{21}{10}} = 0.112.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
Suponha que você esteja formando uma equipe de 8 executivos, de diferentes departamentos de sua empresa. Sua empresa tem um total 18 de executivos, e 5 deles são do departamento financeiro. Se os membros da equipe forem selecionados ao acaso, sem reposição, qual é probabilidade de que a equipe conterá 2 executivos do departamento financeiro?

(a) 0.392
(b) 0.608
(c) 0.397
(d) 0.380
(e) 0.069

Solução
Sabe-se que, nesse contexto, $X \sim$ Hiper(18,5,8). Portanto,

$$P(X = 2) = \frac{\binom{5}{2}\binom{18-5}{8-2}}{\binom{18}{8}} = 0.392.$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso

(e) Falso

7. **Questão**
   Uma cartela da mega-sena contém 60 números, que variam de 1 a 60. Suponha que um jogador realizou um jogo marcando 6 números na cartela. Qual a probabilidade de que o jogador acerte exatamente 2 números nesta cartela?

   (a) $15 \div 50063860$
   (b) $496080 \div 50063860$
   (c) $324 \div 50063860$
   (d) $21465 \div 50063860$
   (e) $4743765 \div 50063860$

   Solução
   Em uma cartela, o apostador acerta exatamente 2 números quando são sorteados 2 dos 6 que apostou e 4 dos 54 em que não apostou. Deste modo, a probabilidade de acertar exatamente 2 números nesta cartela é de

$$\frac{\binom{6}{2} \times \binom{54}{4}}{\binom{60}{6}} = 4743765 \div 50063860.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Verdadeiro

8. **Questão**
   Gabriela recebeu seu salário de 1000 reais em dinheiro, sendo 4 notas de 100 reais, 9 notas de 50 reais e 15 notas de 10 reais. Pedro, seu filho, gostaria de comprar uma bicicleta no valor de 100 reais. Então, Gabriela propôs que ele retirasse aleatoriamente 3 notas de seu salário. Qual a probabilidade de Pedro conseguir comprar a bicicleta usando apenas essa fonte de recurso?

   (a) 0.712
   (b) 0.570
   (c) 0.754
   (d) 0.573
   (e) 0.861

   Solução
   Pedro não conseguirá comprar a bicicleta em apenas 2 situações:

   (a) Evento A: Pedro retira 3 notas de 10 reais

$$P(A) = \frac{\binom{15}{3}}{\binom{28}{3}} = 0.139.$$

   (b) Evento B: Pedro retira 2 notas de 10 reais e 1 nota de 50 reais

$$P(B) = \frac{\binom{15}{2}\binom{9}{1}}{\binom{28}{3}} = 0.288.$$

Desse modo, a probabilidade desejada é dada por

$$1 - P(A) - P(B) = 0.573.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

9. **Questão**
Um banco de questões tem 10 questões de Estatística e 10 questões de probabilidade. Caso 10 questões sejam escolhidas do banco aleatoriamente, sem reposição, qual a probabilidade de que uma prova contenha 7 questões de Estatística e 3 questões de probabilidade?

(a) 0.0779
(b) 0.0013
(c) 0.4200
(d) 1.0000
(e) 0.5000

Solução
A probabilidade desejada é dada por

$$\frac{\binom{10}{7} \times \binom{10}{3}}{\binom{20}{10}} = 0.0779.$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
Em um pomar, as maçãs colhidas são distribuídas aleatoriamente em pacotes, cada um contendo 7 frutos. O pomar teve um total de 26 maçãs recolhidas, e 8 frutos foram considerados de ótima qualidade. Seja X o número de maçãs ótimas alocadas ao primeiro pacote, qual das distribuições de probabilidade seria adequada para descrever a variável aleatória X?

(a) Poisson(4)
(b) Hipergeometrica(26,8,7)
(c) Binomial(7, 4/26)
(d) Geométrica(7/26)
(e) Geométrica(4/26)

Solução
Como temos uma seleção de amostra aleatória ($n = 7$) de uma população ($N = 26$) com dois grupos subdividindo a população (maçãs ótimas=A, maçãs normais=O) , a distribuição de probabilidade adequada para descrever o comportamento da variável aleatória X é Hipergeometrica(26,8,7).

Probabilidade e Estatística

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 9

DISTRIBUIÇÃO POISSON

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Considere que o número de requisições que chegam a um determinado servidor, por minuto, é uma variável aleatória que segue distribuição Poisson com variância igual a 1.24. Suponha que a capacidade de atendimento do servidor é de, no máximo, 3 requisições por minuto. Qual a probabilidade de que, em um intervalo de um minuto escolhido ao acaso, o servidor não consiga atender a todas as requisições que forem feitas?

   (a) 0.070
   (b) 0.930
   (c) 0.963
   (d) 0.037
   (e) 0.009

   Solução
   Seja X a variável aleatória referente ao número de requisições. Uma vez que a capacidade é de, no máximo, 3 requisições por minuto, a probabilidade desejada é dada por

   $$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \sum_{k=0}^{3} e^{-1.24} \frac{1.24^k}{k!} = 0.037.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro
   (e) Falso

2. **Questão**
   Um youtuber considera que cada um de seus vídeos recebe, em média, 1.45 visualizações por minuto. Se o número X de visualizações por minuto deste youtuber segue distribuição de Poisson, qual o menor valor de k tal que $P(X \leq k) \geq 0.7$?

   (a) 2
   (b) 4
   (c) 6
   (d) 3
   (e) 5

   Solução
   O valor de k é 2, pois

   $$\sum_{i=0}^{1} e^{-1.45} \frac{1.45^i}{i!} = 0.57$$

   e

   $$\sum_{i=0}^{2} e^{-1.45} \frac{1.45^i}{i!} = 0.82.$$

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso

(e) Falso

3. **Questão**
Considere que a chegada de aviões em um aeroporto se dá segundo um modelo Poisson. Atualmente, a taxa de chegada é de 0,5 avião por minuto, em média, e o aeroporto também possui capacidade para atender 0,5 avião por minuto. A previsão para os próximos 10 anos é que o tráfego aéreo irá aumentar em 8 vezes e a capacidade de atendimento será ampliada em 2 vezes. Caso essas previsões se confirmem, qual a probabilidade de haver aviões sem atendimento imediato daqui a 10 anos em um dado minuto?

(a) 0.004
(b) 0.092
(c) 0.908
(d) 0.393
(e) 0.982

Solução
Sejam X e Y variáveis aleatórias representando a quantidade de aviões que pousam em um dado minuto no aeroporto, atualmente e em 10 anos, respectivamente.
Então, $X \sim$ Pois(0.5) e $Y \sim$ Pois(4).

Considerando que a capacidade do aeroporto para daqui há 10 anos será de atender 1 aviões por minuto, a probabilidade de haver aviões sem atendimento imediato é dada pela probabilidade de chegar mais do que 1 aviões em um dado minuto, ou seja,

$$P(Y > 1) = 1 - P(Y \leq 1) = 1 - P(Y = 0) - P(Y = 1) - \cdots - P(Y = 1) = 0.908.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
O número médio de acidentes por mês em um certo cruzamento é 4. Admitindo que o número de acidentes segue a distribuição de Poisson, qual é a probabilidade de, em um dado mês, 5 acidentes ocorrerem nesse cruzamento?

(a) 0.156
(b) 0.317
(c) 0.175
(d) 0.181
(e) 0.785

Solução
Seja X o número de acidentes neste cruzamento, então $X \sim Poisson(3)$ e portanto

$$P[X = 5] = \frac{4^5 e^{-4}}{5!} = 0.156$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso

(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
Um editor de um jornal descobre que o número médio de erros tipográficos por página do jornal é 3. Admitindo que o número de erros por página desse jornal segue uma distribuição de Poisson, determine a probabilidade de que em uma determinada página o número de erros seja maior que 2.

(a) 0.577
(b) 0.569
(c) 0.423
(d) 0.224
(e) 0.776

Solução
Seja X o número de erros na página, logo $X \sim Poisson(3)$ e portanto

$$\begin{aligned}
P[X > 2] &= 1 - P[X \leq 2] \\
&= 1 - (P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2]) \\
&= 1 - \left(\frac{3^0 e^{-3}}{0!} + \frac{3^1 e^{-3}}{1!} + \frac{3^2 e^{-3}}{2!}\right) \\
&= 1 - (0.05 + 0.149 + 0.577) \\
&= 0.577
\end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
O SAC de uma empresa recebe, em média, 98 ligações por dia em horário comercial. A fim de estimar o número adequado de atendentes para trabalhar nesses horários, a empresa deseja estimar a probabilidade de receber mais do que 141 ligações em um único dia no horário comercial. Seja X o número de ligações em um determinado dia, qual das distribuições de probabilidade seria adequada para modelar a variável aleatória X?

(a) Poisson(141)
(b) Binomial(0.5, 141)
(c) Poisson(98)
(d) Geométrica(98/141)
(e) Binomial(0.5, 98)

Solução
Como a probabilidade de sucesso (receber uma ligação de uma dado cliente) é pequena e há muitas chances de sucesso (número de clientes que potencialmente ligarão), a distribuição de probabilidade adequada para descrever o comportamento da variável aleatória X é Poisson(98).

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

7. **Questão**
A quantidade média de ligações feitas por empresas de telefonia a seus clientes em um mês é 381. Suponha que a quantidade de ligações por mês seja uma variável aleatória X, que segue a distribuição de Poisson. Qual é o segundo momento de X (i.e. o valor de $E(X^2)$)?

(a) 381
(b) 382
(c) 145542
(d) 343
(e) 145161

Solução
$X \sim Poisson(381)$ e portanto

$$\begin{aligned} V(X) &= E(X^2) - [E(X)]^2 \Rightarrow \\ \lambda &= E(X^2) - \lambda^2 \Rightarrow \\ E(X^2) &= \lambda + \lambda^2 = \lambda \times (\lambda + 1) = 381 \times 382 = 145542. \end{aligned}$$

Ou, alternativamente,

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \sum_{x=1}^{\infty} k^2 \times \frac{\lambda^x}{x!} \times e^{-\lambda} \\ &= e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} x \times \frac{\lambda^x}{(x-1)!} \\ &= e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} (x - 1 + 1) \times \frac{\lambda \lambda^{x-1}}{(x-1)!} \\ &= \lambda \times \exp^{-\lambda} \left[\sum_{x=1}^{\infty} (x-1) \times \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)} + \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)} \right] \\ &= \lambda \times e^{-\lambda} \left[\sum_{n=0}^{\infty} n \frac{\lambda^n}{n!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} \right] \\ &= \lambda \times [E(X) + 1] = \lambda \times (\lambda + 1) = 145542. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
A quantidade média de projetos de lei aprovados pela Câmara dos Deputados em um ano é 146. Suponha que a quantidade de aprovações seja uma variável aleatória X, que segue a distribuição de Poisson. Qual é o segundo momento de X (i.e. o valor de $E(X^2)$)?

(a) 147
(b) 12
(c) 21462
(d) 21316
(e) 146

Solução
$X \sim Poisson(146)$ e portanto

$$\begin{aligned} V(X) &= E(X^2) - [E(X)]^2 \Rightarrow \\ \lambda &= E(X^2) - \lambda^2 \Rightarrow \\ E(X^2) &= \lambda + \lambda^2 = \lambda \times (\lambda + 1) = 146 \times 147 = 21462. \end{aligned}$$

Ou, alternativamente,

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \sum_{x=1}^{\infty} k^2 \times \frac{\lambda^x}{x!} \times e^{-\lambda} \\ &= e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} x \times \frac{\lambda^x}{(x-1)!} \\ &= e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} (x - 1 + 1) \times \frac{\lambda \lambda^{x-1}}{(x-1)!} \\ &= \lambda \times \exp^{-\lambda} \left[\sum_{x=1}^{\infty} (x-1) \times \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)} + \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)} \right] \\ &= \lambda \times e^{-\lambda} \left[\sum_{n=0}^{\infty} n \frac{\lambda^n}{n!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} \right] \\ &= \lambda \times [E(X) + 1] = \lambda \times (\lambda + 1) = 21462. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
A quantidade média de lixo produzido por folhetos de campanhas eleitorais em uma grande cidade brasileira é de 78 quilos por candidato. Suponha que a quantidade de lixo produzida por um candidato seja uma variável aleatória X, que segue a distribuição de Poisson. Qual é o segundo momento de X (i.e. o valor de $E(X^2)$)?

(a) 79
(b) 6084
(c) 6162
(d) 78
(e) 9

Solução
$X \sim Poisson(78)$ e portanto

$$\begin{aligned}
Var(X) &= E(X^2) - [E(X)]^2 \Rightarrow \\
\lambda &= E(X^2) - \lambda^2 \Rightarrow \\
E(X^2) &= \lambda + \lambda^2 = \lambda \times (\lambda + 1) = 78 \times 79 = 6162.
\end{aligned}$$

Ou, alternativamente,

$$\begin{aligned}
E(X^2) &= \sum_{x=1}^{\infty} k^2 \times \frac{\lambda^x}{x} \times e^{-\lambda} \\
&= e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} x \times \frac{\lambda^x}{(x-1)} \\
&= e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} (x - 1 + 1) \times \frac{\lambda\lambda^{x-1}}{(x-1)} \\
&= \lambda \times e^{-\lambda} \left[\sum_{x=1}^{\infty} (x-1) \times \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)} + \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)} \right] \\
&= \lambda \times e^{-\lambda} \left[\sum_{n=0} \infty n \frac{\lambda^n}{n} + \sum_{n=0} \infty \frac{\lambda^n}{n} \right] \\
&= \lambda \times [E(X) + 1] = \lambda \times (\lambda + 1) = 6162.
\end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
A quantidade diária de leitores de um pequeno periódico de uma cidade interiorana é 481. Suponha que a quantidade de leitores do periódico seja uma variável aleatória X, que segue a distribuição de Poisson. Qual é o segundo momento de X (i.e. o valor de $E(X^2)$)?

(a) 231842
(b) 22
(c) 481
(d) 482
(e) 231361

Solução
$X \sim Poisson(481)$ e portanto

$$\begin{aligned}
Var(X) &= E(X^2) - [E(X)]^2 \Rightarrow \\
\lambda &= E(X^2) - \lambda^2 \Rightarrow \\
E(X^2) &= \lambda + \lambda^2 = \lambda \times (\lambda + 1) = 481 \times 482 = 231842.
\end{aligned}$$

Ou, alternativamente,

$$\begin{aligned}
E(X^2) &= \sum_{x=1}^{\infty} k^2 \times \frac{\lambda^x}{x!} \times e^{-\lambda} \\
&= e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} x \times \frac{\lambda^x}{(x-1)!} \\
&= e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} (x-1+1) \times \frac{\lambda\lambda^{x-1}}{(x-1)!} \\
&= \lambda \times e^{-\lambda} \left[\sum_{x=1}^{\infty} (x-1) \times \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)} + \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)} \right] \\
&= \lambda \times e^{-\lambda} \left[\sum_{n=0}^{\infty} n \frac{\lambda^n}{n!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} \right] \\
&= \lambda \times [E(X) + 1] = \lambda \times (\lambda + 1) = 231842.
\end{aligned}$$

(a) Verdadeiro

(b) Falso

(c) Falso

(d) Falso

(e) Falso

TEMA 10

APROXIMAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL PELA POISSON

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Qual é o erro, em valor absoluto, da aproximação Poisson da distribuição Binomial do seguinte problema: A probabilidade de uma lâmpada se queimar ao ser ligada é 7%. Numa instalação com 20 lâmpadas, qual é a probabilidade de exatamente 2 lâmpadas se queimarem ao serem ligadas (utilize a aproximação de poisson da distribuição binomial)?

   (a) 0.250
   (b) 0.005
   (c) 0.071
   (d) 0.010
   (e) 0.019

   Solução
   O número de lâmpadas queimadas X tem distribuição $X \sim \text{Bin}(20, 0.07)$. Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se que $X \sim \text{Pois}(20 \times 0.07)$. E o erro da aproximação, quando $X = 2$, é dado por

   $$P(X = 2|X \sim \text{Bin}(20, 0.07)) - P(X = 2|X \sim \text{Pois}(20 \times 0.07)) = 0.2521 - 0.2417.$$

   Portanto, o valor absoluto do erro é 0.01.

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro
   (e) Falso

2. **Questão**
   Em um dia ensolarado, a probabilidade de um motociclista sofrer um acidente de moto (caso a use) é de 0.0007. Considerando que acidentes ocorrem de forma independente (uns dos outros), se, em um dia de sol, 3285 motociclistas pilotarem suas motos, qual é a probabilidade de observarmos exatamente 4 acidentes (utilize a aproximação de poisson da distribuição binomial)?

   (a) 0.141
   (b) 0.859
   (c) 0.883
   (d) 0.117
   (e) 0.129

   Solução
   O número de acidentes tem distribuição binomial com parâmetros n e p, ou seja, $X \sim \text{Bin}(3285, 0.0007)$. Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se, aproximadamente, que $X \sim \text{Pois}(np = 2.3)$. Portanto, a probabilidade de observarmos exatamente $X = 4$, é dada por

   $$P(X = 4|X \sim \text{Bin}(3285, 0.0007)) \approx P(X = 4|X \sim \text{Pois}(2.3)) = 11.7\%.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso

(d) Verdadeiro
(e) Falso

3. **Questão**
A chance de uma *aposta simples* (onde escolhe-se 6 números) ganhar a *Mega Sena* é de uma em 50063860. A *Mega Sena da Virada* de 2017 arrecadou o equivalente a 254556391 apostas simples. Nesse contexto, considerando que os números em cada aposta tenham sido escolhidos de maneira aleatória (cada número com a mesma probabilidade) e independente, qual era a probabilidade de que exatamente 2 apostadores ganhassem o prêmio máximo (utilize a aproximação de poisson da distribuição binomial)?

(a) 0.920
(b) 0.172
(c) 0.736
(d) 0.080
(e) 0.264

Solução
O número de vencedores tem distribuição binomial com parâmetros 254556391 e $1/50063860$, ou seja, $X \sim \text{Bin}(254556391, 1/50063860)$. Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se, aproximadamente, que $X \sim \text{Pois}(np = 5.085)$. Portanto, a probabilidade de observarmos exatamente $X = 2$, é dada por

$$P(X = 2|X \sim \text{Bin}(254556391, 1/50063860)) \approx P(X = 2|X \sim \text{Pois}(5.085)) = 8\%$$

.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

4. **Questão**
Considere que o DF possui 2.562.963 habitantes (dados do CENSO 2010), e que a probabilidade de um habitante da cidade acionar o SAMU em uma hora qualquer do dia é de 0.000002. Supondo que os acionamentos ao SAMU ocorram de forma independente, qual é a probabilidade de observarmos exatamente 7 chamados ao SAMU em determinada hora no DF (utilize a aproximação de poisson da distribuição binomial)?

(a) 0.110
(b) 0.125
(c) 0.117
(d) 0.890
(e) 0.875

Solução
O número de chamados ao SAMU tem distribuição binomial com parâmetros

$$X \sim \text{Bin}(2562963, 0.000002).$$

Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se, aproximadamente, que

$$X \sim \text{Pois}(np = \lambda = 5.126).$$

Portanto, a probabilidade de observarmos exatamente $X = 7$, é

$$P(X = 7) = \exp(-\lambda) \times \lambda^7/7! = 0.110.$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
Considere que uma determinada agência de telemarketing contacte 250000 clientes em uma semana, e que a probabilidade da pessoa contactada comprar o produto oferecido é de 0.002%. Utilizando a aproximação de poisson da distribuição binomial, calcule a probabilidade dessa agência vender exatamente 4 produtos em uma dada semana?

(a) 0.840
(b) 0.825
(c) 0.160
(d) 0.168
(e) 0.175

Solução
O número de vendas tem distribuição binomial com parâmetros

$$X \sim \text{Bin}(250000, 0.002\%).$$

Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se, aproximadamente, que

$$X \sim \text{Pois}(np = \lambda = 5).$$

Portanto, a probabilidade de observarmos exatamente $X = 4$, é

$$P(X = 4) = \exp(-\lambda) \times \lambda^4/4! = 0.175.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

6. **Questão**
Uma empresa de construção civil comprou 100000 tijolos para construção de um prédio. O fornecedor afirma que a proporção de defeitos no seu produto é de 2 por lote de 100 mil unidades. Utilizando a aproximação de poisson da distribuição binomial, calcule a probabilidade de observarmos exatamente 4 tijolos defeituosos nessa compra?

(a) 0.280
(b) 0.090

(c) 0.720
(d) 0.405
(e) 0.910

Solução
O número de defeitos tem distribuição binomial com parâmetros

$$X \sim \text{Bin}(1e+05, 2/100000).$$

Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se, aproximadamente, que

$$X \sim \text{Pois}(np = \lambda = 2).$$

Portanto, a probabilidade de observarmos exatamente 4, é

$$P(4) = \exp(-\lambda) \times \lambda^4/4! = 0.09$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

7. **Questão**
A probabilidade de um patinete elétrico ser roubado no DF, no período de um ano, é 1%. Numa região administrativa com 20 patinetes, considerando independência entre os casos, qual é o erro absoluto da aproximação da Poisson à Binomial da probabilidade de exatamente 3 serem roubados?

(a) 0.0010
(b) 0.2231
(c) 0.0000
(d) 0.0560
(e) 0.0001

Solução
O número de patinetes roubados X tem distribuição $X \sim \text{Bin}(20, 0.01)$. Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se que $X \sim \text{Pois}(20 \times 0.01)$. E o erro da aproximação, quando $X = 3$, é dado por

$$P(X = 3|X \sim \text{Bin}(20, 0.01)) - P(X = 3|X \sim \text{Pois}(20 \times 0.01)) = 0.001 - 0.0011.$$

Portanto, o valor absoluto do erro é 0.0001.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

Probabilidade e Estatística

8. **Questão**
   A probabilidade de um determinado pianista errar na execução de uma peça de Chopin é 4% a cada minuto da música. Numa sinfonia de 9 minutos (considerando a execução de cada minuto independente dos demais), qual é o erro absoluto da aproximação Poisson à Binomial da probabilidade de ocorrerem 2 erros durante a sua execução pelo pianista?

   (a) 0.0019
   (b) 0.0683
   (c) 0.0425
   (d) 0.2274
   (e) 0.0015

   Solução
   O número de erros X tem distribuição $X \sim \text{Bin}(9, 0.04)$. Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se que $X \sim \text{Pois}(9 \times 0.04)$. E o erro da aproximação, quando $X = 2$, é dado por

   $$P(X = 2 | X \sim \text{Bin}(9, 0.04)) - P(X = 2 | X \sim \text{Pois}(9 \times 0.04)) = 0.0433 - 0.0452.$$

   Portanto, o valor absoluto do erro é 0.0019.

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

9. **Questão**
   Calcule o erro, em valor absoluto, da aproximação Poisson à Binomial do seguinte problema: A probabilidade de um automóvel de determinada marca apresentar defeito antes do tempo de garantia expirar é 6%. Numa concessionária que vendeu 25 automóveis dessa marca, qual é a probabilidade de exatamente 3 dos carros vendidos dessa marca apresentarem defeito antes do tempo de garantia expirar?

   (a) 0.0579
   (b) 0.0967
   (c) 0.0018
   (d) 0.1273
   (e) 0.0059

   Solução
   O número de automóveis que apresentam defeito antes do tempo de grantia expirar X tem distribuição $X \sim \text{Bin}(25, 0.06)$. Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se que $X \sim \text{Pois}(25 \times 0.06)$. E o erro da aproximação, quando $X = 3$, é dado por

   $$P(X = 3 | X \sim \text{Bin}(25, 0.06)) - P(X = 3 | X \sim \text{Pois}(25 \times 0.06)) = 0.1273 - 0.1255.$$

   Portanto, o valor absoluto do erro é 0.002.

   (a) Falso
   (b) Falso

(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
A probabilidade de uma rosa sobreviver mais de 10 dias em um vaso com água é de 0.008. Considerando que uma pessoa comprou 275 rosas, qual é a probabilidade de que 7 rosas, que foram colocadas em um vaso de água, sobrevivam mais de 10 dias?

(a) 0.9984
(b) 0.0055
(c) 0.9945
(d) 0.0016
(e) 0.0046

Solução
O número de rosas que sobrevivem mais de dez dias tem distribuição binomial com parâmetros n e p, ou seja, $X \sim \text{Bin}(275, 0.008)$. Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se, aproximadamente, que $X \sim \text{Pois}(np = 2.2)$. Portanto, a probabilidade de observarmos exatamente $X = 7$, é dada por

$P(X = 7|X \sim \text{Bin}(275, 0.008)) \approx P(X = 7|X \sim \text{Pois}(2.2)) = 0.55\%$.

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 11

FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Seja X uma variável aleatória continua cuja função de densidade é dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{se} \quad x < 1; \\ cx^3, & \text{se} \quad 1 \leq x < 2; \\ 8.1\exp(-x), & \text{se} \quad 2 \leq x < 3; \\ 0, & \text{se} \quad x \geq 3. \end{cases}$$

   Qual é o valor de $\mathrm{P}(X < 1.6)$?

   (a) 0.887
   (b) 0.306
   (c) 0.694
   (d) 0.082
   (e) 0.113

   Solução
   A função de densidade da variável aleatória em questão apenas existe se $c = 0.0815$. Tal valor pode ser encontrado notando-se que

$$\int_2^3 8.1\exp(-x)dx = 8.1\left[-\exp(-x)\right]\Big|_2^3 = -8.1(\exp(-3) - \exp(-2)) = 0.693$$

   e, portanto,

$$\int_1^2 cx^3dx = c\frac{x^4}{4}\Big|_1^2 = 0.307 \Rightarrow c = 0.0815 \tag{1}$$

   Assim, temos que

$$\begin{aligned} P(X < 1.6) = F_X(1.6) &= \int_1^{1.6} cx^3dx \\ &= c\frac{x^4}{4}\Big|_1^{1.6} \\ 0.113. \end{aligned}$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Verdadeiro

2. **Questão**
   Seja X uma variável aleatória continua cuja função de densidade é dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{se} \quad x < 1; \\ \frac{\sqrt{x}}{c}, & \text{se} \quad 1 \leq x < 2; \\ 0.031\exp(x), & \text{se} \quad 2 \leq x < 3; \\ 0, & \text{se} \quad x \geq 3. \end{cases}$$

   Qual é o valor de $\mathrm{P}(X > 1.7)$?

   (a) 0.391
   (b) 0.594

(c) 0.406
(d) 0.500
(e) 0.609

Solução
A função de densidade da variável aleatória em questão apenas existe se $c = 2$. Tal valor pode ser encontrado notando-se que

$$\int_2^3 0.031\exp(x)dx = 0.031\exp(x)\Big|_2^3 = 0.031(\exp(3) - \exp(2)) = 0.394$$

e, portanto,

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x}}{c}dx = \frac{2x^{3/2}}{3c}\Big|_1^2 = 0.606 \Rightarrow c = 2 \qquad (2)$$

Assim, temos que

$$\begin{aligned} P(X > 1.7) &= 1 - P(X \leq 1.7) \\ &= 1 - F_X(1.7) = 1 - \int_1^{1.7} \frac{\sqrt{x}}{c}dx \\ &= 1 - \frac{2x^{3/2}}{3c}\Big|_1^{1.7} \\ &= 1 - 0.406 = 0.594. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Seja X uma variável aleatória contínua cuja densidade é:

$$f_X(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1, \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A probabilidade $P(0.92 < X \leq 1.54)$ é:

(a) 0.375
(b) 0.077
(c) 0.394
(d) 0.529
(e) 0.471

Solução

De acordo com a densidade em questão, temos que

$$\begin{aligned} P(0.92 < X < 1.54) &= \int_{0.92}^1 x\ dx + \int_1^{1.54} 2 - x\ dx \\ &= \frac{x^2}{2}\Big|_{0.92}^1 + \frac{4x - x^2}{2}\Big|_1^{1.54} \\ &= 0.077 + 0.394 \\ &= 0.471. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

4. **Questão**
Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 0, \\ Ce^{-10x} & \text{se} \quad x \geq 0. \end{cases}$$

O valor de C para que $f(x)$ seja uma densidade é:

(a) 100
(b) 10
(c) -10
(d) -20
(e) 20

Solução
Pelas propriedades das funções de densidade, temos que

$$\begin{aligned} 1 &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx \\ &= \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{\infty} Ce^{-10x}dx \\ &= \left[-\frac{Ce^{-10x}}{10}\right]_0^{\infty} \\ &= \lim_{x\to\infty} -\frac{Ce^{-10x}}{10} - \left(-\frac{Ce^{0}}{10}\right) \\ &= 0 + \frac{C}{10} \\ &= \frac{C}{10} \end{aligned}$$

Logo, $C = 10$.

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
Considere a seguinte função definida em partes.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 0, \\ Cx & \text{se} \quad 0 \leq x < 0.6, \\ 5(1-x) & \text{se} \quad 0.6 \leq x < 1, \\ 0 & \text{se} \quad x \geq 1. \end{cases}$$

Caso $f(x)$ represente a densidade de uma variável aleatória X, então dizemos que X tem distribuição triangular no intervalo $[0, 1]$. Qual valor deve ter a constante C para que $f(x)$ seja de fato uma densidade?

(a) 3.00
(b) 0.60
(c) 5.00
(d) 3.33
(e) 1.20

Solução
Pelas propriedades das funções de densidade, temos que

$$\begin{aligned}
1 &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx \\
&= \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{0.6} Cxdx + \int_{0.6}^{1} 5(1-x)dx + \int_{1}^{\infty} 0dx \\
&= C\int_{0}^{0.6} xdx + 5\int_{0.6}^{1}(1-x)dx \\
&= C\left[\frac{x^2}{2}\right]_{0}^{0.6} + 5\left[x - \frac{x^2}{2}\right]_{0.6}^{1} \\
&= C\frac{0.36}{2} + 5\left(1 - \frac{1}{2} - 0.6 + \frac{0.36}{2}\right) \\
&= 0.18C + 0.4.
\end{aligned}$$

Resolvendo-se em C, obtemos $C = 3.33$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

6. **Questão**
Seja X uma variável aleatória contínua cuja densidade é:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{3}, & 0.781 \leq x < 1.1, \\ 2x, & 1.1 \leq x \leq 1.453, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A probabilidade $P(0.521 < X \leq 1.308)$ é:

(a) 0.657
(b) 0.343
(c) 0.140
(d) 0.451
(e) 0.790

Solução

De acordo com a densidade em questão, temos que

$$\begin{aligned} P(0.521 < X < 1.308) &= \int_{0.521}^{1.1} \frac{x}{3} dx + \int_{1.1}^{1.3077} 2x dx \\ &= \left[\frac{x^2}{6}\right]\Big|_{0.521}^{1.1} + x^2\Big|_{1.1}^{1.308} \\ &= 0.156 + 0.501 \\ &= 0.657. \end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

7. **Questão**
Seja X uma variável aleatória contínua cuja densidade é:

$$f_X(x) = \begin{cases} x/4, & 0 \leq x < 2, \\ 1/4, & 2 \leq x \leq 4, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A probabilidade $P(0.35 < X \leq 3)$ é:

(a) 0.735
(b) 0.250
(c) 0.485
(d) 0.125
(e) 0.265

Solução

De acordo com a densidade em questão, temos que

$$\begin{aligned} P(0.35 < X < 3) &= \int_{0.35}^{2} x/4 dx + \int_{2}^{3} 1/4 dx \\ &= \frac{x^2}{8}\Big|_{0.35}^{2} + \frac{x}{4}\Big|_{2}^{3} \\ &= 0.485 + 0.25 \\ &= 0.735. \end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

8. **Questão**
   Considere a seguinte função definida em partes.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 1, \\ Cx^2 & \text{se} \quad 1 \leq x < 3, \\ 0 & \text{se} \quad x \geq 3. \end{cases}$$

   Qual valor deve ter a constante C para que $f(x)$ seja uma densidade?

   (a) 4.00
   (b) 0.12
   (c) 0.60
   (d) 3.00
   (e) 6.00

   Solução
   Pelas propriedades das funções de densidade, temos que

$$\begin{aligned} 1 &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx \\ 1 &= \int_{-\infty}^{1} 0dx + \int_{1}^{3} Cx^2dx + \int_{3}^{\infty} 0dx \\ 1 &= \frac{C}{3}\left[x^3\right]_1^3 \\ 1 &= \frac{C}{3}[27-1] \end{aligned}$$

   Portanto,

$$C = \frac{3}{26}.$$

   Resolvendo-se em C, obtemos $C = 0.12$.

   (a) Falso
   (b) Verdadeiro
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

9. **Questão**
   Considere a seguinte função definida em partes.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 0, \\ \frac{3}{4}\sqrt{x} & \text{se} \quad 0 \leq x < 1, \\ x - \frac{x}{C} & \text{se} \quad 1 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{se} \quad x \geq 2. \end{cases}$$

   Qual valor deve ter a constante C para que $f(x)$ seja uma densidade?

   (a) 3.00
   (b) 2.50
   (c) 4.00
   (d) 1.50

(e) 2.00

Solução
Pelas propriedades das funções de densidade, temos que

$$
\begin{aligned}
1 &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx \\
&= \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{1} \frac{3}{4}\sqrt{x}dx + \int_{1}^{2} x - \frac{x}{C}dx + \int_{1}^{\infty} 0dx \\
&= \frac{3}{4}\left[\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_0^1 + \frac{1}{2}\left[x^2\right]_1^2 - \frac{1}{2C}\left[x^2\right]_1^2 \\
&= \frac{1}{2} + \frac{4-1}{2} - \frac{4-1}{2C}.
\end{aligned}
$$

Portanto,

$$
\begin{aligned}
\frac{4-1}{2C} &= \frac{4-2}{2} \\
C &= \frac{4-1}{4-2}.
\end{aligned}
$$

Resolvendo-se em C, obtemos $C = 1.5$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

10. **Questão**
Considere a seguinte função definida em partes.

$$
f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x/4, & 0 \leq x < 2, \\ e^x/C, & 2 \leq x < 3, \\ 0, & x \geq 3. \end{cases}
$$

Qual valor deve ter a constante C para que $f(x)$ seja de fato uma densidade?

(a) 3.00
(b) 12.70
(c) 6.00
(d) 25.39
(e) 4.00

Solução

Probabilidade e Estatística

Pelas propriedades das funções de densidade, temos que

$$\begin{aligned}
1 &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx \\
&= \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{2} \frac{x}{4}dx + \int_{2}^{3} \frac{e^x}{C}dx + \int_{3}^{\infty} 0dx \\
&= \left[\frac{x^2}{8}\right]_0^2 + \frac{1}{C}\left[e^x\right]_2^3 \\
&= \frac{1}{2} + \frac{1}{C}\left[e^x\right]_2^3
\end{aligned}$$

Portanto,

$$C = 2\left[e^3 - e^2\right]$$

Resolvendo-se em C, obtemos $C = 25.39$.

(a) Falso

(b) Falso

(c) Falso

(d) Verdadeiro

(e) Falso

TEMA 12

DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Seja X o número de microorganismos em uma cultura de proliferação cuja Função de Distribuição Acumulada (fda) é dada por: $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, para $x > 0$. Qual é o valor de λ tal que $P(X \geq 19.57) = 0.56$?

   (a) 0.030
   (b) 0.042
   (c) 0.015
   (d) 0.059
   (e) 0.021

   Solução
   Sabe-se que
   $$P(X \geq 19.57) = 1 - P(X \leq 19.57) = 1 - 0.56.$$
   Dessa forma, tem-se que $1 - e^{-\lambda 19.57} = 1 - 0.56$, e resolvendo para λ temos que
   $$\lambda = -\frac{\ln(0.56)}{19.57} = 0.03.$$

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
   Seja X o tempo até a desintegração de uma partícula radioativa cuja função de distribuição acumulada (fda) é dada por: $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, para $x > 0$. Qual é o valor de λ tal que $P(X \geq 0.09) = 0.43$?

   (a) -9.377
   (b) 6.246
   (c) 5.600
   (d) 9.377
   (e) -6.246

   Solução
   Sabe-se que
   $$P(X \leq 0.09) = 1 - P(X \geq 0.09) = 1 - 0.43.$$
   Dessa forma, tem-se que $1 - e^{-\lambda x} = 1 - 0.43$, e resolvendo para λ temos que
   $$\lambda = -\frac{ln(0.43)}{0.09} = 9.377.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro
   (e) Falso

Probabilidade e Estatística

3. **Questão**
   O número de transistores de um chip de processamento segue uma variável aleatória X cuja Função de Distribuição Acumulada é dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ -c(x-1), & 0 \leq x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

   Qual é o valor de c?

   (a) 0.333
   (b) -0.500
   (c) 0.030
   (d) 0.500
   (e) -0.333

   Solução
   Sabe-se que $P(0 \leq X \leq 3) = 1$, ou seja, $-c(3-1) = 1$. Resolvendo para c temos que $c = -0.5$.

   (a) Falso
   (b) Verdadeiro
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

4. **Questão**
   O cano soldável para água fria mais utilizado no Brasil tem diâmetro de 22mm. Distúrbios de fabricação resultam em diâmetros que seguem uma variável aleatória X cuja função de distribuição acumulada é dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 21, \\ 1 - e^{-2(x-21)}, & x \geq 21. \end{cases} \tag{1}$$

   Considerando que as peças com diâmetros maiores que 23mm são descartadas, qual é a proporção de peças descartadas?

   (a) 0.002
   (b) 0.210
   (c) 0.998
   (d) 0.982
   (e) 0.018

   Solução
   Basta observar que tal proporção é dada por

$$P(X > 23) = 1 - P(X \leq 23) = 1 - F(23) = 0.018.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso

(e) Verdadeiro

5. **Questão**
A temperatura com que um meteorito atinge o solo é uma variável aleatória com função de distribuição acumulada

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^3, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1. \end{cases} \tag{2}$$

Segundo esse modelo, qual é a proporção de meteoritos que atingem o solo com temperatura entre 0.6 e 1.4?

(a) 0.784
(b) 0.768
(c) 0.216
(d) 0.729
(e) 0.512

Solução
Basta observar que tal proporção é dada por

$$P(0.6 \leq X \leq 1.4) = F(1.4) - F(0.6) = 0.784.$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
O tempo de vida de uma pessoa com uma certa doença segue uma variável aleatória X com função de distribuição acumulada

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1 - e^{-(\frac{x}{70})^3}, & x \geq 0. \end{cases} \tag{3}$$

Qual é a probabilidade de uma dessas pessoas viver mais do que 65 anos?

(a) 0.432
(b) 0.440
(c) 0.568
(d) 0.551
(e) 0.449

Solução
Basta observar que tal proporção é dada por

$$P(X \geq 65) = 1 - F(65) = 0.449.$$

(a) Falso
(b) Falso

(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

7. **Questão**
O rendimento de um determinado investimento é uma variável aleatória com Função de Distribuição Acumulada
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x}{2000}, & 0 \leq x < 2000, \\ 1, & x \geq 2000. \end{cases}$$
Segundo esse modelo, qual é a probabilidade que o investimento gere um rendimento entre 1784 e 2143?

(a) 0.892
(b) 0.004
(c) 0.108
(d) 0.086
(e) 0.009

Solução
Basta observar que tal probabilidade é dada por
$$P(1784 \leq X \leq 2143) = F(2143) - F(1784) = 0.108.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
Estima-se que no Brasil, há cerca de 40 mil adultos interessados em adoção. A idade da criança ao ser adotada é uma variável aleatória com Função de Distribuição Acumulada
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{0.49}{7-x}, & 0 \leq x < 6, \\ \frac{5.88}{18-x}, & 6 \leq x \leq 12, \\ 1, & x > 12. \end{cases}$$
Segundo esse modelo, qual é a probabilidade de uma criança adotada, selecionada ao acaso, ter sido adotada com idade entre 3 e 13 anos?

(a) 0.122
(b) 0.878
(c) 0.860
(d) 0.080
(e) 0.079

Solução
Basta observar que tal proporção é dada por
$$P(3 \leq X \leq 13) = F(13) - F(3) = 0.878.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Uma empresa de energia constatou que panes na rede de distribuição elétrica estão se concentrando em um determinado trecho, seguindo uma distribuição Uniforme $X \sim U[a, 10]$, cuja Função de Distribuição Acumulada é

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ \frac{x-a}{10-a}, & a \leq x < 10, \\ 1, & x \geq 10. \end{cases}$$

Sabendo que $P(X \leq 7) = 0.625$, qual o valor de a?

(a) 2.000
(b) 0.625
(c) 1.000
(d) 4.000
(e) 0.020

Solução
Sabe-se que

$$P(X \leq 7) = 0.625.$$

Dessa forma, tem-se que $\frac{7-a}{10-a} = 0.625$. Portanto, $a = 2$.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
A dureza, na escala Rockwel, de uma liga metálica pode ser descrita como uma variável aleatória Uniforme no intervalo (a,80), cuja Função de Distribuição Acumulada é variável Uniforme $X \sim U(a, 80)$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ \frac{x-a}{80-a}, & a \leq x < 80, \\ 1, & x \geq 80. \end{cases}$$

Sabendo que $P(X \leq 59) = 0.618$, qual o valor de a?

(a) 0.618
(b) 625.000
(c) 18.000
(d) 0.472
(e) 25.000

Probabilidade e Estatística

Solução
Sabe-se que

$$P(X \leq 59) = 0.618.$$

Dessa forma, tem-se que $\frac{59-a}{80-a} = 0.618$. Portanto, $a = 25$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

TEMA 13

MOMENTOS DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS DISCRETAS

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Seja X o tempo (em minutos) por dia durante o qual um equipamento elétrico é utilizado em carga máxima. Sua função de densidade é dada a seguir.

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{150^2}, & \text{se } \; 0 \leq x \leq 150; \\ \frac{300-x}{150^2}, & \text{se } \; 150 < x \leq 300; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

   Qual é o tempo esperado de utilização em carga máxima desse equipamento em um dia?

   (a) 200
   (b) 150
   (c) 100
   (d) 146
   (e) 127

   Solução
   Note que o resultado segue também da simetria da densidade (análise gráfica).

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \\ &= \frac{1}{150^2}\left(\int_0^{150} x^2dx + \int_{150}^{300} x(300-x)dx\right) \\ &= \frac{1}{150^2}\left(\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{150} + \left[300\frac{x^2}{2}\right]_{150}^{300} - \left[\frac{x^3}{3}\right]_{150}^{300}\right) \\ &= 150 \text{ minutos.} \end{aligned}$$

   (a) Falso
   (b) Verdadeiro
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
   Suponha que o tempo (em minutos) que um forno elétrico leva para alcançar sua temperatura ideal seja uma variável aleatória X com função de densidade dada a seguir.

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2450}x, & \text{se } \; 0 < x \leq 70; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

   Qual é a variância do tempo X?

   (a) 272
   (b) 2450
   (c) 2403
   (d) 60
   (e) 2178

Solução

$$
\begin{aligned}
E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \frac{1}{2450}\int_{0}^{70} x^2 dx = 47. \\
E(X^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx = \frac{1}{2450}\int_{0}^{70} x^3 dx = 2450. \\
Var(X) &= E(X^2) - [E(X)]^2 = 272.
\end{aligned}
$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Suponha que a duração (em horas) de certa válvula seja uma variável aleatória X com função densidade $f(x) = 1536x^{-4}$ para $x > 8$, e zero caso contrário. Qual é o tempo de vida esperado (em horas) dessa válvula?

(a) 1.0
(b) 12.0
(c) 128.0
(d) 351.0
(e) 192.0

Solução
Pela definição de Esperança matemática,

$$
E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = 1536\int_{8}^{\infty} x^{-3}dx = 12\text{horas}.
$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Seja X uma variável aleatória contínua cuja função de distribuição acumulada (fda) é dada por

$$
F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0; \\ x^2/121, & \text{se } 0 \leq x \leq 11; \\ 1, & \text{se } x > 11. \end{cases}
$$

Qual o valor de $E(X)$?

(a) 22.00
(b) 3.67
(c) 1.00

(d) 30.25
(e) 7.33

Solução
A função de densidade dessa variável aleatória é dada por $f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \frac{2x}{121}$.
Portanto, sua esperança é

$$E(X) = \int_0^{11} xf(x)\,dx = \frac{2}{121}\int_0^{11} x^2\,dx = \frac{2}{121} \times \frac{1331}{3} = 7.33.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

5. **Questão**
Seja X uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade acumulada:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < -1 \\ 1/8, & \text{se } -1 \leq x < -0.5 \\ 1/2, & \text{se } -0.5 \leq x < 4 \\ 1, & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$$

O valor de $E(X)$ é

(a) 3.625
(b) 1.625
(c) 2.313
(d) 6.313
(e) 1.688

Solução
X é uma variável aleatória discreta assumindo valores com probabilidade positiva nos pontos de salto da função de distribuição, ou seja, nos valores -1, -0.5 e 4. As probabilidades são dadas por
$P(X = -1) = \frac{1}{8} - 0 = \frac{1}{8}$
$P(X = -0.5) = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$
$P(X = 4) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Logo, $E(X) = -1 \times \frac{1}{8} + -0.5 \times \frac{3}{8} + 4 \times \frac{1}{2} = 1.6875$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

Probabilidade e Estatística

6. **Questão**
   Seja X uma variável aleatória contínua com função de densidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{\exp(x)}{90}, & \text{se } 0 \leq x \leq 4.511; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

   Qual é a valor esperado de X?

   (a) 13.45
   (b) 3.56
   (c) 12.67
   (d) 26.12
   (e) 0.70

   Solução

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \\ &= \frac{1}{90}\left(\int_0^{4.511} x\exp(x)\right) dx \\ &= \frac{1}{90}\left[x\exp(x) - \int \exp(x)dx\right]_0^{4.511} \\ &= \frac{1}{90}\left[(\exp(4.511)(4.511-1)) + 1\right] = 3.56. \end{aligned}$$

   Portanto,

$$E(X) = 3.56.$$

   (a) Falso
   (b) Verdadeiro
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

7. **Questão**
   Seja X uma variável aleatória contínua com função de densidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{5}{4x^2}, & \text{se } 1 \leq x \leq 5; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

   Qual é a a esperança de X?

   (a) 4.04
   (b) 8.14
   (c) 9.04
   (d) 5.00
   (e) 2.01

Solução

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \\ &= \frac{5}{4}\int_{1}^{5} \frac{1}{x}dx \\ &= \frac{5}{4}\left[\ln(x)\right]_1^5 \\ &= \frac{5}{4}\left[\ln(5)\right] = 2.01. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

8. **Questão**
Seja X uma variável aleatória contínua com função de densidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} 8\exp(-8(x-23)), & \text{se } \; 23 \le x \le \infty; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Qual é a variância de X?

(a) 0.125
(b) 0.016
(c) 64.000
(d) 0.023
(e) 8.000

Solução
Seja $Y = X - 23$, então, pelas propriedades da variância,

$$V(Y) = V(X - 23) = V(X).$$

Por outro lado, $Y \sim \exp(8)$. Daí, segue que $V(X) = V(Y) = \frac{1}{8^2} = 0.016$.

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Seja X uma variável aleatória contínua com função de densidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^2}, & \text{se } \; 0 \le x \le \theta; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Qual é a variância de X, se $\theta = 25$?

(a) 312.50
(b) 590.28
(c) 277.78
(d) 34.72
(e) 31.25

Solução

$$\begin{aligned}
E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \\
&= \int_0^{\theta} \frac{2x^2}{\theta^2} dx \\
&= \frac{2}{\theta^2} \int_0^{\theta} x^2 dx \\
&= \frac{2}{\theta^2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{\theta} \\
&= \frac{2}{3}\theta = 16.67.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(X^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx \\
&= \int_0^{\theta} \frac{2x^3}{\theta^2} dx \\
&= \frac{2}{\theta^2} \int_0^{\theta} x^3 dx \\
&= \frac{2}{\theta^2} \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^{\theta} \\
&= \frac{\theta^2}{2} = 312.5.
\end{aligned}$$

Portanto,

$$Var(X) = E(X^2) - [E(x)]^2 = \frac{\theta^2}{2} - \frac{4}{9}\theta^2 = 34.72.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

10. **Questão**
Seja X uma variável aleatória contínua com função de densidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & \text{se } 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Qual é a variância de X, se $\theta = 3$?

Probabilidade e Estatística

(a) 1.16
(b) 0.60
(c) 0.56
(d) 0.04
(e) 0.34

Solução

$$\begin{aligned}E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx\\ &= \int_0^1 x\theta x^{\theta-1}dx\\ &= \theta\int_0^1 x^{\theta}dx\\ &= \frac{\theta}{\theta+1}\left[x^{\theta+1}\right]_0^1\\ &= \frac{\theta}{\theta+1} = 0.75.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E(X^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2f(x)dx\\ &= \int_0^1 x^2\theta x^{\theta-1}dx\\ &= \theta\int_0^1 x^{\theta+1}dx\\ &= \frac{\theta}{\theta+2}\left[x^{\theta+2}\right]_0^1\\ &= \frac{\theta}{\theta+2} = 0.6.\end{aligned}$$

Portanto,

$$Var(X) = E(X^2) - [E(x)]^2 = \frac{\theta}{\theta+2} - \frac{\theta^2}{(\theta+1)^2} = \frac{\theta}{(\theta+2)(\theta+1)^2} = 0.04.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

TEMA 14

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Sabe-se que o tempo de vida útil das válvulas de uma certa marca de amplificador é exponencialmente distribuído com média de 51 meses. O guitarrista da banda "Probabilistas do Sucesso" usou sua guitarra por 41 meses seguidos e sua banda ainda tem mais 10 meses para fechar a turnê. A probabilidade de que a banda termine sua turnê sem necessidade de trocar as válvulas é aproximadamente:

   (a) 0.18
   (b) 0.82
   (c) 0.50
   (d) 0.45
   (e) 0.85

   Solução
   Seja X a variável aleatória que representa o tempo de vida útil das válvulas. Sabemos que $E(X) = 51$, então $X \sim \text{Exp}(1/51)$. Como a função distribuição da variável aleatória X é $F(x) = 1 - e^{-0.020x}$, segue que a probabilidade desejada é dada por

$$
\begin{aligned}
P(X > 41 + 10 | X > 41) &= P(X > 10) \\
&= 1 - F(10) \\
&= 1 - (1 - e^{-0.020 \times 10}) \\
&= 0.82
\end{aligned}
$$

   (a) Falso
   (b) Verdadeiro
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
   Sabe-se que o tempo de vida útil de uma certa marca de lâmpadas é exponencialmente distribuído com média de 28 meses. Uma empresa espera que suas lâmpadas durem pelo menos 27 meses para que seu lucro não seja prejudicado. Se a empresa utilizou lâmpadas desta marca, qual a probabilidade de que uma lâmpada, em particular, não gere prejuízo se já sobreviveu 21 meses?

   (a) 0.47
   (b) 0.30
   (c) 0.81
   (d) 0.19
   (e) 0.98

   Solução
   Seja X a variável aleatória que representa o tempo de vida útil das lâmpadas. Sabemos que $E(X) = 28$, então $X \sim \text{Exp}(1/28)$. Como a função distribuição da variável aleatória X é $F(x) = 1 - e^{-0.036x}$, segue que a probabilidade desejada é dada por

$$
\begin{aligned}
P(X > 21 + 6 | X > 21) &= P(X > 6) \\
&= 1 - F(6) \\
&= 1 - (1 - e^{-0.036 \times 6}) \\
&= 0.81
\end{aligned}
$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
O tempo de cada atendimento no caixa de um banco é exponencialmente distribuído com média de 14 minutos. O banco tem apenas 1 caixa funcionando e você é o próximo da fila, sendo que o último cliente foi chamado há 23 minutos. Suponha que, para não perder seu compromisso, você precisa ser chamado em, no máximo, mais 12 minutos. Considerando que você não desistirá da fila, qual a probabilidade de você conseguir ir ao compromisso?

(a) 1.000
(b) 0.807
(c) 0.576
(d) 0.918
(e) 0.424

Solução
Seja X o tempo de atendimento no caixa do banco, então $X \sim \text{Exp}(0.0714)$. Utilizando a propriedade de perda de memória da distribuição exponencial, tem-se que

$$P(X \leq 12 + 23 | X > 23) = P(X \leq 12) = 1 - \exp(-0.0714 \times 12) = 0.576.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Sabe-se que o tempo de vida útil de uma certa marca de baterias automobilísticas é exponencialmente distribuído com média de 3 anos. Uma montadora precisa que as baterias que usa em seus veículos durem pelo menos 3 anos para que seu lucro não seja prejudicado. Se a montadora utilizou baterias da referida marca, qual a probabilidade de que uma dada bateria não gere prejuízo se já sobreviveu 2 anos?

(a) 0.629
(b) 0.283
(c) 0.717
(d) 0.513
(e) 0.059

Solução
Seja X a variável aleatória que representa o tempo de vida útil das baterias, então, como $E(X) = 3$, sabemos que $X \sim \text{Exp}(1/3)$. Como a função de distribuição acumulada da variável aleatória X é $F(x) = 1 - e^{-0.333x}$, segue, pela propriedade de *perda de memória da Exponencial*, que a probabilidade desejada é dada por

$$\begin{aligned} P(X > 2 + 1 | X > 2) &= P(X > 1) \\ &= 1 - F(1) \\ &= 1 - (1 - e^{-0.333 \times 1}) \\ &= 0.717 \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
Sabe-se que o tempo de vida útil dos refis de uma certa marca de purificadores de água é exponencialmente distribuído com média de 3 anos. Gustavo já usou seu refil da referida marca por 2 anos seguidos. Qual é a probabilidade de que Gustavo não necessite trocar o refil de seu purificador de água nos próximos 4 anos?

(a) 0.736
(b) 0.264
(c) 0.720
(d) 0.819
(e) 0.108

Solução
Seja X a variável aleatória que representa o tempo de vida útil dos refis, então, como $E(X) = 3$, sabemos que $X \sim \text{Exp}(1/3)$. Como a função de distribuição da variável aleatória X é $F(x) = 1 - e^{-0.333x}$, segue, pela propriedade de *perda de memória da Exponencial*, que a probabilidade desejada é dada por

$$\begin{aligned} P(X > 2+4|X > 2) &= P(X > 4) \\ &= 1 - F(4) \\ &= 1 - (1 - e^{-0.333 \times 4}) \\ &= 0.264 \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
Sabe-se que o tempo de vida útil das lâmpadas dos projetores da marca Vision é exponencialmente distribuído com média de 57 meses. Se o pequeno cinema da cidade de Carangola (MG) já usou seu projetor Vision por 46 meses, então a probabilidade de que o cinema não tenha que trocar a lâmpada de seu projetor nos próximos 10 meses é:

(a) 0.755
(b) 0.067
(c) 0.161
(d) 0.839
(e) 0.446

Solução
Seja X a variável aleatória que representa o tempo de vida útil das lâmpadas de projeção, então, como $E(X) = 57$, sabemos que $X \sim \text{Exp}(1/57)$. Como a função de distribuição da variável aleatória X é $F(x) = 1 - e^{-0.018x}$, segue, pela propriedade de *perda de memória da Exponencial*, que a probabilidade desejada é dada por

$$\begin{aligned} P(X > 46 + 10 | X > 46) &= P(X > 10) \\ &= 1 - F(10) \\ &= 1 - (1 - e^{-0.018 \times 10}) \\ &= 0.839 \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

7. **Questão**
Seja X uma variável aleatória com distribuição exponencial com parâmetro $\lambda = 7$. Qual o valor de $E(X - 20)^2$?

(a) 394.44
(b) 387.20
(c) 404.42
(d) 399.98
(e) 397.22

Solução
Como $X \sim Exp(7)$, $\text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{7^2} = 0.02$ e $E(X) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{7}$. Além disso, $\text{Var}(X) = E\left(X^2\right) - [E(X)]^2$, nós temos que

$$E\left(X^2\right) = \text{Var}(X) + [E(X)]^2 = 0.04.$$

A partir do resultado acima segue que

$$\begin{aligned} E\left(X - 20\right)^2 &= E\left(X^2 - 40X + 20^2\right) \\ &= E\left(X^2\right) - 40E(X) + 20^2 \\ &= 0.04 - 5.6 + 400 \\ &= 394.44 \end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
Considere uma variável aleatória distribuída exponencialmente com variância igual a 64. Qual é o valor de $P(X \leq 10)$?

(a) 0.287
(b) 0.777
(c) 1.000
(d) 0.713
(e) 0.000

Solução
Se $X \sim \exp(\lambda)$, então $V(X) = 1/\lambda^2$. Portanto, se $V(X) = 64$, $X \sim \text{Exp}(0.125)$. Daí,

$$P(X \leq 10) = 1 - \exp\left(-0.125 \times 10\right) = 0.713.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

9. **Questão**
Sabendo que $P(X \leq x) = 1 - \exp(-\lambda x)$, e $F(5) = 0.632$, qual é a variância dessa variável aleatória?

(a) 0.20
(b) 0.04
(c) 5.00
(d) 50.00
(e) 25.00

Solução
Para encontrar o valor de λ, basta resolver:

$$\begin{aligned}
\exp(-5\lambda) &= 0.368 \\
-5\lambda &= ln(0.368) \\
\lambda &= \frac{-ln(0.368)}{5} = 0.2.
\end{aligned}$$

Portanto, $X \sim \text{Exp}(0.2)$, e

$$Var(X) = \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{0.04} = 25.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

10. **Questão**
A distribuição acumulada da variável aleatória X é tal que $P(X \leq x) = 1 - \exp(-\lambda \times x)$, e $F(5) = 0.426$. Qual a variância de X?

(a) 162.000
(b) 9.000

(c) 0.012

(d) 81.000

(e) 0.111

Solução
Para encontrar o valor de λ, basta resolver:

$$\begin{aligned} 1 - \exp(-\lambda \times 5) &= 0.426 \\ \exp(-\lambda \times 5) &= 0.574 \\ -\lambda \times 5 &= ln(0.574) \\ \lambda &= \frac{-\ln(0.574)}{5} = 0.1111. \end{aligned}$$

Portanto, $X \sim \text{Exp}(0.1111)$.

$$Var(X) = \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{0.012} = 81.$$

(a) Falso

(b) Falso

(c) Falso

(d) Verdadeiro

(e) Falso

TEMA 15

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Seja X uma variável aleatória com distribuição normal de média 4 e variância 12. O valor de k tal que $P(4-k<X<4+k)=0.88124$ é, aproximadamente:

   (a) 14.16
   (b) 4.09
   (c) 5.40
   (d) 1.56
   (e) 18.72

   Solução
   Como $X \sim N(4,12)$, nós temos que

$$
\begin{aligned}
&P\,(4-k<X<4+k)=0.88124 \iff \\
&P\left(-\frac{k}{\sqrt{12}}<\frac{X-(4)}{\sqrt{12}}<\frac{k}{\sqrt{12}}\right)=0.88124 \iff \\
&2P\left(Z<\frac{k}{\sqrt{12}}\right)-1=0.88124 \iff \\
&P\left(Z<\frac{k}{\sqrt{12}}\right)=0.94062
\end{aligned}
$$

   Na tabela da Normal, podemos ver que o quantil de ordem 0.94062 é 1.56. Desse modo,

$$\frac{k}{\sqrt{12}}=1.56$$

   e, portanto,

$$k=1.56\times\sqrt{12}=5.40.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
   Suponha que a altura, em centímetros, de uma pessoa selecionada ao acaso de uma população distribui-se normalmente. Visto que $P(X\leq 159)=0.5$ e $P(X\leq 151)=0.2005$, qual é a probabilidade de uma pessoa ao acaso ter altura superior a 163cm?

   (a) 0.1038
   (b) 0.3015
   (c) 0.3372
   (d) 0.3745
   (e) 0.4840

Solução
Visto que $P(X \leq 159) = 0.5$, então a média da variável X é $E(X) = 159$.
Além disso, tem-se que $P(X \leq 151) = 0.2005$, e pela tabela da distribuição Normal padrão, $P(Z \leq -0.84) \approx 0.2005$. Então,

$$\frac{151 - 159}{\sigma} = -0.84$$

Portanto,

$$\sigma = \frac{151 - 159}{-0.84} = 9.5238.$$

Logo,

$$P(X > 163) = 1 - P(Z \leq 0.42) = 0.3372.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Seja X uma variável aleatória com distribuição normal de média 41 e variância 94. Qual o valor de $E(X-8)^2$?

(a) 1183
(b) 1417
(c) 1617
(d) -1851
(e) 1089

Solução
Como $X \sim N(41, 94)$ e $\text{Var}(X) = E\left(X^2\right) - [E(X)]^2$, nós temos que

$$E\left(X^2\right) = \text{Var}(X) + [E(X)]^2 = 1775.$$

A partir do resultado acima segue que

$$\begin{aligned} E(X-8)^2 &= E\left(X^2 - 16X + 8^2\right) \\ &= E\left(X^2\right) - 16E(X) + 8^2 \\ &= 1775 - (656) + 64 \\ &= 1183 \end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

4. **Questão**

   O lucro diário (em milhares de reais) de uma corretora na bolsa de valores é dado por $L = 2L_a + 3L_i + 1L_c$, onde L_a, L_i e L_c representam, respectivamente, os lucros diários nos setores de agricultura, indústria e comércio. Considere que $L_a \sim N(1, 4)$, $L_i \sim N(4, 16)$ e $L_c \sim N(5, 25)$, onde $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ denota uma variável Normal com média μ e variancia σ^2. Assumindo independência entre os 3 setores, qual é a probabilidade de um lucro diário acima de 14 mil?

   (a) 0.644
   (b) 0.359
   (c) 0.641
   (d) 0.595
   (e) 0.356

   Solução

   Visto que $L = 2L_a + 3L_i + 1L_c$, então $L \sim N(\mu, \sigma)$, onde

   $$\mu = 2\mu_a + 3\mu_i + 1\mu_c = 19$$

   $$\sigma = \sqrt{(2\sigma_a)^2 + (3\sigma_i)^2 + (1\sigma_c)^2} = 13.6015.$$

   Portanto, $P(L > 14) = 1 - P(L \leq 14) = 1 - P(Z \leq -0.37) = 0.644$.

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

5. **Questão**

   Pelas normas atuais que regem a fabricação de elevadores no Brasil, cada passageiro corresponde a 75 quilos, ou seja, em um elevador com capacidade para transportar 8 passageiros, o limite de carga é de 600 quilos. Considerando que o peso dos homens brasileiros (em KG) tem distribuição Normal com média 70 e desvio padrão 13, isso é, $X \sim N(\mu = 70, \sigma^2 = 169)$, qual é a probabilidade de um grupo de 9 homens (com pesos independentes entre si) ultrapassar a capacidade de carga nominal de um elevador construído para transportar 8 pessoas?

   (a) 0.779
   (b) 0.500
   (c) 0.603
   (d) 0.397
   (e) 0.221

   Solução

   Sabe-se que $Y = \sum_{i=1}^{9} X_i \sim N(\mu_Y = 9\mu = 630, \sigma_Y^2 = \sqrt{9\sigma^2} = 39)$, onde X_i é o peso do i-ésimo passageiro na amostra.

   Portanto, $P(Y > 8{*}75) = 1 - P(Y \leq 600) = 1 - P(Z \leq \frac{600-630}{39}) = 1 - P(Z \leq -0.769) = 0.779$.

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso

(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
Uma fábrica de carros sabe que seus motores têm duração Normal com média 25000 km e desvio padrão de 100 km. Se a fábrica substitui o motor que apresenta duração inferior à garantia, qual deve ser esta garantia para que a porcentagem de motores substituídos seja de 1.43%?

(a) 24781
(b) 25719
(c) 25219
(d) 21046
(e) 24949

Solução
Pelo enunciado,

$$P(X \leq \alpha) = P\left(Z \leq \frac{\alpha - \mu}{\sigma}\right) = 0.0143,$$

onde α é o quantil desejado e Z é uma variável aleatória com distribuição Normal padrão.
Da tabela da distribuição Normal padrão, temos que

$$\frac{\alpha - \mu}{\sigma} = -2.19 \Rightarrow \alpha = -2.19 \times 100 + 25000 = 24781.$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

7. **Questão**
Um estudante de medicina, aluno de Iniciação à Pesquisa Científica, resolveu fazer um levantamento sobre o crescimento e desenvolvimento de crianças na área de abrangência de uma unidade básica de saúde (UBS). Constatou-se que 50% das crianças tinha estatura abaixo de 148 cm e 48.21% estão entre 148 e 183.7 cm. Calcule a média e o desvio padrão dessa distribuição.

(a) 141 e 26
(b) 147 e 17
(c) 148 e 17
(d) 147 e 16
(e) 148 e 27

Solução
Como $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, onde X representa a altura das crianças dessa sub-população, e $P(X \leq 148) = 0.5$, temos que $\mu = 148$.
Seja $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$, então $Z \sim N(0, 1)$. Como $P(X < 183.7) = 98.21\%$, pela tabela da Normal padrão,

$$P(Z \leq z) = 0.9821 \rightarrow \frac{183.7 - 148}{\sigma} = 2.1 \rightarrow \sigma = 17.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
Uma empresa que produz televisores garante a restituição da quantia paga se qualquer televisor apresentar defeito grave no prazo de seis meses. Suponha que os compradores sempre solicitarão essa restituição, e que o tempo para ocorrência de algum defeito grave nos televisores tem distribuição Normal com média 18 meses e desvio padrão 5. Os televisores são produzidos com lucro de 1300, mas caso haja restituição, não há lucro (o lucro é zero). Calcule o lucro esperado para um televisor vendido.

(a) 1022
(b) 1289
(c) 1041
(d) 890
(e) 1300

Solução
Seja T o tempo de ocorrência de algum defeito grave em um televisor.
Pelo enunciado da questão, $T \sim N(\mu = 18, \sigma^2 = 25)$. Então,

$$\begin{aligned} P(\text{Não restituição}) &= P(Z > (6-18)/5) \\ &= P(Z > -2.4) \\ &= 1 - P(Z < -2.4) \\ &= 0.9918. \end{aligned}$$

Portanto, pela definição de Esperança Matemática, o lucro médio é de

$$1300 \times 0.9918 + 0 \times 0.0082 = 1289 \text{ Reais.}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Em uma linha de produção, o tamanho das peças automotivas produzidas segue distribuição normal de média 170 e variância 2. Sabendo que $P(170-k < X < 170+k) = 0.06$, indique o valor de k.

(a) 2.19
(b) 0.16
(c) 3.10
(d) 0.11
(e) 0.08

Solução
Como $X \sim N(170, 2)$, nós temos que

$$\begin{aligned}
&P\,(170 - k < X < 170 + k) = 0.06 \iff \\
&P\left(-\frac{k}{\sqrt{2}} < \frac{X - 170}{\sqrt{2}} < \frac{k}{\sqrt{2}}\right) = 0.06 \iff \\
&2P\left(Z < \frac{k}{\sqrt{2}}\right) - 1 = 0.06 \iff \\
&P\left(Z < \frac{k}{\sqrt{2}}\right) = 0.53
\end{aligned}$$

Na tabela da Normal, podemos ver que o quantil de ordem 0.53 é 0.08. Desse modo,

$$\frac{k}{\sqrt{2}} = 0.08$$

e, portanto,

$$k = 0.08 \times \sqrt{2} = 0.11.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

10. **Questão**
Uma loja hortifruti sabe que a duração de bananas (tempo até a fruta começar a apodrecer), em dias, tem distribuição Normal com média 6 e desvio padrão de 2. Se a loja retorna ao fornecedor as bananas que começam a apodrecer antes do tempo mínimo pré-estabelecido, qual deve ser esse tempo para que a porcentagem de bananas devolvidas seja de 17.36%?

(a) 4.86
(b) 7.88
(c) 6.77
(d) 4.12
(e) 17.88

Solução
Pelo enunciado,

$$P(X \leq \alpha) = P\left(Z \leq \frac{\alpha - \mu}{\sigma}\right) = 0.1736,$$

onde α é o quantil desejado e Z é uma variável aleatória com distribuição Normal padrão. Da tabela da distribuição Normal padrão, temos que

$$\frac{\alpha - \mu}{\sigma} = -0.94 \Rightarrow \alpha = -0.94 \times 2 + 6 = 4.12.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

TEMA 16

APROXIMAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL PELA NORMAL

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Sabe-se que determinado jogador de basquete acerta, em média, 56% dos seus lances livres, sendo cada tentativa independente das demais. Qual é a probabilidade de que ele tenha êxito em pelo menos metade das vezes em 50 lances livres? (Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição Normal.)

   (a) 0.078
   (b) 0.595
   (c) 0.198
   (d) 0.802
   (e) 0.544

   Solução
   Seja X o número de cestas convertidas, então $X \sim \text{Bin}(n, p)$, onde $n = 50$ e $p = 0.56$. Visto que np e $n(1-p)$ são suficientemente grandes, é possivel utilizar a aproximação da Binomial pela Normal
   $$\text{Bin}(n, p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$
   Logo, $X \sim N(28, 3.51)$. E probabilidade desejada é dada por
   $$P(X \geq 25) = 1 - P(X < 25) = 1 - P(Z < -0.85) = 0.802.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro
   (e) Falso

2. **Questão**
   Um dado agente de telemarketing consegue vender seu produto, em média, para 17% dos clientes contactados. Cada venda lhe rende 3 reais. Além desse valor fixo, para estimular os funcionários, a empresa onde trabalha oferece uma gratificação extra de 100 reais para aqueles que conseguirem realizar ao menos 190 vendas no mês. Caso faça 1000 ligações, qual é a probabilide aproximada do agente receber, no total, ao menos 670 reais em um único mês? (Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição Normal.)

   (a) 1.000
   (b) 0.009
   (c) 0.055
   (d) 0.888
   (e) 0.883

   Solução
   Seja X o número de vendas realizadas, então $X \sim \text{Bin}(n, p)$, onde $n = 1000$ e $p = 0.17$. Visto que np e $n(1-p)$ são suficientemente grandes, é possivel utilizar a aproximação da Binomial pela Normal
   $$\text{Bin}(n, p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$
   Logo, $X \sim N(170, 11.88)$, aproximadamente. O agente receberá 670 reais ou mais se realizar ao menos 190 vendas no mês.

   Portanto, a aproximação da Binomial pela Normal é dada por
   $$1 - P(X \leq 189) = 0.055.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Suponha que lançamos uma moeda honesta 200 vezes. Obtenha a probabilidade (aproximada) do número de caras estar entre 80 e 104 dos lançamentos (incluindo os extremos). (Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição Normal.)

(a) 0.713
(b) 0.998
(c) 0.198
(d) 0.284
(e) 0.476

Solução
Se X denota o número de caras obtidas após os 200 lançamentos, temos que

$$X \sim Bin(200, 0.5).$$

Queremos calcular

$$\begin{aligned} P(80 \leq X \leq 104) &\approx \Phi\left(\frac{104-100}{7.071}\right) - \Phi\left(\frac{80-100}{7.071}\right) \\ &= \Phi(0.57) - \Phi(-2.83) \\ &= \Phi(0.57) - (1 - \Phi(2.83)) \\ &= \Phi(0.57) + \Phi(2.83) - 1 \\ &= 0.716 + 0.998 - 1 \\ &= 0.713. \end{aligned}$$

Note que $\sqrt{np(1-p)} = 7.071$ e $np = 100$.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Suponha que em uma fábrica de aparelhos de TV, um funcionário inspecione um lote de 350 TVs. Suponha também que a probabilidade de uma TV ser defeituosa em cada inspeção é de 0.04 (fixa) e que as TVs têm defeito ou não de forma independente umas das outras. Obtenha a probabilidade (aproximada) do número de TVs defeituosas estar entre 9 e 20, incluindo-se os extremos. (Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição Normal.)

(a) 0.863
(b) 0.051

(c) 0.198
(d) 0.913
(e) 0.299

Solução
Se X denota o número de defeitos obtidos após as 350 inspeções, temos que

$$X \sim Bin(350, 0.04).$$

Queremos calcular

$$\begin{aligned} P(9 \leq X \leq 20) &\approx \Phi\left(\frac{20-14}{3.666}\right) - \Phi\left(\frac{9-14}{3.666}\right) \\ &= \Phi(1.64) - \Phi(-1.36) \\ &= \Phi(1.64) - (1 - \Phi(1.36)) \\ &= \Phi(1.64) + \Phi(1.36) - 1 \\ &= 0.949 + 0.913 - 1 \\ &= 0.863. \end{aligned}$$

Note que $\sqrt{np(1-p)} = 3.666$ e $np = 14$.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
Um sistema é formado por 100 componentes, cada um dos quais com confiabilidade (probabilidade de funcionar adequadamente num certo período) igual a 0.89. Nesse contexto, qual é a probabilidade de que, ao final de um período, ao menos 88 componentes estejam funcionando? (Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição Normal.)

(a) 0.374
(b) 0.626
(c) 0.540
(d) 0.504
(e) 0.384

Solução
Seja X o número de componentes que funcionaram adequadamente durante todo o período, então $X \sim Bin(100, 0.89)$,

$$E(X) = np = 100 \times 0.89 = 89$$

e

$$Var(X) = np(1-p) = 100 \times 0.89 \times 0.11 = 9.79.$$

Portanto, pela aproximação da Normal à Binomial,

$$P(X \geq 88) \approx P(Y \geq 88), \quad \text{sendo} \quad Y \sim N(\mu = 89, \sigma^2 = 9.79)$$

Logo,

$$P(Y \geq 88) = \left(\frac{Y-89}{3.1289} \geq \frac{88-89}{3.1289}\right) = P(Z \geq -0.32) = 0.626.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
Em um determinado município a prefeitura está considerando a possibilidade de adotar um pacote de medidas que visam proteger o ecossistema da região. Foram sorteados ao acaso 39 habitantes desse município para compor uma Comissão que irá examinar esse assunto. O critério de decisão é adotar o pacote se pelo menos 14 membros da Comissão se manifestarem favoravelmente. Admita que 42% dos habitantes do município são favoráveis ao pacote. Calcule a probabilidade de que ele seja aprovado. (Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição Normal.)

(a) 0.2200
(b) 0.5987
(c) 0.4013
(d) 0.7800
(e) 0.7020

Solução
Seja X o número de habitantes a favor do pacote de medidas, então $X \sim \text{Bin}(n, p)$, onde $n = 39$ e $p = 0.42$. Visto que np e $n(1-p)$ são suficientemente grandes, é possivel utilizar a aproximação da Binomial pela Normal

$$\text{Bin}(n, p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$

Logo, $X \sim N(16.38, 3.08)$. E probabilidade desejada é dada por

$= 1 - P\left(X < \frac{14-16.38}{3.082}\right)$
$= 1 - P(Z < -0.7722)$
$= 0.78.$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

7. **Questão**
A avaliação de desempenho dos alunos de uma disciplina da UnB é composta por 50 questões, cada uma com 5 alternativas. Considerando que o aluno selecione as alternativas de maneira aleatória (isso é, “chute" todas as questões), qual é a probabilidade de que ele acerte ao menos 14 questões? (Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição Normal.)

(a) 0.548
(b) 0.691
(c) 0.079
(d) 0.915
(e) 1.000

Solução
Seja X o número de questões respondidas corretamente, então $X \sim \text{Bin}(n, p)$, onde $n = 50$ e $p = 0.2$. Visto que np e $n(1-p)$ são suficientemente grandes, é possivel utilizar a aproximação da Binomial pela Normal

$$\text{Bin}(n, p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$

Logo, $X \sim N(10, 2.83)$. E probabilidade desejada é dada por

$= 1 - P\left(X < \frac{14-10}{2.828}\right)$
$= 1 - P(Z < 1.4142) = 0.079.$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
O Comitê organizador de um congresso científico reservou 3 hotéis para hospedar os 32 congressistas inscritos. Admita que cada congressista escolherá de forma aleatória e independente em qual dos 3 hotéis vai se hospedar. O primeiro dos hotéis tem capacidade para acomodar 9 pessoas. Qual a probabilidade de que ele consiga acomodar todos os congressistas que o procurarem? (Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição Normal.)

(a) 0.409
(b) 0.564
(c) 0.436
(d) 0.591
(e) 0.268

Solução
Seja X o número de congressistas que se dirigem ao primeiro hotel, então $X \sim \text{Bin}(n, p)$, onde $n = 32$ e $p = 0.33$. Visto que np e $n(1-p)$ são suficientemente grandes, é possivel utilizar a aproximação da Binomial pela Normal

$$\text{Bin}(n, p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$

Logo, $X \sim N(10.67, 2.67)$. E probabilidade desejada é dada por

$$P(X \leq 9) = P\left(Z \leq \frac{9 - 32 \times 0.33}{\sqrt{32 \times 0.33 \times 0.67}}\right) = P(Z < -0.62) = 0.268.$$

Logo, a probabilidade de que o primeiro hotel consiga acomodar todos os congressistas que o procurarem é 26.8%.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

9. **Questão**
O Departamento de Estatística verificou que, com base em sua experiência ao longo dos anos, 40% dos alunos ingressantes concluem o curso. Com base nessa afirmação, considerando independência entre os alunos, calcule a probabilidade de que menos de 37 dos 85 alunos ingressantes ao longo deste ano concluirão o curso. (Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição Normal.)

(a) 0.464
(b) 0.255
(c) 0.536
(d) 0.560
(e) 0.440

Solução
Seja X o número de alunos que concluirão o curso de Estatística, então $X \sim \text{Bin}(n, p)$, onde $n = 85$ e $p = 0.4$. Visto que np e $n(1-p)$ são suficientemente grandes, é possivel utilizar a aproximação da Binomial pela Normal

$$\text{Bin}(n, p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$

Logo, $X \sim N(34, 4.52)$. E probabilidade desejada é dada por

$$P(X \geq 37) = 1 - P\left(Z \leq \frac{37 - 85 \times 0.4}{\sqrt{85 \times 0.4 \times 0.6}}\right) = 1 - P(Z \leq 0.66) = 0.255.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
O governo de um certo estado do Brasil decidiu adotar um critério para a distribuição de verbas ligadas à área de Ensino Básico entre os seus municípios. Em cada município são sorteadas 33 escolas de 1° grau para serem inspecionadas com relação a diversos aspectos que procuram medir a qualidade da sua administração. Se o número de escolas aprovadas for no máximo 18, o município recebe uma dotação baixa. Qual a probabilidade de que um município onde 61% das escolas são bem administradas receba uma dotação baixa? (Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição Normal.)

(a) 0.4562
(b) 0.6064
(c) 0.3936
(d) 0.5438
(e) 0.2236

Solução
Seja X o número de escolas aprovadas nessa inspeção, então $X \sim \text{Bin}(n, p)$, onde $n = 33$ e $p = 0.61$. Visto que np e $n(1-p)$ são suficientemente grandes, é possivel utilizar a aproximação da Binomial pela Normal

$$\text{Bin}(n, p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$

Logo, $X \sim N(20.13, 2.8)$. E probabilidade desejada é dada por

$$P(X \leq 18) = P\left(Z \leq \frac{18 - 33 \times 0.61}{\sqrt{33 \times 0.61 \times 0.39}}\right) = P(Z \leq -0.76) = 0.224.$$

A probabilidade requerida é de 22.4%.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

TEMA 17

DISTRIBUIÇÃO CONDICIONAL DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS DISCRETAS

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Suponha que Filipe posta, no máximo, duas fotos no Instagram em um dia. Seja X o número de vezes que Filipe encontra sua namorada no dia e Y o número fotos postadas. A distribuição de probabilidades conjunta de X e Y é dada por:

X \ Y	1	2
0	0.04	0.46
1	0.11	0.13
2	0.01	0.25

   Qual a probabilidade de $P(X \leq 1|Y = 2)$?

   (a) 0.15
   (b) 0.84
   (c) 0.70
   (d) 0.59
   (e) 0.24

   Solução

   Da definição de probabilidade condicional, temos que

   $$\begin{aligned} P(X \leq 1|Y = 2) &= \frac{P(X \leq 1, Y = 2)}{P(Y = 2)} = \frac{P(X = 0, Y = 2) + P(X = 1, Y = 2)}{P(Y = 2)} \\ &= \frac{0.46 + 0.13}{0.46 + 0.13 + 0.25} = 0.7. \end{aligned}$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
   Considere uma cidade onde as famílias viajam no máximo três vezes ao ano. Seja X o número de viagens nacionais e Y o número de viajens internacionais. A distribuição de probabilidades conjunta de X e Y é dada por:

X \ Y	0	1
1	0.12	0.12
2	0.34	0.14
3	0.08	0.2

   Qual a probabilidade de $P(X \leq 2|Y = 1)$?

   (a) 0.46
   (b) 0.57
   (c) 0.68
   (d) 0.26

(e) 0.48

Solução

Da definição de probabilidade condicional, temos que

$$\begin{aligned} P(X \leq 2|Y=1) &= \frac{P(X \leq 2, Y=1)}{P(Y=1)} = \frac{P(X=1, Y=1) + P(X=2, Y=1)}{P(Y=1)} \\ &= \frac{0.12 + 0.14}{0.12 + 0.14 + 0.2} = 0.57. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Para um aluno de uma determinada universidade sejam X, a variável referente ao número de disciplinas em que ele se matriculou, e Y, o número de disciplinas em que ele conseguiu desempenho superior a 9 (numa escala de 0 a 10). A distribuição conjunta de X e Y segue abaixo:

X \ Y	1	2
4	0.03	0.11
5	0.05	0.67
6	0.06	0.08

Qual a probabilidade de $P(X \leq 5|Y=2)$?

(a) 0.48
(b) 0.08
(c) 0.91
(d) 0.78
(e) 0.72

Solução

Da definição de probabilidade condicional, temos que

$$\begin{aligned} P(X \leq 5|Y=2) &= \frac{P(X \leq 5, Y=2)}{P(Y=2)} = \frac{P(X=4, Y=2) + P(X=5, Y=2)}{P(Y=2)} \\ &= \frac{0.11 + 0.67}{0.11 + 0.67 + 0.08} = 0.91. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso

(e) Falso

4. **Questão**
A função de probabilidade conjunta de duas variáveis aleatórias discretas X e Y é dada por $p(x, y) = (x + 2y)/48$, onde x e y podem assumir valores inteiros tal que $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 3$, e $p(x, y) = 0$ em outro caso. Encontre $P(X \geq 1|Y \leq 2)$.

(a) 0.563
(b) 0.438
(c) 0.104
(d) 0.778
(e) 0.250

Solução

Veja que $P(Y = y) = \sum_x p(x, y)$ e que

$$P(X \geq 1|Y \leq 2) = \frac{P(X \geq 1, Y \leq 2)}{P(Y \leq 2)} = \frac{\sum_{x=1}^{2}\sum_{y=0}^{2} p(x, y)}{\sum_{y=0}^{2} P(Y = y)} = \frac{0.4375}{0.5625} = 0.778.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

5. **Questão**
São selecionados, aleatoriamente, 4 filmes de uma prateleira contendo 3 filmes de romance, 2 filmes de ação e 3 filmes de terror. Denote X o número de filmes românticos selecionados e Y o número de filmes de ação selecionados. A distribuição conjunta de X e Y é dada por

$X \setminus Y$	0	1	2
0	0	0.029	0.043
1	0.043	0.257	0.129
2	0.129	0.257	0.043
3	0.043	0.029	0

Encontre $P(0 \leq X \leq 1|Y \leq 1)$.

(a) 0.284
(b) 0.501
(c) 0.572
(d) 0.418
(e) 0.656

Solução
Note que $P(Y = y) = \sum_x p(x, y)$. Logo,

$$P(0 \leq X \leq 1|Y \leq 1) = \frac{P(0 \leq X \leq 1, Y \leq 1)}{P(Y \leq 1)} = \frac{\sum_{x=0}^{1}\sum_{y=0}^{1} p(x, y)}{\sum_{y=0}^{1} P(Y = y)} = \frac{0.329}{0.787} = 0.418.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

6. **Questão**
A tabela de distribuição conjunta exibida abaixo apresenta os dados fornecidos por uma empresa da indústria imobiliária. X e Y denotam, respectivamente, o número de quartos e o número de banheiros das casas disponíveis no mercado. Os valores na tabela representam a proporção de casas com cada uma das possíveis configurações. Supondo que uma dessas residências seja selecionada aleatoriamente, determine $P(X \geq 3|Y \geq 5)$.

$Y \setminus X$	2	3	4
2	0.021	0.171	0.031
3	0.158	0.04	0
4	0.002	0.03	0.253
5	0.139	0.112	0.043

(a) 0.353
(b) 0.155
(c) 0.527
(d) 0.381
(e) 0.112

Solução
Primeiro, devemos calcular as distribuições marginais de X e Y.

$Y \setminus X$	2	3	4	$P(Y = y)$
2	0.021	0.171	0.031	0.223
3	0.158	0.04	0	0.198
4	0.002	0.03	0.253	0.285
5	0.139	0.112	0.043	0.294
$P(X = x)$	0.32	0.353	0.327	1

Daí, segue que

$$P(X \geq 3|Y \geq 5) = \frac{P(X \geq 3, Y \geq 5)}{P(Y \geq 5)} = \frac{\sum_{x=3}^{4}\sum_{y=5}^{5} p(x,y)}{\sum_{y=5}^{5} P(Y = y)} = \frac{0.155}{0.294} = 0.527.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

7. **Questão**
Especialistas em reprodução humana afirmam que é possível manipular o pH do ambiente feminino para influenciar no sexo dos bebês que serão gerados. A tabela de distribuição conjunta exibida abaixo apresenta essas probabilidades após as manipulações. X e Y denotam, respectivamente, meninas e meninos. Determine $P(X \geq 1|Y \leq 0)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0.22	0.012	0.018
1	0.124	0.037	0.003
2	0.23	0.051	0.139
3	0.066	0.032	0.068

(a) 0.048
(b) 0.772
(c) 0.030
(d) 0.118
(e) 0.120

Solução
Primeiro, devemos calcular as distribuições marginais de X e Y.

$Y \setminus X$	0	1	2	$P(Y = y)$
0	0.22	0.012	0.018	0.25
1	0.124	0.037	0.003	0.164
2	0.23	0.051	0.139	0.42
3	0.066	0.032	0.068	0.166
$P(X = x)$	0.64	0.132	0.228	1

Daí, segue que

$$P(X \geq 1|Y \leq 0) = \frac{P(X \geq 1, Y \leq 0)}{P(Y \leq 0)} = \frac{\sum_{x=1}^{2} \sum_{y=0}^{0} p(x, y)}{\sum_{y=0}^{0} P(Y = y)} = \frac{0.030}{0.250} = 0.120.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

8. **Questão**
A tabela de distribuição conjunta exibida abaixo apresenta os dados fornecidos por uma empresa da indústria automotiva. X e Y denotam, respectivamente, a quantidade de seguros contratados e o número de vendas de automóveis por semana. Determine $P(X \geq 3|Y = 3)$.

$Y \setminus X$	2	3	4
2	0.053	0.036	0.23
3	0.072	0.005	0.03
4	0.073	0.112	0.072
5	0.287	0.006	0.024

(a) 0.035
(b) 0.047
(c) 0.327
(d) 0.123
(e) 0.096

Solução
Primeiro, devemos calcular as distribuições marginais de X e Y.

$Y \setminus X$	2	3	4	$P(Y = y)$
2	0.053	0.036	0.23	0.319
3	0.072	0.005	0.03	0.107
4	0.073	0.112	0.072	0.257
5	0.287	0.006	0.024	0.317
$P(X = x)$	0.485	0.159	0.356	1

Daí, segue que

$$P(X \geq 3|Y = 3) = \frac{P(X \geq 3, Y = 3)}{P(Y = 3)} = \frac{\sum_{x=3}^{4} p(x, 3)}{P(Y = 3)} = \frac{0.035}{0.107} = 0.327.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Duas linhas de produção fabricam um certo tipo de peça. Suponha que a capacidade em qualquer dia seja 2 peças na linha A e 3 peças na linha B. X e Y denotam, respectivamente, o número de peças produzido pelas linhas A e B em um dado dia. Com base na tabela a seguir da distribuição conjunta de X e Y, determine $P(X \geq Y|Y \leq 8)$.

$X \setminus Y$	8	9	10
8	0.025	0.005	0.227
9	0.102	0.075	0.064
10	0.248	0.041	0.213

(a) 0.375
(b) 0.625
(c) 0.000
(d) 0.526
(e) 1.000

Solução
Primeiro, devemos calcular as distribuições marginais de X e Y.

$X \setminus Y$	8	9	10	$P(X = x)$
8	0.025	0.005	0.227	0.257
9	0.102	0.075	0.064	0.241
10	0.248	0.041	0.213	0.502
$P(Y = y)$	0.375	0.121	0.504	1

Daí, segue que

$$P(X \geq Y|Y \leq 8) = \frac{P(X \geq Y, Y \leq 8))}{P(Y \leq 8)} = \frac{\sum_{x=y}^{10} = p(x,y)}{\sum_8^8 P(Y = y)} = \frac{0.375}{0.375} = 1.000.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

10. **Questão**
Para melhor atender a demanda de pacientes no país, foram levantados dados relacionados a quantidade de leitos nos hospitais de cada região. Seja A a variável referente ao número de hospitais e B o total de leitos nos hospitais, com base na tabela da distribuição conjunta de X e Y apresentada abaixo, determine $P(B > 150|A = 4)$.

$B \setminus A$	1	2	3	4	5
50	0.046	0.077	0	0.03	0.017
100	0.03	0.039	0.087	0.012	0.055
150	0.049	0.034	0.034	0.079	0.109
200	0.003	0.065	0.001	0.011	0.004
250	0.05	0.076	0.016	0.062	0.011

(a) 0.189
(b) 0.376
(c) 0.437
(d) 0.407
(e) 0.152

Solução
Primeiro, devemos calcular as distribuições marginais de A e B.

k	1	2	3	4	5
P(A = k)	0.178	0.291	0.138	0.194	0.196

e

k	50	100	150	200	250
P(B = k)	0.17	0.223	0.305	0.084	0.215

Daí, segue que

$$P(B > 150|A = 4) = \frac{P(B > 150|A = 4)}{P(A = 4)} = \frac{\sum_{B>150} p(B,4)}{P(A = 4)} = \frac{0.073}{0.194} = 0.376.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 18

COVARIÂNCIA E CORRELAÇÃO

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
Suponha que Bárbara *"zera"*, no máximo, dois jogos de videogame *PS4* em um semestre. Seja X o número de disciplinas cursadas no semestre e Y o número de jogos zerados. A distribuição de probabilidades conjunta de X e Y é dada por:

X \Y	1	2
3	0.19	0.28
4	0.11	0.03
5	0.24	0.15

Sabendo que $E(X) = 3.92$, $E\left(X^2\right) = 16.22$, $E(Y) = 1.46$ e $E\left(Y^2\right) = 2.38$, assinale a alternativa correspondente à correlação linear entre as variáveis X e Y.

(a) -0.047
(b) -0.102
(c) -0.093
(d) -0.203
(e) 0.797

Solução

Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de X e Y:

$X \setminus Y$	1	2	P(X=x)
3	0.19	0.28	0.47
4	0.11	0.03	0.14
5	0.24	0.15	0.39
P(Y=y)	0.54	0.46	1

Em seguida, calculamos

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= E\left(X^2\right) - [E(X)]^2 = 16.22 - (3.92)^2 = 0.854 \\ \text{Var}(Y) &= E\left(Y^2\right) - [E(Y)]^2 = 2.38 - (1.46)^2 = 0.248 \end{aligned}$$

A distribuição do produto é dada por

k	3	4	5	6	8	10
P(XY = k)	0.19	0.11	0.24	0.28	0.03	0.15

De modo que

$$E(XY) = 3 \times 0.19 + 4 \times 0.11 + 5 \times 0.24 + 6 \times 0.28 + 8 \times 0.03 + 10 \times 0.15 = 5.63$$

e, portanto,

$$\text{Corr}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} = -0.203$$

(a) Falso
(b) Falso

(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

2. **Questão**
Considere uma cidade onde as famílias têm no máximo quatro crianças. Seja X o número de meninos na família e Y o número de meninas. A distribuição de probabilidades conjunta de X e Y é dada por:

X \ Y	1	2
0	0.11	0.66
1	0.03	0.03
2	0.11	0.06

Sabendo que $E(X) = 0.4$, $E\left(X^2\right) = 0.74$, $E(Y) = 1.75$ e $E\left(Y^2\right) = 3.25$, assinale a alternativa correspondente à correlação linear entre as variáveis X e Y.

(a) 0.546
(b) -0.272
(c) -0.090
(d) -0.150
(e) -0.454

Solução

Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de X e Y:

X \Y	1	2	P(X=x)
0	0.11	0.66	0.77
1	0.03	0.03	0.06
2	0.11	0.06	0.17
P(Y=y)	0.25	0.75	1

Em seguida, calculamos

$$\begin{aligned}\text{Var}(X) &= E\left(X^2\right) - [E(X)]^2 = 0.74 - (0.4)^2 = 0.58 \\ \text{Var}(Y) &= E\left(Y^2\right) - [E(Y)]^2 = 3.25 - (1.75)^2 = 0.188\end{aligned}$$

A distribuição do produto é dada por

k	0	1	2	4
P(XY = k)	0.77	0.03	0.14	0.06

De modo que

$$E(XY) = 0 \times 0.77 + 1 \times 0.03 + 2 \times 0.14 + 4 \times 0.06 = 0.55$$

e, portanto,

$$\text{Corr}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} = -0.454$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

3. **Questão**
Em uma determinada empresa, foram registradas duas variáveis: X, referente ao número de faltas, e Y, referente ao desempenho que é avaliado internamente. A distribuição de probabilidades conjunta de X e Y é dada por:

X \ Y	1	2
1	0.06	0.01
2	0.2	0.34
4	0.26	0.13

Sabendo que $E(X) = 2.71$, $E\left(X^2\right) = 8.47$, $E(Y) = 1.48$ e $E\left(Y^2\right) = 2.44$, assinale a alternativa correspondente à correlação linear entre as variáveis X e Y.

(a) -0.091
(b) -0.120
(c) -0.064
(d) 0.829
(e) -0.171

Solução

Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de X e Y:

X \ Y	1	2	P(X=x)
1	0.06	0.01	0.07
2	0.2	0.34	0.54
4	0.26	0.13	0.39
P(Y=y)	0.52	0.48	1

Em seguida, calculamos

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= E\left(X^2\right) - [E(X)]^2 = 8.47 - (2.71)^2 = 1.126 \\ \text{Var}(Y) &= E\left(Y^2\right) - [E(Y)]^2 = 2.44 - (1.48)^2 = 0.25 \end{aligned}$$

A distribuição do produto é dada por

k	1	2	4	8
P(XY = k)	0.06	0.21	0.6	0.13

De modo que

$$E(XY) = 1 \times 0.06 + 2 \times 0.21 + 4 \times 0.6 + 8 \times 0.13 = 3.92$$

e, portanto,

$$\text{Corr}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} = -0.171$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

4. **Questão**
Suponha que Bárbara *"zera"*, no máximo, dois jogos de videogame *PS4* em um semestre. Seja X o número de disciplinas cursadas no semestre e Y o número de jogos zerados. A distribuição de probabilidades conjunta de X e Y é dada por:

X \Y	1	2
3	0.3	0.3
4	0.21	0.06
5	0.08	0.05

Qual a covariância entre as variáveis X e Y?

(a) -0.029
(b) -0.057
(c) 0.943
(d) 4.920
(e) -7.541

Solução

Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de X e Y:

X $\setminus Y$	1	2	P(X=x)
3	0.3	0.3	0.6
4	0.21	0.06	0.27
5	0.08	0.05	0.13
P(Y=y)	0.59	0.41	1

Em seguida, calculamos

$$\begin{aligned} E(X) &= 3 \times 0.6 + 4 \times 0.27 + 5 \times 0.13 = 3.53 \\ E(Y) &= 1 \times 0.59 + 2 \times 0.41 = 1.41 \end{aligned}$$

A distribuição do produto é dada por

k	3	4	5	6	8	10
P(XY = k)	0.3	0.21	0.08	0.3	0.06	0.05

De modo que

$$E(XY) = 3 \times 0.3 + 4 \times 0.21 + 5 \times 0.08 + 6 \times 0.3 + 8 \times 0.06 + 10 \times 0.05 = 4.92$$

e, portanto,

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = -0.057.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
Considere uma cidade onde as famílias têm no máximo quatro crianças. Seja X o número de meninos na família e Y o número de meninas. A distribuição de probabilidades conjunta de X e Y é dada por:

X \Y	1	2
0	0.01	0.13
1	0.65	0.03
2	0.11	0.07

Qual a covariância entre as variáveis X e Y?

(a) 1.21
(b) 0.13
(c) 0.93
(d) -0.06
(e) -0.07

Solução

Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de X e Y:

$X \setminus Y$	1	2	P(X=x)
0	0.01	0.13	0.14
1	0.65	0.03	0.68
2	0.11	0.07	0.18
P(Y=y)	0.77	0.23	1

Em seguida, calculamos

$$\begin{aligned} E(X) &= 0 \times 0.14 + 1 \times 0.68 + 2 \times 0.18 = 1.04 \\ E(Y) &= 1 \times 0.77 + 2 \times 0.23 = 1.23 \end{aligned}$$

A distribuição do produto é dada por

k	0	1	2	4
P(XY = k)	0.14	0.65	0.14	0.07

De modo que

$$E(XY) = 0 \times 0.14 + 1 \times 0.65 + 2 \times 0.14 + 4 \times 0.07 = 1.21$$

e, portanto,

$$\mathrm{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = -0.07.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

6. **Questão**

Em uma determinada empresa foram registradas duas variáveis: X referente ao número de faltas e Y referente ao desempenho que é avaliado internamente. A distribuição de probabilidades conjunta de X e Y é dada por:

X \Y	1	2
1	0.02	0.15
2	0.33	0.19
4	0.25	0.06

Qual a covariância entre as variáveis X e Y?

(a) 0.790
(b) -2.783
(c) -0.126
(d) -0.210
(e) 3.220

Solução

Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de X e Y:

X $\setminus Y$	1	2	P(X=x)
1	0.02	0.15	0.17
2	0.33	0.19	0.52
4	0.25	0.06	0.31
P(Y=y)	0.6	0.4	1

Em seguida, calculamos

$$
\begin{aligned}
E(X) &= 1 \times 0.17 + 2 \times 0.52 + 4 \times 0.31 = 2.45 \\
E(Y) &= 1 \times 0.6 + 2 \times 0.4 = 1.4
\end{aligned}
$$

A distribuição do produto é dada por

k	1	2	4	8
P(XY = k)	0.02	0.48	0.44	0.06

De modo que

$$E(XY) = 1 \times 0.02 + 2 \times 0.48 + 4 \times 0.44 + 8 \times 0.06 = 3.22$$

e, portanto,

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = -0.21.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

7. **Questão**
Um aplicativo criado com o objetivo de aulixiar seus usuários na escolha do plano de saúde fez um levantamento da preferência dos clientes pelos planos oferecidos e registrou duas variáveis: X, referente ao plano de saúde escolhido, e Y, referente a idade do contratante. A distribuição de probabilidades conjunta de X e Y é dada por:

X \ Y	30	60
1	0.15	0.45
2	0.04	0.04
3	0.23	0.09

Sabendo que $E(X) = 1.72$, $E\left(X^2\right) = 3.8$, $E(Y) = 47.4$ e $E\left(Y^2\right) = 2466$, assinale a alternativa correspondente à correlação entre as variáveis X e Y.

(a) -5.928
(b) -4.150
(c) -0.436
(d) 0.564
(e) -0.305

Solução

Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de X e Y:

X \ Y	30	60	P(X=x)
1	0.15	0.45	0.6
2	0.04	0.04	0.08
3	0.23	0.09	0.32
P(Y=y)	0.42	0.58	1

Em seguida, calculamos

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= E\left(X^2\right) - [E(X)]^2 = 3.8 - (1.72)^2 = 0.842 \\ \text{Var}(Y) &= E\left(Y^2\right) - [E(Y)]^2 = 2466 - (47.4)^2 = 219.24 \end{aligned}$$

A distribuição do produto é dada por

k	30	60	90	120	180
P(XY = k)	0.15	0.49	0.23	0.04	0.09

De modo que

$$E(XY) = 30 \times 0.15 + 60 \times 0.49 + 90 \times 0.23 + 120 \times 0.04 + 180 \times 0.09 = 75.6$$

e, portanto,

$$\text{Corr}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} = -0.436$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
Uma das maiores redes de varejo dos Estados Unidos fez um experimento para descobrir se a venda de fraldas descartáveis estava associada à de cervejas. Em geral, os compradores eram homens, que saíam à noite para comprar fraldas e aproveitavam para levar algumas latinhas para casa. Os produtos foram postos lado a lado. Seja X o número de latinhas de cerveja e Y a quantidade de pacotes de fraldas descartáveis comprados. A distribuição de probabilidades conjunta de X e Y é dada por:

X \ Y	0	1	2
0	0.19	0.05	0.22
4	0.09	0.25	0.06
5	0.05	0.04	0.05

Qual a covariância entre as variáveis X e Y?

(a) 0.880
(b) -3.110
(c) -0.060
(d) -0.120
(e) 2.180

Solução

Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de X e Y:

X \ Y	0	1	2	P(X=x)
0	0.19	0.05	0.22	0.46
4	0.09	0.25	0.06	0.4
5	0.05	0.04	0.05	0.14
P(Y=y)	0.33	0.34	0.33	1

Em seguida, calculamos

$$\begin{aligned} E(X) &= 0 \times 0.46 + 4 \times 0.4 + 5 \times 0.14 = 2.3 \\ E(Y) &= 0 \times 0.33 + 1 \times 0.34 + 2 \times 0.33 = 1 \end{aligned}$$

A distribuição do produto é dada por

k	0	4	5	8	10
P(XY = k)	0.6	0.25	0.04	0.06	0.05

De modo que

$$E(XY) = 0 \times 0.6 + 4 \times 0.25 + 5 \times 0.04 + 8 \times 0.06 + 10 \times 0.05 = 2.18$$

e, portanto,

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = -0.12.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

9. **Questão**
Nos dados descritos a seguir X representa consumo anual de vinho per capita e Y o total de mortes anuais (por 100.000 habitantes) por doenças cardíacas em 5 países.

País	Consumo de Vinho	Total de Mortes
A	6.2	152
B	4.5	79
C	6	266
D	0	183
E	9.9	267

Sabendo que $\sum xy = 5537.2$, $\sum x^2 = 192.7$ e $\sum y^2 = 204879$, assinale a alternativa correspondente à correlação linear entre as variáveis X e Y.

(a) 0.040
(b) 0.563
(c) 0.306
(d) 0.002
(e) 0.437

Solução

Seja X e Y variáveis aleatórias integráveis então o coeficiente de correlação entre X e Y é dado por

$$r_{xy} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = E\left[\left(\frac{X - E(X)}{\sigma_X}\right)\left(\frac{Y - E(Y)}{\sigma_Y}\right)\right]$$

Também é possível usar a fórmula

$$r_{xy} = \frac{\text{cov(x,y)}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

$$= \frac{5 \times 5537.2 - 26.6 \times 947}{\sqrt{5 \times 192.7 - 26.6^2}\sqrt{5 \times 204879 - 947^2}} = 0.437.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

Probabilidade e Estatística

X \ Y	5	10	15
3	0.02	0.22	0.1
4	0.08	0.07	0
5	0.16	0.13	0.22

10. **Questão**

Uma empresa de vendas está fazendo uma análise do desemenho de seus funcionários para criar novas políticas de contratação. O gerente acredita que o tempo de serviço do funcionário pode interferir no número de clientes que ele irá adquirir. Seja X o tempo de serviço, em anos, do funcionário e Y o número de clientes, a distribuição de probabilidades conjunta de X e Y é dada por:

Qual a covariância entre as variáveis X e Y?

(a) 25.411
(b) 42.800
(c) 0.849
(d) -0.121
(e) -0.151

Solução

Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de X e Y:

X \ Y	5	10	15	P(X=x)
3	0.02	0.22	0.1	0.34
4	0.08	0.07	0	0.15
5	0.16	0.13	0.22	0.51
P(Y=y)	0.26	0.42	0.32	1

Em seguida, calculamos

$$
\begin{aligned}
E(X) &= 3 \times 0.34 + 4 \times 0.15 + 5 \times 0.51 = 4.17 \\
E(Y) &= 5 \times 0.26 + 10 \times 0.42 + 15 \times 0.32 = 10.3
\end{aligned}
$$

A distribuição do produto é dada por

k	15	20	25	30	40	50	45	60	75
P(XY = k)	0.02	0.08	0.16	0.22	0.07	0.13	0.1	0	0.22

De modo que

$E(XY) = 15\times0.02+20\times0.08+25\times0.16+30\times0.22+40\times0.07+50\times0.13+45\times0.1+60\times0+75\times0.22 = 42.8$

e, portanto,

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = -0.151.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

TEMA 19

DISTRIBUIÇÃO DA MÉDIA AMOSTRAL

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Suponha que o tempo de prova de um determinado atleta na maratona é uma variável aleatória (X) que segue uma distribuição com média de 126 minutos e desvio padrão de 5 minutos. Considerando que os tempos são independentes entre si, se esse atleta participar de 31 maratonas, qual é a probabilidade de que a média de seus tempos nas provas seja menor que 125 minutos?

   (a) 0.4207
   (b) 0.1075
   (c) 0.4840
   (d) 0.9936
   (e) 0.1335

   Solução
   Uma vez que a distribuição da média amostral é normal de parâmetros $\mu = 126$ e $\sigma = \frac{5}{\sqrt{31}}$, temos que

   $$P\left(\bar{X} < 125\right) = P\left(\frac{\bar{X} - 126}{5/\sqrt{31}} < \frac{125 - 126}{5/\sqrt{31}}\right) = P\left(Z < -1.11\right) = 0.1335.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Verdadeiro

2. **Questão**
   Suponha que o tempo de prova de um determinado atleta nos 100m rasos é uma variável aleatória (X) que segue uma distribuição com média 9.85s e desvio padrão de 0.29s. Considerando que os tempos são independentes entre si, se esse atleta participar de 30 provas, qual é a probabilidade de que a média de seus tempos nas provas seja menor que 9.69 segundos?

   (a) 0.4124
   (b) 0.2906
   (c) 0.0000
   (d) 0.0013
   (e) 0.0286

   Solução
   Uma vez que a distribuição da média amostral é normal de parâmetros $\mu = 9.85$ e $\sigma = \frac{0.29}{\sqrt{30}}$, temos que

   $$P\left(\bar{X} < 9.69\right) = P\left(\frac{\bar{X} - 9.85}{0.29/\sqrt{30}} < \frac{9.69 - 9.85}{0.29/\sqrt{30}}\right) = P\left(Z < -3.02\right) = 0.0013.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro

(e) Falso

3. **Questão**
O tempo gasto por um técnico para realizar a manutenção preventiva de um aparelho de ar condicionado tem média igual a 87 minutos e desvio-padrão igual a 24 minutos. Se um cliente tem 27 destes aparelhos, qual é a probabilidade de que o tempo médio de realização da manutenção destas unidades exceda 86 minutos?

(a) 0.5187
(b) 0.5871
(c) 0.9358
(d) 0.5007
(e) 0.5166

Solução
Uma vez que a distribuição da média amostral é normal de parâmetros $\mu = 87$ e $\sigma = \frac{24}{\sqrt{27}}$, temos que

$$P\left(\bar{X} > 86\right) = P\left(\frac{\bar{X} - 87}{24/\sqrt{27}} > \frac{86 - 87}{24/\sqrt{27}}\right) = 1 - P\left(Z < -0.22\right) = 0.5871.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Uma máquina foi projetada para encher caixas de leite com 981 mililitros e desvio padrão de 92 mililitros. Qual é a probabilidade da média amostral de um conjunto de 47 caixas de leite escolhidas aleatoriamente superar o limite de 1 litro?

(a) 0.078
(b) 0.417
(c) 0.756
(d) 0.091
(e) 0.456

Solução
Seja X o volume de leite em uma caixa enchida por essa máquina, então $E(X) = \mu = 981$, enquanto que o desvio padrão teórico é $\sigma/\sqrt{n} = 92/\sqrt{47} = 13.42$. Assim, a probabilidade requerida é

$$P(\overline{X} > 1000) = P\left(Z > \frac{1000 - 981}{13.42}\right) = P(Z > 1.42) = 0.078.$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

5. **Questão**
   Seja $\overline{X}$ a média amostral de uma amostra aleatória de tamanho n coletada de uma população com média μ e variância σ^2. Seria **incorreto** afirmar que

   (a) A distribuição de probabilidade de $\overline{X}$ é aproximadamente Normal quando $n \to \infty$.
   (b) A variância de X é σ^2.
   (c) A variância de μ é σ^2/n.
   (d) A média amostral $\overline{X}$ é um estimador de μ.
   (e) A média de $\overline{X}$ é μ.

   Solução

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso
   (e) Falso

6. **Questão**
   Uma máquina está calibrada para encher embalagens com 105 gramas de amendoim torrado. O desvio padrão da quantidade de amendoins em cada embalagem é de 2 gramas. No último teste de controle de qualidade, uma amostra aleatória com 130 embalagens foi verificada, tendo apresentado média de 107 gramas. Assinale a única alternativa **correta**.

   (a) A distribuição de probabilidade de $\overline{X}$ é aproximadamente Normal quando $n \to \infty$.
   (b) A variância de μ é σ^2/n.
   (c) A média populacional é dada por $\overline{X}$.
   (d) A média de $\overline{X}$ é 107.
   (e) A variância de $\overline{X}$ é 0.175.

   Solução

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

7. **Questão**
   Suponha que o tempo necessário para o atendimento de clientes em uma central telefônica siga uma distribuição normal com média de 5 minutos e desvio padrão de 7 minutos. Qual é a probabilidade da média amostral de um conjunto de 34 chamadas telefônicas escolhidas aleatoriamente superar 7 minutos?

   (a) 0.082
   (b) 0.181
   (c) 0.386
   (d) 0.755

(e) 0.047

Solução
Seja X o tempo de atendimento de uma chamada, então $E(X) = \mu = 5$, enquanto que o desvio padrão é $\sigma/\sqrt{n} = 7/\sqrt{34} = 1.2$. Assim, a probabilidade requerida é

$$P(\overline{X} > 7) = P\left(Z > \frac{7-5}{1.2}\right) = P(Z > 1.67) = 0.047.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

8. **Questão**
A distribuição dos pesos de frangos criados numa granja pode ser representada por uma distribuição Normal, com média 5 kg e desvio padrão 0.76 kg. Um abatedouro comprará 530 frangos e os classificará de acordo com seus respectivos pesos. Qual é o valor de c tal que $P(\bar{X} > c) = 0.43\%$, onde $\bar{X}$ representa o peso médio dos 530 frangos?

(a) 4.997
(b) 4.913
(c) 5.087
(d) 5.003
(e) 5.478

Solução

$$P(\bar{X} > c) = 0.0043 \rightarrow P\left(Z > \frac{c-5}{\frac{0.76}{\sqrt{530}}}\right) = 0.0043$$

Temos c tal que,

$$\frac{(c-5)}{\frac{0.76}{\sqrt{530}}} = 2.63$$

Então,

$$c = 5 + \left(2.63 \times \frac{0.76}{\sqrt{530}}\right) \approx 5.087$$

Portanto, $c = 5.087$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Foi realizada uma pesquisa envolvendo uma amostra de 78 pacientes, entre 15 e 20 anos, de um certo hospital. Cada um desses pacientes foi submetido a uma série de exames clínicos, incluíndo sua frequência cardíaca. Pessoas saudáveis nessa faixa etária apresentam batimentos entre 60 e 90 vezes por minuto. Sabendo-se que a média amostral e o desvio padrão populacional são de 87 e 21, respectivamente, calcule a probabilidade da média dos pacientes da amostra estar fora da faixa de batimentos cardíacos?

(a) 0.0279
(b) 0.7019
(c) 0.8962
(d) 0.3025
(e) 0.4571

Solução
$E(\bar{X}) = \mu = 87$, enquanto que o desvio padrão estimado pela amostra é $\sigma/\sqrt{n} = 21/\sqrt{78} = 2.378$. Assim, a probabilidade requerida é

$$P(60 \leq \overline{X} \leq 90) = P\left(Z \leq \frac{90-87}{2.378}\right) - P\left(Z \leq \frac{60-87}{2.378}\right) = P(Z < 1.26) - P(Z < -11.35) = 0.8962.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
Uma instituição de caridade deseja realizar uma obra em sua sede que custa 4045.8 Reais. Entre os contribuintes habituais dessa instituição, cada um pode contribuir com um valor (X) que segue uma variável aleatória com média e desvio padrão de 129 e 36, respectivamente. Se 30 dessas pessoas se quotizarem para levantar fundos com essa finalidade, qual a probabilidade de que eles consigam o montante necessário?

(a) 0.1862
(b) 0.8042
(c) 0.2819
(d) 0.4443
(e) 0.1867

Solução
Queremos calcular $P(X_1 + X_2 + ... + X_n \geq 4045.8)$, ou seja, $P\left(\sum_i X_i \geq 4045.8\right)$. Dividindo ambas as partes por n, temos

$$P\left(\sum_i X_i \geq 4045.8\right) = P\left(\bar{X} \geq \frac{4045.8}{30}\right).$$

Sabe-se que $E(\overline{X}) = \mu = 129$ e que $\sigma/\sqrt{n} = 36/\sqrt{30} = 6.573$. Assim, a probabilidade requerida é

$$P\left(\overline{X} \geq \frac{4045.8}{30}\right) = 1 - P\left(Z \leq \frac{134.86 - 129}{6.573}\right) = 1 - P(Z < 0.892) \approx 0.1862.$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 20

DISTRIBUIÇÃO DA PROPORÇÃO AMOSTRAL

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Suponha que a proporção de alunos com nota superior à média em um determinado curso de uma universidade seja de 0.47. Se uma amostra de 37 alunos for selecionada de forma aleatória, qual a probabilidade de que a proporção de notas superiores à média seja menor que 0.46?

   (a) 0.068
   (b) 0.452
   (c) 0.775
   (d) 0.484
   (e) 0.492

   Solução
   Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros $\mu = 0.47$ e $\sigma = \sqrt{\frac{0.47\times0.53}{37}}$, temos que

   $$P(\hat{p} < 0.46) = P\left(\frac{\hat{p} - 0.47}{\sqrt{\frac{0.47\times0.53}{37}}} < \frac{0.46 - 0.47}{\sqrt{\frac{0.47\times0.53}{37}}}\right) = P(Z < -0.12) = 0.452.$$

   (a) Falso
   (b) Verdadeiro
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
   Sabe-se que a proporção de moradores favoráveis a um projeto de lei em um determinado município é de 0.88. Se uma amostra de 39 moradores for selecionada de forma aleatória, qual a probabilidade de que a proporção de moradores na amostra, favoráveis ao projeto de lei, seja menor que 0.86?

   (a) 0.4247
   (b) 0.0000
   (c) 0.3520
   (d) 0.5423
   (e) 0.4761

   Solução
   Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros $\mu = 0.88$ e $\sigma = \sqrt{\frac{0.88\times0.12}{39}}$, temos que

   $$P(\hat{p} < 0.86) = P\left(\frac{\hat{p} - 0.88}{\sqrt{\frac{0.88\times0.12}{39}}} < \frac{0.86 - 0.88}{\sqrt{\frac{0.88\times0.12}{39}}}\right) = P(Z < -0.38) = 0.352.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro

(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
O cadastro de endereços de e-mail de uma agência que organiza excursões para mergulho contém 47% de homens e 53% de mulheres. A agência envia mensagens para 45 pessoas aleatoriamente escolhidas em seu cadastro. Qual é a probabilidade de que pelo menos 46% delas sejam homens?

(a) 0.5517
(b) 0.4592
(c) 0.9649
(d) 0.5160
(e) 0.5080

Solução
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros μ = 0.47 e $\sigma = \sqrt{\frac{0.47\times 0.53}{45}}$, temos que

$$P(\hat{p} > 0.46) = P\left(\frac{\hat{p} - 0.47}{\sqrt{\frac{0.47\times 0.53}{45}}} > \frac{0.46 - 0.47}{\sqrt{\frac{0.47\times 0.53}{45}}}\right) = 1 - P(Z < -0.13) = 0.5517.$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Suponha que a proporção de alunas de uma faculdade seja de 0.48. Se uma amostra de 43 alunos for selecionada de forma aleatória, qual a probabilidade de que a proporção de alunas na amostra difira da proporção na população por menos que 0.112?

(a) 0.8584
(b) 0.6736
(c) 0.1741
(d) 0.4649
(e) 0.5871

Solução
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é, pelo T.L.C., aproximadamente Normal com parâmetros μ = 0.48 e $\sigma = \sqrt{\frac{0.48\times 0.52}{43}}$. Portanto, temos que

$$\begin{aligned}
P(|\hat{p} - p| < 0.112) &= P(-0.112 < \hat{p} - p < 0.112) \\
&= P\left(\frac{-0.112}{0.0762} < \frac{\hat{p} - p}{\sigma} < \frac{0.112}{0.0762}\right) \\
&= P(-1.47 < Z < 1.47) \\
&= 0.8584.
\end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
De acordo com a Organização Mundial da Saúde, a proporção de pessoas que sofrem de ansiedade no Brasil é de 10%. Se uma amostra piloto de 120 brasileiros for selecionada de forma aleatória, qual a probabilidade de que a proporção de brasileiros ansiosos na amostra seja menor que 12%?

(a) 0.767
(b) 0.449
(c) 0.587
(d) 0.528
(e) 1.000

Solução
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros $\mu = 0.1$ e $\sigma = \sqrt{\frac{0.1\times0.9}{120}} = 0.0274$, temos que

$$\begin{aligned} P(\hat{p} < 0.12) &= P\left(\frac{\hat{p} - 0.1}{0.0274} < \frac{0.12 - 0.1}{0.0274}\right) \\ &= P(Z < 0.73) = 0.7673. \end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
Segundo a Organização Mundial da Saúde, a proporção de brasileiros que sofrem com a depressão é de 5%. Se uma amostra de 200 for selecionada de forma aleatória, qual a probabilidade de que a proporção amostral de depressivos seja menor que 6%?

(a) 0.5199
(b) 0.7422
(c) 0.7125
(d) 0.5832
(e) 0.2939

Solução
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros $\mu = 0.05$ e $\sigma = \sqrt{\frac{0.05\times0.95}{200}}$, temos que

$$\begin{aligned} P(\hat{p} < 0.06) &= P\left(\frac{\hat{p} - 0.05}{0.0154} < \frac{0.06 - 0.05}{0.0154}\right) \\ &= P(Z < 0.65) = 0.7422. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

7. **Questão**
Uma pesquisa realizada relatou que a proporção de brasileiros que leem a bula antes de consumir medicamentos sem prescrição médica é de 57%. Se uma amostra de tamanho 200 for selecionada de forma aleatória dessa população, qual a probabilidade de que a proporção amostral seja maior que 58%?

(a) 0.8610
(b) 0.5899
(c) 0.4920
(d) 0.3859
(e) 0.4840

Solução
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros $\mu = 0.57$ e $\sigma = \sqrt{\frac{0.57 \times 0.43}{200}}$, temos que

$$\begin{aligned} P(\hat{p} > 0.58) &= 1 - P\left(\frac{\hat{p} - 0.57}{0.035} < \frac{0.58 - 0.57}{0.035}\right) \\ &= 1 - P(Z < 0.29) = 0.3859. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

8. **Questão**
Um procedimento de controle de qualidade foi planejado para garantir um máximo de 9% de itens defeituosos na produção. A cada 6 horas, sorteia-se uma amostra de 29 peças e, havendo mais de 17% de defeituosas, encerra-se a produção para verificação do processo. Qual a probabilidade de uma amostra resultar em uma parada desnecessária?

(a) 0.0655
(b) 0.3897
(c) 0.1635
(d) 0.2598
(e) 0.7524

Solução
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros $\mu = 0.09$ e $\sigma = \sqrt{\frac{0.09 \times 0.91}{29}}$, temos que

$$\begin{aligned} P(\hat{p} > 0.17) &= 1 - P\left(\frac{\hat{p} - 0.09}{0.0531} < \frac{0.17 - 0.09}{0.0531}\right) \\ &= 1 - P(Z < 1.51) = 0.0655. \end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Um fabricante afirma que sua vacina contra a gripe imuniza em 70% dos casos. Uma amostra de 48 indivíduos que tomaram a vacina foi sorteada e testes foram feitos para verificar a imunização ou não desses indivíduos. Se o fabricante estiver correto, qual é a probabilidade da proporção de imunizados na amostra ser superior a 71%?

(a) 0.4801
(b) 0.6302
(c) 0.4404
(d) 0.4920
(e) 0.7272

Solução
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros $\mu = 0.7$ e $\sigma = \sqrt{\frac{0.7\times 0.3}{48}}$, temos que

$$
\begin{aligned}
P(\hat{p} > 0.71) &= 1 - P\left(\frac{\hat{p} - 0.7}{0.0661} < \frac{0.71 - 0.7}{0.0661}\right) \\
&= 1 - P(Z < 0.15) = 0.4404.
\end{aligned}
$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
O Brasil é referência mundial na área de transplantes e possui o maior sistema público de transplantes do mundo. Em números absolutos, o Brasil é o 2º maior transplantador do mundo, atrás apenas dos EUA. Um levantamento revelou que o número de doações de órgão disparou, e estima-se que 22% dos pacientes recebem a doação. Sorteia-se uma amostra de 97 pacientes que estiveram a espera de transplante. Qual é a probabilidade da proporção de pacientes que receberam doações na amostra ser superior a 25%?

(a) 0.4156
(b) 0.2389
(c) 0.4325
(d) 0.4721
(e) 0.5175

Probabilidade e Estatística

Solução
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros $\mu = 0.22$ e $\sigma = \sqrt{\frac{0.22\times 0.78}{97}}$, temos que

$$\begin{aligned} P(\hat{p} > 0.25) &= 1 - P\left(\frac{\hat{p} - 0.22}{0.0421} < \frac{0.25 - 0.22}{0.0421}\right) \\ &= 1 - P(Z < 0.71) = 0.2389. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 21

ESTIMADOR DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Seja X uma variável aleatória com função densidade $f(x;\theta) = (\theta\alpha)x^{\alpha-1}e^{-\theta x^{\alpha}}$, $x > 0$, α conhecido e parâmetro $\theta > 0$. Considere

   $$7 \quad 8 \quad 7 \quad 10 \quad 8$$

   uma amostra observada de X e seja $\alpha = 0.5$. Assinale a alternativa correspondente à estimativa de máxima verossimilhança para θ desta amostra.

   (a) 8.00
   (b) 0.35
   (c) 0.32
   (d) 0.02
   (e) 2.38

   Solução
   Seja $(x_1, \dots, x_n)$ um valor observado da amostra aleatória. Note que a função de verosimilhança é

   $$L(\theta) = c\,\theta^n e^{-\theta \sum_{i=1}^n x_i^\alpha}, \quad \text{onde } c = \prod_{i=1}^n \alpha x_i^{\alpha-1}.$$

   Logo, a função log-verosimilhança é dada por

   $$\ell(\theta) = \ln(c) + n\ln(\theta) - \theta\sum_{i=1}^n x_i^\alpha.$$

   A ideia é maximizar a função $\ell(\theta)$. Derivando $\ell(\theta)$ com respeito a θ temos que

   $$\ell'(\theta) = \frac{n}{\theta} - \sum_{i=1}^n x_i^\alpha.$$

   Logo, um possível ponto de máximo é $\theta = n/\sum_{i=1}^n x_i^\alpha$. Uma vez que $\ell''(\theta) = -n/\theta^2 < 0\ \forall\theta$, concluímos que $\hat{\theta}_{\text{EMV}} = n/\sum_{i=1}^n X_i^\alpha$.
   Tomando a amostra $(7, 8, 7, 10, 8)$, temos que o estimador de máxima verossimilhança desta amostra é $\hat{\theta} = 0.35$

   (a) Falso
   (b) Verdadeiro
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
   Seja X uma variável aleatória com função densidade $f(x;\gamma) = (\gamma + 1)x^\gamma$, $0 < x < 1$ e parâmetro $\gamma > -1$. Considere

   $$0.9 \quad 0.4 \quad 0.5 \quad 0.2 \quad 0.6$$

   uma amostra observada de X. Assinale a alternativa correspondente à estimativa de máxima verossimilhança para γ desta amostra.

   (a) 0.42

(b) 0.38
(c) 0.35
(d) 0.30
(e) 2.60

Solução
A função de verossimilhança da amostra é dada por

$$L(\gamma) = (\gamma + 1)^n \prod_{i=1}^{n} x_i^{\gamma}.$$

Aplicando logaritmo, a função de log-verossimilhança é:

$$\ell(\gamma) = n \ln(\gamma + 1) + \gamma \sum_{i=1}^{n} \ln(x_i).$$

Ao derivar com respeito a γ e igualar a equação a zero, obtém-se

$$\gamma = \frac{-n}{\sum_{i=1}^{n} \ln(x_i)} - 1.$$

Como a segunda derivada com repeito a γ é $-n/(\gamma + 1)^2 < 0$, concluimos que o EMV de γ é

$$\hat{\gamma} = \frac{-n}{\sum_{i=1}^{n} \ln(X_i)} - 1.$$

Tomando a amostra $(0.9, 0.4, 0.5, 0.2, 0.6)$, temos que o estimador de máxima verossimilhança desta amostra é $\hat{\gamma} = 0.304$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

3. **Questão**
Seja X uma variável aleatória com função densidade $f(x;\lambda) = \lambda e^{-\lambda(x-\xi)}$, $x > \xi > 0$, com ξ um número real e parâmetro $\lambda > 0$. Considere

$$9 \quad 8 \quad 5 \quad 4 \quad 6$$

uma amostra observada de X e seja $\xi = 1.38$. Assinale a alternativa correspondente à estimativa de máxima verossimilhança para λ desta amostra.

(a) 0.52
(b) 0.20
(c) 0.03
(d) 32.00
(e) 0.22

Solução
A função de verossimilhança da amostra é dada por

$$L(\lambda) = (\lambda)^n e^{-\lambda \sum_{i=1}^{n}(x_i - \xi)}.$$

Aplicando o logarítmo, a função de log-verossimilhança é:

$$\ell(\lambda) = n \ln(\lambda) - \lambda \sum_{i=1}^{n}(x_i - \xi).$$

Ao derivar com respeito a λ e igualar a equação a zero, obtém-se

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \xi)} \\ &= \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - \xi/n} \end{aligned}$$

Como a segunda derivada com repeito a λ é $-n/\lambda^2 < 0$, concluimos que o EMV de λ é

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{X} - \xi/n}.$$

Tomando a amostra $(9, 8, 5, 4, 6)$, temos que a estimativa de máxima verossimilhança a partir desta amostra é $\hat{\lambda} = 0.199$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Seja X uma variável aleatória com função densidade $f(x;\beta) = (\gamma\beta)(x\beta)^{\gamma-1} \exp[-(x\beta)^\gamma]$, $x \geq 0$, $\beta > 0$ e $\gamma > 0$ conhecido. Suponha $\gamma = 1$ e considere

4 4 7 3 7

uma amostra aleatória simples de X. Assinale a alternativa correspondente à estimativa de máxima verossimilhança para β dessa amostra.

(a) 0.44
(b) 0.20
(c) 5.00
(d) 0.52
(e) 0.04

Solução
A função de verossimilhança da amostra é dada por

$$L(\beta) = (\gamma\beta)^n \prod_{i=1}^{n}(x_i\beta)^{\gamma-1} \exp\left[-\beta^\gamma \sum_{i=1}^{n} x_i^\gamma\right].$$

Aplicando o logaritmo, a função de log-verossimilhança é:

$$\ell(\beta) = n\left[\ln(\gamma) + \ln(\beta)\right] + (\gamma - 1)\left[n\ln(\beta) + \sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)\right] - \beta^{\gamma}\sum_{i=1}^{n}x_i^{\gamma}.$$

Ao derivarmos com respeito a β e igualarmos a equação a zero, obtemos

$$\beta = \left[\frac{n}{\gamma\sum_{i=1}^{n}x_i^{\gamma}}\right]^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Como a segunda derivada com repeito a β é $-\frac{\gamma}{\beta^2} - \gamma(\gamma-1)\beta^{\gamma-2}\sum_{i=1}^{n}x_i^{\gamma} < 0$, concluímos que o EMV de γ é

$$\hat{\beta} = \left[\frac{n}{\gamma\sum_{i=1}^{n}x_i^{\gamma}}\right]^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Tomando a amostra $(4, 4, 7, 3, 7)$, temos que o estimador de máxima verossimilhança desta amostra é $\hat{\beta} = 0.2$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
Seja X uma variável aleatória com função densidade $f(x;\beta,\alpha) = \frac{\beta\alpha^{\beta}}{x^{\beta+1}}$, com $\alpha = 4$ e $\beta > 0$. Considere

10 9 11 12 10

uma amostra observada de X. Assinale a alternativa correspondente à estimativa de máxima verossimilhança para β desta amostra.

(a) 52.00
(b) 1.05
(c) 0.70
(d) 0.02
(e) 0.18

Solução
A função de verossimilhança da amostra é dada por

$$L(\beta) = \frac{(\beta)^n\alpha^{n\beta}}{\prod_{i=1}^{n}(x_i^{\beta+1})}.$$

Aplicando o logaritmo, a função de log-verossimilhança é:

$$\ell(\beta) = n\ln(\beta) + n\beta\ln(\alpha) - (\beta+1)\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i).$$

Ao derivar com respeito a β e igualar a equação a zero, obtém-se

$$\beta = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} ln(x_i) - n\ln(\alpha)}.$$

Como a segunda derivada com repeito a β é $-n/\beta^2 < 0$, concluimos que o EMV de β é

$$\hat{\beta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} ln(x_i) - n\ln(\alpha)}.$$

Tomando a amostra $(10, 9, 11, 12, 10)$, temos que a estimativa de máxima verossimilhança a partir desta amostra é $\hat{\beta} = 1.052$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
Seja X uma variável aleatória com função densidade $f(x;\theta) = \frac{1}{\theta}\exp(-x/\theta)$, $x \geq 0$ e parâmetro. Considere

$$1.8 \quad 2.3 \quad 2.4 \quad 1.7 \quad 2.9$$

uma amostra observada de X. Assinale a alternativa correspondente à estimativa de máxima verossimilhança para θ dessa amostra.

(a) 11.10
(b) 0.16
(c) 0.70
(d) 0.09
(e) 2.22

Solução
A função de verossimilhança da amostra é dada por

$$L(\theta) = \frac{1}{\theta^n}\exp\left(\frac{-\sum_{i=1}^{n} x_i}{\theta}\right).$$

Aplicando logaritmo, a função de log-verossimilhança é:

$$\ell(\theta) = -n\ln(\theta) + \frac{-\sum_{i=1}^{n} x_i}{\theta}.$$

Ao derivar com respeito a γ e igualar a equação a zero, obtém-se

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

Como a segunda derivada com repeito a β é $\frac{n\theta - 2\sum_{i=1}^{n}(x_i)}{\theta^3} < 0$, concluímos que o EMV de θ é

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \bar{x}.$$

Tomando a amostra $(1.8, 2.3, 2.4, 1.7, 2.9)$, temos que o estimador de máxima verossimilhança desta amostra é $\hat{\theta} = 2.22$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

7. **Questão**
Seja X uma variável aleatória com função densidade $f(x;\gamma) = \frac{(\gamma-1)^x}{\gamma^{x+1}}$, $0 < 1/\lambda < 1$. Considere

$$8 \quad 10 \quad 6 \quad 9 \quad 9$$

uma amostra observada de X. Assinale a alternativa correspondente à estimativa de máxima verossimilhança para γ desta amostra.

(a) 9.40
(b) 0.59
(c) 0.02
(d) 1.00
(e) 42.00

Solução
A função de verossimilhança da amostra é dada por

$$L(\gamma) = \frac{1}{\gamma^n}(1 - 1/\gamma)^{\sum_{i=1}^n x_i}.$$

Aplicando o logarítmo, a função de log-verossimilhança é:

$$\ell(\gamma) = n \ln(1/\gamma) + \sum_{i=1}^n x_i \ln(1 - 1/\gamma).$$

Ao derivar com respeito a γ e igualar a equação a zero, obtém-se

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} + 1$$

Como a segunda derivada com repeito a γ é $\frac{n+\sum_{i=1}^n (x_i)}{\gamma^2} - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{(\gamma-1)^2} < 0$, concluimos que o EMV de γ é

$$\hat{\gamma} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} + 1.$$

Tomando a amostra $(8, 10, 6, 9, 9)$, temos que a estimativa de máxima verossimilhança a partir desta amostra é $\hat{\gamma} = 9.4$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
Seja X uma variável aleatória com função densidade $f(x;\gamma) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1}(\alpha-1)\exp(-\beta x)$, $\beta \geq 0$ e parâmetro conhecido $\alpha = 4$. Considere

$$8 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 6$$

uma amostra observada de X. Assinale a alternativa correspondente à estimativa de máxima verossimilhança para β desta amostra.

(a) 0.84
(b) 0.04
(c) 38.00
(d) 0.53
(e) 0.03

Solução
A função de verossimilhança da amostra é dada por

$$L(x;\beta) = \frac{\beta^n \alpha}{[\Gamma(\alpha)]^n} \left(\prod_{i=1}^{n}(x_i)\right)^{\alpha-1} (\alpha-1)^n \exp(-\beta \sum_{i=1}^{n} x_i).$$

Aplicando o logarítmo, a função de log-verossimilhança é:

$$\ell(\beta) = \alpha n \ln(\beta) - n\ln(\Gamma(\alpha)) + (\alpha-1)\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i) + n\ln(\alpha-1) - \beta\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Ao derivar com respeito a β e igualar a equação a zero, obtém-se

$$\beta = \frac{n\alpha}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

Como a segunda derivada com repeito a β é $\frac{-n\alpha}{\beta^2} < 0$, concluimos que o EMV de β é

$$\hat{\beta} = \frac{n\alpha}{\sum_{i=1}^{n} x_i}.$$

Tomando a amostra $(8, 7, 8, 9, 6)$, temos que a estimativa de máxima verossimilhança a partir desta amostra é $\hat{\beta} = 0.526$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

9. **Questão**
Seja X uma variável aleatória com função densidade $f(x;\theta) = \theta x^{\theta-1}$, $\theta > 0$ e $0 < x < 1$. Considere

$$0.7 \quad 0.1 \quad 0.8 \quad 0.7 \quad 0.3$$

uma amostra observada de X. Assinale a alternativa correspondente à estimativa de máxima verossimilhança para θ desta amostra.

(a) 1.13
(b) 0.38
(c) 0.75
(d) 2.60
(e) 0.67

Solução
A função de verossimilhança da amostra é dada por

$$L(x;\theta) = \theta^n \left(\prod_{i=1}^{n}(x_i)\right)^{\theta-1}.$$

Aplicando o logarítmo, a função de log-verossimilhança é:

$$\ell(\theta) = n\ln(\theta) + (\theta - 1)\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i).$$

Ao derivar com respeito a θ e igualar a equação a zero, obtém-se

$$\theta = \frac{-n}{\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)}$$

Como a segunda derivada com repeito a θ é $\frac{n}{\theta} + \sum_{i=1}^{n}\ln(x_i) < 0$, uma vez que os logaritmos de número entre 0 e 1 são negativos, concluímos que o EMV de θ é

$$\hat{\theta} = \frac{-n}{\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)}.$$

Tomando a amostra $(0.7, 0.1, 0.8, 0.7, 0.3)$, temos que a estimativa de máxima verossimilhança a partir desta amostra é $\hat{\theta} = 1.125$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
Seja X uma variável aleatória com função densidade $f(x;p) = \binom{m}{x}p^x(1-p)^{m-x}$, $0 < p < 1$ e parâmetro conhecido $m = 4$. Considere

$$7 \quad 8 \quad 9 \quad 7 \quad 6$$

uma amostra observada de X. Assinale a alternativa correspondente à estimativa de máxima verossimilhança para m desta amostra.

(a) 0.10
(b) 0.03
(c) 1.85
(d) 0.09
(e) 37.00

Probabilidade e Estatística

Solução
A função de verossimilhança da amostra é dada por

$$L(x;m) = \prod_{i=1}^{n} \binom{m}{x_i} p_i^x (1-p)^{m-x_i} L(x;m) = p^{\sum_{i=1}^{n}(x_i)}(1-p)^{nm-\sum_{i=1}^{n}(x_i)} \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{m!}{(m-x_i)!x_i!} \right). \quad (1)$$

Aplicando o logarítmo, a função de log-verossimilhança é:

$$\ell(p) = \sum_{i=1}^{n}(x_i)\ln(p) + (nm - \sum_{i=1}^{n}(x_i))\ln(1-p) + n\ln(m!) - \sum_{i=1}^{n}(\ln((m-x_i)!x_i!)).$$

Ao derivar com respeito a p e igualar a equação a zero, obtém-se

$$p = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i)}{nm}$$

Como a segunda derivada com repeito a p é $\frac{-n\sum_{i=1}^{n}(x_i)}{p^2} - \frac{nm-\sum_{i=1}^{n}(x_i)}{(1-p)^2} < 0$, concluimos que o EMV de p é

$$\hat{p} = \frac{\bar{x}}{m}.$$

Tomando a amostra $(7, 8, 9, 7, 6)$, temos que a estimativa de máxima verossimilhança a partir desta amostra é $\hat{p} = 1.85$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 22

INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A MÉDIA COM VARIÂNCIA CONHECIDA

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
O tempo de reação a um novo medicamento pode ser considerado como tendo distribuição normal com desvio padrão igual a 3.16 minutos. 25 pacientes foram sorteados, receberam o medicamento e tiveram seu tempo de reação anotado. Da amostra, a média resultante foi 4.6 minutos. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para o tempo de reação médio ao medicamento com confiança de 99%.

   (a) $[2.969, 6.231]$
   (b) $[2.832, 6.368]$
   (c) $[4.274, 4.926]$
   (d) $[3.772, 5.428]$
   (e) $[4.246, 4.954]$

   Solução
   Do texto, nós temos que a variância é conhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(\mu; 99\%) &= \left[\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[4.6 - 2.58 \times \frac{3.16}{\sqrt{25}}\ ,\ 4.6 + 2.58 \times \frac{3.16}{\sqrt{25}}\right] \\ &= [2.969, 6.231]. \end{aligned}$$

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
Suponha que estamos interessados em verificar o comprimento (em cm) médio das correias produzidas por uma fábrica. Tendo em vista o processo de fabricação, podemos considerar que os comprimentos dessas correias seguem uma distribuição Normal com desvio padrão 1.49. Uma amostra aleatória simples de tamanho 27 foi coletada e apresentou média de 64.99. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para o comprimento médio das correias com confiança de 99%.

   (a) $[64.837, 65.143]$
   (b) $[64.193, 65.787]$
   (c) $[64.250, 65.730]$
   (d) $[64.444, 65.536]$
   (e) $[64.848, 65.132]$

   Solução
   Do texto, nós temos que a variância é conhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(\mu; 99\%) &= \left[\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[64.99 - 2.58 \times \frac{1.49}{\sqrt{27}}\ ,\ 64.99 + 2.58 \times \frac{1.49}{\sqrt{27}}\right] \\ &= [64.250, 65.730]. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Em um estudo sobre pinheiros plantados em uma mesma época do ano numa área de reflorestamento foi medido o diâmetro de 30 árvores a 135 cm do solo. Obteve-se o valor médio de 51.32 cm. Sabe-se, de estudos anteriores, que o desvio-padrão do diâmetro de árvores da mesma espécie com a mesma idade é igual a 7.62 cm. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para o diâmetro médio em toda a área plantada com 99% de confiança. Assuma que o diâmetro das árvores segue uma distribuição Normal.

(a) $[50.665, 51.975]$
(b) $[47.731, 54.909]$
(c) $[50.146, 52.494]$
(d) $[50.620, 52.020]$
(e) $[47.485, 55.155]$

Solução
Do texto, nós temos que a variância é conhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(\mu; 99\%) &= \left[\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \ , \ \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[51.32 - 2.58 \times \frac{7.62}{\sqrt{30}} \ , \ 51.32 + 2.58 \times \frac{7.62}{\sqrt{30}}\right] \\ &= [47.731, 54.909]. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Em um estudo sobre a produção de papel por eucaliptos plantados na mesma área foi medida a produção individual (em resmas de papel) de uma amostra aleatória simples de 25 árvores. Obteve-se o valor médio de 20 resmas por árvore. Sabe-se que o desvio-padrão populacional da produção de eucaliptos é de 3.39 resmas. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para a produção média em toda a área plantada com 95% de confiança.

(a) $[18.601, 21.399]$
(b) $[19.720, 20.280]$
(c) $[19.396, 20.604]$
(d) $[19.734, 20.266]$

(e) $[18.671, 21.329]$

Solução
Do texto, nós temos que a variância é conhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$
\begin{aligned}
IC(\mu; 95\%) &= \left[\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \\
&= \left[20 - 1.96 \times \frac{3.39}{\sqrt{25}}\ ,\ 20 + 1.96 \times \frac{3.39}{\sqrt{25}}\right] \\
&= [18.671, 21.329].
\end{aligned}
$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

5. **Questão**
Para se avaliar a audiência do mais conhecido telejornal (Jornal Nacional) da rede Globo de televisão, em determinado mês do ano, mediu-se os pontos de audiência do programa para 25 dias desse mês. Obteve-se o valor médio de 28.9 pontos. Sabe-se que o desvio padrão populacional dos pontos de audiência desse telejornal é de 4.3 pontos. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para os pontos de audiência médio em todo o mês com 90% de confiança. Assuma que a audiência do jornal segue uma distribuição normal.

(a) $[28.606, 29.194]$
(b) $[28.369, 29.431]$
(c) $[27.429, 30.371]$
(d) $[28.618, 29.182]$
(e) $[27.490, 30.310]$

Solução
Do texto, temos que a variância populacinal é conhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$
\begin{aligned}
IC(\mu; 90\%) &= \left[\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \\
&= \left[28.9 - 1.64 \times \frac{4.3}{\sqrt{25}}\ ,\ 28.9 + 1.64 \times \frac{4.3}{\sqrt{25}}\right] \\
&= [27.490, 30.310].
\end{aligned}
$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

Probabilidade e Estatística

6. **Questão**
Em uma pesquisa realizada no Itapoã, em que foram entrevistadas 28 moradores dessa região, na periferia do Distrito Federal, verificou-se que a renda per capita mensal média é de 708.41 reais. Sabe-se que o desvio padrão populacional é de 143.16 reais. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para a renda per capita mensal média dessas pessoas com 90% de confiança.

   (a) $[699.701, 717.119]$
   (b) $[705.516, 711.304]$
   (c) $[664.040, 752.780]$
   (d) $[662.328, 754.492]$
   (e) $[700.025, 716.795]$

   Solução
   Do texto, nós temos que a variância é conhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(\mu; 90\%) &= \left[\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[708.41 - 1.64 \times \frac{143.16}{\sqrt{28}}\ ,\ 708.41 + 1.64 \times \frac{143.16}{\sqrt{28}}\right] \\ &= [664.040, 752.780]. \end{aligned}$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso
   (e) Falso

7. **Questão**
Uma fábrica de lâmpadas quer testar sua qualidade de produção. Sabe-se que o tempo de vida em horas de um bulbo de lâmpada de 75W é distribuída de forma aproximadamente normal com desvio padrão de 27.4. Uma amostra aleatória de 14 bulbos apresentou tempo de vida médio de 1478.22 horas. Assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para duração desses bulbos com 95% de confiança.

   (a) $[1463.867, 1492.573]$
   (b) $[1474.384, 1482.056]$
   (c) $[1475.926, 1480.514]$
   (d) $[1462.399, 1494.041]$
   (e) $[1473.992, 1482.448]$

   Solução
   Do texto, nós temos que a variância é conhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(\mu; 95\%) &= \left[\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[1478.22 - 1.96 \times \frac{27.4}{\sqrt{14}}\ ,\ 1478.22 + 1.96 \times \frac{27.4}{\sqrt{14}}\right] \\ &= [1463.867, 1492.573]. \end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
Um pesquisador está interessado em estimar o nível médio de uma enzima em uma determinada população. Para isso, ele toma uma amostra de 11 indivíduos, determina o nível da enzima em cada um deles e obtem uma média amostral de 24. Se ele sabe que a variável de interesse é normalmente distribuída com um desvio padrão de 7.057, qual é o intervalo de confiança para o nível médio da enzima com 99% de confiança?

(a) $[17.256, 30.744]$
(b) $[22.134, 25.866]$
(c) $[18.510, 29.490]$
(d) $[22.345, 25.655]$
(e) $[21.967, 26.033]$

Solução
Note, por exemplo, que $n = 11, \overline{x} = 24, \sigma = 7.057$ e $1 - \alpha = 0.99$, o que implica que $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0.995} = 2.58$. Portanto,

$$\begin{aligned} IC(\mu; 0.99\%) &= \left(24 - \frac{7.057}{\sqrt{11}} \times 2.58;\ 24 + \frac{7.057}{\sqrt{11}} \times 2.58\right) \\ &= [18.510, 29.490] \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Um estudante medindo a temperatura de ebulição (em graus Celsius) de um determinado líquido, em 7 amostras diferentes, nas mesmas condições, calcula a média da amostra como sendo 98.167. Se ele sabe que, com este procedimento, a temperatura de ebulição tem distribuição normal com desvio padrão de 1.5 graus, qual é o intervalo de confiança para a temperatura média de ebulição com 95% de confiança?

(a) $[97.643, 98.691]$
(b) $[97.056, 99.278]$
(c) $[97.406, 98.928]$
(d) $[96.780, 99.554]$
(e) $[97.747, 98.587]$

Solução
Note, por exemplo, que $n = 7, \overline{x} = 98.167, \sigma = 1.5$ e $1 - \alpha = 0.95$, o que implica que $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0.975} = 1.96$. Portanto,

$$\begin{aligned} IC(\mu; 0.95\%) &= \left(98.167 - \frac{1.5}{\sqrt{7}} \times 1.96;\ 98.167 + \frac{1.5}{\sqrt{7}} \times 1.96\right) \\ &= [97.056, 99.278] \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
Em determinada população, o peso dos homens adultos é distribuído normalmente com um desvio padrão de 19.61 kg. Uma amostra aleatória simples de 30 homens adultos é sorteada desta população, obtendo-se um peso médio de 81.25 kg. Construa um intervalo de confiança de 80% para o peso médio de todos os homens adultos dessa população.

(a) $[80.571, 81.929]$
(b) $[76.667, 85.833]$
(c) $[80.393, 82.107]$
(d) $[76.555, 85.945]$
(e) $[80.413, 82.087]$

Solução
Note, por exemplo, que $n = 30, \overline{x} = 81.25, \sigma = 19.61$ e $1 - \alpha = 0.8$, o que implica que $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0.9} = 1.28$. Portanto,

$$\begin{aligned} IC(\mu; 0.8\%) &= \left(81.25 - \frac{19.61}{\sqrt{30}} \times 1.28; 81.25 + \frac{19.61}{\sqrt{30}} \times 1.28\right) \\ &= [76.667, 85.833] \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 23

INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A MÉDIA COM VARIÂNCIA DESCONHECIDA

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Uma amostra de 24 dias do número de ocorrências policiais em um certo bairro apresentou média amostral de 15 e desvio padrão amostral de 4.26. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para o número de ocorrências policiais com confiança de 99%.

   (a) $[12.757, 17.243]$
   (b) $[14.542, 15.458]$
   (c) $[14.018, 15.982]$
   (d) $[12.559, 17.441]$
   (e) $[14.502, 15.498]$

   Solução
   Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(\mu; 99\%) &= \left[\bar{x} - t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[15 - 2.8073 \times \frac{4.26}{\sqrt{24}}\ ,\ 15 + 2.8073 \times \frac{4.26}{\sqrt{24}}\right] \\ &= [12.559, 17.441]. \end{aligned}$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro
   (e) Falso

2. **Questão**
   A *glicemia de jejum* é um exame que mede o nível de glicose (açúcar) na circulação sanguínea de um indivíduo em jejum (de 8 a 12 horas). Valores entre 70 e 110 mg/dL são considerados normais. Nesse contexto, para estimar o nível médio de glicose de jejum das pessoas de uma dada comunidade rural, pesquisadores realizaram o exame em 21 pessoas escolhidas ao acaso dessa comunidade, obtendo-se média e variância amostrais de 104 e 84, respectivamente. Supondo normalidade da glicemia de jejum, assinale a alternativa correspondente a um intervalo de confiança para a glicemia de jejum média dessa população com confiança de 95%.

   (a) $[95.656, 112.344]$
   (b) $[99.828, 108.172]$
   (c) $[93.680, 114.320]$
   (d) $[100.720, 107.280]$
   (e) $[98.840, 109.160]$

   Solução
   Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(\mu;95\%) &= \left[\bar{x} - t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[104 - 2.086 \times \frac{9.17}{\sqrt{21}}\ ,\ 104 + 2.086 \times \frac{9.17}{\sqrt{21}}\right] \\ &= [99.828, 108.172]. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Computadores em alguns modelos de veículos calculam várias quantidades relacionadas ao desempenho, como seu rendimento em km/l. Para uma amostra de 24 veículos de um mesmo modelo, registrou-se o rendimento a cada vez que o tanque foi completamente cheio. Obteve-se média amostral de 14.64 km/l, com desvio padrão amostral de 1.06 km/l. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para o rendimento médio real deste modelo de veículo com confiança de 99%.

(a) $[14.150, 15.130]$
(b) $[14.082, 15.198]$
(c) $[14.033, 15.247]$
(d) $[14.526, 14.754]$
(e) $[14.516, 14.764]$

Solução
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(\mu;99\%) &= \left[\bar{x} - t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[14.64 - 2.8073 \times \frac{1.06}{\sqrt{24}}\ ,\ 14.64 + 2.8073 \times \frac{1.06}{\sqrt{24}}\right] \\ &= [14.033, 15.247]. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Uma amostra aleatória de 10 brasileiros para verificar a quantidade de livros lidos por ano por pessoa apresentou média amostral de 2 e desvio padrão amostral de 0.55. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para o número médio de livros lidos pelos brasileiros por ano com confiança de 95%.

(a) $[1.615, 2.385]$
(b) $[1.659, 2.341]$
(c) $[1.607, 2.393]$
(d) $[1.876, 2.124]$
(e) $[1.892, 2.108]$

Solução
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(\mu; 95\%) &= \left[\bar{x} - t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[2 - 2.2622 \times \frac{0.55}{\sqrt{10}}\ ,\ 2 + 2.2622 \times \frac{0.55}{\sqrt{10}}\right] \\ &= [1.607, 2.393]. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
Uma amostra aleatória de 17 crianças de uma escola, cuja diretoria quer saber sobre a hidratação e saúde dos alunos, apresentou um consumo médio amostral de 3 litros de água por dia, com e desvio padrão amostral de 0.59. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para a quantidade média de água consumida pelos alunos da escola, com confiança de 99%.

(a) $[2.910, 3.090]$
(b) $[2.566, 3.434]$
(c) $[2.899, 3.101]$
(d) $[2.631, 3.369]$
(e) $[2.582, 3.418]$

Solução
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(\mu; 99\%) &= \left[\bar{x} - t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[3 - 2.9208 \times \frac{0.59}{\sqrt{17}}\ ,\ 3 + 2.9208 \times \frac{0.59}{\sqrt{17}}\right] \\ &= [2.582, 3.418]. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso

(d) Falso
(e) Verdadeiro

6. **Questão**
Em uma amostra aleatória de 18 canetas esferográficas de uma certa marca, os usuários foram capazes de escrever, em média, 296 páginas, com desvio padrão amostral de 22.24. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para o número médio de páginas que alguém pode escrever com essa caneta com confiança de 99%.

(a) $[282.476, 309.524]$
(b) $[292.812, 299.188]$
(c) $[292.419, 299.581]$
(d) $[280.808, 311.192]$
(e) $[293.410, 298.590]$

Solução
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(\mu; 99\%) &= \left[\bar{x} - t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[296 - 2.8982 \times \frac{22.24}{\sqrt{18}}\ ,\ 296 + 2.8982 \times \frac{22.24}{\sqrt{18}}\right] \\ &= [280.808, 311.192]. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

7. **Questão**
Uma amostra aleatória de 24 alunos de um curso pré-vestibular apresentou média amostral de horas de estudo semanais de 32, com desvio padrão amostral de 13.38. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para o número médio de horas de estudo dos alunos desse curso com confiança de 90%.

(a) $[27.319, 36.681]$
(b) $[27.521, 36.479]$
(c) $[31.045, 32.955]$
(d) $[31.086, 32.914]$
(e) $[31.044, 32.956]$

Solução
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(\mu; 90\%) &= \left[\bar{x} - t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[32 - 1.7139 \times \frac{13.38}{\sqrt{24}}\ ,\ 32 + 1.7139 \times \frac{13.38}{\sqrt{24}}\right] \\ &= [27.319, 36.681]. \end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
Uma amostra aleatória de 19 estudantes de ensino médio apresentou média amostral de 5 horas por dia na internet, com desvio padrão amostral de 0.79. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para a quantidade média de tempo, em horas, que os estudantes passam na internet por dia, com confiança de 95%.

(a) $[4.913, 5.087]$
(b) $[4.645, 5.355]$
(c) $[4.619, 5.381]$
(d) $[4.666, 5.334]$
(e) $[4.919, 5.081]$

Solução
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(\mu; 95\%) &= \left[\bar{x} - t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[5 - 2.1009 \times \frac{0.79}{\sqrt{19}}\ ,\ 5 + 2.1009 \times \frac{0.79}{\sqrt{19}}\right] \\ &= [4.619, 5.381]. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Uma amostra aleatória de 15 aeromoças que trabalham em vôos nacionais apresentou média amostral de horas de vôo por mês de 88, com desvio padrão amostral de 13.75. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para o número médio de horas de vôo mensais das aeromoças com confiança de 95%.

(a) $[86.034, 89.966]$
(b) $[80.385, 95.615]$

(c) $[81.042, 94.958]$
(d) $[86.430, 89.570]$
(e) $[86.203, 89.797]$

Solução
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned}
IC(\mu; 95\%) &= \left[\bar{x} - t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right] \\
&= \left[88 - 2.1448 \times \frac{13.75}{\sqrt{15}}\ ,\ 88 + 2.1448 \times \frac{13.75}{\sqrt{15}}\right] \\
&= [80.385, 95.615].
\end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
Uma amostra aleatória de 17 fotógrafos apresentou média amostral de 1798 fotos tiradas por trabalho, com desvio padrão amostral de 205.6. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para o número médio de fotos por trabalho com confiança de 95%.

(a) $[1692.290, 1903.710]$
(b) $[1792.297, 1803.703]$
(c) $[1772.362, 1823.638]$
(d) $[1700.264, 1895.736]$
(e) $[1774.296, 1821.704]$

Solução
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned}
IC(\mu; 95\%) &= \left[\bar{x} - t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x} + t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right] \\
&= \left[1798 - 2.1199 \times \frac{205.6}{\sqrt{17}}\ ,\ 1798 + 2.1199 \times \frac{205.6}{\sqrt{17}}\right] \\
&= [1692.290, 1903.710].
\end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 24

INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A PROPORÇÃO

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Uma amostra aleatória de 616 crianças revelou que 41% delas preferem a marca A de marshmallows. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para a proporção das crianças que prefere a marca A com confiança de 80%. (Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)

   (a) $[0.372, 0.448]$
   (b) $[0.397, 0.423]$
   (c) $[0.385, 0.435]$
   (d) $[0.206, 0.614]$
   (e) $[-0.220, 1.040]$

   Solução
   O intervalo de confiança requerido é expresso como

$$
\begin{aligned}
IC(p; 80\%) &= \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ,\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right] \\
&= \left[0.41 - 1.28 \times \sqrt{\frac{0.2419}{616}}\ ,\ 0.41 + 1.28 \times \sqrt{\frac{0.2419}{616}}\right] \\
&= [0.385, 0.435].
\end{aligned}
$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
   Uma amostra aleatória de 551 mesas atendidas de um restaurante revela que 59% delas oferecem gorjetas aos garçons. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para a proporção das mesas que oferecem gorjetas com confiança de 99%. (Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)

   (a) $[0.027, 1.153]$
   (b) $[0.563, 0.617]$
   (c) $[0.536, 0.644]$
   (d) $[0.509, 0.671]$
   (e) $[-0.679, 1.859]$

   Solução
   O intervalo de confiança requerido é expresso como

$$
\begin{aligned}
IC(p; 99\%) &= \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ,\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right] \\
&= \left[0.59 - 2.58 \times \sqrt{\frac{0.2419}{551}}\ ,\ 0.59 + 2.58 \times \sqrt{\frac{0.2419}{551}}\right] \\
&= [0.536, 0.644].
\end{aligned}
$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Uma amostra de 2087 estudantes de uma universidade mostrou que 1118 deles consideram que os pais fazem pressão excessiva sobre seus filhos. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para proporçãoo real de estudantes universitários que tem a mesma opinião com confiança de 80%. Aproxime a proporção amostral com três casas de precisão. (Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)

(a) $[0.522, 0.550]$
(b) $[0.515, 0.557]$
(c) $[0.529, 0.543]$
(d) $[0.327, 0.745]$
(e) $[-0.102, 1.174]$

Solução
O intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(p;80\%) &= \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ,\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right] \\ &= \left[0.536 - 1.28 \times \sqrt{\frac{0.249}{2087}}\ ,\ 0.536 + 1.28 \times \sqrt{\frac{0.249}{2087}}\right] \\ &= [0.522, 0.550]. \end{aligned}$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Em uma pesquisa de satisfação de uma empresa aérea, uma amostra aleatória de 130 clientes responderam a um questionário ao final de seus vôos, revelando que 35% deles estavam insatisfeitos com o serviço prestado. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente a um intervalo de confiança para a proporção de clientes insatisfeitos com confiança de 80%. (Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)

(a) $[0.323, 0.377]$
(b) $[0.270, 0.430]$
(c) $[-0.261, 0.961]$
(d) $[0.296, 0.404]$

(e) $[0.159, 0.541]$

Solução
O intervalo de confiança requerido é expresso como

$$
\begin{aligned}
IC(p; 80\%) &= \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ,\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right] \\
&= \left[0.35 - 1.28 \times \sqrt{\frac{0.2275}{130}}\ ,\ 0.35 + 1.28 \times \sqrt{\frac{0.2275}{130}}\right] \\
&= [0.296, 0.404].
\end{aligned}
$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

5. **Questão**
Em um estudo sobre a eficiência do trabalho de varas criminais do TJDFT, verificou-se que em 64% dos processos de uma amostra aleatória simples de 131 processos há uma demora de mais de um ano para ser proferida a sentença em primeira instância. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para a proporção de processos criminais que levam mais de um ano em sua tramitação com confiança de 90%. (Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)

(a) $[0.345, 0.935]$
(b) $[0.606, 0.674]$
(c) $[-0.147, 1.427]$
(d) $[0.571, 0.709]$
(e) $[0.537, 0.743]$

Solução
O intervalo de confiança requerido é expresso como

$$
\begin{aligned}
IC(p; 90\%) &= \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ,\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right] \\
&= \left[0.64 - 1.64 \times \sqrt{\frac{0.2304}{131}}\ ,\ 0.64 + 1.64 \times \sqrt{\frac{0.2304}{131}}\right] \\
&= [0.571, 0.709].
\end{aligned}
$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

6. **Questão**
   Um levantamento de 171 casos de homicídio selecionados aleatoriamente em determinado estado da Federação revela que 22% desses casos nunca foram solucionados. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente a um intervalo de confiança para a proporção de homicídios, nesse estado, que não são resolvidos, com confiança de 95%. (Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)

   (a) $[-0.062, 0.502]$
   (b) $[0.189, 0.251]$
   (c) $[0.127, 0.313]$
   (d) $[-0.592, 1.032]$
   (e) $[0.158, 0.282]$

   Solução
   O intervalo de confiança requerido é expresso como

$$
\begin{aligned}
IC(p; 95\%) &= \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ,\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right] \\
&= \left[0.22 - 1.96 \times \sqrt{\frac{0.1716}{171}}\ ,\ 0.22 + 1.96 \times \sqrt{\frac{0.1716}{171}}\right] \\
&= [0.158, 0.282].
\end{aligned}
$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Verdadeiro

7. **Questão**
   A fim de estimar o resultado do 1° turno das eleições no Brasil, foi selecionada uma amostra aleatória de eleitores e em seguida realizada uma pesquisa sobre a intenção de votos. A pesquisa mostrou que determinado candidato obteve 63% das intenções de votos válidos e está a frente dos demais candidatos. No total, foram 115 eleitores entrevistados. Estime o intervalo de confiança para o resultado do candidato que irá liderar o primeiro turno com confiança de 99%. (Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)

   (a) $[0.088, 1.172]$
   (b) $[0.514, 0.746]$
   (c) $[-0.616, 1.876]$
   (d) $[0.572, 0.688]$
   (e) $[0.456, 0.804]$

   Solução
   O intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned}
IC(p;99\%) &= \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ,\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right] \\
&= \left[0.63 - 2.58 \times \sqrt{\frac{0.2331}{115}}\ ,\ 0.63 + 2.58 \times \sqrt{\frac{0.2331}{115}}\right] \\
&= [0.514, 0.746].
\end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
Em 2017 foi elaborado um projeto de lei que propõe tipificar como crime a divulgação de notícias falsas, também conhecidas como fake news (PLS 473/2017), pesquisadores do DataSenado realizaram uma enquete que recebeu 99 respostas, das quais 73% eram favoráveis ao projeto. Considerando tais valores, qual é o intervalo de confiança para o percentual de eleitores favoráveis com nível de confiança de 90%? (Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)

(a) $[0.477, 0.983]$
(b) $[0.620, 0.840]$
(c) $[0.002, 1.458]$
(d) $[0.693, 0.767]$
(e) $[0.657, 0.803]$

Solução
O intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned}
IC(p;90\%) &= \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ,\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right] \\
&= \left[0.73 - 1.64 \times \sqrt{\frac{0.1971}{99}}\ ,\ 0.73 + 1.64 \times \sqrt{\frac{0.1971}{99}}\right] \\
&= [0.657, 0.803].
\end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

9. **Questão**
Um levantamento realizado pelo DataSenado sobre o projeto de lei PLS 782/2015, que institui o pagamento de anuidade em universidades públicas por estudantes com alta renda familiar, revela que 82% dos participantes se manifestaram contra a proposta. A pesquisa recebeu 116 respostas. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente

ao intervalo de confiança para o percentual de eleitores contra a proposta, com confiança de 90%. Considere que os respoondentes da pesquisa foram selecionados aleatoriamente da população de eleitores. (Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)

(a) $[0.631, 1.009]$
(b) $[0.190, 1.450]$
(c) $[0.791, 0.849]$
(d) $[0.732, 0.908]$
(e) $[0.761, 0.879]$

Solução
O intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(p; 90\%) &= \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ,\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right] \\ &= \left[0.82 - 1.64 \times \sqrt{\frac{0.1476}{116}}\ ,\ 0.82 + 1.64 \times \sqrt{\frac{0.1476}{116}}\right] \\ &= [0.761, 0.879]. \end{aligned}$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

10. **Questão**
Uma enquete realizada pelo DataSenado sobre o Projeto de Lei no 263/2018, que veda a produção, importação, comercialização e distribuição, ainda que gratuita, de produtos que contém plástico, apontou que a proibição a canudos plásticos foi a que teve maior apoio com 86%. A pesquisa recebeu 656 respostas (considere que os respondentes foram selecionados aleatoriamente da população de eleitores). Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para o percentual de eleitores a favor da proposta de proibição de canudos com confiança de 90%. (Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)

(a) $[0.706, 1.014]$
(b) $[0.838, 0.882]$
(c) $[0.849, 0.871]$
(d) $[0.291, 1.429]$
(e) $[0.827, 0.893]$

Solução
O intervalo de confiança requerido é expresso como

$$\begin{aligned} IC(p; 90\%) &= \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\ ,\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right] \\ &= \left[0.86 - 1.64 \times \sqrt{\frac{0.1204}{656}}\ ,\ 0.86 + 1.64 \times \sqrt{\frac{0.1204}{656}}\right] \\ &= [0.838, 0.882]. \end{aligned}$$

Probabilidade e Estatística

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 25

TESTE DE HIPÓTESES PARA A MÉDIA

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
Uma máquina deve produzir peças com diâmetro médio de 23 cm. Entretanto, variações acontecem e pode-se assumir que o diâmetro dessas peças apresentam variância igual a 10 cm^2. Para testar se a máquina está bem regulada, 31 peças foram observadas, fornecendo uma média amostral de 23.74. O técnico então considera um teste para verificar se a máquina produz peças com diâmetro médio maior que a especificação. As hipóteses do teste e a conclusão a um nível de significância de 5% são:

   (a) $H_0 : \mu = 23$ *vs.* $H_a : \mu \neq 23$. H_0 é rejeitada.
   (b) $H_0 : \bar{x} = 23.74$ *vs.* $H_a : \bar{x} > 23.74$. H_0 é rejeitada.
   (c) $H_0 : \mu \leq 23$ *vs.* $H_a : \mu > 23$. H_0 não é rejeitada.
   (d) $H_0 : \bar{x} = 23$ *vs.* $H_a : \bar{x} = 23.74$. H_0 não é rejeitada.
   (e) $H_0 : \mu \leq 23$ *vs.* $H_a : \mu > 23$. H_0 é rejeitada.

   Solução
   Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância conhecida. As hipóteses do teste são $H_0 : \mu \leq 23$ *vs.* $H_a : \mu > 23$. Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por

   $$\alpha = P(\text{rejeitar } H_0|H_0 \text{ é verdadeira}) = P(\bar{X} > c|\mu = 23) = P\left(Z > \frac{c-23}{\sqrt{10/31}}\right) = 0.05.$$

   Portanto, $\frac{c-23}{\sqrt{10/31}} = 1.64 \Rightarrow c = 23.93$.

   Daí, como $\bar{x} = 23.74 < 23.93$, não se rejeita H_0.

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso
   (e) Falso

2. **Questão**
Suponha que um fornecedor de peixes encomendou do exterior um carregamento de salmões selvagens. Entretanto, ao receber o produto, ele suspeita que o salmão entregue foi produzido em cativeiro. Sabe-se que uma porção de filé de salmão contém, em média, 26 e 45 gramas de gordura, respectivamente, para salmões selvagens e de cativeiro. Além disso, nos dois casos, a variância é igual a 241 gramas. Para testar se existe evidência estatísticamente significativa de que o produto não corresponde ao contratado, o fornecedor mensurou o total de gordura em 15 porções selecionadas ao acaso, obtendo uma média amostral de 31.21. Nesse contexto, ao realizar um teste de hipótese a um nível de significância de 5%, deve se concluir que:

   (a) $H_0 : \bar{x} = 31.21$ *vs.* $H_a : \bar{x} > 31.21$. Há evidência de que o salmão não é selvagem.
   (b) $H_0 : \bar{x} = 26$ *vs.* $H_a : \bar{x} = 31.21$. Não há evidência de que o salmão é de cativeiro.
   (c) $H_0 : \mu = 26$ *vs.* $H_a : \mu = 45$. Há evidência de que o salmão não é selvagem.
   (d) $H_0 : \mu = 26$ *vs.* $H_a : \mu < 26$. Há evidência de que o salmão é de cativeiro.
   (e) $H_0 : \mu = 26$ *vs.* $H_a : \mu = 45$. Não há evidência de que o salmão é de cativeiro.

   Solução
   Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância conhecida. As hipóteses do teste são $H_0 : \mu = 26$ *vs.* $H_a : \mu > 26$. Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por

α = P(rejeitar $H_0|H_0$ é verdadeira) = $P(\bar{X} > c|\mu = 26) = P\left(Z > \frac{c-26}{\sqrt{241/15}}\right) = 0.05$.

Portanto, $\frac{c-26}{\sqrt{241/15}} = 1.64 \Rightarrow c = 32.57$.

Daí, como $\bar{x} = 31.21 < 32.57$, não se rejeita H_0.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

3. **Questão**
A análise dos dados históricos indica que na segunda metade do último século eram observados anualmente, em média, $\mu = 8$ furacões no Atlântico. Um pesquisador deseja avaliar se μ sofreu alteração no século atual. Considere os valores obtidos nos 10 primeiros anos do novo século como sendo uma amostra independente de uma distribuição $N(\mu, \sigma^2 = 102)$. Nesse contexto, se a média amostral observada foi de 16.02, então, a um nível de significância de 5%, deve-se concluir que:

(a) $H_0 : \bar{x} = 8$ *vs.* $H_a : \bar{x} = 16.02$. Não há evidência de que a média não (μ) mudou.
(b) $H_0 : \mu = 8$ *vs.* $H_a : \mu < 8$. A média (μ) certamente se alterou.
(c) $H_0 : \mu = 8$ *vs.* $H_a : \mu \neq 8$. Não há evidência de que a média (μ) mudou.
(d) $H_0 : \mu = 8$ *vs.* $H_a : \mu \neq 8$. Há evidência de que a média (μ) mudou.
(e) $H_0 : \bar{x} = 16.02$ *vs.* $H_a : \bar{x} > 16.02$. Há evidência de que a média (μ) mudou.

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a média com variância conhecida. As hipóteses do teste são $H_0 : \mu = 8$ *vs.* $H_a : \mu \neq 8$. Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por

α = P(rejeitar $H_0|H_0$ é verdadeira) = $2P(\bar{X} > |c| \mid \mu = 8) = 2P\left(Z > \frac{c-8}{\sqrt{102/10}}\right) = 0.05$.

Portanto, $\frac{c-8}{\sqrt{102/10}} = 1.96 \Rightarrow c = 14.26$.

Daí, como $\bar{x} = 16.02 > 14.26$, rejeita-se H_0.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

4. **Questão**
Uma médica que trabalha com crianças carentes no Sol Nascente, suspeita que uma determinada bactéria está causando infecção nos pequenos. O valor mínimo da concentração de leucócitos no sangue, para ser considerado normal, é de 6227 mcL. Sabe-se, de pesquisas passadas, que a variância para este tipo de medida é igual a 2000 mcL^2. Para testar se as crianças estão realmente sendo infectadas pela bactéria, 34 delas tiveram seu sangue examinado, uma média amostral de 6211.25. As hipóteses do teste e a conclusão a um nível de significância de 5% são:

(a) $H_0 : \mu = 6227$ *vs.* $H_a : \mu \neq 6227$. H_0 é rejeitada.

(b) $H_0 : \mu \geq 6227$ *vs.* $H_a : \mu < 6227$. H_0 não é rejeitada.

(c) $H_0 : \bar{x} = 6227$ *vs.* $H_a : \bar{x} = 6211.25$. H_0 não é rejeitada.

(d) $H_0 : \mu \geq 6227$ *vs.* $H_a : \mu < 6227$. H_0 é rejeitada.

(e) $H_0 : \bar{x} = 6211.25$ *vs.* $H_a : \bar{x} > 6211.25$. H_0 é rejeitada.

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância conhecida. As hipóteses do teste são $H_0 : \mu \geq 6227$ *vs.* $H_a : \mu < 6227$. Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por

$$\alpha = P(\text{rejeitar } H_0|H_0 \text{ é verdadeira}) = P(\bar{X} < c|\mu = 6227) = P\left(Z < \frac{c-6227}{\sqrt{2000/34}}\right) = 0.05.$$

Portanto, $\frac{c-6227}{\sqrt{2000/34}} = 1.64 \Rightarrow c = 6214.42$.

Daí, como $\bar{x} = 6211.25 < 6214.42, rejeita - se\mathrm{H}_0$.

(a) Falso

(b) Falso

(c) Falso

(d) Verdadeiro

(e) Falso

5. **Questão**
Uma fábrica de carros esportivos, antes de liberá-los, testa seus carros na pista de corrida para verificar se estão funcionando perfeitamente, ou se precisam de ajustes. Uma das variáveis analisada é a velocidade máxima dos carros, a qual tem variância igual a 5 km^2/h^2. A fábrica deseja avaliar se a média das velocidades máximas de um certo modelo é de, no mínimo, 408 km/h. Para tanto, 10 veículos foram testados na pista, fornecendo uma média amostral de 406.47. A um nível de significância de 5%, conclui-se que:

(a) $H_0 : \mu \geq 408$ *vs.* $H_a : \mu < 408$. Há evidência de que os carros precisem de ajuste.

(b) $H_0 : \bar{x} = 408$ *vs.* $H_a : \bar{x} = 406.47$. Há evidência de que os carros precisem de ajuste.

(c) $H_0 : \bar{x} = 406.47$ *vs.* $H_a : \bar{x} > 406.47$. Há evidência de que os carros não precisem de ajuste.

(d) $H_0 : \mu = 408$ *vs.* $H_a : \mu \neq 408$. Há evidência de que os carros precisem de ajuste.

(e) $H_0 : \mu \geq 408$ *vs.* $H_a : \mu < 408$. Não há evidência de que os carros precisem de ajuste.

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância conhecida. As hipóteses do teste são $H_0 : \mu \geq 408$ *vs.* $H_a : \mu < 408$. Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por

$$\alpha = P(\text{rejeitar } H_0|H_0 \text{ é verdadeira}) = P(\bar{X} < c|\mu = 408) = P\left(Z < \frac{c-408}{\sqrt{5/10}}\right) = 0.05.$$

Portanto, $\frac{c-408}{\sqrt{5/10}} = -1.64 \Rightarrow c = 406.84$.

Daí, como $\bar{x} = 406.47 < 406.84$, rejeita-se H_0.

(a) Verdadeiro

(b) Falso

(c) Falso

(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
Uma fábrica de carros na Europa, antes de liberá-los, testa seus carros para verificar se eles estão nos padrões legais de emissão de carbono, que é de até 95 gramas de CO2 por km. Para testar se os veículos respeitam esse critério, 45 deles foram testados, fornecendo uma média amostral de 95.59. Considerando que a variância da emissão de carbono é de 3, as hipóteses do teste e a conclusão a um nível de significância de 5% são:

(a) $H_0 : \mu = 95$ *vs.* $H_a : \mu \neq 95$. H_0 é rejeitada.
(b) $H_0 : \bar{x} = 95$ *vs.* $H_a : \bar{x} = 95.59$. H_0 não é rejeitada.
(c) $H_0 : \bar{x} = 95.59$ *vs.* $H_a : \bar{x} > 95.59$. H_0 é rejeitada.
(d) $H_0 : \mu \leq 95$ *vs.* $H_a : \mu > 95$. H_0 não é rejeitada.
(e) $H_0 : \mu \leq 95$ *vs.* $H_a : \mu > 95$. H_0 é rejeitada.

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância conhecida. As hipóteses do teste são $H_0 : \mu \leq 95$ *vs.* $H_a : \mu > 95$. Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por

$$\alpha = P(\text{rejeitar } H_0|H_0 \text{ é verdadeira}) = P(\bar{X} > c|\mu = 95) = P\left(Z > \frac{c-95}{\sqrt{3/45}}\right) = 0.05.$$

Portanto, $\frac{c-95}{\sqrt{3/45}} = 1.64 \Rightarrow c = 95.42$.

Daí, como $\bar{x} = 95.59 > 95.42$, rejeita-se H_0.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

7. **Questão**
A nota média de PE tem sido historicamente igual a 5.6. Desconfia-se que as provas ficaram mais fáceis e que a nota média atual é maior. Para verificar, uma amostra de 24 notas foi selecionada ao acaso, resultando numa média e variância amostrais iguais a 6.37 e 4.6, respectivamente. Considerando que as notas são normalmente distribuídas e um nível de significância de 10%, as hipóteses do teste e sua conclusão são:

(a) $H_0 : \bar{x} = 5.6$ *vs.* $H_a : \bar{x} = 6.37$. H_0 não é rejeitada.
(b) $H_0 : \mu \leq 5.6$ *vs.* $H_a : \mu > 5.6$. H_0 não é rejeitada.
(c) $H_0 : \mu = 5.6$ *vs.* $H_a : \mu \neq 5.6$. H_0 é rejeitada.
(d) $H_0 : \bar{x} = 6.37$ *vs.* $H_a : \bar{x} > 6.37$. H_0 é rejeitada.
(e) $H_0 : \mu \leq 5.6$ *vs.* $H_a : \mu > 5.6$. H_0 é rejeitada.

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância desconhecida. As hipóteses do teste são $H_0 : \mu \leq 5.6$ *vs.* $H_a : \mu > 5.6$. Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por

$$\alpha = P(\text{rejeitar } H_0|H_0 \text{ é verdadeira}) = P(\bar{X} > c|\mu = 5.6) = P\left(T_{n-1} > \frac{c-5.6}{\sqrt{4.6/24}}\right) = 0.1.$$

Portanto, $\frac{c-5.6}{\sqrt{4.6/24}} = 1.32 \Rightarrow c = 6.18$.

Daí, como $\bar{x} = 6.37 > 6.18$, rejeita-se H_0.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

8. **Questão**
Analistas de uma companhia de seguros desconfiam dos valores altos de reparos feitos por uma oficina credenciada. Historicamente, o custo médio de reparos custeados pela seguradora é igual a 1300 reais. Uma amostra de valores de reparo de 22 veículos na referida oficina forneceu um valor médio de 1366.03 reais e desvio-padrão de 190. Teste, a um nível de significância de 10%, se há evidência de que a oficina está cobrando pelos reparos, em média, mais do que o valor médio comumente observado pela seguradora. Assuma que o custo dos reparos segue uma distribuição Normal.

(a) $H_0 : \bar{x} = 1300$ *vs.* $H_a : \bar{x} > 1300$. H_0 é rejeitada.
(b) $H_0 : \mu \leq 1300$ *vs.* $H_a : \mu > 1300$. H_0 é rejeitada.
(c) $H_0 : \mu \leq 1300$ *vs.* $H_a : \mu > 1300$. H_0 não é rejeitada.
(d) $H_0 : \mu = 1300$ *vs.* $H_a : \mu \neq 1300$. H_0 é rejeitada.
(e) $H_0 : \bar{x} = 1300$ *vs.* $H_a : \bar{x} > 1300$. H_0 não é rejeitada.

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância desconhecida. As hipóteses do teste são $H_0 : \mu \leq 1300$ *vs.* $H_a : \mu > 1300$. Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por

$\alpha = P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}) = P(\bar{X} > c | \mu = 1300) = P\left(T_{n-1} > \frac{c-1300}{190/\sqrt{22}}\right) = 0.1$.

Portanto, $\frac{c-1300}{190/\sqrt{22}} = 1.32 \Rightarrow c = 1353.47$.

Daí, como $\bar{x} = 1366.03 > 1353.47$, rejeita-se H_0.

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Um laboratório criou um novo método para identificar Selenoureia na água, um composto organosselênico que se apresenta em forma de sólido branco. Para a água encanada, a taxa de Selenoureia segue uma distribuição Normal com valor esperado de 50 ng/ml. Retira-se uma amostra de tamanho 5 da água da torneira. A média desses valores é de 51.21 ng/ml e o desvio padrão é de 1. Considerando um nível de significância de 10%, há evidências de que a média mudou?

(a) $H_0 : \bar{x} \leq 51.21$ *vs.* $H_a : \bar{x} > 51.21$. Há evidência de que a média (μ) mudou.

(b) $H_0 : \mu = 50$ *vs.* $H_a : \mu \neq 50$. Há evidência de que a média (μ) mudou.

(c) $H_0 : \mu = 50$ *vs.* $H_a : \mu \neq 50$. Não há evidência de que a média (μ) mudou.

(d) $H_0 : \bar{x} = 50$ *vs.* $H_a : \bar{x} = 51.21$. Não há evidência de que a média não (μ) mudou.

(e) $H_0 : \mu \geq 50$ *vs.* $H_a : \mu < 50$. A média (μ) certamente se alterou.

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a média com variância desconhecida. As hipóteses do teste são $H_0 : \mu = 50$ *vs.* $H_a : \mu \neq 50$. Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por

$\alpha = P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}) = 2P(\bar{X} > |c| \mid \mu = 50) = 2P\left(T_{n-1} > \frac{c-50}{1/\sqrt{5}}\right) = 0.1.$

Portanto, $\frac{c-50}{1/\sqrt{5}} = 2.13 \Rightarrow c = 50.95$.

Daí, como $\bar{x} = 51.21 > 50.95$, rejeita-se H_0.

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

10. **Questão**
Uma companhia de cigarros anuncia que o índice médio de nicotina dos cigarros que fabrica é de, no máximo, 25.3 mg por cigarro. Sabendo que a quantidade de nicotina em um cigarro tem distribuição Normal, um laboratório realiza 10 análises desse índice, obtendo média de 25.8 mg e variância igual a 0.757. Considerando um nível de significância de 10%, as hipóteses do teste e sua conclusão são:

(a) $H_0 : \mu \leq 25.3$ *vs.* $H_a : \mu > 25.3$. H_0 é rejeitada.

(b) $H_0 : \bar{x} = 25.3$ *vs.* $H_a : \bar{x} > 25.3$. H_0 é rejeitada.

(c) $H_0 : \mu \leq 25.3$ *vs.* $H_a : \mu > 25.3$. H_0 não é rejeitada.

(d) $H_0 : \mu = 25.3$ *vs.* $H_a : \mu \neq 25.3$. H_0 é rejeitada.

(e) $H_0 : \bar{x} = 25.3$ *vs.* $H_a : \bar{x} > 25.3$. H_0 não é rejeitada.

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância desconhecida. As hipóteses do teste são $H_0 : \mu \leq 25.3$ *vs.* $H_a : \mu > 25.3$. Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por

$\alpha = P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}) = P(\bar{X} > c | \mu = 25.3) = P\left(T_{n-1} > \frac{c-25.3}{0.87/\sqrt{10}}\right) = 0.1.$

Portanto, $\frac{c-25.3}{0.87/\sqrt{10}} = 1.38 \Rightarrow c = 25.68$.

Daí, como $\bar{x} = 25.8 > 25.68, rejeita-se \mathrm{H}_0$.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 26

TAMANHO DE AMOSTRA PARA INFERÊNCIA PARA A MÉDIA

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Em um estudo sobre as condições de saúde de certa comunidade, deseja-se estimar o número médio de remédios diferentes consumidos por pessoa por ano. A partir de pesquisas anteriores, assume-se que o desvio padrão populacional da quantidade de remédios consumida por um indivíduo é 4. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, com confiança de 96%, a média amostral não difira da média populacional por mais de 0.3 unidades?

   (a) 468
   (b) 935
   (c) 187
   (d) 748
   (e) 545

   Solução
   O tamanho mínimo da amostra é dado por

   $$n \geq \left(\frac{z \times \sigma}{\varepsilon}\right)^2$$

   Considerando nível de confiança de 96%, então $z = 2.05$. Então,

   $$n \geq \left(\frac{2.05 \times 4}{0.3}\right)^2 = 747.11.$$

   Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 748$.

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro
   (e) Falso

2. **Questão**
   Antes da aplicação do Sistema de Avaliação da Educação Profissional e Tecnológica (SAEP) no curso de Mecânica Automotiva do SENAI, deseja-se estimar o desempenho médio dos alunos. Sabe-se de resultados anteriores que o desvio padrão populacional do desempenho dos alunos é de 1.21 pontos. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, com confiança de 80%, a média amostral não difira da média populacional por mais de 0.45 pontos?

   (a) 12
   (b) 8
   (c) 6
   (d) 13
   (e) 3

   Solução
   O tamanho mínimo da amostra é dado por

   $$n \geq \left(\frac{z \times \sigma}{\varepsilon}\right)^2$$

Considerando nível de confiança de 80%, então $z = 1.28$. Então,

$$n \geq \left(\frac{1.28 \times 1.21}{0.45}\right)^2 = 11.85.$$

Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 12$.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Apesar de ter ganhado grande visibilidade a partir da sanção da Lei 12.711 de 2012, o sistema de cotas no Brasil existe desde o início dos anos 2000, quando a Universidade de Brasília (UnB) decidiu fazer reserva de vagas para alguns candidatos em seu processo seletivo. Em um estudo sobre o desempenho de alunos cotistas em universidades públicas, deseja-se estimar o número médio de alunos cotistas desligados das universidades em 2018. Em anos anteriores o desvio padrão populacional da quantidade de cotistas desligados é de 76. Em um levantamento por amostragem aleatória, qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, com confiança de 80%, a média amostral não difira da média populacional por mais de 22 cotistas?

(a) 24
(b) 20
(c) 9
(d) 5
(e) 12

Solução
O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z \times \sigma}{\varepsilon}\right)^2$$

Considerando nível de confiança de 80%, então $z = 1.28$. Então,

$$n \geq \left(\frac{1.28 \times 76}{22}\right)^2 = 19.55.$$

Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 20$.

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

4. **Questão**
A Pesquisa de Acompanhamento de Egressos, realizada pelo SENAI, tem como objetivo avaliar o desempenho da instituição. Assim que um estudante se forma no SENAI, ele preenche um formulário com dados profissionais. Após um ano da conclusão do curso, a escola entra em contato com ex-alunos e faz uma pesquisa sobre inserção no mercado de trabalho. Deseja-se estimar a renda média de ex-alunos empregados. Em anos anteriores o desvio padrão populacional era de 591 reais. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, com confiança de 95%, a média amostral não difira da média populacional por mais de 125 reais?

   (a) 86
   (b) 108
   (c) 54
   (d) 22
   (e) 61

   Solução
   O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$n \geq \left(\frac{z \times \sigma}{\varepsilon}\right)^2$$
   Considerando nível de confiança de 95%, então $z = 1.96$. Então,
$$n \geq \left(\frac{1.96 \times 591}{125}\right)^2 = 85.88.$$
   Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 86$.

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

5. **Questão**
Casos de feminicídio têm sido pauta frequente dos meios de comunicação no Brasil. Deseja-se estimar o número médio diário de mulheres mortas em crimes de ódio motivados pela condição de gênero. Em anos anteriores o desvio padrão populacional desses casos foi de 15. Para estimar a média diária relativa ao ano de 2018 a partir de uma amostra aleatória de dias do ano, qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, com confiança de 95%, a média amostral não difira da média populacional em mais de 2 casos? Considere que o desvio padrão não se alterou.

   (a) 55
   (b) 152
   (c) 136
   (d) 260
   (e) 217

Solução
O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2$$

Considerando nível de confiança de 95%, então z = 1.96. Então,

$$n \geq \left(\frac{1.96 \times 15}{2} \right)^2 = 216.09.$$

Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser n = 217.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

6. **Questão**
A foto de um Chevrolet Camaro com um cilindro de gás natural no porta-malas viralizou nas redes sociais. A queima do GNV, gás natural veicular, é reconhecidamente uma das mais limpas, além de ter o menor custo benefício em relação ao preço da gasolina e do etanol. Deseja-se estimar o custo médio de 1m³ de GNV. Em anos anteriores o desvio padrão populacional dos preços foi de 0.14 reais. Em um levantamento por amostragem aleatória de postos de abastecimento, qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, com confiança de 97.5%, a média amostral não difira da média populacional por mais de 0.01 reais?

(a) 615
(b) 984
(c) 1230
(d) 246
(e) 753

Solução
O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2$$

Considerando nível de confiança de 97.5%, então z = 2.24. Então,

$$n \geq \left(\frac{2.24 \times 0.14}{0.01} \right)^2 = 983.45.$$

Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser n = 984.

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso

(e) Falso

7. **Questão**
A orquídea é uma flor muito admirada pela sua beleza e é uma ótima opção para complementar a decoração de um ambiente, mas a falta de informação sobre o manejo da planta prejudica o seu desenvolvimento. Uma pesquisa por amostragem aleatória deseja estimar a duração média da floração das orquídeas. Em anos anteriores o desvio padrão populacional dos valores foi de 30 dias. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, com confiança de 97.5%, a média amostral não difira da média populacional por mais de 8 dias?

(a) 78
(b) 44
(c) 55
(d) 18
(e) 71

Solução
O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z \times \sigma}{\varepsilon}\right)^2$$

Considerando nível de confiança de 97.5%, então $z = 2.24$. Então,

$$n \geq \left(\frac{2.24 \times 30}{8}\right)^2 = 70.56.$$

Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 71$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

8. **Questão**
A internet móvel vem, aos poucos, se tornando um padrão em várias partes do mundo. No Brasil, milhares de pessoas fazem uso das mídias sociais como Facebook, Whatsapp, Twitter e Instagram. Deseja-se estimar o tempo diário gasto nas redes sociais. Em pesquisas anteriores, o desvio padrão populacional era de 18 minutos. Em um levantamento por amostragem aleatória de usuários de redes sociais no Brasil e considerando que o desvio padrão não se alterou, qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, com confiança de 97.5%, a média amostral não difira da média populacional por mais de 5 minutos?

(a) 42
(b) 73
(c) 50
(d) 17
(e) 66

Solução
O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z \times \sigma}{\varepsilon}\right)^2$$

Considerando nível de confiança de 97.5%, então $z = 2.24$. Então,

$$n \geq \left(\frac{2.24 \times 18}{5}\right)^2 = 65.03.$$

Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 66$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

9. **Questão**
Os efeitos da maior crise hídrica da história do Distrito Federal podem ser percebidos nas atitudes dos brasilienses em relação ao uso da água. Deseja-se estimar qual é o consumo médio (por habitante, em litros/dia) de água no DF. Em anos anteriores o desvio padrão do consumo foi de 3 litros/dia de água. Em um levantamento por amostragem, qual deve ser o tamanho mínimo da amostra de habitantes para que, com confiança de 95%, a média amostral não difira da média populacional por mais de 0.13 litros/dia de água?

(a) 1433
(b) 1279
(c) 2251
(d) 512
(e) 2046

Solução
O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z \times \sigma}{\varepsilon}\right)^2$$

Considerando nível de confiança de 95%, então $z = 1.96$. Então,

$$n \geq \left(\frac{1.96 \times 3}{0.13}\right)^2 = 2045.82.$$

Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 2046$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

Probabilidade e Estatística

10. **Questão**

    Professores do Departamento de Estatística da Universidade elaboraram uma nova metodologia de avaliação no curso de Probabilidade e Estatística, com o objetivo de garantir uniformidade no processo avaliativo e na aplicação do projeto pedagógico. Sabe-se que o desvio padrão das notas obtidas anteriormente era de 2.77 pontos. Assumindo que a variância não se alterou, qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, com confiança de 80%, a média amostral não difira da média populacional por mais de 1 ponto?

    (a) 8
    (b) 14
    (c) 13
    (d) 4
    (e) 6

    Solução

    O tamanho mínimo da amostra é dado por

    $$n \geq \left(\frac{z \times \sigma}{\varepsilon}\right)^2$$

    Considerando nível de confiança de 80%, então $z = 1.28$. Então,

    $$n \geq \left(\frac{1.28 \times 2.77}{1}\right)^2 = 12.57.$$

    Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 13$.

    (a) Falso
    (b) Falso
    (c) Verdadeiro
    (d) Falso
    (e) Falso

TEMA 27

TESTE DE HIPÓTESES PARA A PROPORÇÃO

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Nos textos escritos em língua portuguesa, em média, $14,7\%$ das letras são “A", enquanto que nos demais idiomas essa porcentagem é distinta. Com base na frequência de ocorrência da letra “A" em uma amostra de texto de um livro, um aplicativo de celular realiza um teste de hipótese a fim de identificar textos que necessitem de tradução para o português. Para um determinado livro, o aplicativo encontrou p-valor igual a 0.08. Considerando um nível de significância de 5%, conclui-se que:

   (a) Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que o texto está escrito em outra língua.
   (b) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o texto não está escrito em português.
   (c) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o texto está escrito em português.
   (d) Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que o texto não está escrito em português.
   (e) Não se rejeita a hipótese nula. O texto certamente está escrito em português.

   Solução
   Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são:
   $H_0 : p = 14,7\%$ *vs.* $H_a : p \neq 14,7\%$.

   Portanto, p-valor = $0.08 > 0.05$ e não se rejeita H_0.

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro
   (e) Falso

2. **Questão**
   Em uma linha de produção, deseja-se que a taxa de itens defeituosos não ultrapasse 2%. Caso isso ocorra, será necessário parar a máquina para avaliar o problema. Considerando que os prejuízos em parar a máquina são muito altos, a empresa decide tomar sua decisão realizando periodicamente um teste de hipóteses com nível de significância de 8%. Para uma determinada amostra, os responsáveis técnicos obtiveram p-valor igual a 0.07. Dessa forma:

   (a) Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que de que a máquina não está operando adequadamente.
   (b) Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que a máquina não está operando adequadamente.
   (c) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a máquina não está operando adequadamente.
   (d) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a máquina está operando adequadamente.
   (e) Não se rejeita a hipótese nula. A maquina certamente está operando adequadamente.

   Solução
   Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são:
   $H_0 : p \leq 2\%$ *vs.* $H_a : p > 2\%$.

   Portanto, p-valor = $0.07 < 0.08$ e rejeita-se H_0.

   (a) Falso

(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

3. **Questão**
Uma mensagem de texto comum apresenta, em geral, 7% de letras maiúsculas, enquanto que em mensagens spam esse percentual é mais elevado. Com base na porcentagem de letras maiúsculas em uma amostra de uma mensagem de texto, um provedor de e-mail realiza um teste de hipóteses com o intuito de excluir automaticamente e-mails detectados como spam. Para uma determinada mensagem, o resultado do teste teve p-valor igual a 0.08. Dessa forma, ao nível de significância de 10%, deve-se concluir que:

(a) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a mensagem é spam.
(b) Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que a mensagem é spam.
(c) Não se rejeita a hipótese nula. A mensagem certamente não é spam.
(d) Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que a mensagem é spam.
(e) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a mensagem não é spam.

Solução
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são:
$H_0 : p = 7\%$ *vs.* $H_a : p > 7\%$.

Portanto, p-valor = $0.08 < 0.1$ e rejeita-se H_0.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Um fabricante de inseticida lançou recentemente um inseticida biológico que tem como princípio ativo um vírus de grande eficácia para controle da lagarta-do-cartucho, principal praga do milho e também de outras culturas. O bioinseticida assegura taxa de mortalidade de, pelo menos, 75% das lagartas-do-cartucho. Utilizando uma amostra aleatória de culturas contaminadas, uma agência fiscalizadora realizou um teste de hipótese e encontrou um p-valor igual a 0.01. Dessa forma, ao nível de significância de 2%, deve-se concluir que:

(a) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a eficácia do inseticida é superior a 75%.
(b) Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que a eficácia do inseticida é inferior a 75%.
(c) Não se rejeita a hipótese nula. A eficácia do inseticida é certamente superior a 75%.
(d) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a eficácia do inseticida é inferior a 75%.
(e) Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que a eficácia do inseticida é inferior a 75%.

Solução
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são:
$H_0 : p \geq 75\%$ *vs.* $H_a : p < 75\%$.

Portanto, p-valor = $0.01 < 0.02$ e rejeita-se H_0.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

5. **Questão**
Um software de processamento de voz deseja descartar automaticamente clips cujo percentual de ruído seja superior a 70%. Utilizando uma amostra aleatória de trechos do clip, faz-se um teste de hipótese a fim de identificar automaticamente clips para exclusão. Para um determinado teste, foi encontrado um p-valor igual a 0.05. Dessa forma, ao nível de significância de 8%, deve-se concluir que:

(a) Não se rejeita a hipótese nula. O clip certamente não deve ser excluído.
(b) Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que o clip deve ser excluído.
(c) Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que o clip deve ser excluído.
(d) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o clip deve ser excluído.
(e) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o clip não deve ser excluído.

Solução
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são:
$H_0 : p \leq 70\%$ *vs.* $H_a : p > 70\%$.

Portanto, p-valor = $0.05 < 0.08$ e rejeita-se H_0.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

6. **Questão**
A composição química do petróleo deve apresentar 85% de carbono. Um engenheiro químico controla esse processo industrial retirando uma amostra aleatória e realizando um teste de hipóteses, a fim de avaliar se, em média, a composição do petróleo produzido está conforme especificação técnica. Para um determinado teste, o engenheiro obteve p-valor igual a 0.08. Dessa forma, ao nível de significância de 5%, deve-se concluir que:

(a) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que, em média, a composição química está incorreta.
(b) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que, em média, a composição química está correta.
(c) Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que, em média, a composição química está incorreta.
(d) Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que, em média, a composição química está incorreta.

(e) Não se rejeita a hipótese nula. Em média, a composição química está definitivamente incorreta.

Solução
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são:

$$H_0 : p = 85\% \textit{ vs. } H_a : p \neq 85\%.$$

Portanto, p-valor = 0.08 > 0.05 e não se rejeita H_0.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

7. **Questão**
Especula-se que nos últimos anos tenha havido um aumento no acesso à internet nos domicílios brasileiros. Em 2017, 57,8% dos domicílios do país tinham conexão. Em 2019, uma pesquisa por amostragem realizou um teste de hipótese para avaliar se o percentual de acesso de fato aumentou no período e encontrou um p-valor igual a 0.04. Dessa forma, ao nível de significância de 5%, deve-se concluir que:

(a) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o acesso à internet em 2019 é inferior a $57,8\%$.
(b) Não se rejeita a hipótese nula. O acesso à internet é certamente inferior a $57,8\%$.
(c) Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que o acesso à internet em 2019 é superior a $57,8\%$.
(d) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o acesso à internet no país aumentou.
(e) Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que o acesso à internet no país tenha aumentado.

Solução
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são:
$H_0 : p \leq 57,8\%$ *vs.* $H_a : p > 57,8\%$.

Portanto, p-valor = $0.04 < 0.05$ e rejeita-se H_0.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

8. **Questão**
Em 2007, o número de fumantes caiu para $10,3\%$ no Brasil. De acordo com o Ministério da Saúde, essa queda se deu por conta de ações como a política de preços mínimos e a proibição do consumo de cigarros, cigarrilhas, charutos, cachimbos e outros, em certos locais. Em 2019, utilizando uma amostra aleatória de domicílios, pesquisadores conduziram um teste de hipótese para avaliar se o percentual de fumantes continuou caindo após 2017. O teste resultou em um p-valor igual a 0.03. Dessa forma, ao nível de significância de 4%, deve-se concluir que:

(a) Não se rejeita a hipótese nula. O número de fumantes reduziu.
(b) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que não se reduziu o número de fumantes.
(c) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o número de fumantes aumentou.
(d) Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que o número de fumantes reduziu.
(e) Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que o numero de fumantes reduziu.

Solução
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são:
$H_0 : p \geq 10,3\%$ *vs.* $H_a : p < 10,3\%$.

Portanto, p-valor = $0.03 < 0.04$ e rejeita-se H_0.

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Mesmo diante da exigência, prevista em lei, de percentual mínimo de candidatas mulheres a cargos eletivos no Brasil, suspeita-se que a proporção de mulheres entre os candidatos não aumentou nas últimas eleições. A partir de uma amostra aleatória simples de candidatos, um pesquisador conduziu um teste de hipótese para avaliar se as mulheres representam menos de 30% da lista de candidatos. Foi encontrado um p-valor igual a 0.01. Dessa forma, ao nível de significância de 9%, deve-se concluir que:

(a) Não se rejeita a hipótese nula. A proporção de candidatas mulheres é inferior a 30
(b) Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que a proporção de candidatas mulheres é inferior a 30
(c) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a proporção de candidatas mulheres é inferior a 30
(d) Rejeita-se a hipótese nula. Não há evidência de que a proporção de candidatas mulheres é inferior a 30
(e) Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que a proporção de candidatas mulheres seja inferior a 30

Solução
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são:
$H_0 : p \geq 30\%$ *vs.* $H_a : p < 30\%$.

Como p-valor = 0.01 < 0.09, rejeitamos H_0.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

10. **Questão**

Sabe-se, por dados oficiais, que o percentual de alunos do ensino médio em escolas públicas que entraram numa faculdade é de 36%. Especula-se que, na rede privada, o percentual seja maior. Um pesquisador realizou um teste de hipótese para avaliar tal especulação e encontrou um p-valor igual a 0.09. Dessa forma, ao nível de significância de 5%, deve-se concluir que:

(a) Rejeita-se a hipótese nula. Não há evidência de que o número de universitários provenientes da rede privada é maior.

(b) Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que o número de universitários provenientes da rede privada é inferior a 36%.

(c) Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que mais de 36% dos alunos da rede privada ingressam numa universidade.

(d) Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que mais de 36% dos alunos da rede privada ingressam numa universidade.

(e) Não se rejeita a hipótese nula. A proporção de alunos da rede privada que ingressam numa universidade é certamente superior a 36%.

Solução

Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são:
$H_0 : p_{pub} = p_{priv}$ *vs.* $H_a : p_{pub} \neq p_{priv}$.

Portanto, p-valor = $0.09 > 0.05$ e não se rejeita H_0.

(a) Falso

(b) Falso

(c) Falso

(d) Verdadeiro

(e) Falso

TEMA 28

P-VALOR PARA A MÉDIA

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   A Agência Nacional de Estatísticas da Saúde (NCHS) americana indicou que, em 2002, os norte americanos gastaram, em média, 3170 dólares com saúde e medicamentos. Um pesquisador suspeita que, em 2005, os gastos diminuíram em virtude da disposição de remédios genéricos. Para testar tal hipótese (alternativa), uma amostra aleatória simples de 80 cidadãos dos EUA foi selecionada e seus gastos com saúde e medicamentos, em 2005, foram medidos, resultando em uma média amostral de 3091. Sabe-se que o desvio padrão deste tipo de gasto é de 292. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste de hipóteses em consideração.

   (a) 0.4961
   (b) 0.1252
   (c) 0.8831
   (d) 0.7574
   (e) 0.0078

   Solução
   Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância conhecida. As hipóteses de teste são

   $$H_0 : \mu \geq 3170 \ \ \textit{versus} \ \ H_a : \mu < 3170.$$

   A estatística de teste normalizada é dada por

   $$\frac{\bar{x} - 3170}{\sigma/\sqrt{n}} = -2.42$$

   e o p-valor

   $$\alpha^* = P(Z \leq -2.42) = 0.0078.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Verdadeiro

2. **Questão**
   Uma companhia afirma que as baterias dos seus laptops duram em média, pelo menos, 9.9 horas por carga. Variações podem ocorrer no processo de fabricação e pode-se assumir que o desvio padrão é de 0.9 hora. Para testar a afirmação, uma empresa de consultoria coletou uma amostra aleatória simples de 43 baterias que apresentaram duração média de 10.1 horas. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao p-valor para o teste da afirmação da companhia.

   (a) 0.0642
   (b) 0.0361
   (c) 0.1380
   (d) 0.0184
   (e) 0.9279

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância conhecida. As hipóteses de teste são

$$H_0 : \mu \geq 9.9 \ \ \textit{versus} \ \ H_a : \mu < 9.9.$$

A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{\bar{x} - 9.9}{\sigma/\sqrt{n}} = 1.46$$

e o p-valor

$$\alpha^* = P(Z \leq 1.46) = 0.9279.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

3. **Questão**
A carga axial de uma lata de alumínio é o peso máximo que os lados podem suportar antes de cederem. Um fabricante de refrigerantes está testando latas com alumínio mais fino. Uma amostra de 104 destas latas forneceu uma carga axial média igual a 51.95 libras. Sabe-se que as latas utilizadas atualmente tem uma carga média de 54 libras e um desvio-padrão de 23.67 libras. Supondo que o fabricante deseja testar se a carga axial média das latas mais finas é 54 contra a hipótese de que carga axial média das latas mais finas seja inferior à 54, assinale a alternativa correspondente ao p-valor para o teste.

(a) 0.4053
(b) 0.8106
(c) 0.7214
(d) 0.1601
(e) 0.1894

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância conhecida. As hipóteses de teste são

$$H_0 : \mu \geq 54 \ \ \textit{versus} \ \ H_a : \mu < 54.$$

A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{\bar{x} - 54}{\sigma/\sqrt{n}} = -0.88$$

e o p-valor

$$\alpha^* = P(Z \leq -0.88) = 0.1894.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso

(e) Verdadeiro

4. **Questão**
Em um leilão de arte moderna nos EUA, é arrecadado, em média, 340000 dólares por quadro. Sabe-se que o desvio padrão populacional dos valores de venda é de 53700. Uma empresa leiloeira suspeita que, no último leilão que realizaram, a arrecadação diminuiu, possivelmente devido à temporada de tornados muito intensa. Para testar esta hipótese, uma amostra aleatória simples de 12 quadros foi selecionada com seus valores de venda resultando em uma média amostral de 329485 dólares. Supondo normalidade para os valores das vendas de leilão de arte moderna nos EUA, assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste.

(a) 0.7517
(b) 0.6691
(c) 0.1663
(d) 0.2483
(e) 0.3759

Solução
Primeiramente, deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância populacional conhecida. As hipóteses de teste são

$$H_0 : \mu \geq 340000 \quad \textit{versus} \quad H_a : \mu < 340000.$$

A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{\bar{x} - 340000}{\sigma/\sqrt{n}} = -0.68$$

e o p-valor

$$\alpha^* = P(Z \leq -0.68) = 0.2483.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

5. **Questão**
Uma fábrica de bebidas precisa saber a quantidade média de água de coco contida em um coco para produzir água de coco em caixinha. Para que se tenha lucro, é necessário que cada coco contenha, pelo menos, 405 mL. Porém, acredita-se que esse número diminuiu devido a uma seca na área produtora de cocos. Para testar tal hipótese, uma amostra aleatória simples de 93 cocos foi selecionada resultando em uma quantidade média de água por coco de 398 mL. Sabe-se que o desvio padrão populacional dessa quantidade é de 37. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste de hipóteses em consideração.

(a) 0.4828
(b) 0.0344
(c) 0.7432
(d) 0.0598

(e) 0.8594

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância conhecida. As hipóteses de teste são

$$H_0 : \mu \geq 405 \quad \textit{versus} \quad H_a : \mu < 405.$$

A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{\bar{x} - 405}{\sigma/\sqrt{n}} = -1.82$$

e o p-valor

$$\alpha^* = P(Z \leq -1.82) = 0.0344.$$

(a) Falso
(b) Verdadeiro
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
Um professor está testando a hipótese de que os alunos de uma disciplina de estatística consomem, em média, 1.91 copos de café por dia. Uma amostra aleatória simples de 10 estudantes foi selecionada, em um dia, e o professor obteve média amostral de 2.303, com desvio padrão amostral de 0.44. Com base nas informações, assinale a altervativa correspondente ao p-valor do teste.

(a) 0.04
(b) 0.98
(c) 0.01
(d) 0.49
(e) 0.02

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a média com variância desconhecida. As hipóteses de teste são

$$H_0 : \mu = 1.91 \quad \textit{versus} \quad H_a : \mu \neq 1.91.$$

A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{|\bar{x} - 1.91|}{s/\sqrt{n}} = 2.8245$$

e o p-valor

$$\alpha^* = 2(1 - P(T_9 \leq 2.8245)) = 0.02.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso

(e) Verdadeiro

7. **Questão**
Historicamente, a nota média dos alunos de uma disciplina de estatística é de 5.18. Um professor desta disciplina suspeita que a nota média de sua turma foi menor ou igual e, a partir de uma amostra aleatória simples com 10 estudantes, obteve média amostral de 5.51 e desvio padrão amostral de 0.76. Com base nas informações, assinale a altervativa correspondente ao p-valor do teste sobre a suspeita do professor.

   (a) 0.9500
   (b) 0.3315
   (c) 0.1000
   (d) 0.0500
   (e) 0.9000

   Solução
   Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância desconhecida. As hipóteses de teste são

$$H_0 : \mu \leq 5.18 \;\; \textit{versus} \;\; H_a : \mu > 5.18.$$

   A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{\bar{x} - 5.18}{s/\sqrt{n}} = 1.3731$$

   e o p-valor

$$\alpha^* = 1 - P(T_9 \leq 1.3731)) = 0.1.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Verdadeiro
   (d) Falso
   (e) Falso

8. **Questão**
Afirma-se que o gasto médio anual de energia de um aspirador numa determinada cidade é de 1.65 kWh. Uma amostra aleatória de 11 casas indica que os aspiradores gastaram uma média amostral de 1.821 kWh por ano, com desvio padrão amostral 0.52 kWh. Com base nas informações, assinale a altervativa correspondente ao p-valor do teste para a afirmação.

   (a) 0.60
   (b) 0.70
   (c) 0.30
   (d) 0.15
   (e) 0.35

   Solução
   Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a média com variância desconhecida. As hipóteses de teste são

$$H_0 : \mu = 1.65 \;\; \textit{versus} \;\; H_a : \mu \neq 1.65.$$

A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{|\bar{x} - 1.65|}{s/\sqrt{n}} = 1.0907$$

e o p-valor

$$\alpha^* = 2(1 - P(T_{10} \leq 1.0907)) = 0.3.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

9. **Questão**
Uma equipe de confeiteiros amadores quer testar o método de temperagem de chocolates. Durante o processo, a manteiga de cacau assume uma forma cristalina estável que garante um acabamento perfeito com um brilho acetinado e uma quebra (som) deliciosa. Sabe-se que, para obter esse resultado, deve-se fazer com que os chocolates sejam produzidos, em média, a 31℃. Foram temperados chocolates em 9 recipientes diferentes, com média amostral de 31.4959℃ e desvio padrão amostral de 0.8℃. Com base nas informações, assumindo que as observações seguem uma distribuição Normal, assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste para a temperatura média.

(a) 0.0630
(b) 0.9370
(c) 0.9000
(d) 0.1000
(e) 0.9185

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a média com variância populacional desconhecida. As hipóteses de teste são

$$H_0 : \mu = 31 \;\; versus \;\; H_a : \mu \neq 31.$$

A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{|\bar{x} - 31|}{s/\sqrt{n}} = 1.8595$$

e o p-valor

$$\alpha^* = 2(1 - P(T_8 \leq 1.8595)) = 0.1.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

10. **Questão**

Um mercado na Dinamarca comercializa produtos vencidos que ainda estão próprios para consumo. O mercado acredita que esses produtos devem ser vendidos, em média, num prazo de no máximo 5 dias após a data de vencimento. Um lote com 10 caixas de iogurte, escolhidas ao acaso, obteve tempo médio amostral até a venda de 5.089 dias, com desvio padrão amostral de 0.32. Com base nas informações, assumindo que as observações seguem uma distribuição Normal, assinale a altervativa correspondente ao p-valor do teste sobre o tempo médio até a venda desses iogurtes.

(a) 0.2001
(b) 0.8056
(c) 0.1886
(d) 0.7999
(e) 0.8114

Solução

Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância desconhecida. As hipóteses de teste são

$$H_0 : \mu \leq 5 \;\; versus \;\; H_a : \mu > 5.$$

A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{\bar{x} - 5}{s/\sqrt{n}} = 0.883$$

e o p-valor

$$\alpha^* = 1 - P(T_9 \leq 0.883)) = 0.2001.$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 29

TAMANHO DE AMOSTRA PARA INFERÊNCIA PARA A PROPORÇÃO

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
Uma concessionária de carros deseja estimar a porcentagem de pessoas que compram um carro zero a cada 5 anos, no máximo. Considerando pesquisas anteriores, essa estimativa é de 10.4%. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, para o intervalo de confiança de 97%, a margem de erro da estimativa seja de *no máximo* 2.5 pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)

   (a) 527
   (b) 633
   (c) 738
   (d) 773
   (e) 703

   Solução
   O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 \times \hat{p} \times (1 - \hat{p})$$

   Considerando nível de confiança de 97%, então $z = 2.17$. Então,

$$n \geq \left(\frac{2.17}{0.025}\right)^2 \times 0.104 \times (1 - 0.104) = 702.07.$$

   Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 703$.

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Verdadeiro

2. **Questão**
Para que a comercialização de um novo medicamento seja autorizada, é necessário um longo período de testes para se verificar possíveis contraindicações. Considerando estudos anteriores, um laboratório farmacêutico estima que 44.6% dos pacientes com hipertensão apresentam algum efeito colateral a sua nova droga. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, para o intervalo de confiança de 96%, a margem de erro da estimativa seja de *no máximo* 1.8 pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)

   (a) 2336
   (b) 3045
   (c) 3446
   (d) 3686
   (e) 3205

   Solução
   O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 \times \hat{p} \times (1 - \hat{p})$$

Considerando nível de confiança de 96%, então $z = 2.05$. Então,

$$n \geq \left(\frac{2.05}{0.018}\right)^2 \times 0.446 \times (1 - 0.446) = 3204.85.$$

Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 3205$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

3. **Questão**
Um estúdio de animação produziu um novo desenho animado, e agora deseja avaliar o nível de aprovação de seu produto. Para tanto, irá conduzir um estudo para estimar o percentual de crianças que gostaram do desenho. Considerando outras obras da produtora, estima-se que o percentual é de 85.6%. Qual deverá ser o tamanho mínimo da amostra para que, para o intervalo de confiança de 98%, a margem de erro da estimativa seja de *no máximo* 1.7 pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)

(a) 1793
(b) 2548
(c) 2316
(d) 2432
(e) 2200

Solução
O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 \times \hat{p} \times (1 - \hat{p})$$

Considerando nível de confiança de 98%, então $z = 2.33$. Então,

$$n \geq \left(\frac{2.33}{0.017}\right)^2 \times 0.856 \times (1 - 0.856) = 2315.53.$$

Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 2316$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
Uma grande empresa de serviço de streaming deseja lançar uma nova série. Para tanto, decidiu apresentá-la a um grupo aleatório de voluntários. Considerando séries anteriores, a estimativa preliminar de pessoas que gostarão da série é de 80%. Qual deverá ser o tamanho mínimo da amostra tal que, para um intervalo de confiança de 98%, a margem de erro da estimativa seja de, *no máximo*, 1.9 pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)

(a) 2407
(b) 2046
(c) 1863
(d) 2888
(e) 2648

Solução
O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 \times \hat{p} \times (1 - \hat{p})$$

Considerando nível de confiança de 98%, então $z = 2.33$. Então,

$$n \geq \left(\frac{2.33}{0.019}\right)^2 \times 0.8 \times (1 - 0.8) = 2406.16.$$

Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 2407$.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

5. **Questão**
O Ministério da Defesa pretende realizar um novo estudo sobre o nível de interesse das mulheres em atuar no Exército brasileiro. Considerando pesquisas anteriores, estima-se que 2.6% das mulheres estejam interessadas em buscar tal opção. Qual deverá ser o tamanho mínimo da amostra para que, para o intervalo de confiança de 96%, a margem de erro da estimativa seja de *no máximo* 0.6 pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)

(a) 2957
(b) 3031
(c) 3105
(d) 2366
(e) 2155

Solução
O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 \times \hat{p} \times (1 - \hat{p})$$

Considerando nível de confiança de 96%, então $z = 2.05$. Então,

$$n \geq \left(\frac{2.05}{0.006}\right)^2 \times 0.026 \times (1 - 0.026) = 2956.23.$$

Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 2957$.

(a) Verdadeiro

(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

6. **Questão**
O projeto Tamar quer relizar uma nova pesquisa sobre a taxa de sobrevivência de tartarugas marinhas desde o nascimento. Considerando estudos anteriores, a estimativa de tartarugas que sobrevivem até a idade adulta é de 1.34%. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, para o intervalo de confiança de 95%, a margem de erro da estimativa seja de *no máximo* 0.51 pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)

(a) 1953
(b) 1368
(c) 2148
(d) 2050
(e) 1855

Solução
O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 \times \hat{p} \times (1 - \hat{p})$$

Considerando nível de confiança de 95%, então $z = 1.96$. Então,

$$n \geq \left(\frac{1.96}{0.0051}\right)^2 \times 0.0134 \times (1 - 0.0134) = 1952.62.$$

Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 1953$.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

7. **Questão**
Pesquisadores desejam estimar a probabilidade, na iniciativa privada, de uma mulher selecionada ao acaso receber um salário inferior ao de um homem (também selecionado ao acaso) que ocupe um cargo similar. Considerando a última PNAD (Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios), estima-se que tal probabilidade seja de 70.8%. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, para o intervalo de confiança de 97%, a margem de erro da estimativa seja de *no máximo* 2.5 pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)

(a) 1870
(b) 1714
(c) 1558
(d) 1170

(e) 1402

Solução
O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 \times \hat{p} \times (1 - \hat{p})$$

Considerando nível de confiança de 97%, então $z = 2.17$. Então,

$$n \geq \left(\frac{2.17}{0.025}\right)^2 \times 0.708 \times (1 - 0.708) = 1557.6.$$

Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 1558$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
A OMS (Organização Mundial da Saúde) pretende realizar novo estudo sobre a desnutrição infantil no Brasil. Considerando dados anteriores, a estimativa de crianças menores de um ano com desnutrição é de 4.8%. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, para o intervalo de confiança de 96%, a margem de erro da estimativa seja de *no máximo* 1.4 pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)

(a) 980
(b) 1127
(c) 715
(d) 833
(e) 1054

Solução
O tamanho mínimo da amostra é dado por

$$n \geq \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 \times \hat{p} \times (1 - \hat{p})$$

Considerando nível de confiança de 96%, então $z = 2.05$. Então,

$$n \geq \left(\frac{2.05}{0.014}\right)^2 \times 0.048 \times (1 - 0.048) = 979.78.$$

Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 980$.

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

Probabilidade e Estatística

9. **Questão**
   O Ministério da Educação deseja estimar o percentual de jovens matriculados no Ensino Superior no Brasil. Considerando pesquisas anteriores, estima-se que tal percentual seja de 15%. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, para o intervalo de confiança de 99%, a margem de erro da estimativa seja de *no máximo* 1.9 pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)

   (a) 2351
   (b) 2586
   (c) 2821
   (d) 1918
   (e) 1881

   Solução
   O tamanho mínimo da amostra é dado por

   $$n \geq \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 \times \hat{p} \times (1 - \hat{p})$$

   Considerando nível de confiança de 99%, então $z = 2.58$. Então,

   $$n \geq \left(\frac{2.58}{0.019}\right)^2 \times 0.15 \times (1 - 0.15) = 2350.94.$$

   Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 2351$.

   (a) Verdadeiro
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Falso
   (e) Falso

10. **Questão**
    Deseja-se estimar a participação de livros de ficção no mercado editorial brasileiro. Considerando pesquisas anteriores, a estimativa preliminar do percentual de vendas de livros de ficção no Brasil é de 8.4%. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, para o intervalo de confiança de 95%, a margem de erro da estimativa seja de *no máximo* 1.3 pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)

    (a) 1225
    (b) 1662
    (c) 1750
    (d) 1881
    (e) 2012

    Solução
    O tamanho mínimo da amostra é dado por

    $$n \geq \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 \times \hat{p} \times (1 - \hat{p})$$

Probabilidade e Estatística

Considerando nível de confiança de 95%, então $z = 1.96$. Então,

$$n \geq \left(\frac{1.96}{0.013}\right)^2 \times 0.084 \times (1 - 0.084) = 1749.04.$$

Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n = 1750$.

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

TEMA 30

P-VALOR PARA A PROPORÇÃO

Probabilidade e Estatística

1. **Questão**
   Uma empresa de telefonia celular garante cobertura de sinal em pelo menos 84% do território do Distrito Federal. A fim de testar essa hipótese, uma agência fiscalizadora selecionou uma amostra aleatória simples de 50 coordenadas geográficas do DF e observou presença de sinal telefônico em 37 delas. Assinale a alternativa correspondente ao p-valor do referido teste.

   (a) 0.8661
   (b) 0.9732
   (c) 0.0214
   (d) 0.0268
   (e) 0.4866

   Solução
   Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses de teste são
   $$H_0 : p \geq 0.84 \ \ \textit{versus} \ \ H_a : p < 0.84.$$
   A estatística de teste normalizada é dada por
   $$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = -1.93$$
   e o p-valor
   $$\alpha^* = P(Z \leq -1.93) = 0.0268.$$

   (a) Falso
   (b) Falso
   (c) Falso
   (d) Verdadeiro
   (e) Falso

2. **Questão**
   Uma empresa fornecedora de painéis solares garante que o produto entregue ao cliente supre a sua necessidade diária em pelo menos 87% dos dias do ano. Um cliente insatisfeito com a qualidade do seu produto decidiu realizar um teste de hipóteses e, ao sortear uma amostra aleatória simples de 40 dias, verificou que sua demanda foi suprida em 33 dias. Assinale a alternativa correspondente ao p-valor do referido teste.

   (a) 0.7141
   (b) 0.1581
   (c) 0.4012
   (d) 0.8023
   (e) 0.1977

   Solução
   Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses de teste são
   $$H_0 : p \geq 0.87 \ \ \textit{versus} \ \ H_a : p < 0.87.$$

A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = -0.85$$

e o p-valor

$$\alpha^* = P(Z \leq -0.85) = 0.1977.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

3. **Questão**
Com base nos resultados do segundo turno da eleição, 72% dos eleitores votaram no candidato A. No entanto, a oposição desconfia do resultado oficial, alegando que uma disputa mais acirrada entre os 2 candidatos era esperada. Com base em uma amostra aleatória simples de 50 eleitores, o partido de oposição conduziu um teste de hipóteses e observou que 35 pessoas haviam votado no candidato A. Assinale a alternativa correspondente ao p-valor do referido teste.

(a) 0.3109
(b) 0.3026
(c) 0.3783
(d) 0.5533
(e) 0.6217

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses de teste são

$$H_0 : p \geq 0.72 \;\; \textit{versus} \;\; H_a : p < 0.72.$$

A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = -0.31$$

e o p-valor

$$\alpha^* = P(Z \leq -0.31) = 0.3783.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

4. **Questão**
O CEO de uma grande empresa de energia acredita que 85% dos seus 1.000.000 de clientes estão muito satisfeitos com o serviço que recebem. Para testar esta crença, sua equipe entrevistou 88 clientes por meio de uma amostra aleatória simples. Dentre os clientes, 76 disseram estar muito satisfeitos. Com base nas informações, e tomando a afirmação do CEO como hipótese nula, assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste.

(a) 0.3199
(b) 0.5125
(c) 0.6406
(d) 0.7188
(e) 0.3594

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a proporção. As hipóteses de teste são
$$H_0 : p = 0.85 \ \ \textit{versus} \ \ H_a : p \neq 0.85.$$
A estatística de teste normalizada é dada por
$$\frac{|\hat{p} - p_0|}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = 0.36$$
e o p-valor
$$\alpha^* = 2(1 - P(Z \leq 0.36)) = 0.7188.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

5. **Questão**
Um cientista de uma determinada cidade afirma que a proporção de crianças do sexo feminino nascidas em um ano é de 52%. Um hospital da cidade registrou, no ano de 2018, 211 bebês do sexo feminino num total de 442 bebês nascidos e deseja testar a afirmação do cientista. Com base nas informações, e tomando a afirmação do cientista como hipótese nula, assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste.

(a) 0.0367
(b) 0.7706
(c) 0.0327
(d) 0.0735
(e) 0.9633

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a proporção. As hipóteses de teste são
$$H_0 : p = 0.52 \ \ \textit{versus} \ \ H_a : p \neq 0.52.$$
A estatística de teste normalizada é dada por
$$\frac{|\hat{p} - p_0|}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = 1.79$$
e o p-valor
$$\alpha^* = 2(1 - P(Z \leq 1.79)) = 0.0735.$$

(a) Falso

(b) Falso
(c) Falso
(d) Verdadeiro
(e) Falso

6. **Questão**
Pesquisas indicam que, geralmente, pelo menos 59% dos pacientes com AIDS morrem dentro de 15 anos. Nos últimos anos novas formas de tratamento apareceram e considera-se que esta taxa foi reduzida. Em um estudo recente com 102 pacientes contaminados com o vírus, 63 morreram dentro de 15 anos. Com base nas informações, e tomando o resultado das pesquisas como hipótese nula, assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste.

(a) 0.7157
(b) 0.2843
(c) 0.2531
(d) 0.1422
(e) 0.5725

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses de teste são
$$H_0 : p \geq 0.59 \ \ \textit{versus} \ \ H_a : p < 0.59.$$
A estatística de teste normalizada é dada por
$$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = 0.57$$
e o p-valor
$$\alpha^* = P(Z \leq 0.57) = 0.7157.$$

(a) Verdadeiro
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Falso

7. **Questão**
Na última década ocorreu uma explosão no acesso à internet nos domicílios brasileiros. O aumento no Brasil se deve, em grande parte, à ampliação da conexão por meio de celulares e outros dispositivos móveis. Em 2018, o Governo Federal, buscando exaltar sua gestão, sugeriu que ao menos 54% dos domicílios do país tinham conexão. A fim de testar tal hipótese, uma pesquisa selecionou uma amostra aleatória simples de 36 domicílios no Brasil e constatou que 17 delas tinham acesso à internet. Assinale a alternativa correspondente ao p-valor do referido teste.

(a) 0.7066
(b) 0.3969
(c) 0.2061
(d) 0.7939

(e) 0.1649

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses de teste são

$$H_0 : p \geq 0.54 \ \ \textit{versus} \ \ H_a : p < 0.54.$$

A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = -0.82$$

e o p-valor

$$\alpha^* = P(Z \leq -0.82) = 0.20611.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

8. **Questão**
Um relatório do Ministério da Saúde afirmou que número de fumantes no Brasil caiu para 8%. Uma pesquisa coletou uma amostra aleatória de 184 pessoas, das quais 17 eram fumantes. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste de hipóteses elaborado para avaliar de há evidência estatisticamente significativa de que o valor reportado não corresponde à proporção verdadeira.

(a) 0.5859
(b) 0.7324
(c) 0.2382
(d) 0.2676
(e) 0.5353

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a proporção. As hipóteses de teste são

$$H_0 : p = 0.08 \ \ \textit{versus} \ \ H_a : p \neq 0.08.$$

A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{|\hat{p} - p_0|}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = 0.62$$

e o p-valor

$$\alpha^* = 2(1 - P(Z \leq 0.62)) = 0.5353.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

9. **Questão**
Nas últimas eleições gerais, a proporção de mulheres na lista de candidatos não aumentou, e a Justiça precisou notificar coligações para que cumprissem a cota legal. Uma pesquisa por amostragem aleatória registrou 33 mulheres num total de 133 candidatos. Um pesquisador deseja-se testar se há evidência significativa de que a proporção de candidatas é de fato inferior à cota legal de 30%. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste.

(a) 0.1902
(b) 0.0761
(c) 0.9049
(d) 0.8054
(e) 0.0951

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses de teste são
$$H_0 : p \geq 0.3 \ \ versus \ \ H_a : p < 0.3.$$
A estatística de teste normalizada é dada por
$$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = -1.31$$
e o p-valor
$$\alpha^* = P(Z \leq -1.31) = 0.0951.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Falso
(d) Falso
(e) Verdadeiro

10. **Questão**
Alguns especialistas sugerem que a população universitária é formada minoritariamente por alunos provindos de escolas da rede pública. Um grupo de pesquisadores deseja testar se há evidência estatisticamente significativa de que a afirmativa está correta. Para tanto, os pesquisadores coletaram uma amostra aleatória de 193 universitários, dos quais 100 eram provindos de escolas da rede pública. Com base nas informações assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste.

(a) 0.2733
(b) 0.3071
(c) 0.6929
(d) 0.5543
(e) 0.1536

Solução
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses de teste são
$$H_0 : p \geq 0.5 \ \ versus \ \ H_a : p < 0.5.$$

Probabilidade e Estatística

A estatística de teste normalizada é dada por

$$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = 0.504$$

e o p-valor

$$\alpha^* = P(Z \leq 0.504) = 0.6929.$$

(a) Falso
(b) Falso
(c) Verdadeiro
(d) Falso
(e) Falso

ANEXO

CÃ“DIGOS DAS QUESTÃ•ES

QUESTÃfO 1

01__medida__probabilidade__01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
alternativas.verdadeiras <- c(
"Se $A$ e $B$ são eventos independentes, então $A^c$ e $B$ também são independentes.",
"A probabilidade de selecionarmos um número racional no conjunto dos reais é zero."
)
explicacoes.verdadeiras <- c(
"Se dois eventos são independentes, os originais e complementares são todos independentes
entre si.",
"Como o espaço dos reais é contínuo, cada elemento do conjunto dos racionais tem
probabilidade zero."
)
alternativas.falsas <- c(
"Um evento $A$ jamais será independente de si mesmo.",
"A probabilidade da intersecção de eventos é o produto das probabilidades dos eventos.",
"Um espaço amostral infinito discreto pode ser equiprovável (os elementos do espaço
amostral possuem mesma probabilidade).",
"Se $A$ está contido em $B$, então $P(A)$ é diferente de $P(B)$.",
"A probabilidade da união de eventos é a soma das probabilidades dos eventos.",
"Eventos disjuntos são complementares."
  )
explicacoes.falsas <- c(
"Um evento $A$ pode ser independente de si mesmo caso $P(A)$ seja 0 ou 1.",
"Esta propriedade é válida apenas se os eventos forem independentes entre si.",
"Caso os elementos de um espaço amostral infinito tenham mesma probabilidade, a soma
das probabilidades será infinita.",
"Não necessariamente. Se $A \\subset B$ e $B \\subset A$, então $P(A) = P(B)$.",
"Esta propriedade é válida apenas se os eventos forem disjuntos.",
"Eventos complementares são disjuntos, não o contrário."
)
##GERANDO ALTERNATIVAS
index.verdadeiras <- sample(1:length(alternativas.verdadeiras),1)
index.falsas <- sample(1:length(alternativas.falsas),4)
questions <- c(alternativas.verdadeiras[index.verdadeiras], alternativas.falsas[index.falsas])
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
explanations <- c(explicacoes.verdadeiras[index.verdadeiras], explicacoes.falsas[index.falsas])
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
explanations <- explanations[o]
@
\begin{question}
Marque a alternativa correta:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"), explanations)
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
```

```
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{01_medida_probabilidade_01}
```

QUESTÃfO 2

01__medida__probabilidade__02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {
x <- 8:12
n <- sample(x,1)
y <- 4:(n-2)
k <- sample(y,1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- factorial(n)/(factorial(n-k)*(n^k))
alt[2] <- factorial(n)/(factorial(n-k+1)*(n^k))
alt[3] <- k/n
alt[4] <- runif(1,0,1)
alt[5] <- runif(1,0,1)
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que de $\Sexpr{n}$ objetos escolhemos $\Sexpr{k}$ ao acaso com reposição.
Qual a probabilidade de que nenhum objeto seja escolhido mais de uma vez? Aproxime a
resposta com duas casa decimais.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A probabilidade desejada é dada por $$\dfrac{\Sexpr{n}\times\Sexpr{n-1}\times\cdots\times\Sexpr{n-k+
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{01_medida_probabilidade_02}
```

QUESTÃfO 3

01_medida_probabilidade_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
p1 <- round(runif(1,0.90,0.99),2)
p2 <- round(runif(1,0.85,0.89),2)
p3 <- round(runif(1,0.80,0.84),2)
p4 <- round(runif(1,0.75,0.79),2)
p5 <- round(runif(1,0.70,0.74),2)
p6 <- round(runif(1,0.65,0.69),2)
p7 <- round(runif(1,0.60,0.64),2)
p8 <- round(runif(1,0.55,0.59),2)
p9 <- round(runif(1,0.50,0.54),2)
p10 <- round(runif(1,0.30,0.49),2)
## GERANDO ALTERNATIVAS
alternativas.verdadeiras <- c(
"As afirmações 4 e 6 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 5 e 8 são probabilisticamente contraditórias."
)
alternativas.falsas.1 <- c(
"As afirmações 1 e 2 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 3 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 4 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 5 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 6 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 7 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 8 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 3 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 4 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 5 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 6 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 7 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 8 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 4 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 5 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 6 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 7 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 8 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 4 e 5 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 4 e 7 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 4 e 8 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 4 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 4 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 5 e 6 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 5 e 7 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 5 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 5 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 6 e 7 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 6 e 8 são probabilisticamente contraditórias.",
```

```
"As afirmações 6 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 6 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 7 e 8 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 7 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 7 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 8 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 8 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 9 e 10 são probabilisticamente contraditórias."
)
alternativas.falsas.2 <- c(
"Nenhuma das afirmações são probabilisticamente contraditórias.",
"Todas as afirmações são probabilisticamente contraditórias.",
"Nenhuma das demais alternativas está correta."
  )
questions <- c(sample(alternativas.verdadeiras, 1),
               sample(alternativas.falsas.1, 3),
               sample(alternativas.falsas.2, 1))
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
@
\begin{question}
Imagine uma mulher chamada Luana, de 31 anos de idade, bela, solteira, sincera e
muito inteligente. Cursou filosofia na universidade e quando estudante preocupava-se
profundamente com discriminação e justiça social. Luana é contra armas nucleares e
a favor da descriminalização do aborto. Essa descrição de Luana foi apresentada a um
grupo de 88 pessoas que atribuíram probabilidades a uma lista de afirmações sobre
Luana de acordo com suas percepções. A lista de afirmações com as probabilidades
atribuídas segue abaixo:

    \begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c}
    \hline
    \hline
    & {\bf Afirmação} & {\bf Classificação média}\\
    \hline
    1 & Luana participa do movimento feminista & \Sexpr{p1*100}\%\\
    2 & Luana trabalha na ONU & \Sexpr{p2*100}\%\\
    3 & Luana trabalha na ONU e faz crossfit & \Sexpr{p3*100}\%\\
    4 & Luana é bibliotecária e faz aulas de ioga & \Sexpr{p4*100}\%\\
    5 & Luana é professora e toca piano & \Sexpr{p5*100}\%\\
    6 & Luana é bibliotecária & \Sexpr{p6*100}\%\\
    7 & Luana é da comissão de direitos humanos & \Sexpr{p7*100}\%\\
    8 & Luana é professora & \Sexpr{p8*100}\%\\
    9 & Luana é personal trainner & \Sexpr{p9*100}\%\\
    10 & Luana é personal trainner e toca piano & \Sexpr{p10*100}\%\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

Selecione a única resposta correta.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
```

```
\begin{solution}
Para quaisquer eventos $A$ e $B$, $P(A) \geq P(A \cap B)$. Portanto as probabilidades
atribuídas às duas afirmações são probabilisticamente contraditórias.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{01_medida_probabilidade_03}
```

QUESTÃfO 4

01__medida__probabilidade__04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
p1 <- round(runif(1,0.90,0.99),2)
p2 <- round(runif(1,0.85,0.89),2)
p3 <- round(runif(1,0.80,0.84),2)
p4 <- round(runif(1,0.75,0.79),2)
p5 <- round(runif(1,0.70,0.74),2)
p6 <- round(runif(1,0.65,0.69),2)
p7 <- round(runif(1,0.60,0.64),2)
p8 <- round(runif(1,0.55,0.59),2)
p9 <- round(runif(1,0.50,0.54),2)
p10 <- round(runif(1,0.30,0.49),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alternativas.verdadeiras <- c(
"As afirmações 2 e 5 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 6 e 9 são probabilisticamente contraditórias."
)
alternativas.falsas.1 <- c(
"As afirmações 1 e 2 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 3 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 4 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 5 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 6 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 7 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 8 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 1 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 3 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 4 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 6 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 7 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 8 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 2 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 4 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 5 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 6 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 7 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 8 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 3 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 4 e 5 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 4 e 6 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 4 e 7 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 4 e 8 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 4 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 4 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 5 e 6 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 5 e 7 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 5 e 8 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 5 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 5 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 6 e 7 são probabilisticamente contraditórias.",
```

```
"As afirmações 6 e 8 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 6 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 7 e 8 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 7 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 7 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 8 e 9 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 8 e 10 são probabilisticamente contraditórias.",
"As afirmações 9 e 10 são probabilisticamente contraditórias."
)
alternativas.falsas.2 <- c(
"Nenhuma das afirmações são probabilisticamente contraditórias.",
"Todas as afirmações são probabilisticamente contraditórias.",
"Nenhuma das demais alternativas está correta."
  )
questions <- c(sample(alternativas.verdadeiras, 1),
               sample(alternativas.falsas.1, 3),
               sample(alternativas.falsas.2, 1))
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
@
\begin{question}
Imagine um homem chamado Rubens, de 43 anos de idade, casado, tradicional e pai de
três filhos. Cursou direito na universidade e quando estudante preocupava-se profundamente
com segurança pública e saúde. Rubens é cristão e contra a descriminalização da maconha.
Essa descrição de Rubens foi apresentada a um grupo de 77 pessoas que atribuíram
probabilidades a uma lista de afirmações sobre Rubens de acordo com suas percepções. A
lista de afirmações com as probabilidades atribuídas segue abaixo:

    \begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c}
    \hline
    \hline
    & {\bf Afirmação} & {\bf Classificação média}\\
    \hline
    1 & Rubens é contra a descriminalização do aborto & \Sexpr{p1*100}\%\\
    2 & Rubens é capitão do Bope e faz aulas de Krav Maga & \Sexpr{p2*100}\%\\
    3 & Rubens é deputado federal & \Sexpr{p3*100}\%\\
    4 & Rubens é promotor de justiça e maratonista & \Sexpr{p4*100}\%\\
    5 & Rubens é capitão do Bope & \Sexpr{p5*100}\%\\
    6 & Rubens é Pastor pentecostal e contra a descriminalização do aborto & \Sexpr{p6*100}\%\\
    7 & Rubens é corretor de seguros & \Sexpr{p7*100}\%\\
    8 & Rubens é deputado federal e a favor da descriminalização do aborto & \Sexpr{p8*100}\%\\
    9 & Rubens é Pastor pentecostal & \Sexpr{p9*100}\%\\
    10 & Rubens é professor universitário & \Sexpr{p10*100}\%\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

Selecione a única resposta correta.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
```

```
Para quaisquer eventos $A$ e $B$, $P(A) \geq P(A \cap B)$. Portanto as probabilidades
atribuídas às duas afirmações são probabilisticamente contraditórias.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{01_medida_probabilidade_04}
```

QUESTÃfO 5

01__medida__probabilidade__05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {
k <- sample(3:5,1)
n <- sample(k*c(3,4,5,6,7,8,9),1)
m <- n/k  # times por grupo
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- (m-1) / (n-1) # n*(m-1)*factorial(n-2)/factorial(n)
alt[2] <- m/n
alt[3] <- (m-1)*factorial(n-2)/factorial(n)
alt[4] <- 2*(m-1)*factorial(n-2)/factorial(n)
alt[5] <- runif(1,0,1)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um competição de futebol será disputada por \Sexpr{n} times dividivos em \Sexpr{k}
grupos. Se a escolha dos grupos é feita aleatoriamente, qual a probabilidade de que
dois times determinados, A e B, se encontrem no mesmo grupo?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O time A pode ser alocado em qualquer um dos \Sexpr{n} possíveis lugares disponíveis.
Como o time B deve estar no mesmo grupo do time A, ele deverá ser alocado em um dos
\Sexpr{m-1} lugares restantes daquele grupo. Como, fixada a posição do time A, há
\Sexpr{n-1} lugares disponíveis, a probabilidade desejada é $$\dfrac{\Sexpr{m-1}}{\Sexpr{n-1}}
= \Sexpr{fmt(alt[1],3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{01_medida_probabilidade_05}
```

QUESTÃfO 6

01__medida__probabilidade__06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {
aux <- 3:7
i1 <- sample(1:length(aux),1)
n1 <- aux[i1]
n2 <- sample(aux[-i1],1)
int <- sample(c(10,20,30),1)
total <- n1*n2*int
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1/(n1*n2)
alt[2] <- 1/n1
alt[3] <- 1/n2
alt[4] <- runif(1,0,1)
alt[5] <- runif(1,0,1)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um número entre 1 e \Sexpr{total} é escolhido aleatoriamente. Qual a probabilidade de
que esse número seja divisível por \Sexpr{n1} e por \Sexpr{n2}?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Um número será divisível por \Sexpr{n1} e \Sexpr{n2} se for divisível $\Sexpr{n1}\times\Sexpr{n2}
= \Sexpr{n1*n2}$. A quantidade de números divisíveis por \Sexpr{n1*n2} é $$\dfrac{\Sexpr{total}}{\Se
= \Sexpr{total/(n1*n2)}.$$ Desta maneira, a probabilidade desejada é $$\dfrac{\Sexpr{total/(n1*n2)}}
= \Sexpr{round(alt[1],3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{01_medida_probabilidade_06}
```

QUESTÃfO 7

01_medida_probabilidade_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
## GERANDO A RESPOSTA
prob.a <- sample(seq(.7, .9, by=.01), 1)
prob.b <- sample(seq(.3, .4, by=.01), 1)
caso <- sample(c("Independentes", "Dependentes"), 1)
prob.a.e.b <- round(ifelse(caso=="Independentes", prob.a * prob.b, prob.a * prob.b *
.7), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- c(ifelse(caso=="Independentes", "Independentes.", "Dependentes."),
               ifelse(caso=="Independentes", "Dependentes.", "Independentes."),
               "Mutuamente exclusivos.",
               "Disjuntos.",
               "Complementares."
               )
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
@
\begin{question}
A probabilidade de um aluno de Engenharia, selecionado ao acaso, receber uma proposta
de emprego antes de concluir o curso (Evento $A$) é de \Sexpr{prob.a}. Por outro lado,
a probabilidade de um aluno neste grupo seguir carreira na iniciativa privada (Evento
$B$) é de \Sexpr{prob.b}. Nesse contexto, considerando que a probabilidade de esses
dois eventos ocorrerem é de \Sexpr{prob.a.e.b}, seria \textbf{correto} afirmar que os
eventos $A$ e $B$ são eventos probabilisticamente:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Pelo enunciado, temos que $P(A \cap B) = \Sexpr{prob.a.e.b} \Sexpr{ifelse(caso=="Independentes",
"=", "\\\\neq")} P(A) \times P(B) =
\Sexpr{prob.a} \times \Sexpr{prob.b} \Sexpr{ifelse(caso=="Independentes", "", paste0("=
", prob.a * prob.b))}$. Portanto, os eventos $A$ e $B$ são \Sexpr{ifelse(caso=="Independentes",
"independentes", "dependentes")}.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{01_medida_probabilidade_07}
```

QUESTÃfO 8

01_medida_probabilidade_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
## GERANDO A RESPOSTA
prob.a <- sample(seq(.05, .1, by=.01), 1)
prob.b <- sample(seq(.4, .5, by=.01), 1)
caso <- sample(c("Independentes", "Dependentes"), 1)
prob.a.e.b <- round(ifelse(caso=="Independentes", prob.a * prob.b, prob.a * prob.b *
.7), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- c(ifelse(caso=="Independentes", "Independentes.", "Dependentes."),
               ifelse(caso=="Independentes", "Dependentes.", "Independentes."),
               "Mutuamente exclusivos.",
               "Disjuntos.",
               "Complementares."
               )
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
@
\begin{question}
Sabe-se que a probabilidade de um frasco de maionese, selecionado ao acaso, se tornar
impróprio para consumo antes do prazo de validade (Evento $A$) é de \Sexpr{prob.a}.
Por outro lado, a probabilidade um pote do produto ser armazenado na geladeira (Evento
$B$) é de \Sexpr{prob.b}. Nesse contexto, considerando que a probabilidade de esses
dois eventos ocorrerem é de \Sexpr{prob.a.e.b}, seria \textbf{correto} afirmar que os
eventos $A$ e $B$ são eventos probabilisticamente:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
De acordo com o enunciado da questão, $P(A \cap B) = \Sexpr{prob.a.e.b} \Sexpr{ifelse(caso=="Indepen
"=", "\\\\neq")} P(A) \times P(B) =
\Sexpr{prob.a} \times \Sexpr{prob.b} \Sexpr{ifelse(caso=="Independentes", "", paste0("=
", prob.a * prob.b))}$. Pela definição de independência, segue que os eventos $A$ e
$B$ são \Sexpr{ifelse(caso=="Independentes", "independentes", "dependentes")}.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{01_medida_probabilidade_08}
```

QUESTÃfO 9

01_medida_probabilidade_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
## GERANDO A RESPOSTA
prob.a <- sample(seq(.6, .7, by=.01), 1)
prob.a.b <- sample(seq(.4, .5, by=.01), 1)
prob.b <- 1 - (prob.a - prob.a.b)
prob.b.c <- sample(seq(.1, prob.b - prob.a.b - .05, by=.01), 1)
prob.a.b.c <- 0
##GERANDO ALTERNATIVAS
alternativas.verdadeiras <- c(
"Os eventos $A$ e $C$ são disjuntos (mutuamente exclusivos).",
"$P(B \\cap C) = P(C).$"
)
explicacoes.verdadeiras <- c(
"Como $P(A \\cap C)=0$, os eventos $A$ e $C$ são disjuntos.",
"Como $C$ está contido em $B$, a igualdade é válida."
)
alternativas.falsas <- c(
"Os eventos $A$ e $C$ são complementares.",
"Os eventos $B$ e $C$ são independentes.",
"$P(C) \\geq P(B).$",
"$P(C) \\geq P(A).$",
"Os eventos $A$ e $B$ são complementares."
  )
explicacoes.falsas <- c(
"$P(A) + P(C) \\neq 1$. Portanto, $A$ e $C$ não são complementares.",
"$P(B \\cap C) \\neq P(B) \\times P(C)$. Portanto, $A$ e $C$ são dependentes.",
"$C$ está contido em $B$, portanto $P(C) < P(B).$",
"$P(C) = P(B \\cap C) < P(A).$",
"$P(A) + P(B) \\neq 1$. Portanto, $A$ e $C$ não são complementares."
)
index.verdadeiras <- sample(1:length(alternativas.verdadeiras), 1)
index.falsas <- sample(1:length(alternativas.falsas), 4)
questions <- c(alternativas.verdadeiras[index.verdadeiras], alternativas.falsas[index.falsas])
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
explanations <- c(explicacoes.verdadeiras[index.verdadeiras], explicacoes.falsas[index.falsas])
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
explanations <- explanations[o]
@
\begin{question}
A probabilidade de um comerciante vender ao menos um guarda-chuva em um certo dia
(Evento $A$) é de $\Sexpr{prob.a}$. Dados históricos indicam que chove na cidade
(Evento $B$) em $\Sexpr{prob.b*100}\%$ dos dias. Sabe-se ainda que a probabilidade de
o comerciante vender ao menos um guarda-chuva e chover no mesmo dia é de $\Sexpr{prob.a.b}$.
Por fim, a probabilidade de chover e haver alagamento (Evento $C$) é de $\Sexpr{prob.b.c}$.
Considerando que o comércio não funciona (não há vendas) quando há alagamento, marque
a alternativa correta:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
```

```
\end{question}
\begin{solution}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"), explanations)
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{01_medida_probabilidade_09}
```

QUESTÃfO 10

01_medida_probabilidade_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
## GERANDO A RESPOSTA
prob.a <- sample(seq(.6, .7, by=.01), 1)
prob.a.b <- sample(seq(.4, .5, by=.01), 1)
prob.b <- 1 - (prob.a - prob.a.b)
prob.b.c <- sample(seq(.1, prob.b - prob.a.b - .05, by=.01), 1)
prob.a.b.c <- 0
##GERANDO ALTERNATIVAS
alternativas.verdadeiras <- c(
"Os eventos $A$ e $C$ são disjuntos (mutuamente exclusivos).",
"$P(B \\cap C) = P(C).$"
)
explicacoes.verdadeiras <- c(
"Pelas probabilidades apresentadas, pode-se concluir que $C$ está contido em $B$. Como
$P(A \\cap B \\cap C)=0$, temos que $P(A \\cap C)=0$, o que confirma que os eventos
$A$ e $C$ são disjuntos.",
"Como $C$ está contido em $B$, a igualdade é válida."
)
alternativas.falsas <- c(
"Os eventos $A$ e $C$ são complementares.",
"Os eventos $B$ e $C$ são independentes.",
"$P(C) \\geq P(B).$",
"$P(C) \\geq P(A).$",
"Os eventos $A$ e $B$ são complementares."
)
explicacoes.falsas <- c(
"$P(A) + P(C) \\neq 1$. Portanto, $A$ e $C$ não são complementares.",
"$P(B \\cap C) \\neq P(B) \\times P(C)$. Portanto, $A$ e $C$ são dependentes.",
"$C$ está contido em $B$, portanto $P(C) < P(B).$",
"$P(C) = P(B \\cap C) < P(A)$",
"$P(A) + P(B) \\neq 1$. Portanto, $A$ e $C$ não são complementares."
)
index.verdadeiras <- sample(1:length(alternativas.verdadeiras),1)
index.falsas <- sample(1:length(alternativas.falsas),4)
questions <- c(alternativas.verdadeiras[index.verdadeiras], alternativas.falsas[index.falsas])
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
explanations <- c(explicacoes.verdadeiras[index.verdadeiras], explicacoes.falsas[index.falsas])
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
explanations <- explanations[o]
@
\begin{question}
A probabilidade de ocorrer o evento $A$ é $P(A)=\Sexpr{prob.a}$. Considere ainda que
$P(B)=\Sexpr{prob.b}$, $P(A \cap B)=\Sexpr{prob.a.b}$, $P(B \cap C)=\Sexpr{prob.b.c}$
e $P(A \cap B \cap C)=0$, marque a alternativa correta:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
```

```
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"), explanations)
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{01_medida_probabilidade_10}
```

QUESTÃfO 11

02_propriedade_probabilidade_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

x <- 4:7
n <- sample(x,1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- factorial(n)/choose(n^2,n)
alt[2] <- 1/n
alt[3] <- 2/n
alt[4] <- n^2/factorial(n)
alt[5] <- 3/n
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Colocam-se ao acaso $\Sexpr{n}$ botões em um tabuleiro $\Sexpr{n} \times \Sexpr{n}$,
não sendo permitido haver dois botões em uma mesma casa. Qual a probabilidade de não
haver dois botões nem na mesma linha nem na mesma coluna?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Há $\Sexpr{n^2}$ casas no tabuleiro. O número de maneiras de selecionarmos as casas
para colocar o botão é $\binom{\Sexpr{n^2}}{\Sexpr{n}}$. Como cada linha e cada coluna
conterá exatamente um botão, existem $\Sexpr{n}$ maneiras de escolher a casa que será
utilizada na primeira linha, $\Sexpr{n-1}$ maneiras de escolher a segunda linha e
assim por diante; desse modo temos $\Sexpr{n}!$ maneiras de distribuir os botões sem
que hajam dois na mesma linha ou na mesma coluna. Segue que a probabilidade desejada é
$$\dfrac{\Sexpr{n}!}{\binom{\Sexpr{n^2}}{\Sexpr{n}}} = \Sexpr{round(alt[1],digits=4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{02_propriedade_probabilidade_01}
```

QUESTÃfO 12

02_propriedade_probabilidade_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(seq(10,60,5)/100,1)
x <- 1/(2+p)
p.o <- x
p.a <- (1+p)*x
p.aa <- p.a*p.a
p.ao <- p.a*p.o
p.oa <- p.ao
p.oo <- p.o*p.o
p.1a <- p.aa + p.ao + p.oa
x2 <- 1/(2-p)
p.o2 <- x2
p.a2 <- 1-p.o2
p.aa2 <- p.a2*p.a2
p.ao2 <- p.a2*p.o2
p.oa2 <- p.ao2
p.oo2 <- p.o2*p.o2
p.1a2 <- p.aa2 + p.ao2 + p.oa2
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(3)
alt[1] <- p.aa/p.1a
alt[2] <- 1/3
alt[3] <- 1/2
alt[4] <- p.aa/(p.aa + p.ao)
alt[5] <- p.aa2/p.1a2
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere o lançamento de duas moedas idênticas, mas desequilibradas. Para cada moeda,
a probabilidade de ocorrer cara é $\Sexpr{p*100}\%$ maior do que a probabilidade de
obter coroa. Qual é a probabilidade de obter $2$ caras dado que se obteve pelo menos
$1$ cara?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja ``A'' o evento saiu cara e ``O'' saiu coroa. \\
Em um lançamento, a probabilidade de obter cara P(A) ou coroa P(O) é igual a $1$.
Como a probabilidade de obter cara é $\Sexpr{p*100}\%$ maior do que a probabilidade de
obter coroa, temos que
$$
P(O)+(1+\Sexpr{p})P(O)=1
$$
```

```
Portanto, $P(O)=\Sexpr{round(p.o,4)}$ e $P(A)=\Sexpr{round(p.a,4)}$. E as probabilidades
em dois lançamentos são dadas por: \\
$P(AA) = \Sexpr{round(p.a,4)}\times \Sexpr{round(p.a,4)} = \Sexpr{round(p.aa,4)}$ \\
$P(AO) = \Sexpr{round(p.a,4)}\times\Sexpr{round(p.o,4)} = \Sexpr{round(p.ao,4)}$ \\
$P(OA) = \Sexpr{round(p.ao,4)}$ \\
$P(OO) = \Sexpr{round(p.o,4)}\times\Sexpr{round(p.o,4)} = \Sexpr{round(p.oo,4)}$ \\
Logo, a probabilidade desejada é
$$
P(AA | AA \cup AO \cup OA ) = \frac{P(AA)}{P(AA \cup AO \cup OA)} = \frac{\Sexpr{round(p.aa,4)}}{\Se
= \Sexpr{round(alt[1],digits=3)} .
$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{02_propriedade_probabilidade_02}
```

QUESTÃfO 13

02__propriedade__probabilidade__03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
a <- sample(2:3,1)
b <- sample(3:5,1)
c <- sample(4:6,1)
pa <- 1/a
pb <- 1/b
pc <- 1/c
pac <- 1 - pa
pbc <- 1 - pb
pcc <- 1 - pc

##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(3)
alt[1] <- 1 - (pa*pb*pc)
alt[2] <- round(pac*pbc*pcc,2)
alt[3] <- round(pa*pb*pc,2)
alt[4] <- round((pa*pbc*pcc)+(pac*pb*pcc)+(pac*pbc*pc),2)
alt[5] <- round(runif(1,0.25,0.70),digits = 2)
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
As probabilidades de três motoristas serem capazes de guiar até em casa com segurança,
depois de beber, são de 1/\Sexpr{a}, 1/\Sexpr{b} e 1/\Sexpr{c}, respectivamente. Caso
os motoristas decidam dirigir após beber em uma festa, qual a probabilidade de pelo
menos um deles sofrer um acidente?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Considere os seguintes eventos: \\ \\
A: Motorista A guiar com segurança depois de beber; \\
B: Motorista B guiar com segurança depois de beber; \\
C: Motorista C guiar com segurança depois de beber; \\ \\
Neste caso, é mais simples resolver pelo evento complementar.
Então, a probabilidade de pelo menos um motorista guiar até em casa a salvo depois de
beber numa festa é dada por \\
$P$(Pelo menos um motorista sofrer acidente) = $1-P$(Todos guiarem com segurança) $$=
1-P(A \cap B \cap C) = 1 - \left(\frac{1}{\Sexpr{a}} \times \frac{1}{\Sexpr{b}} \times
\frac{1}{\Sexpr{c}}\right) = 1 - \frac{1}{\Sexpr{a*b*c}} = 1 - \Sexpr{round(pa*pb*pc,2)}
= \Sexpr{round(alt[1],2)}$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{02_propriedade_probabilidade_03}
```

QUESTÃfO 14

02_propriedade_probabilidade_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
q_pos <- 3:6
pos <- sample(q_pos,1)
q_neg <- 4:8
neg <- sample(q_neg,1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- (choose(pos,2)+choose(neg,2))/choose(pos+neg,2)
alt[2] <- pos/(pos+neg)
alt[3] <- round(runif(1,0.001,0.333),digits = 3)
alt[4] <- round(runif(1,0.334,0.666),digits = 3)
alt[5] <- round(runif(1,0.667,0.997),digits = 3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Dentre \Sexpr{pos} números positivos e \Sexpr{neg} negativos, dois números são escolhidos
ao acaso (sem reposição) e multiplicados. Qual a probabilidade de que o produto seja
positivo?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
No total, existem $\binom{\Sexpr{pos+neg}}{2}$ modos distintos de escolhermos os dois
números. Para que o produto seja positivo devemos ter dois números positivos, que
podem ser escolhidos de $\binom{\Sexpr{pos}}{2}$ maneiras distintas, ou dois números
negativos, que podem ser escolhidos de $\binom{\Sexpr{neg}}{2}$ maneiras distintas.
Segue que a probabilidade desejada é $$\dfrac{\binom{\Sexpr{pos}}{2}+\binom{\Sexpr{neg}}{2}}{\binom{
= \Sexpr{fmt(alt[1],3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{02_propriedade_probabilidade_04}
```

QUESTÃfO 15

02_propriedade_probabilidade_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
denA <- sample(2:3,1)
pA <- 1/denA
denC <- sample(4:5,1)
pC <- 1/denC
denAcapB <- sample(5:6,1)
pAcapB <- 1/denAcapB
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- (pAcapB+pA*pC)/pA
alt[2] <- (pAcapB+pA*pC)
alt[3] <- (pAcapB*pA*pC)/pA
alt[4] <- (pAcapB*pA*pC)
alt[5] <- (pAcapB+pA*pC)/(pi*pAcapB)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere que $P(A)=1/\Sexpr{denA}$, $P(C)=1/\Sexpr{denC}$ e $P(A\cap B)=1/\Sexpr{denAcapB}$,
sendo $A$ e $C$ eventos independentes, e $B$ e $C$ eventos disjuntos. Calcule $P((B
\cup C)|A)$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Pela definição de probabilidade condicional,
$$P((B \cup C)|A)=\frac{P((B \cup C)\cap A)}{P(A)}=\frac{P((B\cap A)\cup(C \cap A))}{P(A)}.$$
Como $B$ e $C$ são disjuntos, então são também disjuntos os eventos $(B\cap A)$ e
$(C\cap A)$. Logo, $P((B\cap A)\cup(C \cap A))=P(B\cap A)+P(C \cap A)$. Além disso,
como $A$ e $C$ são independentes, então $P(C\cap A)=P(C)P(A)$. Daí, temos que
$$\frac{P((B\cap A)\cup(C \cap A))}{P(A)}=\frac{P(B\cap A)+P(C)P(A)}{P(A)}=\frac{\Sexpr{fmt(pAcapB,3
\times \Sexpr{fmt(pA,3)}}{\Sexpr{fmt(pA,3)}}=\Sexpr{fmt(alt[1],3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{02_propriedade_probabilidade_05}
```

QUESTÃfO 16

02_propriedade_probabilidade_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
# O uso do comando while "garante" que o código não permitirá que existam alternativas
repetidas.
while(length(unique(questions)) < 5) {  # Enquanto o número de alternativas únicas não
for igual a 5, faça...
pA <- sample(seq(0.1, .2, .02), 1)  # Probabilidade de A
P_apenas_B <- sample(seq(0.1, .3, .02), 1)  # Probabilidade de ocorrer B exclusivamente
P_apenas_C <- sample(seq(0.1, .3, .02), 1)
PBeC <- 1 - (pA + P_apenas_B + P_apenas_C) # Probabilidade de ocorrer B e C
pB <- P_apenas_B + PBeC  # Probabilidade de B
pC <- P_apenas_C + PBeC  # Probabilidade de C
c(pA, P_apenas_B, P_apenas_C, PBeC)  # Checando que a soma das probabilidades é igual
a 1.
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- PBeC
alt[2] <- (P_apenas_B + PBeC) * (P_apenas_C + PBeC)
alt[3] <- ((P_apenas_B + PBeC) + (P_apenas_C + PBeC)) / 2
alt[4] <- P_apenas_B + P_apenas_C + PBeC
alt[5] <- sample(seq(0.01, .99, .01), 1)
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere um cruzamento com três semáforos (A, B e C), em que pelo menos um está
aberto. Os
semáforos B e C podem estar abertos simultaneamente, enquanto que o semáforo A não
pode abrir
com nenhum outro. A probabilidade do semáforo A estar aberto é $\Sexpr{pA}$, do semáforo
B é $\Sexpr{pB}$ e do semáforo C é $\Sexpr{pC}$. Qual é a probabilidade dos semáforo B
e C estarem abertos simultaneamente?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Considere os seguintes eventos: \\
A: semáforo A aberto. \\
B: semáforo B aberto. \\
C: semáforo C aberto. \\
Pelas regras da probabilidade, temos: \\
$P(B \bigcup C) = 1-P(A) = 1-\Sexpr{pA} = \Sexpr{1-pA}$. Portanto, \\
$P(B \bigcap C) = P(B)+P(C) - P(B\bigcup C) = \Sexpr{pB}+\Sexpr{pC}-\Sexpr{1-pA} =
\Sexpr{questions[solutions]}.$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{02_propriedade_probabilidade_06}
```

QUESTÃfO 17

02_propriedade_probabilidade_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
# O uso do comando while "garante" que o código não permitirá que existam alternativas
repetidas.
while(length(unique(questions)) < 5) {  # Enquanto o número de alternativas únicas não
for igual a 5, faça...
PAeC <- sample(seq(0.1, .2, .02), 1)  # Probabilidade de A e C
P_apenas_A <- sample(seq(0.1, .3, .02), 1)  # Probabilidade de ocorrer A exclusivamente
P_apenas_C <- sample(seq(0.1, .3, .02), 1) # Probabilidade de ocorrer C exclusivamente
pB <- 1 - (PAeC + P_apenas_A + P_apenas_C) # Probabilidade de ocorrer B
pA <- P_apenas_A + PAeC # Probabilidade de A
pC <- P_apenas_C + PAeC # Probabilidade de C
pnA <- 1 - (P_apenas_A + PAeC) # Probabilidade de A não ocorrer
pnC <- 1 - (P_apenas_C + PAeC) # Probabilidade de C não ocorrer
sum(PAeC, P_apenas_A, P_apenas_C, pB)  # Checando que a soma das probabilidades é
igual a 1.
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pB
alt[2] <- 1 - pA - pC
alt[3] <- 1 - pA - pC + (pA*pC)
alt[4] <- 1 - P_apenas_A - P_apenas_C + (P_apenas_A*P_apenas_C)
alt[5] <- sample(seq(0.01, .99, .01), 1)
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma rede de distribuição de energia é alimentada por duas usinas hidrelétricas (A
e B) e uma eólica. A hidrelétrica B funciona como back-up, e só entra na rede caso
nenhuma outra usina esteja funcionando. A probabilidade de a usina eólica não estar
em funcionamento é $\Sexpr{pnC}$, e da hidrelétrica A é $\Sexpr{pnA}$. Sabendo que
a hidrelétrica A e a eólica fornecem energia simultaneamente com probabilidade de
$\Sexpr{PAeC}$, qual é a probabilidade da usina back-up B ser acionada?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Considere os seguintes eventos: \\
A: Usina hidrelétrica A operando \\
B: Usina hidrelétrica B operando \\
C: Usina eólica C operando \\
Então, \\
$P(B) = 1- P(A \bigcup C) = 1 - P(A) - P(C) + P(A \bigcap C)$   \\
$P(B) = 1 - (1 - \Sexpr{pnA}) - (1 - \Sexpr{pnC}) + \Sexpr{PAeC} = \Sexpr{pB}. $
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{02_propriedade_probabilidade_07}
```

QUESTÃfO 18

02_propriedade_probabilidade_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

PAeBeC <- round(runif(1,0.1,0.3),2)
PAeB <- round(runif(1,PAeBeC,0.4),2)
PAeC <- round(runif(1,PAeBeC,0.4),2)
PBeC <- round(runif(1,PAeBeC,0.4),2)
P2ou3 <- PAeB+PAeC+PBeC-2*PAeBeC
PN <- 1 - P2ou3
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- PN
alt[2] <- 1-min(PAeB+PAeC+PBeC,0.99)
alt[3] <- 1-min(PAeB+PAeC+PBeC-1*PAeBeC,0.99)
alt[4] <- 1-(PAeB+PAeC+PBeC-3*PAeBeC)
alt[5] <- mean(alt[1:4])
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em um circuito elétrico, pelo menos dois dos três componentes (A, B e C) devem estar
ativos para que o circuito funcione.  A probabilidade de A e B estarem ativos é $\Sexpr{PAeB}$,
A e C ativos é $\Sexpr{PAeC}$ e B e C ativos é $\Sexpr{PBeC}$. Sabendo que a probabilidade
de todos os componentes funcionarem conjuntamente é de $\Sexpr{PAeBeC}$, qual é a
probabilidade do circuito não funcionar?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Considere os seguintes eventos: \\
A: Componente A ativo \\
B: Componente B ativo \\
C: Componente C ativo \\
Então, a probabilidade do circuito não funcionar é dada por \\
P(Não funcionar) $= 1 - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + 2 \times P( A \cap B
\cap C)$ \\
P(Não funcionar) $= 1-\Sexpr{PAeB}-\Sexpr{PAeC}-\Sexpr{PBeC}+2 \times \Sexpr{PAeBeC} =
\Sexpr{alt[1]}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
```

%% \exname{02_propriedade_probabilidade_08}

QUESTÃfO 19

02_propriedade_probabilidade_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
a <- sample(2:3,1)
b <- sample(3:5,1)
pa <- (a-1)/a
pb <- (b-1)/b
pab <- pa*pb
pac <- 1 - pa
pbc <- 1 - pb
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(3)
alt[1] <- pa+pb-2*pab
alt[2] <- pa*pbc+pac*pbc
alt[3] <- pa*pb+pac*pb
alt[4] <- pa*pbc+pa*pb
alt[5] <- pa*pb+pac*pbc
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um estudante irá prestar dois exames de seleção de estagiários para as empresas A e
B, respectivamente. Ele estima que a probabilidade de ele ser aprovado no exame de
seleção da empresa A é de \Sexpr{a-1}/\Sexpr{a}. Na empresa B, a probabilidade de
aprovação é de \Sexpr{b-1}/\Sexpr{b}. Por fim, a probabilidade de ser aprovado nos
dois processos simultaneamente é de \Sexpr{round(pab,4)*100}\%. Nessas condições, qual
a probabilidade de ele ser aprovado em apenas uma das empresas?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Considere os seguintes eventos: \\
A: Ser aprovado no exame de seleção de estagiários da empresa A;  \\
B: Ser aprovado no exame de seleção de estagiários da empresa B; \\
%
A probabilidade de ser aprovado em apenas uma das empresas é dada por
$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2*P(A \cap B) = \Sexpr{a-1}/\Sexpr{a} +
\Sexpr{b-1}/\Sexpr{b} - \Sexpr{2*pab} = \Sexpr{round(alt[1],3)}$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{02_propriedade_probabilidade_09}
```

QUESTÃfO 20

02__propriedade__probabilidade__10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
H <- sample(500:1500,1)
M <- 2000-H
N <- M+H
ms <- sample(150:(M-50),1)
hs <- sample(150:(H-30),1)
PM <- M/N
PHosp <- (ms+hs)/N
PMeHosp <- ms/N
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(3)
alt[1] <- PM+PHosp-PMeHosp
alt[2] <- ms/N
alt[3] <- PM*PHosp
alt[4] <- PHosp
alt[5] <- PM+(hs/N)-PMeHosp
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma companhia de seguros analisou a frequencia com que \Sexpr{N} segurados, \Sexpr{H}
homens e \Sexpr{M} mulheres, usaram o hospital. Sabe-se que \Sexpr{ms} mulheres utilizaram
os serviços do hospital e \Sexpr{H-hs} homens, não. Qual a probabilidade de que um
segurado, selecionado ao acaso, seja mulher ou tenha usado um hospital?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Considere a tabela abaixo: \\ \\
\begin{tabular}{l|ll}
\hline
\text{Utilizam o hospital} & \text{H} & \text{M}\\
\hline
\text{S} & \Sexpr{hs} & \Sexpr{ms}\\
\text{N} & \Sexpr{H-hs} & \Sexpr{M-ms}\\
\hline
\end{tabular} \\ \\
 A probabilidade de que uma pessoa segurada utilizar o hospital ou ser mulher é dada
por
 $$ P(S \cup M) = P(S) + P(M) - P(S \cap M) = \frac{\Sexpr{M}}{2000} + \frac{\Sexpr{ms+hs}}{2000}
- \frac{\Sexpr{ms}}{2000}  = \Sexpr{round(alt[1],3)}$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{02_propriedade_probabilidade_10}
```

QUESTÃfO 21

03_probabilidade_total_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pE <- round(runif(1, min = 0.70, max = 0.85), digits = 2)
pN <- 1-pE
pC_E <- round(runif(1, min = 0.60, max = 0.75), digits = 2)
pC_N <- round(runif(1, min = 0.80, max = 0.95), digits = 2)
p_N_int_C <- pC_N*pN
p_E_int_C <- pC_E*pE
pC <- pC_E*pE+pC_N*pN
pE_C <- (pC_E*pE)/pC
pN_C <- (pC_N*pN)/pC
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pC
alt[2] <- p_N_int_C
alt[3] <- p_E_int_C
alt[4] <- pE_C
alt[5] <- pN_C
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Sabe-se que $\Sexpr{pE*100}\%$ dos pênaltis marcados a favor do Brasil são cobrados
por jogadores de clubes estrangeiros. A probabilidade de um pênalti resultar em gol é
de $\Sexpr{pC_E*100}\%$ se o cobrador for de um clube estrangeiro e de $\Sexpr{100*pC_N}\%$
se o cobrador for de um clube nacional. Suponha que um pênalti foi marcado à favor do
Brasil. Qual a probabilidade de que um pênalti resulte em gol?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
\text{E} &=& \text{ ``O cobrador é de clube estrangeiro''}\\
\text{N} &=& \text{ ``O cobrador é de clube nacional''}\\
\text{C} &=& \text{ ``O cobrador converte o pênalti''}
\end{eqnarray*}
Pelo teorema da probabilidade total, a probabilidade desejada é dada por $$P(C) =
P(C|E)P(E)+P(C|N)P(N) =   \Sexpr{round(pC_E,digits=2)}\times\Sexpr{round(pE,digits=2)}+\Sexpr{round(
= \Sexpr{round(alt[1],digits=2)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
```

```
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{03_probabilidade_total_01}
```

QUESTÃfO 22

03_probabilidade_total_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pC <- round(runif(1, min = 0.05, max = 0.25), digits = 2)
pD <- round(runif(1, min = 0.25, max = 0.45), digits = 2)
pN <- 1-pC-pD
pA_C <- 1
pA_D <- round(runif(1, min = 0.30, max = 0.50), digits = 2)
pA_N <- 1/5
pA <- pA_N*pN + pA_D*pD + pA_C*pC
pC_A <- pA_C*pC/ pA
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pA
alt[2] <- pA_D*pD +pA_C*pC
alt[3] <- (pA_N + pA_D + pA_C)/3
alt[4] <- (pC+pD+pN)/3
alt[5] <- 1/4*pN + pA_D*pD + pA_C*pC
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere uma questão de múltipla escolha com 5 alternativas. Suponha que um aluno
pode ter certeza da resposta correta com probabilidade de $\Sexpr{pC*100}\%$, ter
dúvida quanto a resposta correta com probabilidade de $\Sexpr{pD*100}\%$ ou não ter
nenhuma ideia da resposta correta com probabilidade de $\Sexpr{pN*100}\%$. Ao ter
certeza, o aluno sempre acerta a questão, enquanto que no caso de dúvida ele acerta
com probabilidade de $\Sexpr{pA_D*100}\%$ e, sem saber, ele faz uma escolha aleatória.
Qual a probabilidade do aluno acertar a questão?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
C &=& \text{ ``O aluno tem certeza da resposta correta.''} \\
D &=& \text{ ``O aluno tem dúvida quanto a resposta correta.''} \\
N &=& \text{ ``O aluno não sabe a resposta correta.''}
\end{eqnarray*}
Pelo teorema da probabilidade total, a probabilidade desejada é dada por $$P(A) =
P(A|C)P(C)+P(A|D)P(D)+P(A|N)P(N) = 1 \times \Sexpr{round(pC,digits=2)} + \Sexpr{round(pA_D,digits=2)
= \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
```

```
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{03_probabilidade_total_02}
```

QUESTÃfO 23

03_probabilidade_total_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
N=20
x <- rmultinom(1,N,c(1/3,1/3,1/3))
numJ <- x[1]
pJ <- numJ/N
numM <- x[2]
pM <- numM/N
numR <- x[3]
pR <- numR/N
pE <- sample(c(0.2,0.25,0.3))
pEdJ <- pE[1]
pEdM <- pE[2]
pEdR <- pE[3]
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pJ*pEdJ+pM*pEdM+pR*pEdR
alt[2] <- pEdJ+pEdM+pEdR
alt[3] <- pEdJ*pEdM*pEdR
alt[4] <- (pJ*pEdJ+pM*pEdM+pR*pEdR)/3
alt[5] <- (pEdJ+pEdM+pEdR)/3
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O dono de um posto recomenda aos três frentistas que eles lavem os para-brisas de
todos os veículos atendidos. Sabe-se que João, Marcelo e Raul atendem, respectivamente,
\Sexpr{100*pJ}$\%$, \Sexpr{100*pM}$\%$ e \Sexpr{100*pR}$\%$ dos veículos. Eles esquecem
de lavar o para-brisas com probabilidades \Sexpr{pEdJ*100}$\%$, \Sexpr{pEdM*100}$\%$
e \Sexpr{pEdR*100}$\%$, respectivamente. Se um motorista abastece nesse posto, qual a
probabilidade de que o para-brisas do seu veículo não seja lavado?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Sejam os eventos
\begin{eqnarray*}
J &=& \text{ ``João realiza o atendimento.''}\\
M &=& \text{ ``Marcelo realiza o atendimento.''}\\
R &=& \text{ ``Raul realiza o atendimento.''}\\
N &=& \text{ ``O para-brisas não é lavado.''}
\end{eqnarray*}
Pelo enunciado tem-se $P(J)=\Sexpr{pJ}$, $P(M)=\Sexpr{pM}$, $P(R)=\Sexpr{pR}$, $P(N|J)=\Sexpr{pEdJ}$
$P(N|M)=\Sexpr{pEdM}$ e $P(N|R)=\Sexpr{pEdR}$. Logo, pelo Teorema da Probabilidade
Total tem-se que $P(N)=P(J)P(N|J)+P(M)P(N|M)+P(R)P(N|R)=\Sexpr{pJ}\times \Sexpr{pEdJ}+\Sexpr{pM}\tim
```

```
\Sexpr{pEdM}+\Sexpr{pR}\times \Sexpr{pEdR}=\Sexpr{pJ*pEdJ+pM*pEdM+pR*pEdR}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{03_probabilidade_total_03}
```

QUESTÃfO 24

03_probabilidade_total_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n.azul <- sample(6:8,1)       # numero de bolas azuis
n.branca <- sample(3:5,1)     # numero de bolas brancas
m <- sample(2:4,1)            # numero de bolas acrescentadas
tot1 <- n.azul + n.branca     # total de bolas na caixa 1a retirada
tot2 <- tot1+m                # total de bolas na caixa 2a retirada
pA1 <- n.azul/tot1            # P(1a retirada azul)
pB1 <- n.branca/tot1          # P(1a retirada branca)
pA2_B1 <- n.azul/tot2         # P(2a retirada azul | 1a retirada branca)
pA2_A1 <- (n.azul+m)/tot2     # P(2a retirada azul | 1a retirada azul)
pA2 <- pA2_B1*pB1 + pA2_A1*pA1  # P(2a retirada azul)
tot2w <- tot1
pA2_B1w <- n.azul/tot2w
pA2_A1w <- (n.azul+m)/tot2w
pA2w <- pA2_B1w*pB1 + pA2_A1w*pA1
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pA2
alt[2] <- pA2_A1*pA1
alt[3] <- pA2w
alt[4] <- n.azul^2/tot2^2 + n.azul*n.branca/tot2^2
alt[5] <- n.azul^2/tot1^2
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma caixa contém $\Sexpr{n.azul}$ bolas azuis e $\Sexpr{n.branca}$ bolas brancas. Uma
bola é extraída, sua cor observada e, a seguir, a bola é reposta na caixa com mais
$\Sexpr{m}$ bolas da mesma cor. Esse processo é repetido consecutivamente. Qual a
probabilidade de se extrair uma bola azul na segunda retirada?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Considere os eventos
\[
\begin{array}{lll}
& A=\text{``extrair uma bola azul na segunda retirada'',}
\\
& B=\text{``extrair uma bola branca na primeira retirada''.}
\end{array}
\]
Note que $\{B, B^c\}$ forma uma partição do espaço amostral, onde
$\mathbb{P}(B)= \Sexpr{n.branca}/\Sexpr{tot1}$ e
```

```
$\mathbb{P}(B^c)=\Sexpr{n.azul}/\Sexpr{tot1}$. Logo, pelo Teorema da probabilidade
total tem-se
\begin{align*}
\mathbb{P}(A)&=\mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B)+\mathbb{P}(A|B^c)\mathbb{P}(B^c) \\
&={\Sexpr{n.azul}\over \Sexpr{tot2}} \times { \Sexpr{n.branca} \over \Sexpr{tot1}}
+ {\Sexpr{n.azul+m} \over \Sexpr{tot2}} \times {\Sexpr{n.azul} \over \Sexpr{tot1}}
\approx \Sexpr{round(alt[1],digits=3)} .
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{03_probabilidade_total_04}
```

QUESTÃfO 25

03_probabilidade_total_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
PI <- sample(seq(0.05,0.15,0.01), 1)    # P(infectado)
PP_I <- sample(seq(0.90,0.98,0.01), 1)  # P(positivo dado infectado)
PP_NI <- sample(seq(0.02,0.10,0.01), 1) # P(positivo dado não infectado)
PNI <- 1 - PI                           # P(não infectado)
PP <- PP_I*PI + PP_NI*PNI               # P(positivo)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- PP
alt[2] <- PP_I*PI
alt[3] <- PI
alt[4] <- mean(alt[2:3])
alt[5] <- sample(seq(0.1, 0.3, 0.02),1)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Numa certa população, $\Sexpr{PI*100}\%$ das pessoas estão infectadas por um determinado
vírus.
Um teste para detecção do vírus detecta corretamente $\Sexpr{PP_I*100}\%$ dos casos
nos quais os indivíduos estão infectados, mas, equivocadamente, atribui $\Sexpr{PP_NI*100}\%$
de resultados positivos para os não infectados (falso positivos). Qual a probabilidade
de que o teste de uma pessoa dessa população dê resultado positivo?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Considere os eventos
\[
\begin{array}{lll}
& A=\text{``o resultado do teste é positivo'',}
\\
& B=\text{``a pessoa está infectada''.}
\end{array}
\]
Por hipótese temos que $\mathbb{P}(B)=\Sexpr{PI*100}\%$, $\mathbb{P}(A|B)=\Sexpr{PP_I*100}\%$
e $\mathbb{P}(A|B^c)=\Sexpr{PP_NI*100}\%$.
Desejamos calcular $\mathbb{P}(A)$. Para isso, note que $\{B,B^c\}$ forma
uma partição do espaço amostral. Logo, pelo Teorema da probabilidade total tem-se
\begin{align*}
\mathbb{P}(A)&=\mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B)+\mathbb{P}(A|B^c)\mathbb{P}(B^c) \\
&= \Sexpr{PP_I} \times \Sexpr{PI} + \Sexpr{PP_NI} \times \Sexpr{PNI} = \Sexpr{round(alt[1],digits=3)
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{03_probabilidade_total_05}
```

QUESTÃfO 26

03__probabilidade__total__06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n1.azul <- sample(3:5,1)       # numero de bolas azuis na urna 1
n1.branca <- sample(6:7,1)     # numero de bolas brancas na urna 1
n2.azul <- sample(6:8,1)       # numero de bolas azuis na urna 2
n2.branca <- sample(2:3,1)     # numero de bolas brancas na urna 2
tot1 <- n1.azul + n1.branca     # total de bolas na urna 1
tot2 <- n2.azul + n2.branca     # total de bolas na urna 2
pA_1 <- n1.azul/tot1            # P(azul urna 1)
pA_2 <- n2.azul/tot2            # P(azul urna 2)
pA <- pA_1*0.5 + pA_2*0.5       # P(azul)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pA
alt[2] <- pA_1
alt[3] <- pA_2
alt[4] <- pA-0.05
alt[5] <- pA+0.05
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que temos duas urnas: a primeira tem $\Sexpr{n1.azul}$ bolas azuis e $\Sexpr{n1.branca}$
bolas brancas, e a outra tem $\Sexpr{n2.azul}$ azuis e $\Sexpr{n2.branca}$ brancas.
Lançamos um dado honesto e se sair um número par, selecionamos ao acaso uma bola da
primeira urna, se for um número ímpar selecionamos da segunda urna. Qual a probabilidade
de selecionar uma bola azul?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Considere os eventos
\[
\begin{array}{lll}
& A=\text{``selecionar uma bola azul'',}
\\
& B=\text{``saiu um número par''.}
\end{array}
\]
Note que $\{B, B^c\}$ forma uma partição do espaço amostral, onde $\mathbb{P}(B)=\mathbb{P}(B^c)=1/2
Logo, pelo Teorema da probabilidade total tem-se
\begin{align*}
\mathbb{P}(A)&=\mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B)+\mathbb{P}(A|B^c)\mathbb{P}(B^c) \\
&= {\Sexpr{n1.azul}\over \Sexpr{tot1}} \times {0.5} + {\Sexpr{n2.azul}\over \Sexpr{tot2}}
\times {0.5} = \Sexpr{round(alt[1], digits=3)}
```

```
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{03_probabilidade_total_06}
```

QUESTÃfO 27

03_probabilidade_total_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- round(runif(1, min = 0.01, max = 0.10), digits = 2) #Prob. do teste dar positivo
n <- 1-p #Prob. do teste dar negativo
dp <- round(runif(1, min = 0.30, max = 0.65), digits = 2) #Prob. de doentes com teste
positivo
dn <-  #Prob. de doentes com teste negativo
sp <- round(runif(1, min = 0.01, max = 0.09), digits = 2) #Prob. de sãos com teste
positivo
sn <- 1 - sp #Prob. de sãos com teste negativo
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- dp*p+dn*n
alt[2] <- sp*p+sn*n
alt[3] <- dp*p+sn*n
alt[4] <- sp*p+dn*n
alt[5] <- dp*p+dn*p
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em uma clínica onde são realizados testes para rastreamento do câncer de próstata
em homens, \Sexpr{n*100}\% dos resultados são negativos. Dos pacientes com resultado
positivo, \Sexpr{dp*100}\% são de fato doentes e dos pacientes com resultado negativo,
\Sexpr{sn*100}\% não são doentes. Qual a probabilidade de um paciente da clínica ter
câncer?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
\text{P} &=& \text{ ``O teste teve resultado positivo''}.\\
\text{N} &=& \text{ ``O teste teve resultado negativo''}.\\
\text{C} &=& \text{ ``O paciente tem câncer''}.
\end{eqnarray*}
Pelo teorema da probabilidade total, a probabilidade desejada é dada por $$P(C) =
P(C|P)P(P)+P(C|N)P(N) =   \Sexpr{dp}\times\Sexpr{p}+\Sexpr{dn}\times\Sexpr{n} = \Sexpr{round(alt[1],
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
```

%% \exname{03_probabilidade_total_07}

QUESTÃfO 28

03_probabilidade_total_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {
mec <- round(runif(1, min = 0.05, max = 0.30), digits = 2) # Prob. de ter problema
mecânico
el2 <- round(runif(1, min = 0.10, max = 0.50), digits = 2) # Prob. setor II
el1 <- round(runif(1, min = 0.3, max = 0.75), digits = 2) #Prob. de encontrar um
convite dourado
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- mec*el1+(1-mec)*el2
alt[2] <- mec*el1+mec*el2
alt[3] <- (1-mec)*el1+(1-mec)*el2
alt[4] <- mec*el1+(1-mec)*el1
alt[5] <- mec*el2+(1-mec)*el2
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Determinado veículo pode ter problemas mecânicos ou elétricos. Se tiver problemas
mecânicos, não é necessário parar o veículo, mas se tiver problema elétrico, é preciso
parar imediatamente. A chance de esse veículo ter problemas mecânicos no período de
um ano é de \Sexpr{mec}. Já a chance de ter problemas elétricos é de \Sexpr{el2} se
não houve problema mecânico precedente, e de \Sexpr{el1} se houve problema mecânico
precedente. Qual a probabilidade do veículo precisar parar em determinado ano?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
\text{M} &=& \text{ ``Ter problema mecânico''}\\
\text{E} &=& \text{ ``Ter problema elétrico''}
\end{eqnarray*}
O veículo somente irá parar se tiver um problema elétrico. Então é necessário calcular
a probabilidade de ocorrer um defeito elétrico, independente de ter havido ou não um
defeito mecânico.
$$P(E) = P(E|M)P(M)+P(E|M^c)P(M^c) =  \Sexpr{el1} \times \Sexpr{mec}+\Sexpr{el2}\times\Sexpr{1-mec}
= \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
```

```
%% \exname{03_probabilidade_total_08}
```

QUESTÃfO 29

03_probabilidade_total_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
ab <- round(runif(1, min = 0.75, max = 0.95), digits = 2)
am <- round(runif(1, min = 0.40, max = 0.70), digits = 2)
af <- round(runif(1, min = 0.10, max = 0.35), digits = 2)

##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- ab*0.25+am*0.5+af*0.25
alt[2] <- (1-ab)*0.25+(1-am)*0.5+(1-af)*0.25
alt[3] <- ab*am*af
alt[4] <- ab*(1-ab)+am*(1-am)+af*(1-af)
alt[5] <- round(runif(1, min = 0.500, max = 0.699), digits = 3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Para selecionar seus funcionários, uma empresa submete os candidatos a um teste contendo
questões referentes a conhecimentos gerais e específicos e apresenta o resultado
aprovado ($A$) ou reprovado ($R$). Dos candidatos que realizam o teste, 25\% são
pré-classificados como bons ($B$), 50\% como médios ($M$) e os restantes 25\% como
fracos. Obteve-se as seguintes probabilidades condicionais: $P(R|B)= \Sexpr{1-ab}$,
$P(R|M)=\Sexpr{1-am}$ e $P(R|F)=\Sexpr{1-af}$. Qual a probabilidade do candidato ser
aprovado no teste?

<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
A &=& \text{ ``O candidato foi aprovado.''} \\
F &=& \text{ ``Classificado como fraco''} \\
M &=& \text{ ``Classificado como médio.''} \\
B &=& \text{ ``Classificado como bom.''}
\end{eqnarray*}
Pelo teorema da probabilidade total, a probabilidade desejada é dada por
\begin{align*}
P(A) & = P(A|F)P(F)+P(A|M)P(M)+P(A|B)P(B) \\
& = \Sexpr{af} \times 0.25 + \Sexpr{am} \times 0.5+ \\Sexpr{ab}\times 0.25 \\
& = \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{03_probabilidade_total_09}
```

QUESTÃfO 30

03_probabilidade_total_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {
aprov <- round(runif(1, min = 0.75, max = 0.97), digits = 2) # Prob. de ser aprovado
pes <- round(runif(1, min = 0.60, max = 0.80), digits = 2) # Reprovado torna-se um
péssimo motorista
exc <- round(runif(1, min = 0.78, max = 0.95), digits = 2) # Aprovado torna-se um
excelente motorista
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- exc*aprov+(1-pes)*(1-aprov)
alt[2] <- pes*(1-aprov)+(1-exc)*(1-aprov)
alt[3] <- pes*(1-aprov)+(1-pes)* (1-aprov)
alt[4] <- (1-exc)*aprov+exc*aprov
alt[5] <- pes*(1-aprov)+(1-exc)*aprov
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A experiência com testes psicotécnicos para habilitação de motoristas indica que
\Sexpr{exc*100}\% dos candidatos à habilitação aprovados no primeiro teste tornam-se
excelentes
motoristas e \Sexpr{pes*100}\% dos candidatos reprovados no primeiro teste tornam-se
motoristas regulares. Admita a classificação dos motoristas apenas em excelentes ou
regulares. Se \Sexpr{aprov*100}\% dos candidatos são aprovados neste teste, qual é a
probabilidade de que um indivíduo torne-se um excelente motorista?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
\text{A} &=& \text{ ``Candidato aprovado no primeiro teste''}\\
\text{R} &=& \text{ ``Candidato reprovado no primeiro teste''}\\
\text{E} &=& \text{ ``Candidato torna-se um excelente motorista''}
\end{eqnarray*}
Pelo Teorema da Probabilidade Total, temos
$$P(E) = P(E|A)P(A)+P(E|R)P(R) =  \Sexpr{exc} \times \Sexpr{aprov}+\Sexpr{1-pes}\times\Sexpr{1-aprov
= \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
```

```
%% \exname{03_probabilidade_total_10}
```

QUESTÃfO 31

04_teorema_Bayes_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pd_m <- round(runif(1, min = 0.03, max = 0.05), digits = 3)
pd_f <- round(runif(1, min = 0.003, max = 0.005), digits = 3)
pm <- round(runif(1, min = 0.40, max = 0.55), digits = 3)
pf <- 1-pm
p_d_int_f <- pd_f*pf
p_d_int_m <- pd_m*pm
pd <- pd_f*pf + pd_m*pm
pm_d <- (pd_m*pm)/pd
pf_d <- (pd_f*pf)/pd
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pf_d
alt[2] <- pf
alt[3] <- p_d_int_f
alt[4] <- pd_f
alt[5] <- pm_d
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que $\Sexpr{100*pd_m}\%$ dos homens e $\Sexpr{100*pd_f}\%$ das mulheres da
população sejam daltônicos. Suponha também que $\Sexpr{100*pm}\%$ da população é
formada por homens. Qual a probabilidade de que uma pessoa seja mulher sabendo que
esta pessoa é daltônica?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
\text{D} &=& \text{ ``A pessoa é daltônica''}\\
\text{M} &=& \text{ ``A pessoa é do sexo masculino''}\\
\text{F} &=& \text{ ``A pessoa é do sexo feminino''}
\end{eqnarray*}
Pelo teorema de bayes, a probabilidade desejada é dada por
\begin{eqnarray*}
P(F|D) &=& \dfrac{P(D|F)P(F)}{P(D|F)P(F)+P(D|M)P(M)}\\
&=& \dfrac{\Sexpr{round(pd_f,digits=3)}\times\Sexpr{round(pf,digits=3)}}
{\Sexpr{round(pd_f,digits=3)}\times\Sexpr{round(pf,digits=3)}+\Sexpr{round(pd_m,digits=3)}\times\Sex
&=& \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{04_teorema_Bayes_01}
```

QUESTÃfO 32

04_teorema_Bayes_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pR <- round(runif(1, min = 0.10, max = 0.40), digits = 2)
pU <- 1-pR
pNc_R <- round(runif(1, min = 0.60, max = 0.90), digits = 2)
pNc_U <- round(runif(1, min = 0.30, max = 0.50), digits = 2)
pReNc <- pNc_R*pR
pNc <- pNc_R*pR + pNc_U*pU
pUeNc <- pNc_U*pU

##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pReNc/pNc
alt[2] <- pNc
alt[3] <- pReNc
alt[4] <- pUeNc
alt[5] <- pUeNc/(pNc_U*pU + pNc_R*pR)

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que $\Sexpr{pR*100}\%$ dos imóveis de uma certa cidade são rurais e $\Sexpr{pU*100}\%$
são urbanos. Suponha ainda que $\Sexpr{pNc_R*100}\%$ dos imóveis rurais não realizam
a coleta seletiva, enquanto que na área urbana esse valor é de $\Sexpr{pNc_U*100}\%$.
Qual é a probabilidade de um imóvel que não realiza a coleta seletiva ser da área
rural?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
R &=& \text{ ``O imóvel é rural.''}\\
U &=& \text{ ``O imóvel é urbano.''}\\
NC &=& \text{ ``O imóvel não realiza a coleta seletiva.''}
\end{eqnarray*}
Pelo Teorema de Bayes, a probabilidade desejada é dada por
\begin{eqnarray*}
P(R|NC) &=& \dfrac{P(NC|R) \times P(R)}{P(NC|R) \times P(R) + P(NC|U) \times P(U)}\\
&=& \dfrac{\Sexpr{round(pNc_R,digits=3)} \times \Sexpr{round(pR,digits=3)} }
{\Sexpr{round(pNc_R,digits=3)}\times \Sexpr{round(pR,digits=3)} + \Sexpr{round(pNc_U,digits=3)}
\times \Sexpr{round(pU,digits=3)}}\\
&=& \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
\end{eqnarray*}
```

```
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{04_teorema_Bayes_02}
```

QUESTÃfO 33

04_teorema_Bayes_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pP_I <- round(runif(1, min = 0.90, max = 0.99), digits = 2)
pP_NI <- round(runif(1, min = 0.001, max = 0.01), digits = 3)
pI <- round(runif(1, min = 0.001, max = 0.01), digits = 3)
pNI <- 1-pI
pPeI <- pP_I*pI
pP <- pP_I*pI + pP_NI*pNI
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pPeI/pP
alt[2] <- pP
alt[3] <- pPeI
alt[4] <- pP_I
alt[5] <- pP_NI*pNI/pP
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um teste de laboratório é $\Sexpr{pP_I*100}\%$ efetivo em detectar o vírus do HIV em
um paciente portador da doença. No entanto, mesmo para um paciente saudável, o teste
tem uma probabilidade de $\Sexpr{pP_NI*100}\%$ de ser positivo. Se $\Sexpr{pI*100}\%$
da população atualmente possui o vírus do HIV, qual é a probabilidade de uma pessoa
ter a doença dado que seu resultado no teste foi positivo?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
I &=& \text{ ``O paciente é portador do vírus HIV.''}\\
I^c &=& \text{ ``O paciente não é portador do vírus HIV.''}\\
P &=& \text{ ``Resultado positivo do exame de HIV.''}
\end{eqnarray*}
Pelo Teorema de Bayes, a probabilidade desejada é dada por
\begin{eqnarray*}
P(I|P) &=& \dfrac{P(P|I) \times P(I)}{P(P|I) \times P(I)+ P(P|I^c)\times P(I^c)}\\
&=& \dfrac{\Sexpr{round(pP_I,digits=3)} \times \Sexpr{round(pI,digits=3)} }
{\Sexpr{round(pP_I,digits=3)} \times \Sexpr{round(pI,digits=3)} + \Sexpr{round(pP_NI,digits=3)}
\times \Sexpr{round(pNI,digits=3)}}\\
&=& \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{04_teorema_Bayes_03}
```

QUESTÃfO 34

04_teorema_Bayes_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pT <- sample(c(.45,.5,.55),1)
pGdT <- sample(c(.85,.9,.95),1)
pGdnT <- sample(c(.45,.5,.55),1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- (pT*pGdT)/(pT*pGdT+(1-pT)*pGdnT)
alt[2] <- pT*pGdT
alt[3] <- pT*pGdT+(1-pT)*pGdnT
alt[4] <- ((1-pT)*pGdnT)/(pT*pGdT+(1-pT)*pGdnT)
alt[5] <- (1-pT)*pGdnT
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
No campeonato mundial de \textit{bridge} de 1965, dois jogadores foram acusados de
trapacear por meio de sinais que indicavam o tamanho das sequências de cartas de
copas que cada um possuía. Suponha que a probabilidade de que a dupla tenha trapaceado
seja \Sexpr{pT*100}$\%$, e que, trapaceando, a probabilidade de que ganhassem uma
partida fosse \Sexpr{pGdT*100}$\%$, ao passo que sem trapacear essa probabilidade
fosse \Sexpr{pGdnT*100}$\%$. Se sabemos que a dupla venceu uma partida, então qual a
probabilidade de que eles tenham trapaceado nesta partida?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Sejam os eventos
\begin{eqnarray*}
T &=& \text{ ``Trapaceiam.''}\\
G &=& \text{ ``Ganham a partida.''}
\end{eqnarray*}
Pelo enunciado tem-se $P(T)=\Sexpr{pT}$, $P(G|T)=\Sexpr{pGdT}$, $P(G|T^C)=\Sexpr{pGdnT}$.
Logo, pelo Teorema de Bayes tem-se que
\begin{align*}
P(T|G)& =\frac{P(G|T)P(T)}{P(T)}=\frac{P(G|T)P(T)}{P(G|T)P(T)+P(G|T^C)P(T^C)} \\
& = \frac{\Sexpr{fmt(pGdT,3)} \times \Sexpr{fmt(pT,3)}}{\Sexpr{fmt(pGdT,3)} \times
\Sexpr{fmt(pT,3)} + \Sexpr{fmt(pGdnT,3)} \times \Sexpr{fmt((1-pT),3)}} \\
& =\Sexpr{fmt((pT*pGdT)/(pT*pGdT+(1-pT)*pGdnT),3)}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
```

```
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{04_teorema_Bayes_04}
```

QUESTÃfO 35

04_teorema_Bayes_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
alter <- sample(c(3,4,5),1)
p.sabe <- round(runif(1, min = 0.20, max = 0.55), digits = 2)
p.nsabe <- 1-p.sabe
p_A_int_sabe <- p.sabe
p_A_int_nsabe <- (1/alter)*p.nsabe
pA <- p.sabe + (1/alter)*p.nsabe
psabe_A <- p_A_int_sabe/pA
pnsabe_A <- p_A_int_nsabe/pA
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnsabe_A
alt[2] <- pA
alt[3] <- p_A_int_sabe
alt[4] <- p_A_int_nsabe
alt[5] <- 1/alter
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Num exame há $\Sexpr{alter}$ alternativas para cada questão e apenas uma delas é
correta. Um determinado aluno sabe $\Sexpr{100*p.sabe}\%$ das questões do exame. Se
ele acertou uma determinada questão, qual a probabilidade de que ele tenha "chutado"
esta questão?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
\text{S} &=& \text{ ``O aluno sabe a questão''}\\
\text{C} &=& \text{ ``O aluno chutou a questão''}\\
\text{A} &=& \text{ ``O aluno acertou a questão''}
\end{eqnarray*}
%
Pelo teorema de Bayes, a probabilidade desejada é dada por
%
\begin{eqnarray*}
P(C|A) &=& \dfrac{P(A|C)P(C)}{P(A|C)P(C)+P(A|S)P(S)}\\
&=& \dfrac{1/\Sexpr{alter}\times\Sexpr{p.nsabe}}{1/\Sexpr{alter}\times\Sexpr{p.nsabe}+\Sexpr{1}\time
&=& \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{04_teorema_Bayes_05}
```

QUESTÃfO 36

04_teorema_Bayes_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pA <- round(runif(1, min = 0.50, max = 0.90), digits = 2)
pB <- 1 - pA
pC_A <- round(runif(1, min = 0.70, max = 0.90), digits = 2)
pC_B <- round(runif(1, min = 0.70, max = 0.90), digits = 2)
pRecebe <- pA*pC_A+pB*pC_B
pNRecebe <- 1- pRecebe
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pA*pC_A/pRecebe
alt[2] <- pNRecebe
alt[3] <- pRecebe
alt[4] <- pB*pC_B/pRecebe
alt[5] <- pC_A
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Sofia irá enviar um presente de aniversário para Ricardo e está em dúvida sobre qual
transportadora escolher. Ela escolhe a transportadora A com probabilidade $\Sexpr{pA*100}\%$
e a transportadora B com probabilidade $\Sexpr{pB*100}\%$. A transportadora A entrega
a encomenda no prazo com probabilidade $\Sexpr{pC_A*100}\%$ e a transportadora B
cumpre o prazo com probabilidade $\Sexpr{pC_B*100}\%$. Se Ricardo recebeu o presente
dentro do prazo, qual a probabilidade de que Sofia tenha escolhido a transportadora A?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
A &=& \text{ ``Sofia escolhe transportadora A.''}\\
B &=& \text{ ``Sofia escolhe transportadora B.''}\\
C &=& \text{ ``Ricardo recebe o presente no prazo.''}
\end{eqnarray*}
Pelo Teorema de Bayes, a probabilidade desejada é dada por
%
\begin{eqnarray*}
P(A|C) &=& \dfrac{P(A) \times P(C|A)}{P(A) \times P(C|A)+P(B) \times P(C|B)}\\
&=& \dfrac{\Sexpr{pA} \times \Sexpr{pC_A}}{\Sexpr{pA} \times \Sexpr{pC_A}+\Sexpr{pB}
\times \Sexpr{pC_B}}\\
&=& \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{04_teorema_Bayes_06}
```

QUESTÃfO 37

04_teorema_Bayes_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pC <- round(runif(1, min = 0.10, max = 0.90), digits = 2)
pNC <- 1 - pC
pG_C <- round(runif(1, min = 0.70, max = 0.90), digits = 2)
pNG_C <- 1 - pG_C
pG_NC <- round(runif(1, min = 0.40, max = 0.50), digits = 2)
pNG_NC <- 1- pG_NC
pG <- pC*pG_C+pNC*pG_NC
pNG <- 1- pG
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pC*pG_C/pG
alt[2] <- pG
alt[3] <- pNG
alt[4] <- pNC*pG_NC/pG
alt[5] <- pNC*pG_NC/pNG
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um piloto de Fórmula 1 tem $\Sexpr{pG_C*100}\%$ de probabilidade de vencer determinada
corrida quando esta se realiza sob chuva. Caso não chova durante a corrida, sua probabilidade
de vitória é de $\Sexpr{pG_NC*100}\%$. O serviço de Meteorologia estima em $\Sexpr{pC*100}\%$
a probabilidade de que chova durante a corrida. Dado que este piloto ganhou a corrida,
qual a probabilidade de que tenha chovido?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
C &=& \text{ ``Choveu durante a corrida.''}\\
G &=& \text{ ``O piloto ganhou a corrida.''}
\end{eqnarray*}
Pelo Teorema de Bayes, a probabilidade desejada é dada por
\begin{eqnarray*}
P(C|G) &=& \dfrac{P(C\cap G)}{P(G)}\\
&=& \dfrac{P(C)\times P(G|C)}{P(C)\times P(G|C) + P(C^c)\times P(G|C^c)}\\
&=& \dfrac{\Sexpr{pC}\times \Sexpr{pG_C}}{\Sexpr{pC}\times \Sexpr{pG_C} + \Sexpr{pNC}\times
\Sexpr{pG_NC}}\\
&=& \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{04_teorema_Bayes_07}
```

QUESTÃfO 38

04_teorema_Bayes_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p.aprov.dedic <- round(runif(1, min = 0.85, max = 0.90), digits = 3)
p.aprov.n <- round(runif(1, min = .15, max = .35), digits = 3)
p.dedic <- round(runif(1, min = 0.40, max = 0.6), digits = 3)
p.rep.dedic <- 1-p.aprov.dedic
p.rep <- (1-p.aprov.dedic)*p.dedic + (1-p.aprov.n)*(1-p.dedic)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- (1-p.aprov.dedic)*p.dedic/p.rep
alt[2] <- p.rep
alt[3] <- p.rep.dedic
alt[4] <- p.rep.dedic * p.dedic
alt[5] <- p.aprov.dedic * p.dedic
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Sabe-se que $\Sexpr{100*p.aprov.dedic}\%$ dos alunos que se empenham no curso de
Probabilidade e Estatística (i.e. participam das aulas ativamente e resolvem as listas
de exercício) são aprovados na disciplina. Entre os que não se empenham, a probabilidade
de aprovação é de $\Sexpr{100*p.aprov.n}\%$. Dados históricos apontam que $\Sexpr{100*p.dedic}\%$
dos alunos se empenham no curso. Qual a probabilidade de um aluno reprovado na disciplina
ter se dedicado?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
\text{R} &=& \text{ ``O aluno foi reprovado''}\\
\text{D} &=& \text{ ``O aluno se dedicou''}\\
\text{N} &=& \text{ ``O aluno não se dedicou''}
\end{eqnarray*}
%
Pelo teorema de bayes, a probabilidade desejada é dada por
%
\begin{eqnarray*}
P(D|R) &=& \dfrac{P(R|D)P(D)}{P(R|D)P(D)+P(R|N)P(N)}\\
&=& \dfrac{\Sexpr{round(p.rep.dedic,digits=3)}\times\Sexpr{round(p.dedic,digits=3)}}
{\Sexpr{round(p.rep.dedic,digits=3)}\times\Sexpr{round(p.dedic,digits=3)}+\Sexpr{round((1-p.aprov.n)
&=& \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
\end{eqnarray*}
%
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{04_teorema_Bayes_08}
```

QUESTÃfO 39

04_teorema_Bayes_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
d <- round(runif(1, min = 0.50, max = 0.95), digits = 2) #Probabilidade de ser diagnosticado
corretamente
n <- 1 - d
c <- round(diff(c(0, sort(runif(2)))), digits = 2) # Prob do paciente ser curado
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- d*max(c[])/(d*max(c[])+n*min(c[]))
alt[2] <- n*min(c[])/(d*max(c[])+n*min(c[]))
alt[3] <- (1-max(c[]))/(d*(1-max(c[]))+n*(1-min(c[])))
alt[4] <- min(c[])/(d*max(c[])+n*min(c[]))
alt[5] <- n*(1-max(c[]))/(d*(1-max(c[]))+n*(1-min(c[])))
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A probabilidade de diagnosticar corretamente determinada doença rara é \Sexpr{d*100}\%.
Quando diagnosticada corretamente, a probabilidade de cura é \Sexpr{max(c[])*100}\%.
Caso contrário, a probabilidade de cura é \Sexpr{min(c[])*100}\%. Se o paciente com a
doença é curado, qual é a probabilidade de que tenha sido diagnosticado corretamente?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
\text{D} &=& \text{ ``Doença diagnosticada corretamente''}\\
\text{N} &=& \text{ ``Doença não diagnosticada corretamente''} \\
\text{C} &=& \text{ ``Paciente da doença é curado''}
\end{eqnarray*}
Pelo teorema de bayes, a probabilidade desejada é dada por
\begin{align*}
P(D|C) &= \dfrac{P(C|D) \times P(D)}{P(C)} = \dfrac{P(C|D) \times P(D)}{P(C|D)P(D)+P(C|N)P(N)}
\\
& = \dfrac{\Sexpr{max(c[])} \times \Sexpr{d}}{\Sexpr{max(c[])} \times \Sexpr{d}+\Sexpr{min(c[])}
\times \Sexpr{n}} \\
& = \dfrac{\Sexpr{round(d*max(c[]),3)}}{\Sexpr{(d*max(c[])+n*min(c[]))}} = \Sexpr{round(alt[1],digit
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
```

```
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{04_teorema_Bayes_09}
```

QUESTÃfO 40

04_teorema_Bayes_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
e <- round(runif(1, min = 0.05, max = 0.30), digits = 2)
n <- 1 - e
f <- round(runif(1, min = 0.9, max = 0.96), digits = 2) # Teste falha para emissão
excessiva
a <- round(runif(1, min = 0.80, max = 0.95), digits = 2) # Teste aprovado para emissao
normal
PEintF <- f*e
PEintA <- (1-f)*e
PNintF <- (1-a)*n
PNintA <- a*n
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- PEintF/(PEintF+PNintF)
alt[2] <- PEintF/(PEintF+PEintA)
alt[3] <- PNintF/(PEintF+PNintF)
alt[4] <- e/(PEintF+PNintF)
alt[5] <- 1 - (PEintA/(PEintA+PNintA))
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em uma cidade em que os carros são testados para emissão de poluentes, \Sexpr{e*100}\%
deles emitem quantidade considerada excessiva. O teste reprova \Sexpr{f*100}\% dos
carros que emitem excesso de poluentes, mas resulta em falso positivo para \Sexpr{(1-a)*100}\%
dos carros que emitem quantidade considerada normal. Qual é a probabilidade de um
carro reprovado no teste realmente emitir quantidade excessiva de poluentes?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Defina os eventos
\begin{eqnarray*}
\text{R} &=& \text{ ``O carro foi reprovado no teste''}.\\
\text{E} &=& \text{ ``Emissão excessiva de gases poluentes''}. \\
\text{N} &=& \text{ ``Emissão normal de gases poluentes''}.
\end{eqnarray*}
Pelo teorema de bayes, a probabilidade desejada é dada por
$$P(E|R) &=& \dfrac{P(R|E) \times P(E)}{P(R)} &=& \dfrac{P(R|E) \times P(E)}{P(R|E)P(E)+P(R|N)P(N)}$$
\\
$$&=& \dfrac{\Sexpr{f} \times \Sexpr{e}}{\Sexpr{f} \times \Sexpr{e}+\Sexpr{(1-a)}
\times \Sexpr{n}}&=& \dfrac{\Sexpr{round(PEintF,3)}}{\Sexpr{round(PEintF+PNintF,3)}}
&=& \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{04_teorema_Bayes_10}
```

QUESTÃfO 41

05_variaveis_aleatorias_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
aux <- c(1,2,3,4,5,6,7,8,9)
sample <- sample(aux,4)
X <- sort(sample)
k <- X[1]*X[2]*X[3]*X[4]/(X[2]*X[3]*X[4] + X[1]*X[3]*X[4] + X[1]*X[2]*X[4] + X[1]*X[2]*X[3])
k.fraction <- fractions(k)
pX <- k/X
pX.fraction <- fractions(pX)
EX <- X[1]*pX[1] + X[2]*pX[2] + X[3]*pX[3] + X[4]*pX[4]
EX.fraction <- fractions(EX)
EX2 <- (X[1]^2)*pX[1] + (X[2]^2)*pX[2] + (X[3]^2)*pX[3] + (X[4]^2)*pX[4]
EX2.fraction <- fractions(EX2)
VAR <- EX2 - EX^2
VAR.fraction <- fractions(VAR)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- character(5)
alt[1] <- paste(VAR.fraction)
alt[2] <- paste(fractions(EX2+EX^2))
alt[3] <- paste(EX.fraction)
alt[4] <- paste(EX2.fraction)
alt[5] <- paste(k.fraction)
questions <- alt
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória discreta com a seguinte distribuição de probabilidades:
$$
P(X=x)=\frac{k}{x}, \quad \text{onde} \ X \ \text{assume os valores} \ \Sexpr{X[1]}, \
\Sexpr{X[2]}, \ \Sexpr{X[3]} \ \text{e} \ \Sexpr{X[4]}.
$$
Assinale a alternativa correspondente à variância de $X$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente devemos determinar o valor de $k$. Uma vez que a soma das probabilidades
deve ser um, basta resolver a equação $$\frac{k}{\Sexpr{X[1]}} + \frac{k}{\Sexpr{X[2]}}
+ \frac{k}{\Sexpr{X[3]}} + \frac{k}{\Sexpr{X[4]}} = 1,$$ resultando em $k=\Sexpr{paste(k.fraction)}$
Para o cálculo da variância precisamos, antes, calcular os valores de $E(X)$ e $E(X^2)$:
\begin{eqnarray*}
E(X) &=& \Sexpr{X[1]}\times P(X=\Sexpr{X[1]}) + \Sexpr{X[2]}\times P(X=\Sexpr{X[2]}) +
\Sexpr{X[3]}\times P(X=\Sexpr{X[3]}) + \Sexpr{X[4]}\times P(X=\Sexpr{X[4]}) = \text{\Sexpr{paste(EX.
\\
E(X^2) &=& \Sexpr{X[1]}^2\times P(X=\Sexpr{X[1]}) + \Sexpr{X[2]}^2\times P(X=\Sexpr{X[2]})
```

```
+ \Sexpr{X[3]}^2\times P(X=\Sexpr{X[3]}) + \Sexpr{X[4]}^2\times P(X=\Sexpr{X[4]}) =
\text{\Sexpr{paste(EX2.fraction)}}.
\end{eqnarray*}
De modo que $V(X) = E(X^2) - \left\{E(X)\right\}^2 =$ \Sexpr{alt[1]}.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{05_variaveis_aleatorias_01}
```

QUESTÃfO 42

05__variaveis__aleatorias__02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
aux.p3 <- 0
while(sum(aux.p3) <0.85 || sum(aux.p3)>0.85){
  aux.p3 <- round(diff(c(0, sort(runif(2, 0, .4)), 0.85)),digits = 2)
}
sum(aux.p3)
aux.p2 <- 1-sum(aux.p3)
X <- c(0,1,2,3)
pX <- c(aux.p3,aux.p2)
#pX.fraction <- fractions(pX)
EX <- sum(X*pX)
#EX.fraction <- fractions(EX)
EX2 <- sum(X^2*pX)
#EX2.fraction <- fractions(EX2)
VAR <- EX2 - EX^2
#VAR.fraction <- fractions(VAR)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- VAR
alt[2] <- EX2+EX^2
alt[3] <- EX
alt[4] <- EX2
alt[5] <- round(runif(1,0,1), digits = 2)
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A partir de dados do último censo, a assistente social de um centro de saúde constatou
que, considerando as famílias da região, $\Sexpr{pX[1]*100}\%$ não possuem filhos,
$\Sexpr{pX[2]*100}\%$ possui um filho, $\Sexpr{pX[3]*100}\%$ possui dois filhos e as
famílias restantes possuem 3 filhos. Seja $X$ a variável aleatória referente ao número
de filhos das famílias na região. Assinale a alternativa correspondente à variância
aproximada da variável $X$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Para o cálculo da variância precisamos, antes, calcular os valores de $E(X)$ e $E(X^2)$:
\begin{eqnarray*}
E(X) &=& \sum_{i=0}^3 iP(X=i) = \Sexpr{EX}, \\
E(X^2) &=& \sum_{i=0}^3 i^2P(X=i) = \Sexpr{EX2}.
\end{eqnarray*}
De modo que $V(X) = E(X^2) - \left\{E(X)\right\}^2 = \Sexpr{round(alt[1],2)}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{05_variaveis_aleatorias_02}
```

QUESTÃfO 43

05_variaveis_aleatorias_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pX <- 0
while(sum(pX) <1 || sum(pX)>1){
  pX <- round(diff(c(0, sort(runif(4)), 1)), digits = 2)
}
pY <- c(pX[1:3], sum(pX[4:5]))
X <- c(2, 3, 4, 5, 6)
Y <- c(3.5, 3, 2.5, 2)
EX = sum(X * pX)
EY = sum(Y * pY)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- EY
alt[2] <- EX
alt[3] <- EX+0.5
alt[4] <- EY+0.3
alt[5] <- EY+1.0
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que o tempo $X$, em minutos, necessário para um operário processar uma certa
peça é uma variável aleatória com a seguinte distribuição de probabilidade:
\begin{center}
\begin{tabular}{c|c|c|c|c|c}\hline\hline
$k$ & $2$ & $3$ & $4$ & $5$ & $6$\\ \hline
$P(X=k)$ & $\Sexpr{pX[1]}$ & $\Sexpr{pX[2]}$ & $\Sexpr{pX[3]}$ & $\Sexpr{pX[4]}$ &
$\Sexpr{pX[5]}$\\ \hline\hline
\end{tabular}
\end{center}
Para cada peça processada, o operário ganha um valor fixo de R\$ 2.00, mas se ele
processa a peça em menos de 5 minutos, ganha R\$ 0.50 por minuto poupado (por exemplo,
se o operário processa a peça em $3$ minutos, ele recebe a quantia adicional de R\$
1.00). Encontre o ganho médio do operário por peça processada.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $Y$ a variável aleatória que representa o valor ganho por um operário. Na tabela
abaixo estão computados os valores ganho pelo operário de acordo com o tempo gasto no
processamento de uma peça:
\begin{center}
\begin{tabular}{c|c|c|c|c|c}\hline\hline
tempo gasto & $2$ & $3$ & $4$ & $5$ & $6$\\ \hline
```

```
valor ganho & $3.5$ & $3$ & $2.5$ & $2$ & $2$\\ \hline\hline
\end{tabular}\end{center}
Como $Y$ é uma transformação da variável $X$ as probabilidades correspondentes são
identicas, de modo que as probabilidades associadas à variável $Y$ são:
\begin{center}
\begin{tabular}{c|c|c|c|c}\hline\hline
$k$ & $3.5$ & $3$ & $2.5$ & $2$\\ \hline
$P(Y=k)$ & $\Sexpr{pY[1]}$ & $\Sexpr{pY[2]}$ & $\Sexpr{pY[3]}$ & $\Sexpr{pY[4]}$\\
\hline\hline
\end{tabular}\end{center}
Segue que o valor esperado da variável $Y$ é
\begin{eqnarray*}
E(Y) &=& \Sexpr{Y[1]} \times \Sexpr{pY[1]}+
\Sexpr{Y[2]} \times \Sexpr{pY[2]}+\Sexpr{Y[3]} \times \Sexpr{pY[3]}+\Sexpr{Y[4]}
\times \Sexpr{pY[4]} \\
&=& \Sexpr{round(EY,2)}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{05_variaveis_aleatorias_03}
```

QUESTÃfO 44

05__variaveis__aleatorias__04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pA <- round(diff(c(sort(runif(7)))),digits = 2)
N <- sample(2000:10000, 1)
A <- c(4:9)*100
EA <- sum(A*pA)
#EX.fraction <- fractions(EX)
EA2 <- sum(A^2*pA)
#EX2.fraction <- fractions(EX2)
VAR <- EA2 - (EA^2)
#VAR.fraction <- fractions(VAR)
DP <- sqrt(VAR)

##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- DP
alt[2] <- sqrt(EA2+EA^2)
alt[3] <- sqrt(EA2+EA)
alt[4] <- sqrt(EA2-EA)
alt[5] <- VAR
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere um exame de avaliação para ingresso de alunos em uma universidade pública.
Seja $A$ a variável aleatória que representa o número de candidatos para o curso de
Estatística. A função de probabilidade de $A$ está representada na tabela abaixo. Seja
$E(A^2)=\Sexpr{EA2}$, calcule o desvio padrão do número de candidatos inscritos. \\
\begin{table}[h]
\centering
\begin{tabular}{c|c|c|c|c|c|c}\hline\hline
$A$ & $400$ & $500$ & $600$ & $700$ & $800$ & $900$\\ \hline
$p(a)$ & $\Sexpr{pA[1]}$ & $\Sexpr{pA[2]}$ & $\Sexpr{pA[3]}$ & $\Sexpr{pA[4]}$ &
$\Sexpr{pA[5]}$ & $\Sexpr{pA[6]}$ \\ \hline \hline
\end{tabular}
\end{table}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Para o cálculo da variância precisamos, antes, calcular o valor de E(A).
\begin{align*}
E(A) &= \sum_{a=4}^9 a~P(A=a) \\
& = \Sexpr{A[1]} \times \Sexpr{pA[1]}+
\Sexpr{A[2]} \times \Sexpr{pA[2]}+\Sexpr{A[3]} \times \Sexpr{pA[3]}+ \Sexpr{A[4]}
```

```
\times \Sexpr{pA[4]}+\Sexpr{A[5]} \times \Sexpr{pA[5]}+
\Sexpr{A[6]} \times \Sexpr{pA[6]} \\
& = \Sexpr{EA}.
\end{align*}
De modo que $V(A) = E(A^2) - \left\{E(A)\right\}^2 = \Sexpr{round(VAR,2)}$.
Logo, o desvio padrão é dado por \\ $DP = \sqrt{V(A)} = \Sexpr{round(alt[1],2)}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{05_variaveis_aleatorias_04}
```

QUESTÃfO 45

05_variaveis_aleatorias_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pX <- 0
while(sum(pX) < 1 || sum(pX) > 1){
  pX <- round(diff(c(0, sort(runif(4)), 1)), digits = 2)
}
X <- c(0, 1, 2, 3, 4)
EX = sum(X * pX)
EX2 = sum(X^2 * pX)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- EX
alt[2] <- EX2
alt[3] <- EX+0.5
alt[4] <- EX2-0.3
alt[5] <- EX+EX2
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ a variável aleatória que representa a quantidade diária de ocorrências policiais
em uma delegacia e cuja distribuição está apresentada na tabela abaixo. Qual é o
número esperado de ocorrências nessa delegacia por dia?
\begin{center}
\begin{tabular}{c|c|c|c|c|c}\hline\hline
$k$ & $0$ & $1$ & $2$ & $3$ & $4$\\ \hline
$P(X=k)$ & $\Sexpr{pX[1]}$ & $\Sexpr{pX[2]}$ & $\Sexpr{pX[3]}$ & $\Sexpr{pX[4]}$ &
$\Sexpr{pX[5]}$\\ \hline\hline
\end{tabular}
\end{center}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ a variável aleatória que representa o número de ocorrências por dia.
Segue que o valor esperado da variável $X$ é
\begin{align*}
E(X) &= \sum_{k=0}^4 k~P(X=k) \\
& = \Sexpr{X[1]} \times \Sexpr{pX[1]}+
\Sexpr{X[2]} \times \Sexpr{pX[2]}+\Sexpr{X[3]} \times \Sexpr{pX[3]}+\Sexpr{X[4]}
\times \Sexpr{pX[4]}+\Sexpr{X[5]} \times \Sexpr{pX[5]} \\
& = \Sexpr{round(EX,2)}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{05_variaveis_aleatorias_05}
```

QUESTÃfO 46

05_variaveis_aleatorias_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- 0
while(sum(p) < 1 || sum(p)>1 ){
  p <- round(diff(c(0, sort(runif(2, 0, .4)), 1)),digits = 2)
}
X <- c(0,1,2)
EX <- sum(X*p)
#EX.fraction <- fractions(EX)
EX2 <- sum(X^2*p)
#EX2.fraction <- fractions(EX2)
VAR <- EX2 - EX^2
#VAR.fraction <- fractions(VAR)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- VAR
alt[2] <- EX2+EX^2
alt[3] <- EX
alt[4] <- EX2
alt[5] <- round(runif(1,0,1), digits = 2)
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um certo tipo de partícula se divide em 0, 1 ou 2 novas partículas, chamadas suas
descendentes, com probabilidades \Sexpr{p[1]*100}\%, \Sexpr{p[2]*100}\% e \Sexpr{p[3]*100}\%,
respectivamente, e depois se desintegra. Seja $X$ a variável que representa o número
de partículas  geradas no processo, assinale a alternativa correspondente à variância
de $X$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Para o cálculo da variância precisamos, antes, calcular os valores de $E(X)$ e $E(X^2)$:
\begin{eqnarray*}
E(X) &=& \sum_{x=0}^2 x~P(X=x) = \Sexpr{X[1]} \times \Sexpr{p[1]}+
\Sexpr{X[2]} \times \Sexpr{p[2]}+\Sexpr{X[3]} \times \Sexpr{p[3]} = \Sexpr{EX}, \\
E(X^2) &=& \sum_{x=0}^2 x^2~P(X=x) = \Sexpr{X[1]^2} \times \Sexpr{p[1]}+
\Sexpr{X[2]^2} \times \Sexpr{p[2]}+\Sexpr{X[3]^2} \times \Sexpr{p[3]} =\Sexpr{EX2}.
\end{eqnarray*}
De modo que $V(X) = E(X^2) - \left\{E(X)\right\}^2 = \Sexpr{round(alt[1],2)}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
```

```
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{05_variaveis_aleatorias_06}
```

QUESTÃfO 47

05_variaveis_aleatorias_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pX <- 0
while(sum(pX) < 1 || sum(pX) > 1){
  pX <- round(diff(c(0, sort(runif(4)), 1)), digits = 2)
}
X <- c(0, 1, 2, 3, 4)
EX = sum(X * pX)
EX2 = sum(X^2 * pX)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- EX
alt[2] <- EX2
alt[3] <- EX+0.5
alt[4] <- EX2-0.3
alt[5] <- EX+EX2
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um banco está fazendo seu planejamento orçamentário e, para isso, faz um levantamento
das solicitações de empréstimos por semana. Seja $X$ a variável aleatória que representa
o número de empréstimos aprovados semanalmente, segue abaixo sua tabela de distribuição
de probabilidades. Considerando os dados fornecidos, qual é a média do número de
empréstimo aprovados por semana neste banco?
\begin{center}
\begin{tabular}{c|c|c|c|c|c}\hline\hline
$k$ & $0$ & $1$ & $2$ & $3$ & $4$\\ \hline
$P(X=k)$ & $\Sexpr{pX[1]}$ & $\Sexpr{pX[2]}$ & $\Sexpr{pX[3]}$ & $\Sexpr{pX[4]}$ &
$\Sexpr{pX[5]}$\\ \hline\hline
\end{tabular}
\end{center}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Segue da distribuição de probabilidades apresentada que o valor esperado da variável
$X$ é
\begin{eqnarray*}
E(X) &=& \sum_{k=0}^4 k~P(X=k) = \Sexpr{X[1]} \times \Sexpr{pX[1]}+
\Sexpr{X[2]} \times \Sexpr{pX[2]}+\Sexpr{X[3]} \times \Sexpr{pX[3]}+\Sexpr{X[4]}
\times \Sexpr{pX[4]}+\Sexpr{X[5]} \times \Sexpr{pX[5]} \\
&=& \Sexpr{round(EX,2)}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{05_variaveis_aleatorias_07}
```

QUESTÃfO 48

05__variaveis__aleatorias__08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
py <- sample(10:20, 5)
py <- round(py/sum(py), 2)
if(sum(py)!=1) py[1] <- 1-sum(py[-1])
Y <- c(0,5,10,15,20)
EY <- sum(Y*py)
#EX.fraction <- fractions(EX)
EY2 <- sum((Y^2)*py)
#EX2.fraction <- fractions(EX2)
VAR <- EY2 - (EY^2)
#VAR.fraction <- fractions(VAR)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- VAR
alt[2] <- EY2+EY^2
alt[3] <- EY
alt[4] <- EY2
alt[5] <- round(runif(1,0,1), digits = 2)
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em um restaurante japonês, o tempo de espera para que os pedidos fiquem prontos variam.
O garçom informa aos clientes que, durante a semana, os pedidos demoram no máximo $20$
minutos. Seja $Y$ a variável que representa o tempo de atraso (em minutos) do pedido
durante a semana, assinale a alternativa correspondente a variância da variável $Y$.
\begin{center}
\begin{tabular}{c|c|c|c|c|c}\hline\hline
$Y$ & $\Sexpr{Y[1]}$ & $\Sexpr{Y[2]}$ & $\Sexpr{Y[3]}$ & $\Sexpr{Y[4]}$ & $\Sexpr{Y[5]}$\\
\hline
$P(Y)$ & $\Sexpr{py[1]}$ & $\Sexpr{py[2]}$ & $\Sexpr{py[3]}$ & $\Sexpr{py[4]}$ &
$\Sexpr{py[5]}$\\ \hline\hline
\end{tabular}
\end{center}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Para o cálculo da variância precisamos, antes, calcular os valores de $E(Y)$ e $E(Y^2)$:
\begin{align*}
E(Y) &= \sum_{i=1}^5 y_i~P(Y=y_i) \\
& = \Sexpr{Y[1]} \times \Sexpr{py[1]}+
\Sexpr{Y[2]} \times \Sexpr{py[2]}+\Sexpr{Y[3]} \times \Sexpr{py[3]}+
\Sexpr{Y[4]} \times \Sexpr{py[4]}+\Sexpr{Y[5]} \times \Sexpr{py[5]} = \Sexpr{EY},
```

```
\end{align*}
\begin{align*}
E(Y^2) &= \sum_{i=1}^5 {y_i}^2~P(Y=y_i) \\
& = \Sexpr{Y[1]^2} \times \Sexpr{py[1]}+
\Sexpr{Y[2]^2} \times \Sexpr{py[2]}+\Sexpr{Y[3]^2} \times \Sexpr{py[3]}+
\Sexpr{Y[4]^2} \times \Sexpr{py[4]}+\Sexpr{Y[5]^2} \times \Sexpr{py[5]} \\
& =\Sexpr{EY2}.
\end{align*}
De modo que $V(Y) = E(Y^2) - \left\{E(Y)\right\}^2 = \Sexpr{round(alt[1],2)}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{05_variaveis_aleatorias_08}
```

QUESTÃfO 49

05_variaveis_aleatorias_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pW <- 0
pW <- round(diff(sort(runif(6))),digits = 2)
W <- c(0,3,5,10,15)
EW <- sum(W*pW)
#EX.fraction <- fractions(EX)
EW2 <- sum((W^2)*pW)
#EX2.fraction <- fractions(EX2)
VAR <- EW2 - (EW^2)
#VAR.fraction <- fractions(VAR)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- VAR
alt[2] <- EW2+(EW^2)
alt[3] <- EW2-EW
alt[4] <- EW2-0.3
alt[5] <- EW+EW2
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um aplicativo de consulta de itinerários e linhas do transporte público de Brasília
informa os horários de chegada dos ônibus em cada ponto. Entretanto, há momentos
em que trânsito, falhas no veículo, chuva e acidentes podem atrasar o itinerário.
Seja $W$ a variável que representa o tempo de atraso  (em minutos) que pode ocorrer,
assinale a alternativa correspondente a variância da variável $W$.
\begin{center}
\begin{tabular}{c|c|c|c|c|c}\hline\hline
$\text{W}$ & $0$ & $3$ & $5$ & $10$ & $15$\\ \hline
$\text{P(W=w)}$ & $\Sexpr{pW[1]}$ & $\Sexpr{pW[2]}$ & $\Sexpr{pW[3]}$ & $\Sexpr{pW[4]}$
& $\Sexpr{pW[5]}$\\ \hline\hline
\end{tabular}
\end{center}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Para o cálculo da variância precisamos, antes, calcular os valores de $E(W)$ e $E(W^2)$:
\begin{align*}
E(W) &= \sum_{w} w~P(W=w) \\
& = \Sexpr{W[1]} \times \Sexpr{pW[1]}+
\Sexpr{W[2]} \times \Sexpr{pW[2]}+\Sexpr{W[3]} \times \Sexpr{pW[3]}+
\Sexpr{W[4]} \times \Sexpr{pW[4]}+\Sexpr{W[5]} \times \Sexpr{pW[5]} = \Sexpr{EW},
\end{align*}
```

```
\begin{align*}
E(W^2) &= \sum_{w} w^2~P(W=w) \\
& = \Sexpr{W[1]^2} \times \Sexpr{pW[1]}+
\Sexpr{W[2]^2} \times \Sexpr{pW[2]}+\Sexpr{W[3]^2} \times \Sexpr{pW[3]}+
\Sexpr{W[4]^2} \times \Sexpr{pW[4]}+\Sexpr{W[5]^2} \times \Sexpr{pW[5]} \\
& =\Sexpr{EW2}.
\end{align*}
De modo que $V(W) = E(W^2) - \left\{E(W)\right\}^2 = \Sexpr{round(alt[1],2)}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{05_variaveis_aleatorias_09}
```

QUESTÃfO 50

05_variaveis_aleatorias_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pY <- 0
while(sum(pY) < 1 || sum(pY) > 1){
  pY <- round(diff(c(0, sort(runif(4)), 1)), digits = 2)
}
Y <- sort(sample(c(-10,-5,-1,3,5,10,15,20),5))
EY = sum(Y * pY)
EY2 = sum(Y^2 * pY)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- EY
alt[2] <- sqrt(EY2)
alt[3] <- EY+0.5
alt[4] <- EY-0.3
alt[5] <- EY2-(EY^2)
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]}
@
\begin{question}
Um empresário pretende estabelecer uma firma para montagem de um novo produto. A
tabela abaixo representa os possíveis lucros (em Reais) por conjunto montado e suas
respectivas probabilidades. Nesse contexto, qual é o lucro esperado (médio) por conjunto
montado?
\begin{center}
\begin{tabular}{c|c|c|c|c|c}\hline\hline
$\text{Lucro}$ & $\Sexpr{Y[1]}$ & $\Sexpr{Y[2]}$ & $\Sexpr{Y[3]}$ & $\Sexpr{Y[4]}$ &
$\Sexpr{Y[5]}$\\ \hline
$P(\atext{Lucro})$ & $\Sexpr{pY[1]}$ & $\Sexpr{pY[2]}$ & $\Sexpr{pY[3]}$ & $\Sexpr{pY[4]}$
& $\Sexpr{pY[5]}$\\ \hline\hline
\end{tabular}
\end{center}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Segue da tabela apresentada que o valor esperado da variável Lucro, $L$, é
\begin{align*}
E(L) &= \sum_{k} L_k P(L = L_k) \\
& = \Sexpr{Y[1]} \times \Sexpr{pY[1]}+
\Sexpr{Y[2]} \times \Sexpr{pY[2]}+\Sexpr{Y[3]} \times \Sexpr{pY[3]}+\Sexpr{Y[4]}
\times \Sexpr{pY[4]}+\Sexpr{Y[5]} \times \Sexpr{pY[5]} \\
& = \Sexpr{round(EY,2)}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{05_variaveis_aleatorias_10}
```

QUESTÃfO 51

06_distribuicao_binomial_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
clientes <- 90:100
n <- sample(clientes,1)
k <- sample(n - (2:4),1)
p <- round(runif(1, min = 0.96, max = 0.99), digits = 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- dbinom(k, n, p)
alt[2] <- sample(5:95, 1)/100
alt[3] <- p*(1-p)^(k-1)
alt[4] <- sample(5:95, 1)/100
alt[5] <- k/n
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que para cada cliente que solicita o cancelamento do seu cartão, a companhia
responsável efetivamente realize o cancelamento do cartão do cliente com probabilidade
$\Sexpr{p}$. Se $\Sexpr{n}$ clientes solicitam o cancelamento, qual a probabilidade de
que a companhia cancele o cartão de exatamente $\Sexpr{k}$ clientes?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Como cada cliente é independente do outro, a variável aleatória $X$ relativa ao número
de clientes que tenham o cartão efetivamente cancelado possui distribuição binomial
de parâmetros $n=\Sexpr{n}$ e $p=\Sexpr{p}$. Desse modo, a probabilidade de que a
companhia cancele o cartão de exatamente $\Sexpr{k}$ clientes é $$P(X=\Sexpr{k})
= \binom{\Sexpr{n}}{\Sexpr{k}}\Sexpr{p}^{\Sexpr{k}}\times\Sexpr{1-p}^{\Sexpr{n-k}}
\approx \Sexpr{fmt(alt[1], 4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{06_distribuicao_binomial_01}
```

QUESTÃfO 52

06__distribuicao__binomial__02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pecas <- 10:15
lote <- sample(pecas,1)
prob_amostra <- round(runif(1, min = 0.5, max = 0.7), digits = 2)
amostra <- round(lote*prob_amostra, digits = 0)
prob_defeituosas <- round(runif(1, min = 0.1, max = 0.2), digits = 2)
defeituosas <- round(lote*prob_defeituosas, digits = 0)
p <- defeituosas/lote
k <- 0
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- choose(amostra,k)*p^k*(1-p)^(amostra-k)
alt[2] <- p^2
alt[3] <- p*(1-p)
alt[4] <- p
alt[5] <- choose(lote-defeituosas,5)*choose(defeituosas,k)/choose(lote,amostra)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]}
@
\begin{question}
Para inspecionar um lote de $\Sexpr{lote}$ peças, o funcionário de uma empresa sorteia
uma amostra de $\Sexpr{amostra}$ peças ao acaso. Caso nenhuma peça defeituosa seja
encontrada na amostra o lote é aceito; caso contrário é devolvido ao fornecedor.
Suponha que $\Sexpr{defeituosas}$ das $\Sexpr{lote}$ peças sejam defeituosas. Se a
escolha for realizada com reposi\c{c}\~ao, qual a probabilidade de aceita\c{c}\~ao do
lote?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ a variável aleatória referente ao número de peças defeituosas. Esta variável
aleatória tem distribuição binomial de parâmetros $n=\Sexpr{amostra}$ e $p=\Sexpr{fmt(p,2)}$.
Segue que a probabilidade de aceita\c{c}\~ao do lote é dada por $$P(X=\Sexpr{k}) =
\binom{\Sexpr{amostra}}{\Sexpr{k}}\Sexpr{fmt(p,2)}^{\Sexpr{k}}(1-\Sexpr{fmt(p,2)})^{\Sexpr{amostra}-
3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{06_distribuicao_binomial_02}
```

QUESTÃfO 53

06_distribuicao_binomial_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- round(runif(1, min = 0.10, max = 0.40), digits = 2)
n <- round(runif(1, min = 5, max = 15), digits = 0)
p0 <- choose(n,0)*p^0*(1-p)^n
p1 <- choose(n,1)*p^1*(1-p)^(n-1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-p0-p1
alt[2] <- 1-p0
alt[3] <- 1-p1
alt[4] <- 1-(p^0*(1-p)^n + p^1*(1-p)^(n-1))
alt[5] <- p0+p1
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que $\Sexpr{p*100}\%$ dos chutes de um determinado jogador resultam em gols.
Se em um determinado jogo de futebol esse jogador executou $\Sexpr{n}$ chutes, qual a
probabilidade deles terem resultado em $1$ gol?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ a variável aleatória número de chutes a gol do jogador.
Então, $X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{p})$ e a probabilidade desejada é dada por
\begin{align*}
P(X \geq 2) & = 1 - P(X=0) - P(X=1) \\
& = 1 - \binom{\Sexpr{n}}{0}\Sexpr{p}^0(1-\Sexpr{p})^{\Sexpr{n} -  0} -
\binom{\Sexpr{n}}{1}\Sexpr{p}^1(1-\Sexpr{p})^{\Sexpr{n}-1} \\
& = \Sexpr{round(alt[1],digits=4)}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{06_distribuicao_binomial_03}
```

QUESTÃfO 54

06__distribuicao__binomial__04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(10:20, 1)/100

##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- dbinom(2,5,p)
alt[2] <- dbinom(2,5,(1-p))
alt[3] <- pbinom(2,5,p)
alt[4] <- runif(1,0,1)
alt[5] <- dbinom(1,5,p)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um certo componente eletrônico falha em um teste de qualidade com probabilidade \Sexpr{1-p}.
Considerando independência entre os componentes, qual a probabilidade de exatamente
dois entre cinco componentes serem aprovados no referido teste?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Caso cinco componentes sejam testados, o número $Y$ de componentes aprovados é uma
variável aleatória seguindo distribuição binomial com parâmentros $n=5$ e $p=$\Sexpr{fmt(p,3)}.
Portanto,
$$
P(Y=2)= \frac{5!}{2!3!} \Sexpr{fmt(p,3)}^2\times\Sexpr{fmt(1-p,3)}^3=\Sexpr{fmt(alt[1],3)}.
$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{06_distribuicao_binomial_04}
```

QUESTÃfO 55

06_distribuicao_binomial_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- sample(8:10, 1)  # Tamanho da amostra
k <- 2  # Quantil da binomial
p <- round(runif(1, min = 0.55, max = 0.6), digits = 2)  # Probabilidade de Sucesso
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- sum(round(dbinom(0:k, n, p), 4)) # Igual a pbinom(k, n, p), exceto pelos
arredondamentos
alt[2] <- dbinom(k, n, p)
alt[3] <- 1 - alt[2]
alt[4] <- round(runif(1, .001, .999), 4)
alt[5] <- round(runif(1, .001, .999), 4)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Após não ter sido selecionada para uma vaga de emprego, Kely desconfia que foi injustamente
discriminada pela empresa contratante.
Ao investigar o histórico da empresa, ela descobriu que embora $\Sexpr{p*100}\%$ dos
candidatos qualificados fossem do sexo feminino,
apenas dois dos últimos $\Sexpr{n}$ contratados eram mulheres. Assumindo que as contratações
são independentes entre si, caso não houvesse discriminação de genero, a probabilidade
de se selecionar no máximo duas mulheres (em $\Sexpr{n}$ vagas) é de:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o número de mulheres selecionadas, então $X \sim \text{Binomial}(\Sexpr{n},
\Sexpr{p})$. Portanto,
\begin{align*}
P(X \leq \Sexpr{k}) & = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \\
& = \Sexpr{format(round(dbinom(0, n, p), 4), scientific=F)} + \Sexpr{round(dbinom(1,
n, p), 4)} + \Sexpr{round(dbinom(2, n, p), 4)} \\
& = \Sexpr{fmt(alt[1], 4)}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{06_distribuicao_binomial_05}
```

QUESTÃfO 56

06_distribuicao_binomial_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- sample(110:150, 1)  # Tamanho da amostra
k <- 0  # Quantil da binomial
p <- round(runif(1, min = .01, max = 0.03), digits = 2)  # Probabilidade de Sucesso
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1 - dbinom(k, n, p)
alt[2] <- sample((97:99)/100, 1)
alt[3] <- 1-alt[2]
alt[4] <- round(runif(1, .01, .9), 3)
alt[5] <- round(runif(1, .01, .9), 3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
questions
@
\begin{question}
Uma certa fábrica de canetas esferográficas tem encontrado defeito em $\Sexpr{p*100}\%$
de sua produção. Assumindo independência entre as falhas, a probabilidade de, entre
$\Sexpr{n}$ canetas, pelo menos uma ser defeituosa é:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o número de canetas defeituosas na amostra, sabe-se que $X \sim \text{Binomial}(\Sexpr{n},
\Sexpr{p})$. Portanto,
\[
P(X > \Sexpr{k}) = 1 - P(X = 0) = 1-\Sexpr{round(dbinom(0, n, p), 3)} = \Sexpr{fmt(alt[1],
3)}.
\]
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{06_distribuicao_binomial_06}
```

QUESTÃfO 57

06_distribuicao_binomial_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- sample(30:40, 1)  # Tamanho da amostra
k <- n-2  # Quantil da binomial
p <- round(runif(1, min = 0.85, max = 0.9), digits = 2)  # Probabilidade de Sucesso
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- sum(round(dbinom((k+1):n, n, p), 3)) # Igual a 1-pbinom(k, n, p), exceto
pelos arredondamentos
alt[2] <- dbinom(n, n, p)
alt[3] <- dbinom(k, n, p)
alt[4] <- runif(1, .01, .99)
alt[5] <- runif(1, .01, .99)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
questions
@
\begin{question}
Uma companhia aérea vende $\Sexpr{n}$ bilhetes para cada um de seus vôos, os quais são
realizados por um avião que comporta apenas $\Sexpr{k}$ passageiros (prática conhecida
como \emph{Overbooking}). Estudos anteriores mostram que, em média, $\Sexpr{p*100}\%$
dos compradores de fato se apresentam para o vôo. Nesse contexo, a probabilidade de
que em um dado vôo não haja assentos suficientes para todos os passageiros é:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o número de passageiros que irão comparecer a um dado vôo, então $X \sim
\text{Binomial}(\Sexpr{n}, \Sexpr{p})$. Portanto, a probabilidade desejada é dada por
\[
P(X > \Sexpr{k}) =  P(X = \Sexpr{k+1}) + P(X = \Sexpr{k+2}) = \Sexpr{round(dbinom(k+1,
n, p), 3)} + \Sexpr{round(dbinom(k+2, n, p), 3)} =
\Sexpr{fmt(alt[1], 3)}.
\]
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{06_distribuicao_binomial_07}
```

QUESTÃfO 58

06_distribuicao_binomial_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
invest <- 120:150
n <- sample(invest,1)
p <- round(runif(1, min = 0.3, max = 0.5), digits = 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- sqrt((n*p)*(1-p))
alt[2] <- p
alt[3] <- n*p/2
alt[4] <- (n*p)*p
alt[5] <- (n*p)*(1-p)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A probabilidade de resultar em lucro um determinado tipo de investimento na bolsa de
valores é de $\Sexpr{p}$. Se um investidor faz $\Sexpr{n}$ investimentos desse tipo,
qual é o desvio padrão do número de investimentos que resultam em lucro? (Considere
cada investimento independente dos demais).
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Como cada investimento é independente do outro, a variável aleatória $X$ relativa ao
número de investimentos resultantes em lucro possui distribuição binomial de parâmetros
$n=\Sexpr{n}$ e $p=\Sexpr{p}$. Desse modo, o desvio padrão do número de investimentos
lucrativos é $$\sqrt{n\times p\times(1-p)}=\Sexpr{fmt(alt[1], 4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{06_distribuicao_binomial_08}
```

QUESTÃfO 59

06__distribuicao__binomial__09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pessoas <- 90:100
n <- sample(pessoas,1)
p <- round(runif(1, min = 0.4, max = 0.6), digits = 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- (n*p)*(1-p)
alt[2] <- p
alt[3] <- n*p/2
alt[4] <- (n*p)*p
alt[5] <- sqrt((n*p)*(1-p))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Para cada pessoa que espera na fila do Restaurante Universitário no horário de almoço,
a probabilidade de ser atendido antes de uma hora de espera é de $\Sexpr{p}$. Se um
cliente vai ao restaurante em $\Sexpr{n}$ dias, qual a variância do número de dias em
que o cliente é atendido em menos de uma hora (considere que o tempo de espera em um
dia seja independente dos demais)?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Como o tempo de espera na fila é independente entre os dias, a variável aleatória $X$
relativa ao número de dias em que é atendido em menos de uma hora possui distribuição
binomial de parâmetros $n=\Sexpr{n}$ e $p=\Sexpr{p}$. Desse modo, a variância é dada
por $$n\times p\times(1-p)=\Sexpr{fmt(alt[1], 4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{06_distribuicao_binomial_09}
```

QUESTÃfO 60

06_distribuicao_binomial_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
reus <- 30:50
n <- sample(reus,1)
p <- round(runif(1, min = 0.4, max = 0.6), digits = 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round((n*p)*(1-p),2)
alt[2] <- round(p,2)
alt[3] <- round(n*p/2,2)
alt[4] <- round((n*p)*p,2)
alt[5] <- round(sqrt((n*p)*(1-p)),2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em uma determinada vara criminal de um Tribunal de Justiça, a probabilidade do juiz
conceder um \emph{Habeas Corpus}(H.C.) é de $\Sexpr{p}$. Se $\Sexpr{n}$ réus requerem
o benefício, considerando que as concessões sejam independentes, qual a variância do
número de réus que recebem \emph{Habeas Corpus}?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Como cada pedido de \emph{Habeas Corpus} é independente do outro, a variável aleatória
$X$ relativa ao número de réus que recebem \emph{Habeas Corpus} possui distribuição
binomial com parâmetros $n=\Sexpr{n}$ e $p=\Sexpr{p}$. Desse modo, a variâcia de réus
com H.C. concedido é $$n\times p\times(1-p)=\Sexpr{fmt(alt[1], 4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{06_distribuicao_binomial_10}
```

QUESTÃfO 61

07_distribuicao_geometrica_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
clientes <- 90:100
n <- sample(clientes,1)
k <- sample(c(2,3),1)
p <- round(runif(1, min = 0.9, max = 0.95), digits = 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- p*(1-p)^(k-1)
alt[2] <- 0.8*p
alt[3] <- choose(n,k)*p^k*(1-p)^(n-k)
alt[4] <- 0.5*p
alt[5] <- k/n
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que para cada cliente que solicita o cancelamento do seu cartão, a companhia
responsável efetivamente realize o cancelamento do cartão do cliente com probabilidade
$\Sexpr{p}$. Qual a probabilidade de que sejam necessários exatamente $\Sexpr{k}$
pedidos para que o primeiro cancelamento seja realizado?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Como o experimento é repetido até que ocorra um sucesso, estamos diante de uma distribuição
geométrica de parâmetro $\Sexpr{p}$. Desse modo, representando por $X$ a variável
aleatória relativa ao o número de pedidos necessários para que o primeiro cancelamento
seja realizado, a probabilidade desejada é dada por $$P(X=\Sexpr{k}) = \Sexpr{1-p}^{\Sexpr{k-1}}\tim
= \Sexpr{fmt(alt[1], 4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{07_distribuicao_geometrica_01}
```

QUESTÃfO 62

07_distribuicao_geometrica_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pacum <- round(runif(1, min = 0.70, max = 0.80), digits = 2)
p <- round(runif(1, min = 0.35, max = 0.50), digits = 2)
quant <- qgeom(pacum, p) + 1
p1 <- dgeom(0, p)
p2 <- dgeom(1, p)
p3 <- dgeom(2, p)
p4 <- dgeom(3, p)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- 2:6
correct <- which(quant==alt)
questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- rep(FALSE, 5)
solutions[correct] <- TRUE
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que uma vendedora de panos de prato tem $\Sexpr{p*100}\%$ de chance de efetuar
a venda para cada mesa de bar que ela passa. Em quantas mesas, no mínimo, ela deve
parar para ter, pelo menos, $\Sexpr{pacum*100}\%$ de chance de vender seu último pano?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ a variável aleatória número de mesas percorridas para a venda de 1 pano de
prato.
Então, $X \sim \text{Geo}(\Sexpr{p})$, e o número mínimo de mesas é o menor valor de
$k$ tal que:
$$P(X=1) + P(X=2) + ... + P(X=k) \geq \Sexpr{pacum}$$
Como
\begin{align*}
P(X=1) &= \Sexpr{p} = \Sexpr{round(p1,4)} \\
P(X=2) &= \Sexpr{p}\times(1-\Sexpr{p}) = \Sexpr{round(p2,4)} \\
P(X=3) &= \Sexpr{p}\times(1-\Sexpr{p})^2 = \Sexpr{round(p3,4)} \\
P(X=4) &= \Sexpr{p}\times(1-\Sexpr{p})^3 = \Sexpr{round(p4,4)} \\
\end{align*}
Então, $k= \Sexpr{quant}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{07_distribuicao_geometrica_02}
```

QUESTÃfO 63

07_distribuicao_geometrica_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(c(.25,.2,.15),1)
n <- sample(c(2,3,4),1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pgeom(n-1,p)
alt[2] <- dgeom(n,p)
alt[3] <- dgeom(n,1-p)
alt[4] <- pgeom(n,p)
alt[5] <- 1-pgeom(n,p)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que a probabilidade de que um jogador de basquete acerte a cesta em um lance
livre seja \Sexpr{(1-p)*100}\%, e que os lançamentos sejam independentes. Considere
que o jogador continue a realizar os lançamentos até que cometa um erro. Qual a probabilidade
de que ele acerte pelo menos \Sexpr{n} cestas antes de cometer o primeiro erro?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o número de cestas antes do primeiro erro. Então $X\sim$ \text{Geo}(\Sexpr{fmt(p,2)}),
isto é, $P(X=x)=\Sexpr{fmt(1-p,2)}^x\times \Sexpr{fmt(p,2)}$. Assim, $P(X\geq \Sexpr{n})=P($acertar
os \Sexpr{n} primeiros lances$)=\Sexpr{fmt(1-p)}^\Sexpr{n}$=\Sexpr{fmt((1-p)^n,3)}.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{07_distribuicao_geometrica_03}
```

QUESTÃfO 64

07_distribuicao_geometrica_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(c(.35,.4,.45),1)
n <- sample(c(3,4,5),1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pgeom(n-1,p)
alt[2] <- dgeom(n-1,p)
alt[3] <- dgeom(n-1,1-p)
alt[4] <- pgeom(n-1,1-p)
alt[5] <- 1-pgeom(n-1,p)

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um peladeiro precisa de mais um jogador para completar o time para o próximo jogo.
Ele liga para seus amigos até que um deles aceite o convite para jogar. Se cada amigo
aceita o convite com probabilidade de \Sexpr{p*100}$\%$, qual a probabilidade de que
ele não precise fazer mais do que \Sexpr{n} ligações para completar o time?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o número de ligações feitas até que um amigo aceite o convite. Então $X\sim$
\text{Geo}(\Sexpr{fmt(p,2)}), isto é, $P(X=x)=\Sexpr{fmt(1-p,2)}^{x-1} \times\Sexpr{fmt(p,2)}$.
Assim,
\begin{align*}
P(X\leq \Sexpr{n})& =1-P(X>\Sexpr{n})\\
& =1-P($\Sexpr{n} primeiros amigos recusarem o convite$)=\Sexpr{fmt(1-p)}^\Sexpr{n}=\Sexpr{fmt((1-p)
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{07_distribuicao_geometrica_04}
```

QUESTÃfO 65

07_distribuicao_geometrica_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {
n <- sample(3:5,1)
k <- n+sample(c(2:3),1)
p <- round(runif(1,0.3,0.6),2)
q <- 1-p
j <- k-n
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- q^j
alt[2] <- p*q^(j-1)
alt[3] <- p*q^j
alt[4] <- p^j*q
alt[5] <- q^(j+1)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em 2018, um corretor imobiliário estima que a probabilidade de não vender um apartamento
em Brasília é de $\Sexpr{q}$. Se ele já mostrou um apartamento para $\Sexpr{n}$ clientes
e não teve sucesso de venda, qual é a probabilidade de precisar mostrar o apartamento
a mais de $\Sexpr{k}$ clientes para conseguir vendê-lo?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Uma v.a. $X\sim Geo($\Sexpr{p}$)$ representa o número de vezes que o corretor deve
mostrar o apartamento até conseguir vendê-lo. Então, usando a propriedade da perda da
memória, tem-se:
\[
P(X>\Sexpr{k}|X>\Sexpr{n})=P(X>\Sexpr{j})=(1-\Sexpr{p})^\Sexpr{j}=\Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
\]
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{07_distribuicao_geometrica_05}
```

QUESTÃfO 66

07_distribuicao_geometrica_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- sample(5:10,1)
k <- n+sample(c(1:3),1)
p <- round(runif(1,0.4,0.8),2)
q <- 1-p
j <- k-n

##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- p*q^(j-1)
alt[2] <- (q^j)*p
alt[3] <- p^j
alt[4] <- p^j*q
alt[5] <- q^j
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Segundo a empresa de consultoria Kantar no Brasil, a confiança no noticiário político
eleitoral visto em redes sociais tem diminuído nos últimos anos por causa da ocorrência
de "Fake news". Estima-se que dessas notícias veiculadas nas redes sociais $\Sexpr{p*100}\%$
são "Fake news". Se uma pessoa já leu $\Sexpr{n}$ notícias em uma rede social e conseguiu
checar a veracidade delas por outra fonte confiável, qual é a probabilidade condicional
de que a $\Sexpr{k}$ª notícia que ela ler seja a primeira "Fake news" lida?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X\sim Geo($\Sexpr{p}$)$ o número de notícias lidas por uma pessoa, em uma rede
social, até ler uma "Fake news". Então, usando a propriedade da perda da memória,
tem-se:
\[
P(X=\Sexpr{k}|X>\Sexpr{n})=P(X=\Sexpr{j})=\Sexpr{p} \times \Sexpr{q}^\Sexpr{j-1}=\Sexpr{alt[1]}.
\]
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{07_distribuicao_geometrica_06}
```

QUESTÃfO 67

07_distribuicao_geometrica_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {
n <- sample(3:5,1)
k <- n+sample(c(2:3),1)
p <- round(runif(1,0.3,0.6),2)
q <- 1-p
j <- k-n
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- q^j
alt[2] <- p*(q)^(j-1)
alt[3] <- p*(q)^j
alt[4] <- p^j*q
alt[5] <- q^(j+1)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que a probabilidade de um jogador de futebol acertar o gol em uma cobrança
de penalti seja \Sexpr{q}, e que as cobranças sejam independentes. Considere que o
jogador continue na cobrança de penaltis até que cometa um erro. Se o jogador já fez
\Sexpr{n} gols, qual é a probabilidade de que, ao todo, ele execute mais de $\Sexpr{k}$
cobranças?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X\sim Geo(\Sexpr{p})$ o número de cobranças de penalti do jogador até cometer o
primeiro erro ("sucesso"). Então, usando a propriedade da perda da memória, tem-se:
\[
P(X>\Sexpr{k}|X>\Sexpr{n})=P(X>\Sexpr{j})=(1-\Sexpr{p})^\Sexpr{j}=\Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
\]
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{07_distribuicao_geometrica_07}
```

QUESTÃfO 68

07_distribuicao_geometrica_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- sample(2:4,1)
k <- sample(5:6,1)
q <- round(runif(1,0.85,0.95),2)
p <- round(1-q,2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- p*q^(n-1) + p*q^(k-1) # sum(dgeom(c(n-1, k-1), p))
alt[2] <- p*q^n + p*q^n
alt[3] <- p*q^n + p*q^k
alt[4] <- p*q^n
alt[5] <- p*q^k
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que a probabilidade de que um jogador de basquete acerte uma cesta em um lance
livre seja \Sexpr{q}, e que os lances  sejam independentes. Considere que o jogador
continue nos lançamentos até que cometa um erro. Qual é a probabilidade de que no seu
\Sexpr{k}ª ou \Sexpr{n}ª lance livre ele cometa o primeiro erro?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X\sim Geo(\Sexpr{p})$ o número de lances livres do jogador até cometer o primeiro
erro ("sucesso"). Então, somando-se ambas as probabilidades, tem-se:
\[
P(X=\Sexpr{k}) + P(X=\Sexpr{n})= \Sexpr{p}\times(\Sexpr{1-p})^{\Sexpr{k-1}} + \Sexpr{p}\times(\Sexpr
=\Sexpr{alt[1]}.
\]
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{07_distribuicao_geometrica_08}
```

QUESTÃfO 69

07_distribuicao_geometrica_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- sample(2:3,1)
k <- sample(c(4:6),1)
q <- round(runif(1,0.7,0.8),2)
p <- 1-q
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(p*((1-p)^n) + p*((1-p)^k),3)
alt[2] <- round(p*((1-p)^n) + p*((1-p)^n),3)
alt[3] <- round(p*((1-p)^k) + p*((1-p)^k),3)
alt[4] <- round(p*((1-p)^n),3)
alt[5] <- round(p*((1-p)^k),3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que a probabilidade de que um surfista profissional receba uma nota superior a
9.5 em uma onda seja \Sexpr{q}, e que cada onda surfada seja independente. Considere
que o surfista continue na na bateria de ondas até que tire uma nota inferior a 9.5.
Qual é a probabilidade de que na sua \Sexpr{k}ª ou na \Sexpr{n}ª onda ele tire sua
primeira nota inferior a 9.5?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X\sim Geo(\Sexpr{p})$ o número de ondas surfadas com notas superiores a 9.5 até
que uma onda receba nota inferior ("sucesso"). Então, somando-se ambas as probabilidades,
tem-se:
\[
P(X=\Sexpr{k}) + P(X=\Sexpr{n})= \Sexpr{p}\times(\Sexpr{1-p})^{\Sexpr{k}} + \Sexpr{p}\times(\Sexpr{1
=\Sexpr{alt[1]}.
\]
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{07_distribuicao_geometrica_09}
```

QUESTÃfO 70

07_distribuicao_geometrica_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(c(4:6)*.1,1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- character(5)
alt[1] <- paste0("Geométrica(",p,")")
alt[2] <- paste0("Binomial(n,",p,")")
alt[3] <- paste0("Hipergeométrica(",p,")")
alt[4] <- paste0("Poisson(",p,")")
alt[5] <- paste0("Binomial(0.5, ",p,")")
questions <-alt
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A probabilidade de um guepardo conseguir capturar uma presa em uma caça é de \Sexpr{p}.
Um zoólogo quer estimar a quantidade $X$ de tentativas de que o guepardo precisa até
que capture sua primeira presa. Qual das distribuições de probabilidade seria adequada
para modelar a variável aleatória $X$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Como queremos estimar determinada quantidade de eventos até que ocorra o primeiro
sucesso (primeira presa capturada), a distribuição de probabilidade adequada para
descrever o comportamento da variável aleatória $X$ é \Sexpr{alt[1]}.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{07_distribuicao_geometrica_10}
```

QUESTÃfO 71

08_distribuicao_hipergeometrica_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
pecas <- 10:15
lote <- sample(pecas,1)
prob_amostra <- round(runif(1, min = 0.5, max = 0.7), digits = 2)
amostra <- round(lote*prob_amostra, digits = 0)
prob_defeituosas <- round(runif(1, min = 0.1, max = 0.2), digits = 2)
defeituosas <- round(lote*prob_defeituosas, digits = 0)
p <- defeituosas/lote
k <- 0
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- choose(lote-defeituosas,amostra)*choose(defeituosas,k)/choose(lote,amostra)
alt[2] <- choose(amostra,k)*p^k*(1-p)^(amostra-k)
alt[3] <- p*(1-p)
alt[4] <- p^2
alt[5] <- p
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Para inspecionar um lote de $\Sexpr{lote}$ peças, o funcionário de uma empresa sorteia
uma amostra de $\Sexpr{amostra}$ peças ao acaso. Caso nenhuma peça defeituosa seja
encontrada na amostra o lote é aceito; caso contrário é devolvido ao fornecedor.
Suponha que $\Sexpr{defeituosas}$ das $\Sexpr{lote}$ peças sejam defeituosas. Se a
escolha for realizada sem reposi\c{c}\~ao qual a probabilidade de aceita\c{c}\~ao do
lote?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ a variável relativa ao número de peças defeituosas. A probabilidade de aceita\c{c}\~ao
do lote é dada por $$P(X=\Sexpr{k})=\dfrac{\binom{\Sexpr{lote-defeituosas}}{\Sexpr{amostra}}\binom{\
= \Sexpr{fmt(alt[1], 3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{08_distribuicao_hipergeometrica_01}
```

QUESTÃfO 72

08_distribuicao_hipergeometrica_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
N <- sample(30:35,1)
n <- sample(c(10:15),1)
n.premio <- floor(N/10)
p <- choose(n.premio,n.premio)*choose(N-n.premio, n-n.premio)/choose(N,n)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- p
alt[2] <- dbinom(n.premio, N, n.premio/N)
alt[3] <- (n.premio/N)^n.premio*(1-n.premio/N)^(n-n.premio)*choose(n, n.premio)
alt[4] <- (n.premio/N)^n.premio*(1- n.premio/N)^(n-n.premio)
alt[5] <- mean(alt[1:2])
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma raspadinha contém $\Sexpr{N}$ números $(1,2, 3, ..., \Sexpr{N})$, e o jogador deve
escolher raspar exatamente $\Sexpr{n}$ deles. Caso todos os números divisíveis por
$10$ apareçam em uma única cartela, o jogador ganha o prêmio. Qual é a probabilidade
de um jogador ganhar o prêmio ao raspar exatamente uma cartela?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ a variável aleatória quantidade de números divisíveis por $10$ na amostra de
tamanho $\Sexpr{n}$, sem reposição, dos elementos $(1,2, 3, ..., \Sexpr{N})$.
Então, $X \sim \text{Hiper}(N=\Sexpr{N}, r=\Sexpr{n.premio}, n=\Sexpr{n})$ e a probabilidade
desejada é dada por
$$P(X = \Sexpr{n.premio}) =  \frac{\binom{\Sexpr{n.premio}}{\Sexpr{n.premio}} \binom{\Sexpr{N-n.prem
\Sexpr{n-n.premio}}}{\binom{\Sexpr{N}}{\Sexpr{n}}} = \Sexpr{round(alt[1],digits=4)}
.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{08_distribuicao_hipergeometrica_02}
```

QUESTÃfO 73

08_distribuicao_hipergeometrica_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
b <- sample(c(3,4,5),1)
n <- sample(c(3,4),1)
N <- b+5
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- dhyper(2,b,N-b,n)
alt[2] <- choose(n,2)*choose(N-n,b-2)/choose(N,n)
alt[3] <- choose(b,2)*choose(N-b,b-2)/choose(N,n)
alt[4] <- phyper(2,b,N-b,n)
alt[5] <- 1-phyper(2,b,N-b,n)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um livreiro descuidado mistura \Sexpr{b} exemplares defeituosos junto com outros 5
perfeitos de um certo livro didático. Se \Sexpr{n} amigas vão a essa livraria para
comprar seus livros escolares e cada uma compra um livro, então qual a probabilidade
de que exatamente duas delas leve um livro defeituoso?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Consideremos o conjunto de $N=\Sexpr{N}$ livros, dos quais $b=\Sexpr{b}$ são defeituosos.
Seja $X$ o número de livros com defeito dentre os $n=\Sexpr{n}$ comprados. Então $X$
segue distribuição hipergeométrica com parâmetros $N$, $b$ e $n$. Assim,
$$P(X=2)=\frac{{\Sexpr{b}\choose 2} {\Sexpr{N-b} \choose \Sexpr{n-2}}}{{\Sexpr{N}\choose
\Sexpr{n}}}=\Sexpr{fmt(choose(b,2)*choose(N-b,n-2)/choose(N,n),3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{08_distribuicao_hipergeometrica_03}
```

QUESTÃfO 74

08_distribuicao_hipergeometrica_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
G <- sample(12:15,1)  # Numero de meninas
B <- sample(12:15,1)  # Numero de meninos
N <- G+B  # Tamanho total da população
n <- sample(c(3,5),1)  # Tamanho da amostra
x <- sample(c(1,2),1)  # Número mínmo de meninas. Não modifique esse comando.
termos.excluir <- dhyper(0:(x-1), G, B, n)  # Termos que serão excluídos no calculo da
probabilidade.
resp.aux <- paste(round(termos.excluir, 3), collapse="+")  # texto para a resposta via
probabilidade complementar.
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-phyper(x-1, G, B, n)
alt[2] <- 1 - (choose(G,x)*choose(B,n-x)/choose(N,n))
alt[3] <- (choose(G,x)*choose(B,n-x)/choose(N,n))
alt[4] <- (choose(G,x-1)*choose(B,n-x-1)/choose(N,n))
alt[5] <- round(runif(1, min = 0.01, max = 0.99), digits = 2)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere que há $\Sexpr{G}$ meninas e $\Sexpr{B}$ meninos em um determinado grupo de
estudantes. Uma amostra
de $\Sexpr{n}$ pessoas é escolhida aleatoriamente, sem reposição, nesse grupo. Seja
$X$ a variável aleatória igual ao número de meninas
nessa amostra. A probabilidade de ter pelo menos \Sexpr{ifelse(x==1, "uma menina",
"duas meninas")} na amostra é:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Sabe-se que, nesse contexto, $X \sim \text{Hiper}($\Sexpr{G+B}$, $\Sexpr{G}$, $\Sexpr{n}$)$.
Daí, temos que
\[
p(X=x) = \frac{\binom{\Sexpr{G}}{x}\binom{\Sexpr{B}}{\Sexpr{n}-x}}{\binom{\Sexpr{G+B}}{\Sexpr{n}}}.
\]
A probabilidade desejada é, portanto, dada por
\[
P(X \geq \Sexpr{x}) = 1-P(X \leq \Sexpr{x-1}) = 1 - (\Sexpr{resp.aux}) = \Sexpr{round(alt[1],
3)}.
\]
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{08_distribuicao_hipergeometrica_04}
```

QUESTÃfO 75

08_distribuicao_hipergeometrica_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
A <- sample(c(5:10),1) # Total de pacotes de via aerea
C <- sample(c(5:15),1) # Total de pacotes comuns
N <- A+C # Total de pacotes
n <- A # Tamanho da amostra
x <- sample(c(2:4),1) # Numero de pacotes aereos a serem enviados
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- dhyper(x,A,C,n)
alt[2] <- 1-dhyper(x,A,C,n)
alt[3] <- round(runif(1, .001, .999), 3)
alt[4] <- dhyper(x,A,C+1,n)
alt[5] <- (A/N)*(x/n)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um funcionário dos correios deve remeter, por via aérea, para a Europa, $\Sexpr{A}$
pacotes de um lote de $\Sexpr{N}$. Acontece
que ele mistura todos e aplica o carimbo de ``via aérea'' aleatoriamente em $\Sexpr{A}$
pacotes.
% Qual é a probabilidade de que apenas $\Sexpr{x}$ dos pacotes que devem ir por via
aérea sigam realmente por essa via?
Qual é a probabilidade de que apenas $\Sexpr{x}$ dos pacotes que receberam o carimbo
realmente deveriam ser enviados via aérea?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Sabe-se que, nesse contexto, $X \sim \text{Hiper}($\Sexpr{N}$, $\Sexpr{A}$, $\Sexpr{n}$)$.
Portanto
$$P(X = \Sexpr{x})=\frac{ { \Sexpr{A} \choose \Sexpr{x} }  { \Sexpr{C} \choose \Sexpr{n-x}
} }{  { \Sexpr{N} \choose \Sexpr{n} }  }=\Sexpr{round(alt[1], 3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{08_distribuicao_hipergeometrica_05}
```

QUESTÃfO 76

08_distribuicao_hipergeometrica_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
A <- sample(c(5:10),1) # Total de executivos do departamento financeiro
O <- sample(c(10:20),1) # Total de executivos de outros departamentos
N <- A+O # Total de executivos
n <- sample(c(5:10),1)  # Tamanho da amostra
x <- sample(c(2:4),1) # Numero de executivos do departamento financeiro

##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- dhyper(x,A,O,n)
alt[2] <- 1-dhyper(x,A,O,n)
alt[3] <- dhyper(x,A,O-1,n)
alt[4] <- dhyper(x,A,O+1,n)
alt[5] <- (A/N)*(x/n)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que você esteja formando uma equipe de \Sexpr{n} executivos, de diferentes
departamentos de sua empresa. Sua empresa tem um total \Sexpr{N} de executivos, e
\Sexpr{A} deles são do departamento financeiro. Se os membros da equipe forem selecionados
ao acaso, sem reposição, qual é probabilidade de que a equipe conterá \Sexpr{x} executivos
do departamento financeiro?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Sabe-se que, nesse contexto, $X \sim \text{Hiper}($\Sexpr{N}$, $\Sexpr{A}$, $\Sexpr{n}$)$.
Portanto,
$$P(X = \Sexpr{x})=\frac{ { \Sexpr{A} \choose \Sexpr{x} }  { \Sexpr{N}-\Sexpr{A}
\choose \Sexpr{n}-\Sexpr{x} } }{  { \Sexpr{N} \choose \Sexpr{n} }  }= \Sexpr{round(alt[1],
3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{08_distribuicao_hipergeometrica_06}
```

QUESTÃfO 77

08_distribuicao_hipergeometrica_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- sample(c(2,3,4,5),1) # Número de acertos
n.duque <- choose(6,2)*choose(54,4) # Número de possibilidades de se acertar o duque
n.terno <- choose(6,3)*choose(54,3) # Número de possibilidades de se acertar o terno
n.quadra <-choose(6,4)*choose(54,2) # Número de possibilidades de se acertar a quadra
n.quina <- choose(6,5)*choose(54,1) # Número de possibilidades de se acertar a quina
n.alt <- choose(6,n) # Número permutações entre os acertos

##GERANDO ALTERNATIVAS
aux <- c(paste(n.duque,"÷",choose(60,6)), paste(n.terno,"÷",choose(60,6)), paste(n.quadra,"÷",choose
         paste(n.quina,"÷",choose(60,6)), paste(n.alt,"÷",choose(60,6))
         )
A1 <- aux[n-1]
A0 <- aux[-(n-1)]
alt <- c(A1, A0)
questions <- alt
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma cartela da mega-sena contém 60 números, que variam de 1 a 60. Suponha que um
jogador realizou um jogo marcando 6 números na cartela. Qual a probabilidade de que
o jogador acerte exatamente $\Sexpr{n}$ números nesta cartela?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Em uma cartela, o apostador acerta exatamente $\Sexpr{n}$ números quando são sorteados
$\Sexpr{n}$ dos 6 que apostou e $\Sexpr{6-n}$ dos 54 em que não apostou. Deste modo, a
probabilidade de acertar exatamente $\Sexpr{n}$ números nesta cartela é de
$$\dfrac{\binom{6}{\Sexpr{n}}\times \binom{\Sexpr{54}}{\Sexpr{6-n}}}{\binom{60}{6}} =
\text{\Sexpr{alt[1]}}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{08_distribuicao_hipergeometrica_07}
```

QUESTÃfO 78

08_distribuicao_hipergeometrica_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
ncem <- sample(c(4,5,6,7),1) # Número de notas de cem reais
ndez <- sample(c(10,15,20),1) # Número de notas de dez reais
resto <- 1000 - (ncem*100 + ndez*10)
ncinq <- resto/50 # Número de notas de cinquenta reais
stopifnot(ncem*100 + ndez*10 + ncinq*50 == 1000)
nsel <- sample(c(2,3,4),1) # Número de notas aleatoriamente selecionada
##GERANDO A RESPOSTA
nnotas <- ncem + ndez + ncinq
ptodasdez <- choose(ndez,nsel)/choose(nnotas,nsel)
p1cinq <- choose(ncinq,1)*choose(ndez,nsel-1)/choose(nnotas,nsel)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-ptodasdez-p1cinq
alt[2] <- 1-ptodasdez
alt[3] <- 1-p1cinq
alt[4] <- 1 - (ndez/nnotas)^nsel - (ndez/nnotas)^(nsel-1)*ncinq/nnotas
alt[5] <- 1 - (ndez/nnotas)^nsel - nsel*(ndez/nnotas)^(nsel-1)*ncinq/nnotas
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Gabriela recebeu seu salário de $1000$ reais em dinheiro, sendo $\Sexpr{ncem}$ notas
de $100$ reais, $\Sexpr{ncinq}$ notas de $50$ reais e $\Sexpr{ndez}$ notas de $10$
reais. Pedro, seu filho, gostaria de comprar uma bicicleta no valor de $100$ reais.
Então, Gabriela propôs que ele retirasse aleatoriamente $\Sexpr{nsel}$ notas de seu
salário. Qual a probabilidade de Pedro conseguir comprar a bicicleta usando apenas
essa fonte de recurso?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Pedro não conseguirá comprar a bicicleta em apenas 2 situações:
\begin{enumerate}
\item Evento A: Pedro retira $\Sexpr{nsel}$ notas de $10$ reais \\
$$P(A) = \dfrac{\binom{\Sexpr{ndez}}{\Sexpr{nsel}}}{\binom{\Sexpr{nnotas}}{\Sexpr{nsel}}}
= \Sexpr{round(ptodasdez,digits=3)}.$$
\item Evento B: Pedro retira $\Sexpr{nsel-1}$ notas de $10$ reais e $1$ nota de $50$
reais \\
$$P(B) = \dfrac{\binom{\Sexpr{ndez}}{\Sexpr{nsel-1}} \binom{\Sexpr{ncinq}}{\Sexpr{1}}}{\binom{\Sexpr
= \Sexpr{round(p1cinq,digits=3)}.$$
\end{enumerate}
Desse modo, a probabilidade desejada é dada por $$1- P(A)- P(B) = \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{08_distribuicao_hipergeometrica_08}
```

QUESTÃfO 79

08__distribuicao__hipergeometrica__09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
questoes.est.total <- sample(c(10:15), 1) # Número de questões de estatística no banco
questoes.prob.total <- sample(c(10:15), 1) # Número de questões de probabilidade no
banco
questoes.total <- questoes.est.total+questoes.prob.total # Número de questões no banco
questoes.est.prova <- sample(3:7, 1) # Número de questões de estatística na prova
questoes.prob.prova <- 10-questoes.est.prova # Número de questões de probabilidade na
prova
questoes.prova <- questoes.est.prova+questoes.prob.prova # Número de questões na prova
## GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- (choose(questoes.est.total, questoes.est.prova) * choose(questoes.prob.total,
questoes.prob.prova))/choose(questoes.total,questoes.prova)
alt[2] <- (choose(questoes.est.total, questoes.est.prova) + choose(questoes.prob.total,
questoes.prob.prova))/choose(questoes.total,questoes.prova)
alt[3] <- (questoes.est.prova/questoes.est.total)*(questoes.prob.prova/questoes.prob.total)/(questoe
alt[4] <- (questoes.est.prova/questoes.est.total)+(questoes.prob.prova/questoes.prob.total)
alt[5] <- questoes.prova/questoes.total
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um banco de questões tem $\Sexpr{questoes.est.total}$ questões de Estatística e $\Sexpr{questoes.pro
questões de probabilidade. Caso $10$ questões sejam escolhidas do banco aleatoriamente,
sem reposição, qual a probabilidade de que uma prova contenha $\Sexpr{questoes.est.prova}$
questões de Estatística e $\Sexpr{questoes.prob.prova}$ questões de probabilidade?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A probabilidade desejada é dada por
\[
\dfrac{{{\Sexpr{questoes.est.total} \choose \Sexpr{questoes.est.prova}} \times {\Sexpr{questoes.prob
\choose \Sexpr{questoes.prob.prova}}}}{{\Sexpr{questoes.total} \choose \Sexpr{questoes.prova}}}
=\Sexpr{round(alt[1],4)}.
\]
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{08_distribuicao_hipergeometrica_09}
```

QUESTÃfO 80

08_distribuicao_hipergeometrica_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
A <- sample(c(5:10),1) # Total de macas otimas
O <- sample(c(10:20),1) # Total de macas normais
N <- A+O # Total de macas
n <- sample(c(5:7),1)  # Tamanho da amostra (pacote)
x <- sample(c(3:4),1) # Numero de macas otimas
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- character(5)
alt[1] <- paste0("Hipergeometrica(",N,",",A,",",n,")")
alt[2] <- paste0("Binomial(",n, ", ", x, "/", N, ")")
alt[3] <- paste0("Geométrica(",n,"/",N,")")
alt[4] <- paste0("Poisson(",x,")")
alt[5] <- paste0("Geométrica(",x,"/",N,")")
questions <- alt
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em um pomar, as maçãs colhidas são distribuídas aleatoriamente em pacotes, cada um
contendo \Sexpr{n} frutos. O pomar teve um total de \Sexpr{N} maçãs recolhidas, e
\Sexpr{A} frutos foram considerados de ótima qualidade. Seja $X$ o número de maçãs
ótimas alocadas ao primeiro pacote, qual das distribuições de probabilidade seria
adequada para descrever a variável aleatória $X$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Como temos uma seleção de amostra aleatória ($n=\Sexpr{n}$) de uma população ($N=\Sexpr{N}$)
com dois grupos subdividindo a população (maçãs ótimas=$A$, maçãs normais=$O$) , a
distribuição de probabilidade adequada para descrever o comportamento da variável
aleatória $X$ é \Sexpr{alt[1]}.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{08_distribuicao_hipergeometrica_10}
```

QUESTÃfO 81

09_distribuicao_poisson_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
cap <- sample(c(2,3),1)
lambda <- round(runif(1, min=1.10, max=1.90), digits = 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-ppois(cap,lambda)
alt[2] <- 1-ppois(cap,lambda^2)
alt[3] <- ppois(cap,lambda)
alt[4] <- ppois(cap,lambda^2)
alt[5] <- 1-ppois(cap,1/lambda)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere que o número de requisições que chegam a um determinado servidor, por minuto,
é uma variável aleatória que segue distribuição Poisson com variância igual a $\Sexpr{lambda}$.
Suponha que a capacidade de atendimento do servidor é de, no máximo, $\Sexpr{cap}$
requisições por minuto. Qual a probabilidade de que, em um intervalo de um minuto
escolhido ao acaso, o servidor não consiga atender a todas as requisições que forem
feitas?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ a variável aleatória referente ao número de requisições. Uma vez que a capacidade
é de, no máximo, $\Sexpr{cap}$ requisições por minuto, a probabilidade desejada é dada
por $$P(X>\Sexpr{cap}) = 1-P(X \leq \Sexpr{cap}) = 1-\sum_{k=0}^{\Sexpr{cap}}e^{-\Sexpr{lambda}}\fra
= \Sexpr{fmt(alt[1], 3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{09_distribuicao_poisson_01}
```

QUESTÃfO 82

09_distribuicao_poisson_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
q <- round(runif(1, min = 0.40, max = 0.7), digits = 2)
lambda <- round(runif(1, min = 1, max = 4), digits = 2)
k <- qpois(q,lambda)
pk <- ppois(k,lambda)
pk_1 <- ppois(k-1,lambda)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- k+(0:4)
questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um youtuber considera que cada um de seus vídeos recebe, em média, $\Sexpr{lambda}$
visualizações por minuto. Se o número $X$ de visualizações por  minuto deste youtuber
segue distribuição de Poisson, qual o menor valor de $k$ tal que $P(X \leq k) \geq
\Sexpr{q}$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O valor de $k$ é \Sexpr{fmt(alt[1], 0)}, pois $$\sum_{i=0}^{\Sexpr{alt[1]-1}}e^{-\Sexpr{lambda}}\fra
= \Sexpr{fmt(pk_1,2)}$$ e $$\sum_{i=0}^{\Sexpr{alt[1]}}e^{-\Sexpr{lambda}}\frac{\Sexpr{lambda}^i}{i!
= \Sexpr{fmt(pk,2)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{09_distribuicao_poisson_02}
```

QUESTÃfO 83

09_distribuicao_poisson_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
tx.cheg.atual <- 0.5
tx.atend.atual <- 0.5
aum.atend <- sample(c(2,4,6), 1)
aum.cheg <- sample((c(4,6,8))[c(4,6,8) != aum.atend], 1)
tx.cheg.fut <- tx.cheg.atual*aum.cheg
tx.atend.fut <- tx.atend.atual*aum.atend
p0 <- dpois(0, tx.cheg.fut)
p1 <- dpois(1, tx.cheg.fut)
p2 <- dpois(2, tx.cheg.fut)
p3 <- dpois(3, tx.cheg.fut)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-ppois(tx.atend.fut, tx.cheg.fut)
alt[2] <- ppois(tx.atend.fut, tx.cheg.fut)
alt[3] <- 1-ppois(tx.cheg.atual,tx.atend.atual)
alt[4] <- 1-ppois(tx.atend.fut-1, tx.cheg.fut)
alt[5] <- 1-ppois(tx.cheg.fut, tx.atend.fut)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere que a chegada de aviões em um aeroporto se dá segundo um modelo Poisson.
Atualmente, a taxa de chegada é de 0,5 avião por minuto, em média, e o aeroporto
também possui capacidade para atender 0,5 avião por minuto. A previsão para os próximos
10 anos é que o tráfego aéreo irá aumentar em $\Sexpr{aum.cheg}$ vezes e a capacidade
de atendimento será ampliada em $\Sexpr{aum.atend}$ vezes. Caso essas previsões se
confirmem, qual a probabilidade de haver aviões sem atendimento imediato daqui a 10
anos em um dado minuto?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Sejam $X$ e $Y$ variáveis aleatórias representando a quantidade de aviões que pousam
em um dado minuto no aeroporto, atualmente e em 10 anos, respectivamente. \\
Então, $X \sim \text{Pois}(\Sexpr{tx.cheg.atual})$ e $Y \sim \text{Pois}(\Sexpr{tx.cheg.fut})$.
Considerando que a capacidade do aeroporto para daqui há 10 anos será de atender
$\Sexpr{tx.atend.fut}$ aviões por minuto, a probabilidade de haver aviões sem atendimento
imediato é dada pela probabilidade de chegar mais do que $\Sexpr{tx.atend.fut}$ aviões
em um dado minuto, ou seja,
$$P(Y > \Sexpr{tx.atend.fut}) =  1- P(Y \leq \Sexpr{tx.atend.fut}) =
1- P(Y=0) - P(Y=1) - \cdots - P(Y=\Sexpr{tx.atend.fut}) = \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{09_distribuicao_poisson_03}
```

QUESTÃfO 84

09_distribuicao_poisson_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
lambda <- sample(3:5,1)
x <- sample(4:6,1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(dpois(x,lambda),3)
alt[2] <- round(dpois(lambda,x),3)
alt[3] <- round(ppois(x,lambda),3)
alt[4] <- round(runif(1, max(alt[1]-0.2, .01), min(alt[1]+0.2, .99)), 3)
alt[5] <- round(runif(1, max(alt[1]-0.2, .01), min(alt[1]+0.2, .99)), 3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O número médio de acidentes por mês em um certo cruzamento é \Sexpr{lambda}. Admitindo
que o número de acidentes segue a distribuição de Poisson, qual é a probabilidade de,
em um dado mês, \Sexpr{x} acidentes ocorrerem nesse cruzamento?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja X o número de acidentes neste cruzamento, então $X \sim Poisson(3)$ e portanto
$$
P[X=\Sexpr{x}] = \frac{\Sexpr{lambda}^\Sexpr{x} e^{-\Sexpr{lambda}}}{\Sexpr{x}!} =
\Sexpr{alt[1]}
$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{09_distribuicao_poisson_04}
```

QUESTÃfO 85

09_distribuicao_poisson_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
lambda <- sample(1:5,1)
x <- 2
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-round(ppois(x,lambda),3)
alt[2] <- round(ppois(x,lambda),3)
alt[3] <- round(dpois(x,lambda),3)
alt[4] <- 1-round(dpois(x+1,lambda),3)
alt[5] <- round(runif(1,0.001,0.999),3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um editor de um jornal descobre que o número médio de erros tipográficos por página do
jornal é \Sexpr{lambda}.
Admitindo que o número de erros por página desse jornal segue uma distribuição de
Poisson,
determine a probabilidade de que em uma determinada página o número de erros seja
maior que \Sexpr{x}.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja X o número de erros na página, logo $X \sim Poisson(\Sexpr{lambda})$ e portanto
\begin{eqnarray*}
P[X>\Sexpr{x}] &=& 1 - P[X \leq \Sexpr{x}] \\
       &=& 1 - (P[X = \Sexpr{x-2}] + P[X = \Sexpr{x-1}] + P[X = \Sexpr{x}]) \\
       &=& 1 - \left(\frac{ \Sexpr{lambda}^\Sexpr{x-2} e^{-\Sexpr{lambda}} }{\Sexpr{x-2}!}
+ \frac{ \Sexpr{lambda}^\Sexpr{x-1} e^{-\Sexpr{lambda}} }{\Sexpr{x-1}!} + \frac{
\Sexpr{lambda}^\Sexpr{x} e^{-\Sexpr{lambda}} }{\Sexpr{x}!}\right) \\
       &=& 1 - (\Sexpr{round(dpois(x-2,lambda), 3)} +  \Sexpr{round(dpois(x-1,lambda),
3)} + \Sexpr{fmt(alt[1], 3)})\\
       &=& \Sexpr{alt[1]}
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{09_distribuicao_poisson_05}
```

QUESTÃfO 86

09_distribuicao_poisson_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
lambda <- sample(75:100,1)
x <- sample(lambda:150,1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- character(5)
alt[1] <- paste0("Poisson(",lambda,")")
alt[2] <- paste0("Binomial(0.5, ",lambda,")")
alt[3] <- paste0("Geométrica(",lambda,"/",x,")")
alt[4] <- paste0("Poisson(",x,")")
alt[5] <- paste0("Binomial(0.5, ",x,")")
questions <- alt
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O SAC de uma empresa recebe, em média, \Sexpr{lambda} ligações por dia em horário
comercial.
A fim de estimar o número adequado de atendentes para trabalhar nesses horários, a
empresa deseja estimar a probabilidade de receber mais do que \Sexpr{x} ligações em
um único dia no horário comercial. Seja $X$ o número de ligações em um determinado
dia, qual das distribuições de probabilidade seria adequada para modelar a variável
aleatória $X$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Como a probabilidade de sucesso (receber uma ligação de uma dado cliente) é pequena
e há muitas chances de sucesso (número de clientes que potencialmente ligarão), a
distribuição de probabilidade adequada para descrever o comportamento da variável
aleatória $X$ é \Sexpr{alt[1]}.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{09_distribuicao_poisson_06}
```

QUESTÃfO 87

09_distribuicao_poisson_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
lambda <- sample(300:500,1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(lambda*(lambda+1),0)
alt[2] <- round(lambda*.9,0)
alt[3] <- round(lambda**2,0)
alt[4] <- round(lambda, 0)
alt[5] <- round(lambda+1, 0)
questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A quantidade média de ligações feitas por empresas de telefonia a seus clientes em um
mês é \Sexpr{lambda}. Suponha que a quantidade de ligações por mês seja uma variável
aleatória $X$, que segue a distribuição de Poisson. Qual é o segundo momento de $X$
(i.e. o valor de $E(X^2)$)?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
$X \sim Poisson(\Sexpr{lambda})$ e portanto
\begin{align*}
V(X) & = E(X^2) - \left[E(X)\right]^2 \Rightarrow \\
\lambda & = E(X^2) - \lambda^2 \Rightarrow  \\
E(X^2) & = \lambda + \lambda^2 = \lambda\times(\lambda + 1) = \Sexpr{lambda} \times
\Sexpr{lambda + 1} = \Sexpr{alt[1]}.
\end{align*}
Ou, alternativamente,
\begin{align*}
E(X^2) &= \sum_{x=1}^{\infty}k^2\times\frac{\lambda^{x}}{x!}\times e^{-\lambda} \\
&= e^{-\lambda}\sum_{x=1}^{\infty}x\times\frac{\lambda^{x}}{(x-1)!} \\
&= e^{-\lambda}\sum_{x=1}^{\infty}(x-1+1)\times\frac{\lambda\lambda^{x-1}}{(x-1)!} \\
&= \lambda \times \exp^{-\lambda} \left[\sum_{x=1}^{\infty}(x-1) \times \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)\f
+ \sum_{x=1}^{\infty}\frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)\factorial}\right] \\
&= \lambda\times e^{-\lambda}\left[\sum_{n=0}^{\infty}n\frac{\lambda^{n}}{n!} + \sum_{n=0}^{\infty}\
\\
&= \lambda\times\left[E(X) + 1] =\lambda\times(\lambda + 1) = \Sexpr{alt[1]}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
```

```
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{09_distribuicao_poisson_07}
```

QUESTÃfO 88

09_distribuicao_poisson_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
lambda <- sample(120:160,1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(lambda*(lambda+1),3)
alt[2] <- round(sqrt(lambda),3)
alt[3] <- round(lambda**2,3)
alt[4] <- round(lambda, 3)
alt[5] <- round(lambda+1, 3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A quantidade média de projetos de lei aprovados pela Câmara dos Deputados em um ano
é \Sexpr{lambda}. Suponha que a quantidade de aprovações seja uma variável aleatória
$X$, que segue a distribuição de Poisson. Qual é o segundo momento de $X$ (i.e. o
valor de $E(X^2)$)?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
$X \sim Poisson(\Sexpr{lambda})$ e portanto
\begin{align*}
V(X) & = E(X^2) - \left[E(X)\right]^2 \Rightarrow \\
\lambda & = E(X^2) - \lambda^2 \Rightarrow  \\
E(X^2) & = \lambda + \lambda^2 = \lambda\times(\lambda + 1) = \Sexpr{lambda} \times
\Sexpr{lambda + 1} = \Sexpr{alt[1]}.
\end{align*}
Ou, alternativamente,
\begin{align*}
E(X^2) &= \sum_{x=1}^{\infty}k^2\times\frac{\lambda^{x}}{x!}\times e^{-\lambda} \\
&= e^{-\lambda}\sum_{x=1}^{\infty}x\times\frac{\lambda^{x}}{(x-1)!} \\
&= e^{-\lambda}\sum_{x=1}^{\infty}(x-1+1)\times\frac{\lambda\lambda^{x-1}}{(x-1)!} \\
&= \lambda \times \exp^{-\lambda} \left[\sum_{x=1}^{\infty}(x-1) \times \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)\f
+ \sum_{x=1}^{\infty}\frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)\factorial}\right] \\
&= \lambda\times e^{-\lambda}\left[\sum_{n=0}^{\infty}n\frac{\lambda^{n}}{n!} + \sum_{n=0}^{\infty}\
\\
&= \lambda\times\left[E(X) + 1] =\lambda\times(\lambda + 1) = \Sexpr{alt[1]}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
```

```
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{09_distribuicao_poisson_08}
```

QUESTÃfO 89

09_distribuicao_poisson_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
lambda <- sample(50:80,1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(lambda*(lambda+1),3)
alt[2] <- round(sqrt(lambda),3)
alt[3] <- round(lambda**2,3)
alt[4] <- round(lambda, 3)
alt[5] <- round(lambda+1, 3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A quantidade média de lixo produzido por folhetos de campanhas eleitorais em uma
grande cidade brasileira é de \Sexpr{lambda} quilos por candidato. Suponha que a
quantidade de lixo produzida por um candidato seja uma variável aleatória $X$, que
segue a distribuição de Poisson. Qual é o segundo momento de $X$ (i.e. o valor de
$E(X^2)$)?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
$X \sim Poisson(\Sexpr{lambda})$ e portanto
\begin{align*}
Var(X) & = E(X^2) - \left[E(X)\right]^2 \Rightarrow \\
\lambda & = E(X^2) - \lambda^2 \Rightarrow  \\
E(X^2) & = \lambda + \lambda^2 = \lambda\times(\lambda + 1) = \Sexpr{lambda} \times
\Sexpr{lambda + 1} = \Sexpr{alt[1]}.
\end{align*}
Ou, alternativamente,
\begin{align*}
E(X^2) &= \sum_{x=1}^{\infty}k^2\times\frac{\lambda^{x}}{x\factorial}\times e^{-\lambda}
\\
&= e^{-\lambda}\sum_{x=1}^{\infty}x\times\frac{\lambda^{x}}{(x-1)\factorial} \\
&= e^{-\lambda}\sum_{x=1}^{\infty}(x-1+1)\times\frac{\lambda\lambda^{x-1}}{(x-1)\factorial}
\\
&= \lambda\times e^{-\lambda}\left[\sum_{x=1}^{\infty}(x-1)\times\frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)\factoria
+  \sum_{x=1}^{\infty}\frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)\factorial}\right] \\
&= \lambda\times e^{-\lambda}\left[\sum_{n=0}{\infty}n\frac{\lambda^{n}}{n\factorial}
+ \sum_{n=0}{\infty}\frac{\lambda^{n}}{n\factorial}\right] \\
&= \lambda\times\left[E(X) + 1] =\lambda\times(\lambda + 1) = \Sexpr{alt[1]}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{09_distribuicao_poisson_09}
```

QUESTÃfO 90

09_distribuicao_poisson_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
lambda <- sample(400:600,1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(lambda*(lambda+1),3)
alt[2] <- round(sqrt(lambda),3)
alt[3] <- round(lambda**2,3)
alt[4] <- round(lambda, 3)
alt[5] <- round(lambda+1, 3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A quantidade diária de leitores de um pequeno periódico de uma cidade interiorana é
\Sexpr{lambda}. Suponha que a quantidade de leitores do periódico seja uma variável
aleatória $X$, que segue a distribuição de Poisson. Qual é o segundo momento de $X$
(i.e. o valor de $E(X^2)$)?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
$X \sim Poisson(\Sexpr{lambda})$ e portanto
\begin{align*}
Var(X) & = E(X^2) - \left[E(X)\right]^2 \Rightarrow \\
\lambda & = E(X^2) - \lambda^2 \Rightarrow  \\
E(X^2) & = \lambda + \lambda^2 = \lambda\times(\lambda + 1) = \Sexpr{lambda} \times
\Sexpr{lambda + 1} = \Sexpr{alt[1]}.
\end{align*}
Ou, alternativamente,
\begin{align*}
E(X^2) &= \sum_{x=1}^{\infty}k^2\times\frac{\lambda^{x}}{x!}\times e^{-\lambda} \\
&= e^{-\lambda}\sum_{x=1}^{\infty}x\times\frac{\lambda^{x}}{(x-1)!} \\
&= e^{-\lambda}\sum_{x=1}^{\infty}(x-1+1)\times\frac{\lambda\lambda^{x-1}}{(x-1)!} \\
&= \lambda\times e^{-\lambda}\left[\sum_{x=1}^{\infty}(x-1)\times\frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)\factoria
+  \sum_{x=1}^{\infty}\frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)\factorial}\right] \\
&= \lambda\times e^{-\lambda}\left[\sum_{n=0}^{\infty}n\frac{\lambda^{n}}{n!} + \sum_{n=0}^{\infty}\
\\
&= \lambda\times\left[E(X) + 1] =\lambda\times(\lambda + 1) = \Sexpr{alt[1]}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
```

```
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{09_distribuicao_poisson_10}
```

QUESTÃfO 91

10_aproximacao_poisson_binomial_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(5:10, 1)/100
n <- sample(c(20,25,30), 1)
x <- sample(2:4, 1)
p.bin <- dbinom(x, n, p)
p.pois <- dpois(x, n*p)
erro <- abs(p.pois-p.bin)
## GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- erro
alt[2] <- abs(dbinom(x, n, p)- dpois(x, p))
alt[3] <- abs(dbinom(x, n, p)- dpois(x, x))
alt[4] <- abs(pbinom(x, n, p)- ppois(x, n*p))
alt[5] <- mean(alt[1:4])

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Qual é o erro, em valor absoluto, da aproximação Poisson da distribuição Binomial do
seguinte problema: A probabilidade de uma lâmpada se queimar ao ser ligada é $\Sexpr{p*100}\%$.
Numa instalação com $\Sexpr{n}$ lâmpadas, qual é a probabilidade de exatamente $\Sexpr{x}$
lâmpadas se queimarem ao serem ligadas (utilize a aproximação de poisson da distribuição
binomial)?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O número de lâmpadas queimadas $X$ tem distribuição $X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{p})$.
Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se que $X \sim \text{Pois}(\Sexpr{n}
\times \Sexpr{p})$. E o erro da aproximação, quando $X=\Sexpr{x}$, é dado por
$$P(X= \Sexpr{x} | X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{p})) - P(X= \Sexpr{x} | X \sim
\text{Pois}(\Sexpr{n} \times \Sexpr{p})) = \Sexpr{round(p.bin,4)} - \Sexpr{round(p.pois,4)}.$$
Portanto, o valor absoluto do erro é $\Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{10_aproximacao_poisson_binomial_01}
```

QUESTÃfO 92

10_aproximacao_poisson_binomial_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(2:9, 1) * 0.0001
lambda <- round(runif(1, 2.2, 5), 1)
n <- floor(lambda / p)
x <- ceiling(lambda + sample(c(-1, -1, 1, 2), 1))
p.bin <- dbinom(x, n, p)
p.pois <- dpois(x, lambda)
p.norm <- abs(diff(pnorm(c(x-.5, x+.5), mean=lambda, sd=sqrt(lambda*(1-p)))))
## GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- p.pois
alt[2] <- p.norm
alt[3] <- 1 - p.pois
alt[4] <- 1 - p.norm
alt[5] <- mean(alt[1:2])
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em um dia ensolarado, a probabilidade de um motociclista sofrer um acidente de moto
(caso a use) é de $\Sexpr{format(p, scientific=F)}$. Considerando que acidentes ocorrem
de forma independente (uns dos outros), se, em um dia de sol, $\Sexpr{n}$ motociclistas
pilotarem suas motos, qual é a probabilidade de observarmos exatamente $\Sexpr{x}$
acidentes (utilize a aproximação de poisson da distribuição binomial)?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O número de acidentes tem distribuição binomial com parâmetros $n$ e $p$, ou seja, $X
\sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{format(p, scientific=F)})$. Utilizando a aproximação
de Poisson para a Binomial, tem-se, aproximadamente, que $X \sim \text{Pois}(np=\Sexpr{lambda})$.
Portanto, a probabilidade de observarmos exatamente $X=\Sexpr{x}$, é dada por
$$P(X= \Sexpr{x} | X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{format(p, scientific=F)}))
\approx P(X= \Sexpr{x} | X \sim \text{Pois}(\Sexpr{lambda})) = \Sexpr{round(alt[1],
3) * 100}\%.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{10_aproximacao_poisson_binomial_02}
```

QUESTÃfO 93

10_aproximacao_poisson_binomial_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
# Dados da página https://noticias.uol.com.br/cotidiano/ultimas-noticias/2017/12/31/mega-sena-da-vir
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
arrecadacao <- 890947368.50
preco <- 3.5
apostas.simples <- arrecadacao/preco
combinacoes <- choose(60, 6)
lambda <- apostas.simples / combinacoes
ganhadores <- sample(2:6, 1)
p.bin <- dbinom(ganhadores, size=apostas.simples, prob=1/combinacoes)
p.pois <- dpois(ganhadores, lambda)
p.norm <- abs(diff(pnorm(c(ganhadores-.5, ganhadores+.5), mean=lambda, sd=sqrt(lambda*(1-1/combinaco
c(1/combinacoes, apostas.simples, lambda, ganhadores, p.pois*100, p.norm*100)
## GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- p.pois
alt[2] <- sqrt(p.norm)
alt[3] <- 1 - p.pois
alt[4] <- 1 - sqrt(p.norm)
alt[5] <- mean(alt[1:2])
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A chance de uma \emph{aposta simples} (onde escolhe-se 6 números) ganhar a \emph{Mega
Sena} é de uma em $\Sexpr{combinacoes}$.
A \emph{Mega Sena da Virada} de 2017 arrecadou o equivalente a $\Sexpr{apostas.simples}$
apostas simples. Nesse contexto, considerando que os números em cada aposta tenham
sido escolhidos de maneira aleatória (cada número com a mesma probabilidade) e independente,
qual era a probabilidade de que exatamente $\Sexpr{ganhadores}$ apostadores ganhassem
o prêmio máximo (utilize a aproximação de poisson da distribuição binomial)?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O número de vencedores tem distribuição binomial com parâmetros $\Sexpr{apostas.simples}$
e $1/\Sexpr{combinacoes}$, ou seja,
$X \sim \text{Bin}(\Sexpr{apostas.simples}, 1/\Sexpr{combinacoes}).$
Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se, aproximadamente, que $X
\sim \text{Pois}(np=\Sexpr{round(lambda, 3)})$. Portanto, a probabilidade de observarmos
exatamente $X=\Sexpr{ganhadores}$, é dada por
$$P(X= \Sexpr{ganhadores} | X \sim \text{Bin}(\Sexpr{apostas.simples}, 1/\Sexpr{combinacoes}))
\approx P(X= \Sexpr{ganhadores} | X \sim \text{Pois}(\Sexpr{round(lambda, 3)})) =
\Sexpr{round(alt[1], 3) * 100}\%$$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{10_aproximacao_poisson_binomial_03}
```

QUESTÃfO 94

10_aproximacao_poisson_binomial_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(1:2, 1) * ((0.0001)/100)
n <- 2562963
lambda <- round(n*p, 3)
x <- ceiling(lambda + sample(c(-1, -1, 1, 2), 1))
p.bin <- dbinom(x, n, p)
p.pois <- dpois(x, lambda)
p.norm <- abs(diff(pnorm(c(x-.5, x+.5), mean=lambda, sd=sqrt(lambda*(1-p)))))
## GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- p.pois
alt[2] <- p.norm
alt[3] <- 1 - p.pois
alt[4] <- 1 - p.norm
alt[5] <- mean(alt[1:2])
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere que o DF possui 2.562.963 habitantes (dados do CENSO 2010), e que a probabilidade
de um habitante da cidade acionar o SAMU em uma hora qualquer do dia é de $\Sexpr{format(p,
scientific=F)}$. Supondo que os acionamentos ao SAMU ocorram de forma independente,
qual é a probabilidade de observarmos exatamente $\Sexpr{x}$ chamados ao SAMU em
determinada hora no DF (utilize a aproximação de poisson da distribuição binomial)?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O número de chamados ao SAMU tem distribuição binomial com parâmetros $$X \sim \text{Bin}(2562963,\S
scientific=F)}).$$ Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se, aproximadamente,
que $$X \sim \text{Pois}(np= \lambda = \Sexpr{lambda}).$$ Portanto, a probabilidade de
observarmos exatamente $X=\Sexpr{x}$, é $$P(X=\Sexpr{x})= \exp{(-\lambda)} \times
\lambda^{\Sexpr{x}}/\Sexpr{x}! = \Sexpr{fmt(alt[1], 3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{10_aproximacao_poisson_binomial_04}
```

QUESTÃfO 95

10_aproximacao_poisson_binomial_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(c(2, 4, 8), 1) * 0.00001
lambda <- sample(2:6, 1)
n <- round(lambda / p, 0)
x <- ceiling(lambda + sample(c(-1, -1, 1, 2), 1))
p.bin <- dbinom(x, n, p)
p.pois <- dpois(x, lambda)
p.norm <- abs(diff(pnorm(c(x-.5, x+.5), mean=lambda, sd=sqrt(lambda*(1-p)))))
## GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- p.pois
alt[2] <- p.norm
alt[3] <- 1 - p.pois
alt[4] <- 1 - p.norm
alt[5] <- mean(alt[1:2])
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere que uma determinada agência de telemarketing contacte $\Sexpr{format(n,
scientific=F)}$ clientes em uma semana, e que a probabilidade da pessoa contactada
comprar o produto oferecido é de $\Sexpr{format(p*100, scientific=F)}\%$. Utilizando a
aproximação de poisson da distribuição binomial, calcule a probabilidade dessa agência
vender exatamente $\Sexpr{x}$ produtos em uma dada semana?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O número de vendas tem distribuição binomial com parâmetros $$X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{for
Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se, aproximadamente, que
$$X \sim \text{Pois}(np= \lambda = \Sexpr{lambda}).$$ Portanto, a probabilidade de
observarmos exatamente $X=\Sexpr{x}$, é $$P(X=\Sexpr{x})= \exp{(-\lambda)} \times
\lambda^{\Sexpr{x}}/\Sexpr{x}! = \Sexpr{fmt(alt[1], 3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{10_aproximacao_poisson_binomial_05}
```

QUESTÃfO 96

10_aproximacao_poisson_binomial_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(c(2, 4, 8), 1)/100000
lambda <- sample(2:6, 1)
n <- round(lambda / p, 0)
x <- ceiling(lambda + sample(c(-1, -1, 1, 2), 1))
# format(c(p, lambda, n, x), scientific=F)
p.bin <- dbinom(x, n, p)
p.pois <- dpois(x, lambda)
## GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- p.pois
alt[2] <- sample(5:95, 1)/100
alt[3] <- 1 - p.pois
alt[4] <- 1 - alt[2]
alt[5] <- mean(alt[1:2])
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma empresa de construção civil comprou $\Sexpr{format(n, scientific=F)}$ tijolos
para construção de um prédio. O fornecedor afirma que a proporção de defeitos no seu
produto é de \Sexpr{format(p*100000, scientific=F)} por lote de $100$ mil unidades.
Utilizando a aproximação de poisson da distribuição binomial, calcule a probabilidade
de observarmos exatamente $\Sexpr{x}$ tijolos defeituosos nessa compra?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O número de defeitos tem distribuição binomial com parâmetros $$X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{f
scientific=F)}/100000).$$ Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se,
aproximadamente, que $$X \sim \text{Pois}(np= \lambda = \Sexpr{lambda}).$$ Portanto, a
probabilidade de observarmos exatamente $\Sexpr{x}$, é $$P(\Sexpr{x})= \exp{(-\lambda)}
\times \lambda^{\Sexpr{x}}/\Sexpr{x}! = \Sexpr{round(alt[1], 3)}$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{10_aproximacao_poisson_binomial_06}
```

QUESTÃfO 97

10_aproximacao_poisson_binomial_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(c(25:30), 1)/2500
n <- sample(c(20,25,30), 1)
x <- sample(c(3,2), 1)
p.bin <- dbinom(x, n, p)
p.pois <- dpois(x, n*p)
erro <- abs(p.pois-p.bin)
## GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- erro
alt[2] <- abs(dbinom(x, n, p)- dpois(x, p))
alt[3] <- abs(dbinom(x, n, p)- dpois(x, x))
alt[4] <- abs(pbinom(x, n, p)- ppois(x, n*p))
alt[5] <- mean(alt[1:4])

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A probabilidade de um patinete elétrico ser roubado no DF, no período de um ano, é
$\Sexpr{p*100}\%$. Numa região administrativa com $\Sexpr{n}$ patinetes, considerando
independência entre os casos, qual é o erro absoluto da aproximação da Poisson à
Binomial da probabilidade de exatamente $\Sexpr{x}$ serem roubados?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O número de patinetes roubados $X$ tem distribuição $X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{p})$.
Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se que $X \sim \text{Pois}(\Sexpr{n}
\times \Sexpr{p})$. E o erro da aproximação, quando $X=\Sexpr{x}$, é dado por
$$P(X= \Sexpr{x} | X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{p})) - P(X= \Sexpr{x} | X \sim
\text{Pois}(\Sexpr{n} \times \Sexpr{p})) = \Sexpr{round(p.bin,4)} - \Sexpr{round(p.pois,4)}.$$
Portanto, o valor absoluto do erro é $\Sexpr{format(round(alt[1],digits=4), scientific=F)}.$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{10_aproximacao_poisson_binomial_07}
```

QUESTÃfO 98

10_aproximacao_poisson_binomial_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(c(3:5), 1)/100
n <- sample(c(8,9,10), 1)
x <- sample(c(2,3), 1)
p.bin <- dbinom(x, n, p)
p.pois <- dpois(x, n*p)
erro <- abs(p.pois-p.bin)
## GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- erro
alt[2] <- abs(dbinom(x, n, p)- dpois(x, p))
alt[3] <- abs(dbinom(x, n, p)- dpois(x, x))
alt[4] <- abs(pbinom(x, n, p)- ppois(x, n*p))
alt[5] <- mean(alt[1:4])

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A probabilidade de um determinado pianista errar na execução de uma peça de Chopin
é $\Sexpr{p*100}\%$ a cada minuto da música. Numa sinfonia de $\Sexpr{n}$ minutos
(considerando a execução de cada minuto independente dos demais), qual é o erro absoluto
da aproximação Poisson à Binomial da probabilidade de ocorrerem $\Sexpr{x}$ erros
durante a sua execução pelo pianista?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O número de erros $X$ tem distribuição $X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{p})$.
Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se que $X \sim \text{Pois}(\Sexpr{n}
\times \Sexpr{p})$. E o erro da aproximação, quando $X=\Sexpr{x}$, é dado por
$$P(X= \Sexpr{x} | X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{p})) - P(X= \Sexpr{x} | X \sim
\text{Pois}(\Sexpr{n} \times \Sexpr{p})) = \Sexpr{round(p.bin,4)} - \Sexpr{round(p.pois,4)}.$$
Portanto, o valor absoluto do erro é $\Sexpr{round(alt[1], 4)}.$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{10_aproximacao_poisson_binomial_08}
```

QUESTÃfO 99

10_aproximacao_poisson_binomial_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(c(5:10), 1)/100
n <- sample(c(15,20,25), 1)
x <- sample(c(2,3), 1)
p.bin <- dbinom(x, n, p)
p.pois <- dpois(x, n*p)
erro <- abs(p.pois-p.bin)
## GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- erro
alt[2] <- abs(dbinom(x, n, p)- dpois(x, p))
alt[3] <- abs(dbinom(x, n, p)- dpois(x, x))
alt[4] <- abs(pbinom(x, n, p)- ppois(x, n*p))
alt[5] <- mean(alt[1:4])

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Calcule o erro, em valor absoluto, da aproximação Poisson à Binomial do seguinte
problema: A probabilidade de um automóvel de determinada marca apresentar defeito
antes do tempo de garantia expirar é $\Sexpr{p*100}\%$. Numa concessionária que vendeu
$\Sexpr{n}$ automóveis dessa marca, qual é a probabilidade de exatamente $\Sexpr{x}$
dos carros vendidos dessa marca apresentarem defeito antes do tempo de garantia expirar?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O número de automóveis que apresentam defeito antes do tempo de grantia expirar $X$
tem distribuição $X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{p})$. Utilizando a aproximação de
Poisson para a Binomial, tem-se que $X \sim \text{Pois}(\Sexpr{n} \times \Sexpr{p})$.
E o erro da aproximação, quando $X=\Sexpr{x}$, é dado por
$$P(X= \Sexpr{x} | X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{p})) - P(X= \Sexpr{x} | X \sim
\text{Pois}(\Sexpr{n} \times \Sexpr{p})) = \Sexpr{round(p.bin,4)} - \Sexpr{round(p.pois,4)}.$$
Portanto, o valor absoluto do erro é $\Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{10_aproximacao_poisson_binomial_09}
```

QUESTÃfO 100

10_aproximacao_poisson_binomial_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- sample(5:9, 1) * 0.001
lambda <- round(runif(1, 2, 4), 1)
n <- floor(lambda / p)
x <- ceiling(lambda + sample(3:4, 1))
p.bin <- dbinom(x, n, p)
p.pois <- dpois(x, lambda)
p.norm <- abs(diff(pnorm(c(x-.5, x+.5), mean=lambda, sd=sqrt(lambda*(1-p)))))
## GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- p.pois
alt[2] <- p.norm
alt[3] <- 1 - p.pois
alt[4] <- 1 - p.norm
alt[5] <- .83 * alt[1]
  alt
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A probabilidade de uma rosa sobreviver mais de 10 dias em um vaso com água é de $\Sexpr{format(p,
scientific=F)}$. Considerando que uma pessoa comprou $\Sexpr{n}$ rosas, qual é a
probabilidade de que $\Sexpr{x}$ rosas, que foram colocadas em um vaso de água, sobrevivam
mais de 10 dias?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O número de rosas que sobrevivem mais de dez dias tem distribuição binomial com parâmetros
$n$ e $p$, ou seja, $X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{format(p, scientific=F)})$.
Utilizando a aproximação de Poisson para a Binomial, tem-se, aproximadamente, que
$X \sim \text{Pois}(np=\Sexpr{lambda})$. Portanto, a probabilidade de observarmos
exatamente $X=\Sexpr{x}$, é dada por
$P(X= \Sexpr{x} | X \sim \text{Bin}(\Sexpr{n},\Sexpr{format(p, scientific=F)})) \approx
P(X= \Sexpr{x} | X \sim \text{Pois}(\Sexpr{lambda})) = \Sexpr{round(alt[1], 4) *
100}\%$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{10_aproximacao_poisson_binomial_10}
```

QUESTÃfO 101

11_funcao_densidade_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
fx <- function(x, c1, c2) {
  parte1 <- c1 * x^3
  parte2 <- c2 * exp(-x)
  f <- parte1 * (1<x & x < 2) + parte2 * (x > 2 & x < 3)
  return(f)
}
Fx <- function(x, c1, c2) {
  integrate(function(z) fx(z, c1, c2), 1, x)[[1]]
}
c <- round(runif(1, .01, .25), 4)
c2 <- round((1-Fx(2, c, 1)) / (Fx(4, c, 1)-Fx(2, c, 1)), 1)
quantil <- round(runif(1, 1.5, 1.9), 1)
prob <- Fx(quantil, c, c2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- prob
alt[2] <- 1 - prob
alt[3] <- Fx(2, c, c2)
alt[4] <- 1- Fx(2, c, c2)
alt[5] <- c
questions <- paste0("$", fmt(alt, 3), "$")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória continua cuja função de densidade é dada por
$$
f_X(x) = \left\{
\begin{array}{ll}
0, & \mbox{se}\, \ \ x <1; \\
c x^3, & \mbox{se}\, \ \ 1 \leq x < 2; \\
\Sexpr{c2} \exp(-x), & \mbox{se}\, \ \ 2 \leq x < 3; \\
0, & \mbox{se}\, \ \ x \geq 3. \\
\end{array}
\right. \nonumber
$$
Qual é o valor de P($X < \Sexpr{quantil}$)?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A função de densidade da variável aleatória em questão apenas existe se $c=\Sexpr{c}$.
\\
Tal valor pode ser encontrado notando-se que
```

```
$$
\int_2^3 \Sexpr{c2} \exp(-x) dx = \Sexpr{c2} \left[ -\exp(-x) \right] \Big\rvert_2^3 =
-\Sexpr{c2} (\exp(-3)-\exp(-2)) = \Sexpr{round(-c2*(exp(-3)-exp(-2)), 3)}
$$
e, portanto,
\begin{equation}
\int_1^2 c x^3 dx = c \frac{x^4}{4} \Big\rvert_1^2 = \Sexpr{1-round(-c2*(exp(-3)-exp(-2)),
3)} \\
\Rightarrow c = \Sexpr{c}
\end{equation}
Assim, temos que
\begin{align*}
  P(X < \Sexpr{quantil}) & = F_X(\Sexpr{quantil}) = \int_1^{\Sexpr{quantil}} c x^3 dx
\\
  & = c \frac{x^4}{4} \Big\rvert_1^{\Sexpr{quantil}} \\
  \Sexpr{round(alt[1], digits=3)}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{11_funcao_densidade_01}
```

QUESTÃfO 102

11__funcao__densidade__02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
fx <- function(x, c1, c2) {
  parte1 <- sqrt(x) / c1
  parte2 <- c2 * exp(x)
  f <- parte1 * (1<x & x < 2) + parte2 * (x > 2 & x < 3)
  return(f)
}
Fx <- function(x, c1, c2) {
  integrate(function(z) fx(z, c1, c2), 1, x)[[1]]
}
c <- 2 # sample(2:5, 1)
c2 <- round((1-Fx(2, c, 1)) / (Fx(4, c, 1)-Fx(2, c, 1)), 3)
quantil <- round(runif(1, 1.1, 1.9), 1)
prob <- 1 - Fx(quantil, c, c2)
prob
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- prob
alt[2] <- 1 - prob
alt[3] <- Fx(2, c, c2)
alt[4] <- 1 - Fx(2, c, c2)
alt[5] <- 1/c
questions <- paste0("$", fmt(alt, 3), "$")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória continua cuja função de densidade é dada por
$$
f_X(x) = \left\{
\begin{array}{ll}
  0,                  & \mbox{se}\, \ \ x <1; \\
  \frac{\sqrt{x}}{c}, & \mbox{se}\, \ \ 1 \leq x < 2; \\
  \Sexpr{c2} \exp(x), & \mbox{se}\, \ \ 2 \leq x < 3; \\
  0,                  & \mbox{se}\, \ \ x \geq 3. \\
\end{array}
\right. \nonumber
$$
Qual é o valor de P($X > \Sexpr{quantil}$)?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A função de densidade da variável aleatória em questão apenas existe se $c=\Sexpr{c}$.
\\
```

```
Tal valor pode ser encontrado notando-se que
$$
\int_2^3 \Sexpr{c2} \exp(x) dx = \Sexpr{c2} \exp(x) \Big\rvert_2^3 = \Sexpr{c2} (\exp(3)-\exp(2))
= \Sexpr{round(c2*(exp(3)-exp(2)), 3)}
$$
e, portanto,
\begin{equation}
\int_1^2 \frac{\sqrt{x}}{c} dx = \frac{2x^{3/2}}{3 c} \Big\rvert_1^2 = \Sexpr{1-round(c2*(exp(3)-exp
3)} \\
\Rightarrow c = \Sexpr{c}
\end{equation}
Assim, temos que
\begin{align*}
  P(X > \Sexpr{quantil}) & = 1 - P(X \leq \Sexpr{quantil}) \\
  & = 1 - F_X(\Sexpr{quantil}) = 1 - \int_1^{\Sexpr{quantil}} \frac{\sqrt{x}}{c} dx \\
  & = 1 - \frac{2x^{3/2}}{3 c} \Big\rvert_1^{\Sexpr{quantil}} \\
  & = 1 - \Sexpr{round(2*quantil^1.5/(3 * c) - 2/(3 * c), 3)} =
  \Sexpr{round(alt[1], digits=3)}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{11_funcao_densidade_02}
```

QUESTÃfO 103

11_funcao_densidade_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
a <- round(runif(1,0:1), 2)
b <- round(runif(1,0:2), 2)+1
Fx <- integrate(function(x) x, 0, 1)[[1]] + integrate(function(x) 2-x,1,2)[[1]]
p1 <- round(integrate(function(x) x, a, 1)[[1]],3)
p2 <- round(integrate(function(x) 2-x,1,b)[[1]],3)
fx <- p1 + p2
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- fx
alt[2] <- 1 - fx
alt[3] <- p1
alt[4] <- p2
alt[5] <- integrate(function(x) 2-x ,1,1.5)[[1]]
questions <- paste0("$", fmt(alt, 3), "$")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória contínua cuja densidade é:
$$ f_{X}(x) = \left\{
\begin{array}{ll}
x, & 0\leq x < 1, \\
2-x, & 1 \leq x \leq 2, \\
0, & \mbox{caso contrário}. \\
\end{array}
\right.$$
A probabilidade  $\mathbb{P}(\Sexpr{a} < X\leq \Sexpr{b})$ é:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
De acordo com a densidade em questão, temos que
\begin{align*}
  P(\Sexpr{a} < X < \Sexpr{b}) & = \int_{\Sexpr{a}}^1 x \; dx + \int_1^{\Sexpr{b}} 2-x
\; dx\\
  & = \frac{x^2}{2} \Big\rvert_{\Sexpr{a}}^1 + \frac{4x - x^2}{2} \Big\rvert_1^{\Sexpr{b}}
\\
  & = \Sexpr{p1} + \Sexpr{p2} \\
  & = \Sexpr{fx}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
```

```
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{11_funcao_densidade_03}
```

QUESTÃfO 104

11_funcao_densidade_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
c <- sample(1:10,1)
Fx <- round(integrate(function(x) c*exp(-c*x), 0, Inf)[[1]],0)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- c
alt[2] <- c*2
alt[3] <- -c*2
alt[4] <- -c
alt[5] <- c^2
questions <- paste0("$", fmt(alt, 0), "$")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere a função
$$
f(x) = \left\{
\begin{array}{rcl}
0 & \mbox{se} & x < 0,\\
Ce^{-\Sexpr{c}x} & \mbox{se} & x \geq 0. \\
\end{array}
\right.
$$
O valor de $C$ para que $f(x)$ seja uma densidade é:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Pelas propriedades das funções de densidade, temos que
\begin{align*}
 1 & =\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \\
 & = \int_{-\infty}^0 0 dx +  \int_0^{\infty} Ce^{-\Sexpr{c}x} dx \\
 & = \left[  -\frac{Ce^{-\Sexpr{c}x}}{\Sexpr{c}} \right] _{0}^{\infty} \\
 & = \lim_{x\rightarrow \infty} -\frac{Ce^{-\Sexpr{c}x}}{\Sexpr{c}} - \left( -\frac{Ce^{0}}{\Sexpr{c
\right) \\
 & = 0 + \frac{C}{\Sexpr{c}} \\
 & = \frac{C}{\Sexpr{c}}
\end{align*}
Logo, $C=\Sexpr{c}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
```

```
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{11_funcao_densidade_04}
```

QUESTÃfO 105

11_funcao_densidade_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
k <- sample((1:9)[-5], 1) / 10
c1 <- round(2/k, 2)
c2 <- round(2/(1-k), 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- c1
alt[2] <- c2
alt[3] <- k
alt[4] <- 2*k
alt[5] <- sample(1:9, 1)
questions <- paste0("$", fmt(alt, 2), "$")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere a seguinte função definida em partes.
$$
f(x) = \left\{
\begin{array}{rcl}
0 & \mbox{se} & x < 0,\\
Cx & \mbox{se} & 0 \leq x < \Sexpr{k}, \\
\Sexpr{c2}(1-x) & \mbox{se} & \Sexpr{k} \leq x < 1, \\
0 & \mbox{se} & x \geq 1.\\
\end{array}
\right.
$$
Caso $f(x)$ represente a densidade de uma variável aleatória $X$, então dizemos que
$X$ tem distribuição triangular no intervalo $[0,1]$.
Qual valor deve ter a constante $C$ para que $f(x)$ seja de fato uma densidade?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Pelas propriedades das funções de densidade, temos que
\begin{align*}
1&=\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx  \\
& = \int_{-\infty}^{0}\!\! 0 dx + \int_0^{\Sexpr{k}}\!\! Cx dx + \int_{\Sexpr{k}}^1\!\!
\Sexpr{c2}(1-x) dx + \int_{1}^{\infty}\!\! 0 dx \\
& = C \int_0^{\Sexpr{k}}\!\! x dx + \Sexpr{c2} \int_{\Sexpr{k}}^1\!\! (1-x) dx \\
& = C \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^{\Sexpr{k}} + \Sexpr{c2} \left[ x- \frac{x^2}{2}
\right]_{\Sexpr{k}}^1 \\
& = C \frac{\Sexpr{k^2}}{2} + \Sexpr{c2} \left(1 - \frac{1}{2} - \Sexpr{k} + \frac{\Sexpr{k^2}}{2}\r
\\
& = \Sexpr{k^2/2} C + \Sexpr{c2*(1 - .5 - k + k^2/2)}.
```

```
\end{align*}
Resolvendo-se em $C$, obtemos $C=\Sexpr{c1}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{11_funcao_densidade_05}
```

QUESTÃfO 106

11_funcao_densidade_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
b <- sample(seq(.8,1.1,by=.1),1)
a <- round((b^2 - 0.6)^(1/2),3)
c <- round((0.9 + b^2)^(1/2),3)
Fx <- integrate(function(x) (x)/3, a, b)[[1]] + integrate(function(x) (2*x),b,c)[[1]]
a1 <- round(a*2/3,3)
c1 <- round(c*.9,3)
p1 <- round(integrate(function(x) (x)/3, a1, b)[[1]],3)
p2 <- round(integrate(function(x) (2*x),b,c1)[[1]],3)
fx <- p1 + p2
##GERANDO A RESPOSTA
resp1 <- fx
resp2 <- abs(1 - fx)
resp3 <- abs(p1*.9)
resp4 <- p2*.9
resp5 <- round(integrate(function(x) (x**2) ,1,1.5)[[1]],2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- resp1
alt[2] <- resp2
alt[3] <- resp3
alt[4] <- resp4
alt[5] <- resp5
questions <- paste0("$", fmt(alt, 3), "$")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória contínua cuja densidade é:
$$ f_{X}(x) = \left\{
\begin{array}{ll}
\frac{x}{3}, & \Sexpr{a}\leq x < \Sexpr{b}, \\
2x, & \Sexpr{b} \leq x \leq \Sexpr{c}, \\
0, & \mbox{caso contrário}. \\
\end{array}
\right.$$
A probabilidade  $\mathbb{P}(\Sexpr{a1} < X\leq \Sexpr{c1})$ é:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
De acordo com a densidade em questão, temos que
\begin{align*}
  P(\Sexpr{a1} < X < \Sexpr{c1}) & = \int_{\Sexpr{a1}}^{\Sexpr{b}}\frac{x}{3} dx +
\int_{\Sexpr{b}}^{\Sexpr{c*(0.9)}} 2x dx\\
  & = \left[\frac{x^2}{6}\right] \Big\rvert_{\Sexpr{a1}}^{\Sexpr{b}} + x^2 \Big\rvert_{\Sexpr{b}}^{\
```

```
\\
  & = \Sexpr{p1} + \Sexpr{p2} \\
  & = \Sexpr{fx}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{11_funcao_densidade_06}
```

QUESTÃfO 107

11_funcao_densidade_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
a <- round(runif(1,0:2), 2)
b <- round(sample(c(2:4),1), 2)
Fx <- integrate(function(x) x/4, 0, 2)[[1]] + integrate(function(x) x/(4*x),2,4)[[1]]
p1 <- round(integrate(function(x) x/4, a, 2)[[1]],3)
p2 <- round(integrate(function(x) x/(4*x),2,b)[[1]],3)
fx <- p1 + p2
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- fx
alt[2] <- 1 - fx
alt[3] <- p1
alt[4] <- p2
alt[5] <- integrate(function(x) x/(4*x) ,2,2.5)[[1]]
questions <- paste0("$", fmt(alt, 3), "$")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória contínua cuja densidade é:
$$ f_{X}(x) = \left\{
\begin{array}{ll}
x/4, & 0\leq x < 2, \\
1/4, & 2 \leq x \leq 4, \\
0, & \mbox{caso contrário}. \\
\end{array}
\right.$$
A probabilidade  $\mathbb{P}(\Sexpr{a} < X\leq \Sexpr{b})$ é:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
De acordo com a densidade em questão, temos que
\begin{align*}
  P(\Sexpr{a} < X < \Sexpr{b}) & = \int_{\Sexpr{a}}^2 x/4 dx + \int_2^{\Sexpr{b}} 1/4
dx\\
  & = \frac{x^2}{8} \Big\rvert_{\Sexpr{a}}^2 + \frac{x}{4} \Big\rvert_2^{\Sexpr{b}} \\
  & = \Sexpr{p1} + \Sexpr{p2} \\
  & = \Sexpr{fx}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
```

```
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{11_funcao_densidade_07}
```

QUESTÃfO 108

11_funcao_densidade_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
k <- sample((2:4), 1)
c1 <- round(3/((k**3)-1), 2)
c2 <- round(3/(2*k-1), 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- c1
alt[2] <- c2
alt[3] <- k
alt[4] <- 2*k
alt[5] <- k+1
questions <- paste0("$", fmt(alt, 2), "$")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere a seguinte função definida em partes.
$$
f(x) = \left\{
\begin{array}{rcl}
0 & \mbox{se} & x < 1,\\
Cx^2 & \mbox{se} & 1 \leq x < \Sexpr{k}, \\
0 & \mbox{se} & x \geq \Sexpr{k}.\\
\end{array}
\right.
$$
Qual valor deve ter a constante $C$ para que $f(x)$ seja uma densidade?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Pelas propriedades das funções de densidade, temos que
\begin{align*}
 1 &=\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx  \\
 1 & = \int_{-\infty}^{1} 0  dx + \int_1^{\Sexpr{k}} Cx^2 dx + \int_{\Sexpr{k}}^{\infty}
0 dx \\
 1 & = \frac{C}{3} \left[{x^3}\right]_1^{\Sexpr{k}} \\
 1 & = \frac{C}{3} \left[\Sexpr{k^3}-1\right]
\end{align*}
Portanto,
$$
C = \frac{3}{\Sexpr{k^3-1}}.
$$
Resolvendo-se em $C$, obtemos $C=\Sexpr{c1}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{11_funcao_densidade_08}
```

QUESTÃfO 109

11_funcao_densidade_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
k <- sample(seq(2,4,by=1), 1)
c1 <- round(((k**2)-1)/((k**2)-2), 2)
c2 <- round((k**2)-2/(k**2)-1, 2)
Fx <- integrate(function(x) 3*sqrt(x)/4, 0, 1)[[1]] + integrate(function(x) (x-x/c1),1,k)[[1]]
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- c1
alt[2] <- c2
alt[3] <- k
alt[4] <- 2*k
alt[5] <- k+1
questions <- paste0("$", fmt(alt, 2), "$")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere a seguinte função definida em partes.
$$
f(x) = \left\{
\begin{array}{rcl}
0 & \mbox{se} & x < 0,\\
\frac{3}{4}\sqrt{x} & \mbox{se} & 0 \leq x < 1, \\
x - \frac{x}{C} & \mbox{se} & 1 \leq x \leq \Sexpr{k}, \\
0 & \mbox{se} & x \geq \Sexpr{k}.\\
\end{array}
\right.
$$
Qual valor deve ter a constante $C$ para que $f(x)$ seja uma densidade?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Pelas propriedades das funções de densidade, temos que
\begin{align*}
 1 &=\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx  \\
 & = \int_{-\infty}^{0} 0 dx + \int_0^1 \frac{3}{4}\sqrt{x} dx + \int_1^{\Sexpr{k}}
x-\frac{x}{C} dx + \int_{1}^{\infty} 0 dx \\
  & = \frac{3}{4} \left[\frac{x^{{\frac{3}{2}}}}{\frac{3}{2}}\right]_0^1 + \frac{1}{2}\left[x^2\righ
- \frac{1}{2C}\left[x^2\right]_1^{\Sexpr{k}} \\
  & = \frac{1}{2} + \frac{\Sexpr{k^2} - 1}{2} - \frac{\Sexpr{k^2} - 1}{2C}.
\end{align*}
Portanto,
\begin{align*}
\frac{\Sexpr{k^2} - 1}{2C} &= \frac{\Sexpr{k^2} - 2}{2} \\
```

```
C &= \frac{\Sexpr{k^2} - 1}{\Sexpr{k^2} - 2}.
\end{align*}
Resolvendo-se em $C$, obtemos $C=\Sexpr{c1}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{11_funcao_densidade_09}
```

QUESTÃfO 110

11__funcao__densidade__10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
k <- sample((3:5), 1)
c1 <- round(2*(exp(k)-exp(2)), 2)
c2 <- round(exp(k)-exp(2), 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- c1
alt[2] <- c2
alt[3] <- k
alt[4] <- 2*k
alt[5] <- k+1
questions <- paste0("$", fmt(alt, 2), "$")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere a seguinte função definida em partes.
$$
f(x) =
\begin{cases}
0, \; & x < 0,\\
x/4, \; & 0 \leq x < 2, \\
e^x/C, \; & 2 \leq x < \Sexpr{k}, \\
0, \; & x \geq \Sexpr{k}.\\
\end{cases}
$$
Qual valor deve ter a constante $C$ para que $f(x)$ seja de fato uma densidade?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Pelas propriedades das funções de densidade, temos que
\begin{align*}
 1&=\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx  \\
  &= \int_{-\infty}^{0} 0 dx + \int_0^2 \frac{x}{4} dx + \int_2^{\Sexpr{k}} \frac{e^x}{C}
dx + \int_{\Sexpr{k}}^{\infty} 0 dx \\
  &= \left[\frac{x^2}{8}\right]_0^2 + \frac{1}{C}\left[e^x\right]_2^\Sexpr{k} \\
  &= \frac{1}{2} + \frac{1}{C}\left[e^x\right]_2^\Sexpr{k}
\end{align*}
Portanto,
$$
C = 2\left[e^\Sexpr{k} - e^2\right]
$$
Resolvendo-se em $C$, obtemos $C=\Sexpr{c1}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{11_funcao_densidade_10}
```

QUESTÃfO 111

12_distribuicao_acumulada_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- round(runif(1,0.5,0.9),2)
x <- round(runif(1,10,20),2)
lambda <- -log(p)/x
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- abs(round(-log(p)/x,3))
alt[2] <- round(-log(1-p)/x,3)
alt[3] <- abs(round(-lambda,3)*.5)
alt[4] <- abs(round(-2*log(p)/x,3))
alt[5] <- abs(round(log(1-p)/x,3)*.5)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ o número de microorganismos em uma cultura de proliferação cuja Função de
Distribuição Acumulada (fda) é dada por: $F(x) = 1-e^{-\lambda x}$, para $x > 0$. Qual
é o valor de $\lambda$ tal que $P(X \geq \Sexpr{x}) = \Sexpr{p}$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Sabe-se que
$$
P(X \geq \Sexpr{x}) = 1- P(X \leq \Sexpr{x}) = 1-\Sexpr{p}.
$$
Dessa forma, tem-se que $1-e^{-\lambda \Sexpr{x}} = 1-\Sexpr{p}$, e resolvendo para
$\lambda$ temos que
$$\lambda = -\frac{\ln(\Sexpr{p})}{\Sexpr{x}} = \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{12_distribuicao_acumulada_01}
```

QUESTÃfO 112

12_distribuicao_acumulada_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- round(runif(1,0.1,0.9),2)
x <- round(runif(1,0.01,0.20),2)
lambda <- -log(p)/x
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- -log(p)/x
alt[2] <- -log(1-p)/x
alt[3] <- -lambda
alt[4] <- -log(x)/p
alt[5] <- log(1-p)/x

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ o tempo até a desintegração de uma partícula radioativa cuja função de distribuição
acumulada (fda) é dada por: $F(x) = 1-e^{-\lambda x}$, para $x > 0$. Qual é o valor de
$\lambda$ tal que $P(X \geq \Sexpr{x}) = \Sexpr{p}$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Sabe-se que
$$
P(X \leq \Sexpr{x}) = 1- P(X \geq \Sexpr{x}) = 1-\Sexpr{p}.
$$
Dessa forma, tem-se que $1-e^{-\lambda x} = 1-\Sexpr{p}$, e resolvendo para $\lambda$
temos que
$$\lambda = -\frac{ln(\Sexpr{p})}{\Sexpr{x}} = \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{12_distribuicao_acumulada_02}
```

QUESTÃfO 113

12_distribuicao_acumulada_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
k <- sample(c(2:4),1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- -1/(k-1)
alt[2] <- -1/k
alt[3] <-  1/k
alt[4] <- 1/(k-1)
alt[5] <- k/100
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O número de transistores de um chip de processamento segue uma variável aleatória X
cuja
Função de Distribuição Acumulada é dada por
$$
F(x)=\left\{
      \begin{array}{ll}
        0, &  x<0, \\
        -c(x-1),  & 0\leq x \leq \Sexpr{k}, \\
        1, & x > \Sexpr{k}.
      \end{array}
    \right.
$$
Qual é o valor de c?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Sabe-se que $P(0\leq X \leq \Sexpr{k}) = 1$, ou seja, $-c(\Sexpr{k}-1)=1$. Resolvendo
para $c$ temos que $c=\Sexpr{round(alt[1],3)}.$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{12_distribuicao_acumulada_03}
```

QUESTÃfO 114

12_distribuicao_acumulada_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
Fx <- function(x,c){
  parte1 <- 0
  parte2 <- 1-exp(-2*(x-c))
  f <- parte1 * (x<c) + parte2 * (x >= c)
  return(f)
}
c <- sample(c(20:22),1)
x <- sample(c(23:24),1)
prob <- round(1-Fx(x,c),3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- prob
alt[2] <- 1-prob
alt[3] <- round(1-Fx(x+1,c),3)
alt[4] <- round(Fx(x+1,c),3)
alt[5] <- c/100
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O cano soldável para água fria mais utilizado no Brasil tem diâmetro de 22mm.
Distúrbios de fabricação resultam em diâmetros que seguem uma variável aleatória X
cuja
função de distribuição acumulada é dada por
\begin{eqnarray}
F(x)=\left\{
      \begin{array}{ll}
        0, &  x<\Sexpr{c}, \\
        1-e^{-2(x-\Sexpr{c})},  &  x \geq \Sexpr{c}.
      \end{array}
    \right.
\end{eqnarray}
Considerando que as peças com diâmetros maiores que \Sexpr{x}mm são descartadas, qual
é a
proporção de peças descartadas?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Basta observar que tal proporção é dada por
\[
P(X>\Sexpr{x}) = 1-P(X\leq \Sexpr{x}) = 1-F(\Sexpr{x}) = \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
\]
```

```
\noindent
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{12_distribuicao_acumulada_04}
```

QUESTÃfO 115

12_distribuicao_acumulada_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
##GERANDO A RESPOSTA
Fx <- function(x){
  parte1 <- 0
  parte2 <- x*x*x
  parte3 <- 1
  f <- parte1 * (x<0) + parte2 * (x >= 0 & x < 1) + parte3 * (x>=1)
  return(f)
}
x1 <- sample(4:6/10,1)
x2 <- sample(14:16/10,1)
prob <- round(Fx(x2)-Fx(x1),3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- prob
alt[2] <- round(1-prob,3)
alt[3] <- round(Fx(.8),3)
alt[4] <- round(Fx(.9),3)
alt[5] <- round(prob*.98,3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A temperatura com que um meteorito atinge o solo é uma variável aleatória com função
de distribuição acumulada
\begin{eqnarray}
F(x)=\left\{
      \begin{array}{ll}
        0, &  x<0, \\
        x^{3},  &  0 \leq x <1,\\
        1,  &  x \geq 1.
      \end{array}
    \right.
\end{eqnarray}
Segundo esse modelo, qual é a proporção de meteoritos que atingem o solo com temperatura
entre $\Sexpr{x1}$ e $\Sexpr{x2}$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Basta observar que tal proporção é dada por
$$
P(\Sexpr{x1} \leq X \leq \Sexpr{x2})= F(\Sexpr{x2})-F(\Sexpr{x1})=\Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
$$
```

```
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{12_distribuicao_acumulada_05}
```

QUESTÃfO 116

12_distribuicao_acumulada_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
##GERANDO A RESPOSTA
Fx <- function(x){
  parte1 <- 0
  parte2 <- 1-exp(-((x/70)*(x/70)*(x/70)))
  f <- parte1 * (x<0) + parte2 * (x >= 0)
  return(f)
}
x <- sample(c(55,60,65,70),1)
prob <- round(1-Fx(x),3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
questions <- numeric(5)
alt[1] <- prob
alt[2] <- 1-prob
alt[3] <- round(1-Fx(x+1),3)
alt[4] <- 1-round(1-Fx(x+1),3)
alt[5] <- round(prob*.98,3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O tempo de vida de uma pessoa com uma certa doença segue uma variável aleatória $X$
com função de distribuição acumulada
\begin{eqnarray}
F(x)=\left\{
      \begin{array}{ll}
        0, &  x<0, \\
        1-e^{-(\frac{x}{70})^{3}},  &  x \geq 0.
      \end{array}
    \right.
\end{eqnarray}
Qual é a probabilidade de uma dessas pessoas viver mais do que \Sexpr{x} anos?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Basta observar que tal proporção é dada por
\[
P( X \geq \Sexpr{x})= 1-F(\Sexpr{x})= \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
\]
\noindent
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{12_distribuicao_acumulada_06}
```

QUESTÃfO 117

12_distribuicao_acumulada_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
##GERANDO A RESPOSTA
Fx <- function(x){
  parte1 <- 0
  parte2 <- x/2001
  parte3 <- 1
  f <- parte1 * (x<0) + parte2 * (x >= 0 & x < 2000) + parte3 * (x>=2000)
  return(f)
}
x1 <- sample(c(1500:1900),1)
x2 <- sample(c(2100:2500),1)
prob <- round(Fx(x2)-Fx(x1),3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- prob
alt[2] <- round(1-prob,3)
alt[3] <- round(Fx(8),3)
alt[4] <- round(Fx(18),3)
alt[5] <- round(prob*.8,3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O rendimento de um determinado investimento é uma variável aleatória com Função de
Distribuição Acumulada
$$
F(x)=\left\{
      \begin{array}{ll}
        0, &  x<0, \\
        \frac{x}{2000},  &  0 \leq x <2000,\\
        1,  &  x \geq 2000.
      \end{array}
    \right.
$$
Segundo esse modelo, qual é a probabilidade que o investimento gere um rendimento
entre $\Sexpr{x1}$ e $\Sexpr{x2}$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Basta observar que tal probabilidade é dada por
$$
P(\Sexpr{x1} \leq X \leq \Sexpr{x2})= F(\Sexpr{x2})-F(\Sexpr{x1})=\Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
$$
```

```
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{12_distribuicao_acumulada_07}
```

QUESTÃfO 118

12_distribuicao_acumulada_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
##GERANDO A RESPOSTA
Fx <- function(x){
  parte1 <- 0
  parte2 <- .49/(7-x)
  parte3 <- 5.88/(18-x)
  parte4 <- 1
  f <- parte1 * (x<0) + parte2 * (x >= 0 & x < 6) + parte3 * (x>=6 & x <= 12) + parte4
* (x>12)
  return(f)
}
x1 <- sample(2:5,1)
x2 <- sample(10:14,1)
prob <- round(Fx(x2)-Fx(x1),3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- prob
alt[2] <- round(1-prob,3)
alt[3] <- round(Fx(.8),3)
alt[4] <- round(Fx(.9),3)
alt[5] <- round(prob*.98,3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Estima-se que no Brasil, há cerca de 40 mil adultos interessados em adoção. A idade da
criança ao ser adotada é uma variável aleatória com Função de Distribuição Acumulada
$$
F(x)=\left\{
      \begin{array}{ll}
        0, &  x<0, \\
        \frac{0.49}{7-x},  &  0 \leq x < 6,\\
        \frac{5.88}{18-x},  &  6 \leq x \leq 12,\\
        1, & x > 12.
      \end{array}
    \right.
$$
Segundo esse modelo, qual é a probabilidade de uma criança adotada, selecionada ao
acaso, ter sido adotada com idade entre $\Sexpr{x1}$ e $\Sexpr{x2}$ anos?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Basta observar que tal proporção é dada por
```

```
$$
P(\Sexpr{x1} \leq X \leq \Sexpr{x2})= F(\Sexpr{x2})-F(\Sexpr{x1})=\Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{12_distribuicao_acumulada_08}
```

QUESTÃfO 119

12_distribuicao_acumulada_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
##GERANDO A RESPOSTA
Fx <- function(x,a){
  parte1 <- 0
  parte2 <- (x-a)/(10-a)
  parte3 <- 1
  f <- parte1 * (x<a) + parte2 * (x >= a & x<10) + parte3 * (x>=10)
  return(f)
}
a <- sample(c(2:4),1)
x <- sample(c(5:8),1)
prob <- round(Fx(x,a),3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- a
alt[2] <- a-1
alt[3] <- a^2
alt[4] <- prob
alt[5] <- a/100
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma empresa de energia constatou que panes na rede de distribuição elétrica estão
se concentrando em um determinado trecho, seguindo uma distribuição Uniforme $X \sim
U[a,10]$, cuja Função de Distribuição Acumulada é
$$
F(x)=\left\{
      \begin{array}{ll}
        0, &  x<a, \\
        \frac{x-a}{10-a},  & a \leq x < 10, \\
        1, & x \geq 10.
      \end{array}
    \right.
$$
Sabendo que $P(X \leq \Sexpr{x})= \Sexpr{prob}$, qual o valor de $a$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Sabe-se que
$$
P(X \leq \Sexpr{x})= \Sexpr{prob}.
$$
```

```
Dessa forma, tem-se que $\frac{\Sexpr{x}-a}{10-a}=\Sexpr{prob}$. Portanto, $a=\Sexpr{a}.$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{12_distribuicao_acumulada_09}
```

QUESTÃfO 120

12_distribuicao_acumulada_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
##GERANDO A RESPOSTA
Fx <- function(x,a){
  parte1 <- 0
  parte2 <- (x-a)/(80-a)
  parte3 <- 1
  f <- parte1 * (x<a) + parte2 * (x >= a & x<80) + parte3 * (x>=80)
  return(f)
}
a <- sample(c(20:40),1)
x <- sample(c(50:70),1)
prob <- round(Fx(x,a),3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- a
alt[2] <- a-7
alt[3] <- a^2
alt[4] <- prob
alt[5] <- a/53
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A dureza, na escala Rockwel, de uma liga metálica pode ser descrita como uma variável
aleatória Uniforme no intervalo (a,80), cuja Função de Distribuição Acumulada é variável
Uniforme $X \sim U(a,80)$
$$
F(x)=\left\{
      \begin{array}{ll}
        0, &  x<a, \\
        \frac{x-a}{80-a},  & a \leq x < 80, \\
        1, & x \geq 80.
      \end{array}
    \right.
$$
Sabendo que $P(X \leq \Sexpr{x})= \Sexpr{prob}$, qual o valor de $a$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Sabe-se que
$$
P(X \leq \Sexpr{x})= \Sexpr{prob}.
$$
```

```
Dessa forma, tem-se que $\frac{\Sexpr{x}-a}{80-a}=\Sexpr{prob}$. Portanto, $a=\Sexpr{a}.$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{12_distribuicao_acumulada_10}
```

QUESTÃfO 121

13_momentos_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
b <- sample(seq(100, 400, by=50), 1)
a <- b/2
f1 <- function(x1) x1/(a)
f2 <- function(x2) -(x2-b)/(a)
y1 <- integrate(f1,0,a)[[1]]
y2 <- integrate(f2,a,b)[[1]]
e1 <- function(x1) x1^2/a^2
e2 <- function(x2) -(x2-b)*x2/a^2
E1 <- round(integrate(e1,0,a)[[1]],2)
E2 <- round(integrate(e2,a,b)[[1]],2)
Esp <- E1+E2

##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- Esp
alt[2] <- round(E2,0)
alt[3] <- round(b-E2,0)
alt[4] <- round(sample((a+1):b/1.5,1),0)
alt[5] <- round(sample((a+1):b/1.5,1),0)
questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ o tempo (em minutos) por dia durante o qual um equipamento elétrico é utilizado
em carga máxima. Sua função de densidade é dada a seguir.
$$
    f_X(x) =
    \begin{cases}
    \frac{x}{\Sexpr{a}^2}, & \mbox{se}\, \ \ 0 \leq x \leq \Sexpr{a}; \\
    \frac{\Sexpr{b}-x}{\Sexpr{a}^2}, & \mbox{se} \, \ \ \Sexpr{a} < x \leq \Sexpr{b} ;
\\
    0, & \text{caso contrário}.
    \end{cases}
    \nonumber
$$
Qual é o tempo esperado de utilização em carga máxima desse equipamento em um dia?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Note que o resultado segue também da simetria da densidade (análise gráfica).
\begin{align*}
E(X) & = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \\
```

```
& = \frac{1}{\Sexpr{a}^2} \left(\int_{0}^{\Sexpr{a}} x^2 dx + \int_{\Sexpr{a}}^{\Sexpr{b}}
x(\Sexpr{b}-x) dx \right) \\
& = \frac{1}{\Sexpr{a}^2} \left(\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\Sexpr{a}} + \left[\Sexpr{b}\frac{x^2}
-
\left[\frac{x^3}{3}\right]_{\Sexpr{a}}^{\Sexpr{b}} \right) \\
& = \Sexpr{Esp} \text{ minutos}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{13_momentos_01}
```

QUESTÃfO 122

13_momentos_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
s <- sample(c(1:10),1)*10  # Limite superior do intervalo
k <- s^2/2                  # Constante da função de prob.
x <- 0:s
f <- function(x) x/k
Fx <- integrate(f,0,s)[[1]]
Ex <- integrate(function(x) x^2/k,0,s)[[1]]
Ex2 <- integrate(function(x) x^3/k,0,s)[[1]]
Varx <- Ex2 - Ex^2
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- Varx
alt[2] <- Ex2 - Ex
alt[3] <- Ex2
alt[4] <- Ex^2
alt[5] <- sample(c(1:10), 1)*10
questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que o tempo (em minutos) que um forno elétrico leva para alcançar sua temperatura
ideal seja uma variável aleatória $X$ com função de densidade dada a seguir.
$$
    f_X(x) = \left\{
    \begin{array}{ll}
    \frac{1}{\Sexpr{k}}x, & \mbox{se}\, \ \ 0 < x \leq \Sexpr{s}; \\
    0, & \text{caso contrário}.\\
    \end{array}
    \right. \nonumber
$$
Qual é a variância do tempo $X$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
\begin{align*}
E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \frac{1}{\Sexpr{k}} \int_{0}^{\Sexpr{s}}
x^2dx = \Sexpr{fmt(Ex, 0)}. \\
E(X^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \frac{1}{\Sexpr{k}} \int_{0}^{\Sexpr{s}}
x^3 dx = \Sexpr{fmt(Ex2, 0)}. \\
Var(X) &=  E(X^2) - [E(X)]^2 = \Sexpr{round(Varx, 0)}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{13_momentos_02}
```

QUESTÃfO 123

13_momentos_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
i <- sample(c(1:10),1) # Limite inferior do intervalo
k <- 3*i^3                  # Constante da função de prob.
f <- function(x) k/x^4
Fx <- integrate(f,i,Inf)[[1]]
Ex <- round(integrate(function(x) k/x^3, i, Inf)[[1]], 1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- Ex
alt[2] <- integrate(function(x) k/x^2,i,Inf)[[1]]
alt[3] <- integrate(function(x) k/x^4,i,Inf)[[1]]
alt[4] <- k/Ex
alt[5] <- sample(c(1:k/2),1)

questions <- paste("$", fmt(alt, 1), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que a duração (em horas) de certa válvula seja uma variável aleatória $X$ com
função densidade $f(x) = \Sexpr{k} x^{-4}$ para $x>\Sexpr{i}$, e zero caso contrário.
Qual é o tempo de vida esperado (em horas) dessa válvula?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Pela definição de Esperança matemática,
\begin{align*}
E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \Sexpr{k} \int_{\Sexpr{i}}^{\infty}x^{-3}
dx = \Sexpr{Ex} \text{horas}. \\
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{13_momentos_03}
```

QUESTÃfO 124

13_momentos_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
c <- sample(c(1:12),1)
fx <- 2*x/c^2
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 2/3*c
alt[2] <- c^2/4
alt[3] <- c/3
alt[4] <- 1
alt[5] <- 2*c
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória contínua cuja função de distribuição acumulada (fda) é
dada por
$$
F_X(x) = \left\{
\begin{array}{ll}
0, &\mbox{se}\, \ \ x <0;\\
x^2/\Sexpr{c^2},& \mbox{se}\, \ \ 0 \leq x \leq \Sexpr{c};\\
1, & \mbox{se}\, \ \ x > \Sexpr{c}.\\
\end{array}
\right. \nonumber
$$
Qual o valor de $E(X)$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A função de densidade dessa variável aleatória é dada por $f(x)=\frac{dF(x)}{dx}=\frac{2x}{\Sexpr{c^
\\
Portanto, sua esperança é
$$E(X)=\int_{0}^{\Sexpr{c}} x f(x)\, dx = \frac{2}{\Sexpr{c^2}} \int_{0}^{\Sexpr{c}}
x^2\, dx = \frac{2}{{\Sexpr{c^2}}} \times \frac{{\Sexpr{c^3}}}{3} = \Sexpr{round(alt[1],digits=2)}.$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{13_momentos_04}
```

QUESTÃfO 125

13_momentos_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
a <- sample(c(-2,-1),1)
b <- sample(c(-0.5,1),1)
c <- sample((2:5),1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- a/8+3*b/8+c/2
alt[2] <- a/8+b/2+c
alt[3] <- (b-a)/8+(c-b)/2
alt[4] <- (b-a)/8+(c-b)/2+c
alt[5] <- 13/8

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade acumulada:
$$
F(x)=\left\{\begin{array}{rl}
0, & \mbox{se } x<\Sexpr{a}\\
1/8, & \mbox{se } \Sexpr{a}\leq x < \Sexpr{b}\\
1/2, & \mbox{se } \Sexpr{b}\leq x < \Sexpr{c}\\
1, & \mbox{se } x\geq \Sexpr{c}\\
\end{array}
\right.
$$
O valor de $E(X)$ é
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
$X$ é uma variável aleatória discreta assumindo valores com probabilidade positiva nos
pontos de salto da função de distribuição, ou seja, nos valores \Sexpr{a}, \Sexpr{b} e
\Sexpr{c}. As probabilidades são dadas por\\
$P(X=\Sexpr{a})=\frac{1}{8}-0=\frac{1}{8}$\\
$P(X=\Sexpr{b})=\frac{1}{2}-\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$\\
$P(X=\Sexpr{c})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$\\
Logo, $E(X)=\Sexpr{a}\times \frac{1}{8}+\Sexpr{b}\times \frac{3}{8}+\Sexpr{c}\times
\frac{1}{2}=\Sexpr{(a/8) + (3*b/8) + (c/2)}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
```

```
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{13_momentos_05}
```

QUESTÃfO 126

13_momentos_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
a <- sample(c(90,150,210), 1)
b <- round(log(a+1),3)
f <- function(x){exp(x)/a}
e1 <- function(x){(x)*exp(x)/a}
e2 <- function(x){(x**2)*exp(x)/a}
E1 <- round(integrate(e1,0,b)[[1]],2)
E2 <- round(integrate((e2),0,b)[[1]],2)
V <- E2-(E1**2)
V1 <- E2+(E1**2)

##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- E1
alt[2] <- E2
alt[3] <- E1^2
alt[4] <- V*.9
alt[5] <- V1
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória contínua com função de densidade:
$$
    f_X(x) = \left\{
    \begin{array}{ll}
    \frac{\exp(x)}{\Sexpr{a}}, & \mbox{se}\, \ \ 0 \leq x \leq \Sexpr{b}; \\
    0, & \text{caso contrário}.\\
    \end{array}
    \right. \nonumber
$$
Qual é a valor esperado de $X$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
\begin{align*}
E(X) & = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \\
& = \frac{1}{\Sexpr{a}} \left(\int_{0}^{\Sexpr{b}}x\exp(x)\right)dx \\
& = \frac{1}{\Sexpr{a}} \left[x\exp(x)-\int\exp(x)dx\right]_{0}^{\Sexpr{b}} \\
& = \frac{1}{\Sexpr{a}}\left[(\exp(\Sexpr{b})(\Sexpr{b}-1))+1\right]=\Sexpr{round(alt[1],
2)}.
\end{align*}
Portanto,
```

```
$$
E(X)=\Sexpr{round(alt[1], 2)}.
$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{13_momentos_06}
```

QUESTÃfO 127

13_momentos_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
b <- sample(c(3,4,5), 1)
b1 <- b-1
f <- function(x){b/((b1)*(x**2))}
e1 <- function(x){b/((b-1)*x)}
e2 <- function(x){b/(b-1)}
E1 <- round(integrate(e1,1,b)[[1]],2)
E2 <- round((b),2)
V1 <- E2+(E1**2)

##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- E1
alt[2] <- E2
alt[3] <- E1^2
alt[4] <- V1*.9
alt[5] <- V1
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória contínua com função de densidade:
$$
    f_X(x) = \left\{
    \begin{array}{ll}
    \frac{\Sexpr{b}}{\Sexpr{b1}x^{2}}, & \mbox{se}\, \ \ 1 \leq x \leq \Sexpr{b}; \\
    0, & \text{caso contrário}.\\
    \end{array}
    \right. \nonumber
$$
Qual é a a esperança de $X$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
\begin{align*}
E(X) & = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \\
& = \frac{\Sexpr{b}}{\Sexpr{b1}}\int_{1}^{\Sexpr{b}} \frac{1}{x} dx \\
& = \frac{\Sexpr{b}}{\Sexpr{b1}}\left[\ln(x)\right]_{1}^{\Sexpr{b}} \\
& = \frac{\Sexpr{b}}{\Sexpr{b1}}\left[\ln(\Sexpr{b})\right]=\Sexpr{round(alt[1], 2)} .
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{13_momentos_07}
```

QUESTÃfO 128

13_momentos_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
t <- sample(10:30, 1)
lambda <- sample(3:10, 1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1/lambda^2
alt[2] <- 1/lambda
alt[3] <- lambda
alt[4] <- alt[1] * 1.5
alt[5] <- lambda^2
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória contínua com função de densidade:
$$
    f_X(x) = \left\{
    \begin{array}{ll}
    \Sexpr{lambda} \exp(-\Sexpr{lambda}(x-\Sexpr{t})), & \mbox{se}\, \ \ \Sexpr{t}
\leq x \leq \infty; \\
    0, & \text{caso contrário}.\\
    \end{array}
    \right. \nonumber
$$
Qual é a variância de $X$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $Y=X - \Sexpr{t}$, então, pelas propriedades da variância,
$$
V(Y) = V(X-\Sexpr{t})=V(X).
$$
Por outro lado, $Y \sim \exp(\Sexpr{lambda})$.
Daí, segue que $V(X)=V(Y)=\frac{1}{\Sexpr{lambda}^2}=\Sexpr{round(1/lambda^2, 3)}.$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{13_momentos_08}
```

QUESTÃfO 129

13_momentos_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
t <- sample(10:100, 1)
f <- function(x){2*x/t**2}
E1 <- 2*t/3
e1 <- round(E1,2)
E2 <- (t**2)/2
e2 <- round(E2,2)
V <- E2-(E1**2)
V1 <- E2+(E1**2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- V
alt[2] <- E2
alt[3] <- E1^2
alt[4] <- V*.9
alt[5] <- V1
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória contínua com função de densidade:
$$
    f_X(x) = \left\{
    \begin{array}{ll}
    \frac{2x}{\theta^2}, & \mbox{se}\, \ \ 0\leq x \leq \theta; \\
    0, & \text{caso contrário}.\\
    \end{array}
    \right. \nonumber
$$
Qual é a variância de $X$, se $\theta = \Sexpr{t}$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
\begin{align*}
E(X) & = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \\
& = \int_{0}^{\theta} \frac{2x^2}{\theta^2}dx \\
& = \frac{2}{\theta^2}\int_{0}^{\theta} x^2 dx \\
& = \frac{2}{\theta^2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{0}^{\theta} \\
& = \frac{2}{3}\theta = \Sexpr{e1} .
\end{align*}
\begin{align*}
E(X^2) & = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx \\
& = \int_{0}^{\theta} \frac{2x^3}{\theta^2}dx \\
```

```
& = \frac{2}{\theta^2}\int_{0}^{\theta} x^3 dx \\
& = \frac{2}{\theta^2}\left[\frac{x^4}{4}\right]_{0}^{\theta} \\
& = \frac{\theta^2}{2} = \Sexpr{e2} .
\end{align*}
Portanto,
$$
Var(X)=E(X^{2})-\left[E(x)\right]^{2}=\frac{\theta^2}{2} - \frac{4}{9}\theta^2 =\Sexpr{round(alt[1],
2)}.
$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{13_momentos_09}
```

QUESTÃfO 130

13_momentos_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
t <- sample(3:6, 1)
f <- function(x){t*(x**(t-1))}
E1 <- t/(t+1)
e1 <- round(E1,2)
E2 <- t/(t+2)
e2 <- round(E2,2)
V <- E2-(E1**2)
V1 <- E2+(E1**2)

##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- V
alt[2] <- E2
alt[3] <- E1^2
alt[4] <- V*9
alt[5] <- V1
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória contínua com função de densidade:
$$
    f_X(x) = \left\{
    \begin{array}{ll}
    \theta x^{\theta-1}, & \mbox{se}\, \ \ 0 \leq x \leq 1; \\
    0, & \text{caso contrário}.\\
    \end{array}
    \right. \nonumber
$$
Qual é a variância de $X$, se $\theta=\Sexpr{t}$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
\begin{align*}
E(X) & = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \\
& = \int_{0}^{1} x\theta x^{\theta -1} dx \\
& = \theta\int_{0}^{1} x^{\theta} dx \\
& = \frac{\theta}{\theta+1}\left[x^{\theta+1}\right]_{0}^{1} \\
& = \frac{\theta}{\theta+1} = \Sexpr{e1} .
\end{align*}
\begin{align*}
E(X^2) & = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx \\
```

```
& = \int_{0}^{1} x^{2}\theta x^{\theta -1} dx \\
& = \theta\int_{0}^{1} x^{\theta+1} dx \\
& = \frac{\theta}{\theta+2}\left[x^{\theta+2}\right]_{0}^{1} \\
& = \frac{\theta}{\theta+2} = \Sexpr{e2} .
\end{align*}
Portanto,
$$
Var(X)=E(X^{2})-\left[E(x)\right]^{2}=\frac{\theta}{\theta+2} - \frac{\theta^2}{(\theta+1)^2}
= \frac{\theta}{(\theta+2)(\theta+1)^2} =\Sexpr{round(alt[1], 2)}.
$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{13_momentos_10}
```

QUESTÃfO 131

14_distribuicao_exponencial_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
e <- exp(1)
s1 <- 50:60
media <- sample(s1,1)
s2 <- 5:11
s3 <- 5:11
util <- media - sample(s2,1)
rest <- sample(s3,1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- e^((-1/media)*rest)
alt[2] <- 1-e^((-1/media)*rest)
alt[3] <- runif(1,0,0.5)
alt[4] <- runif(1,0.6,1)
alt[5] <- e^((-1/media)*util)
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Sabe-se que o tempo de vida útil das válvulas de uma certa marca de amplificador é
exponencialmente distribuído com média de $\Sexpr{media}$ meses. O guitarrista da
banda ``Probabilistas do Sucesso'' usou sua guitarra por $\Sexpr{util}$ meses seguidos
e sua banda ainda tem mais $\Sexpr{rest}$ meses para fechar a turnê. A probabilidade
de que a banda termine sua turnê sem necessidade de trocar as válvulas é aproximadamente:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ a variável aleatória que representa o tempo de vida útil das válvulas. Sabemos
que $E(X) = \Sexpr{media}$, então $X\sim\text{Exp}(1/\Sexpr{media}).$ Como a função
distribuição da variável aleatória $X$ é $F(x) = 1-e^{-\Sexpr{fmt(1/media,3)}x}$,
segue que a probabilidade desejada é dada por
\begin{eqnarray*}
P(X>\Sexpr{util}+\Sexpr{rest} | X>\Sexpr{util}) &=& P(X>\Sexpr{rest})\\
&=& 1-F(\Sexpr{rest})\\
&=& 1-(1-e^{-\Sexpr{fmt(1/media,3)}\times\Sexpr{rest}})\\
&=& \Sexpr{fmt(alt[1],2)}
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
```

```
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{14_distribuicao_exponencial_01}
```

QUESTÃfO 132

14_distribuicao_exponencial_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
e <- exp(1)
s1 <- 20:30
media <- sample(s1,1)
s2 <- 4:7
s3 <- 4:7
util <- media - sample(s2,1)
rest <- sample(s3,1)
esp <- util+rest
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- e^((-1/media)*rest)
alt[2] <- 1-e^((-1/media)*rest)
alt[3] <- runif(1,0,0.5)
alt[4] <- runif(1,0.6,1)
alt[5] <- e^((-1/media)*util)

questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Sabe-se que o tempo de vida útil de uma certa marca de lâmpadas é exponencialmente
distribuído com média de $\Sexpr{media}$ meses. Uma empresa espera que suas lâmpadas
durem pelo menos $\Sexpr{esp}$ meses para que seu lucro não seja prejudicado. Se a
empresa utilizou lâmpadas desta marca, qual a probabilidade de que uma lâmpada, em
particular, não gere prejuízo se já sobreviveu $\Sexpr{util}$ meses?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ a variável aleatória que representa o tempo de vida útil das lâmpadas. Sabemos
que $E(X) = \Sexpr{media}$, então $X\sim\text{Exp}(1/\Sexpr{media}).$ Como a função
distribuição da variável aleatória $X$ é $F(x) = 1-e^{-\Sexpr{fmt(1/media,3)}x}$,
segue que a probabilidade desejada é dada por
\begin{eqnarray*}
P(X>\Sexpr{util}+\Sexpr{rest} | X>\Sexpr{util}) &=& P(X>\Sexpr{rest})\\
&=& 1-F(\Sexpr{rest})\\
&=& 1-(1-e^{-\Sexpr{fmt(1/media,3)}\times\Sexpr{rest}})\\
&=& \Sexpr{fmt(alt[1],2)}
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
```

```
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{14_distribuicao_exponencial_02}
```

QUESTÃfO 133

14__distribuicao__exponencial__03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
mean <- sample(10:20, 1)
rate <- 1/mean
c <- sample(20:30, 1)
x <- sample(10:20, 1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pexp(x, rate)
alt[2] <- pexp(x+c, rate)
alt[3] <- pexp(x, 1/rate)
alt[4] <- pexp(c, rate)
alt[5] <- 1-pexp(x, rate)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O tempo de cada atendimento no caixa de um banco é exponencialmente distribuído com
média de $\Sexpr{mean}$ minutos. O banco tem apenas 1 caixa funcionando e você é
o próximo da fila, sendo que o último cliente foi chamado há $\Sexpr{c}$ minutos.
Suponha que, para não perder seu compromisso, você precisa ser chamado em, no máximo,
mais $\Sexpr{x}$ minutos. Considerando que você não desistirá da fila, qual a probabilidade
de você conseguir ir ao compromisso?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o tempo de atendimento no caixa do banco, então $X \sim \text{Exp}(\Sexpr{round(rate,4)})$.
Utilizando a propriedade de perda de memória da distribuição exponencial, tem-se que
$$P(X \leq \Sexpr{x}+\Sexpr{c} | X > \Sexpr{c}) = P(X \leq \Sexpr{x}) = 1-\exp{(-\Sexpr{round(rate,4
\times \Sexpr{x})} = \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{14_distribuicao_exponencial_03}
```

QUESTÃfO 134

14_distribuicao_exponencial_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
media <- sample(3:4,1) # Média da distribuição Exponencial
util <- media - sample(1:2,1) # Tempo utilizado
rest <- sample(1:2, 1) # Tempo restante
esp <- util+rest
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- exp((-1/media)*rest)
alt[2] <- 1-exp((-1/media)*rest)
alt[3] <- runif(1,0,0.5)
alt[4] <- runif(1,0.6,1)
alt[5] <- exp((-1/media)*util)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Sabe-se que o tempo de vida útil de uma certa marca de baterias automobilísticas é
exponencialmente distribuído com média de $\Sexpr{media}$ anos. Uma montadora precisa
que as baterias que usa em seus veículos durem pelo menos $\Sexpr{esp}$ anos para
que seu lucro não seja prejudicado. Se a montadora utilizou baterias da referida
marca, qual a probabilidade de que uma dada bateria não gere prejuízo se já sobreviveu
$\Sexpr{util}$ anos?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ a variável aleatória que representa o tempo de vida útil das baterias, então,
como $E(X) = \Sexpr{media}$, sabemos que $X\sim\text{Exp}(1/\Sexpr{media}).$ Como a
função de distribuição acumulada da variável aleatória $X$ é $F(x) = 1-e^{-\Sexpr{fmt(1/media,3)}x}$
segue, pela propriedade de \emph{perda de memória da Exponencial}, que a probabilidade
desejada é dada por
%
\begin{eqnarray*}
P(X>\Sexpr{util}+\Sexpr{rest} | X>\Sexpr{util}) &=& P(X>\Sexpr{rest})\\
&=& 1-F(\Sexpr{rest})\\
&=& 1-(1-e^{-\Sexpr{fmt(1/media,3)}\times\Sexpr{rest}})\\
&=& \Sexpr{fmt(alt[1],3)}
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
```

```
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{14_distribuicao_exponencial_04}
```

QUESTÃfO 135

14_distribuicao_exponencial_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
media <- sample(3:4,1) # Média da distribuição Exponencial
util <- media - sample(1,1) # Tempo utilizado
rest <- sample(2:4,1) # Tempo restante
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- exp((-1/media)*rest)
alt[2] <- 1-exp((-1/media)*rest)
alt[3] <- runif(1,0,0.5)
alt[4] <- runif(1,0.6,1)
alt[5] <- runif(1)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Sabe-se que o tempo de vida útil dos refis de uma certa marca de purificadores de
água é exponencialmente distribuído com média de $\Sexpr{media}$ anos. Gustavo já usou
seu refil da referida marca por $\Sexpr{util}$ anos seguidos. Qual é a probabilidade
de que Gustavo não necessite trocar o refil de seu purificador de água nos próximos
$\Sexpr{rest}$ anos?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ a variável aleatória que representa o tempo de vida útil dos refis, então,
como $E(X) = \Sexpr{media}$, sabemos que $X\sim\text{Exp}(1/\Sexpr{media}).$ Como a
função de distribuição da variável aleatória $X$ é $F(x) = 1-e^{-\Sexpr{fmt(1/media,3)}x}$,
segue, pela propriedade de \emph{perda de memória da Exponencial}, que a probabilidade
desejada é dada por
%
\begin{eqnarray*}
P(X>\Sexpr{util}+\Sexpr{rest} | X>\Sexpr{util}) &=& P(X>\Sexpr{rest})\\
&=& 1-F(\Sexpr{rest})\\
&=& 1-(1-e^{-\Sexpr{fmt(1/media,3)}\times\Sexpr{rest}})\\
&=& \Sexpr{fmt(alt[1],3)}
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{14_distribuicao_exponencial_05}
```

QUESTÃfO 136

14_distribuicao_exponencial_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
media <- sample(50:60,1) # Média da Exponencial
util <- media - sample(5:11, 1) # Tempo utilizado
rest <- sample(5:11,1) # Tempo restante
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- exp((-1/media)*rest)
alt[2] <- 1-exp((-1/media)*rest)
alt[3] <- runif(1,0,0.5)
alt[4] <- runif(1,0.6,1)
alt[5] <- exp((-1/media)*util)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Sabe-se que o tempo de vida útil das lâmpadas dos projetores da marca Vision é exponencialmente
distribuído com média de $\Sexpr{media}$ meses. Se o pequeno cinema da cidade de
Carangola (MG) já usou seu projetor Vision por $\Sexpr{util}$ meses, então a probabilidade
de que o cinema não tenha que trocar a lâmpada de seu projetor nos próximos $\Sexpr{rest}$
meses é:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ a variável aleatória que representa o tempo de vida útil das lâmpadas de
projeção, então, como $E(X) = \Sexpr{media}$, sabemos que $X\sim\text{Exp}(1/\Sexpr{media}).$
Como a função de distribuição da variável aleatória $X$ é $F(x) = 1-e^{-\Sexpr{fmt(1/media,3)}x}$,
segue, pela propriedade de \emph{perda de memória da Exponencial}, que a probabilidade
desejada é dada por
%
\begin{eqnarray*}
P(X>\Sexpr{util}+\Sexpr{rest} | X>\Sexpr{util}) &=& P(X>\Sexpr{rest})\\
&=& 1-F(\Sexpr{rest})\\
&=& 1-(1-e^{-\Sexpr{fmt(1/media,3)}\times\Sexpr{rest}}) \\
&=& \Sexpr{fmt(alt[1], 3)}
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{14_distribuicao_exponencial_06}
```

QUESTÃfO 137

14_distribuicao_exponencial_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
lambda <- round(runif(1, min = 5, max = 10), digits = 0)
mean <- round(1/lambda,2)
var <- round(1/(lambda**2),2)
set <- 1:25
k <- sample(set,1)
ex2 <- round(2/(lambda**2),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- ex2 - 2*k*mean +k^2
alt[2] <- round(mean^2 -k*mean+k^2,2)
alt[3] <- round((mean-k)^2 + 10,2)
alt[4] <- -round(mean^2-k^2,2)
alt[5] <- round(var-mean^2 -k*mean+k^2 -10,2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com distribuição exponencial com parâmetro $\lambda=\Sexpr{lambda}$.
Qual o valor de $E(X-\Sexpr{k})^2$ \ ?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Como $X\sim Exp(\Sexpr{lambda})$, $\text{Var}(X)=\frac{1}{\lambda^2}=\frac{1}{\Sexpr{lambda}^2}=\Sex
e $E(X)=\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{\Sexpr{lambda}}$. Além disso, $\text{Var}(X) =
E\left(X^2\right)-\left[E(X)\right]^2$, nós temos que $$ E\left(X^2\right)= \text{Var}(X)+\left[E(X)
= \Sexpr{ex2}.$$ A partir do resultado acima segue que
\begin{eqnarray*}
E\left(X-\Sexpr{k}\right)^2 &=& E\left(X^2-\Sexpr{2*k}X+\Sexpr{k}^2\right)\\
&=& E\left(X^2\right)-\Sexpr{2*k}E(X)+\Sexpr{k}^2\\
&=& \Sexpr{ex2}-\Sexpr{2*k*mean} +\Sexpr{k^2}\\
&=& \Sexpr{fmt(alt[1],2)}
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{14_distribuicao_exponencial_07}
```

QUESTÃfO 138

14_distribuicao_exponencial_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
mean <- sample(5:12, 1)
rate <- 1/mean #lambda
var <- 1/(rate**2)
x <- sample(5:10, 1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pexp(x, rate)
alt[2] <- pexp(x+2, rate)
alt[3] <- pexp(x, 1/rate)
alt[4] <- 1-pexp(x, 1/rate)
alt[5] <- 1-pexp(x, rate)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere uma variável aleatória distribuída exponencialmente com variância igual a
$\Sexpr{var}$. Qual é o valor de $P(X \leq \Sexpr{x})$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Se $X \sim \exp(\lambda)$, então $V(X)=1/\lambda^2$. Portanto, se $V(X)=\Sexpr{var}$,
$X \sim \text{Exp}(\Sexpr{round(rate,4)})$. Daí,
$$P(X \leq \Sexpr{x}) = 1-\exp{(-\Sexpr{round(rate,4)} \times \Sexpr{x})} = \Sexpr{round(alt[1],digi
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{14_distribuicao_exponencial_08}
```

QUESTÃfO 139

14_distribuicao_exponencial_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
mean <- sample(5:12, 1)
rate <- 1/mean #lambda
var <- 1/(rate**2)
x <- sample(5:10, 1)
prob <- round(pexp(x, rate),3)
prob1 <- 1-prob
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- var
alt[2] <- sqrt(var)
alt[3] <- rate^2
alt[4] <- rate
alt[5] <- 2/(rate^2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Sabendo que $P(X \leq x) = 1-\exp(-\lambda x)$, e $F(\Sexpr{x})=\Sexpr{prob}$, qual é
a variância dessa variável aleatória?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Para encontrar o valor de $\lambda$, basta resolver:
\begin{align*}
\exp(-\Sexpr{x} \lambda)&=\Sexpr{prob1}\\
-\Sexpr{x} \lambda &=ln(\Sexpr{prob1}) \\
\lambda&=\frac{-ln(\Sexpr{prob1})}{\Sexpr{x}}=\Sexpr{round(rate,4)}.
\end{align*}
Portanto, $X \sim \text{Exp}(\Sexpr{round(rate,4)})$, e
$$Var(X)=\frac{1}{\lambda^2}=\frac{1}{\Sexpr{round(rate^2, 4)}}=\Sexpr{alt[1]}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{14_distribuicao_exponencial_09}
```

QUESTÃfO 140

14_distribuicao_exponencial_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
mean <- sample(5:12, 1)
rate <- 1/mean #lambda
var <- 1/(rate**2)
x <- sample(5:10, 1)
prob <- round(pexp(x, rate),3)
prob1 <- 1-prob
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- var
alt[2] <- sqrt(var)
alt[3] <- rate^2
alt[4] <- rate
alt[5] <- 2/(rate^2)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A distribuição acumulada da variável aleatória $X$ é tal que $P(X \leq x) = 1-\exp(-\lambda\times
x)$, e $F(\Sexpr{x})=\Sexpr{prob}$. Qual a variância de $X$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Para encontrar o valor de $\lambda$, basta resolver:
\begin{align*}
1-\exp(-\lambda\times \Sexpr{x})&=\Sexpr{prob}\\
\exp(-\lambda\times\Sexpr{x})&=\Sexpr{prob1}\\
-\lambda\times\Sexpr{x}&=ln(\Sexpr{prob1})\\
\lambda&=\frac{-\ln(\Sexpr{prob1})}{\Sexpr{x}}=\Sexpr{round(rate,4)}.
\end{align*}
Portanto,
$X \sim \text{Exp}(\Sexpr{round(rate,4)})$.
$$Var(X)=\frac{1}{\lambda^2}=\frac{1}{\Sexpr{round(rate**2,3)}}=\Sexpr{alt[1]}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{14_distribuicao_exponencial_10}
```

QUESTÃfO 141

15_distribuicao_normal_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
aux <- round(sample(pnorm(seq(.8, 3, by=.01)), 1), digits = 5)
q <- 2*aux-1
mu <- round(runif(1, min = -100, max = 100), digits = 0)
sigma2 <- round(runif(1, min = 1, max = 100), digits = 0)
quantil <- round(qnorm((1+q)/2,0,1),digits = 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(qnorm((1+q)/2,0,1),digits=2)*sqrt(sigma2)
alt[2] <- round(qnorm((1+q)/2,0,1),digits=2)*sigma2
alt[3] <- round(qnorm((1+q)/2,0,1),digits=2)
alt[4] <- round(qnorm(q,0,1),digits=2)*sqrt(sigma2)
alt[5] <- round(qnorm(q,0,1),digits=2)*sigma2

questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com distribuição normal de média $\Sexpr{mu}$ e variância
$\Sexpr{sigma2}$. O valor de $k$ tal que $P(\Sexpr{mu}-k<X<\Sexpr{mu}+k)=\Sexpr{q}$ é,
aproximadamente:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Como $X\sim N(\Sexpr{mu},\Sexpr{sigma2})$, nós temos que
\begin{eqnarray*}
&& P\left(\Sexpr{mu}-k<X<\Sexpr{mu}+k\right)=\Sexpr{q} \iff \\
&& P\left(-\dfrac{k}{\sqrt{\Sexpr{sigma2}}}<\dfrac{X-(\Sexpr{mu})}{\sqrt{\Sexpr{sigma2}}}<\dfrac{k}{
\iff \\
&& 2P\left(Z < \dfrac{k}{\sqrt{\Sexpr{sigma2}}}\right)-1 =\Sexpr{q} \iff \\
&& P\left(Z < \dfrac{k}{\sqrt{\Sexpr{sigma2}}}\right) = \Sexpr{(1+q)/2}
\end{eqnarray*}
Na tabela da Normal, podemos ver que o quantil de ordem $\Sexpr{(1+q)/2}$ é $\Sexpr{quantil}$.
Desse modo, $$\dfrac{k}{\sqrt{\Sexpr{sigma2}}} = \Sexpr{quantil}$$ e, portanto, $$k =
\Sexpr{quantil}\times\sqrt{\Sexpr{sigma2}} = \Sexpr{fmt(alt[1],2)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{15_distribuicao_normal_01}
```

QUESTÃfO 142

15_distribuicao_normal_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
media <- round(runif(1,150,160))
sigma.in <- round(runif(1,5,15))
p.sigma <- round(runif(1,0.2,0.3),4)
x.sigma <- round(qnorm(p.sigma, media, sigma.in))
x.acum <- round(runif(1,160,170))
##GERANDO A RESPOSTA
sigma <- (x.sigma-media)/round(qnorm(p.sigma),2)
q.norm <- round(qnorm(p.sigma),2)
z <- (x.acum - media)/sigma
z2 <- (x.acum - x.sigma)/sigma
z3 <- (x.acum - media)/(sigma^2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(round(z,2))
alt[2] <- 1-pnorm(round(z2,2))
alt[3] <- 1-pnorm(round(z+0.1,2))
alt[4] <- 1-pnorm(round(z-0.1,2))
alt[5] <- 1-pnorm(round(z3,2))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que a altura, em centímetros, de uma pessoa selecionada ao acaso de uma população
distribui-se normalmente. Visto que $P(X \leq \Sexpr{media}) = 0.5$ e $P(X \leq \Sexpr{x.sigma})
= \Sexpr{p.sigma}$, qual é a probabilidade de uma pessoa ao acaso ter altura superior
a $\Sexpr{x.acum}$cm?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Visto que $P(X \leq \Sexpr{media}) = 0.5$, então a média da variável $X$ é $E(X)=\Sexpr{media}$.
\\
Além disso, tem-se que $P(X \leq \Sexpr{x.sigma}) = \Sexpr{p.sigma}$, e
pela tabela da distribuição Normal padrão, $P(Z \leq \Sexpr{q.norm}) \approx \Sexpr{p.sigma}$.
Então,
$$
\frac{\Sexpr{x.sigma}-\Sexpr{media}}{\sigma} = \Sexpr{q.norm}
$$
Portanto,
$$\sigma = \frac{\Sexpr{x.sigma}-\Sexpr{media}}{\Sexpr{q.norm}} = \Sexpr{round(sigma,digits=4)}.$$
Logo,
$$
P(X > \Sexpr{x.acum}) = 1- P(Z \leq \Sexpr{round(z,2)}) = \Sexpr{round(alt[1],digits=4)}.
```

```
$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{15_distribuicao_normal_02}
```

QUESTÃfO 143

15_distribuicao_normal_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
mu <- round(runif(1, min = -100, max = 100), digits = 0)
sigma2 <- round(runif(1, min = 1, max = 100), digits = 0)
set <- 1:25
k <- sample(set,1)
ex2 <- sigma2+mu^2
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- ex2 - 2*k*mu+k^2
alt[2] <- mu^2 -k*mu+k^2
alt[3] <- (mu-k)^2
alt[4] <- mu^2-k^2
alt[5] <- sigma2-mu^2 -k*mu+k^2

questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com distribuição normal de média $\Sexpr{mu}$ e variância
$\Sexpr{sigma2}$. Qual o valor de $E(X-\Sexpr{k})^2$ \.?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Como $X\sim N(\Sexpr{mu},\Sexpr{sigma2})$ e $\text{Var}(X) = E\left(X^2\right)-\left[E(X)\right]^2$,
nós temos que $$ E\left(X^2\right)= \text{Var}(X)+\left[E(X)\right]^2 = \Sexpr{ex2}.$$
A partir do resultado acima segue que
\begin{eqnarray*}
E\left(X-\Sexpr{k}\right)^2 &=& E\left(X^2-\Sexpr{2*k}X+\Sexpr{k}^2\right)\\
&=& E\left(X^2\right)-\Sexpr{2*k}E(X)+\Sexpr{k}^2\\
&=& \Sexpr{ex2}-(\Sexpr{2*k*mu}) +\Sexpr{k^2}\\
&=& \Sexpr{fmt(alt[1],0)}
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{15_distribuicao_normal_03}
```

QUESTÃfO 144

15_distribuicao_normal_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
c.a <- sample(c(1:5),1)
c.i <- sample(c(1:5),1)
c.c <- sample(c(1:5),1)
mu.a <- sample(c(1:5),1)
mu.i <- sample(c(1:5),1)
mu.c <- sample(c(1:5),1)
sigma.a <- sample(c(1:2),1)
sigma.i <- sample(c(3:4),1)
sigma.c <- sample(c(5:6),1)
mu.soma <- c.a*mu.a + c.i*mu.i + c.c*mu.c
sigma.soma <- sqrt((c.a*sigma.a)^2 + (c.i*sigma.i)^2 + (c.c*sigma.c)^2)
sigma.soma2 <- (c.a*sigma.a) + (c.i*sigma.i) + (c.c*sigma.c)
mu.soma3 <- mu.a + mu.i + mu.c
sigma.soma3 <- sigma.a + sigma.i + sigma.c
x.acum <- round((mu.soma+mu.soma3)/2)
z <- round((x.acum-mu.soma)/sigma.soma,2)
z2 <- round((x.acum-mu.soma)/sigma.soma2,2)
z3 <- round((x.acum-mu.soma3)/sigma.soma3,2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(z)
alt[2] <- pnorm(z)
alt[3] <- 1-pnorm(z2)
alt[4] <- 1-pnorm(z3)
alt[5] <- pnorm(z3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O lucro diário (em milhares de reais) de uma corretora na bolsa de valores é dado
por $L=\Sexpr{c.a}L_a + \Sexpr{c.i}L_i + \Sexpr{c.c}L_c$, onde $L_a$, $L_i$ e $L_c$
representam, respectivamente, os lucros diários nos setores de agricultura, indústria
e comércio. Considere que $L_a \sim N(\Sexpr{mu.a},\Sexpr{sigma.a^2})$, $L_i \sim
N(\Sexpr{mu.i},\Sexpr{sigma.i^2})$ e $L_c \sim N(\Sexpr{mu.c},\Sexpr{sigma.c^2})$,
onde $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ denota uma variável Normal com média $\mu$ e variancia
$\sigma^2$. Assumindo independência entre os 3 setores, qual é a probabilidade de um
lucro diário acima de $\Sexpr{x.acum}$ mil?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Visto que $L=\Sexpr{c.a}L_a + \Sexpr{c.i}L_i + \Sexpr{c.c}L_c$, então $L \sim N(\mu,\sigma)$,
onde
```

```
$$\mu = \Sexpr{c.a}\mu_a + \Sexpr{c.i}\mu_i + \Sexpr{c.c}\mu_c = \Sexpr{mu.soma}$$
$$\sigma = \sqrt{(\Sexpr{c.a}\sigma_a)^2 + (\Sexpr{c.i}\sigma_i)^2 + (\Sexpr{c.c}\sigma_c)^2}
= \Sexpr{round(sigma.soma,4)}.$$
Portanto, $P(L > \Sexpr{x.acum}) = 1 - P(L \leq \Sexpr{x.acum}) = 1- P(Z \leq \Sexpr{z})
= \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{15_distribuicao_normal_04}
```

QUESTÃfO 145

15_distribuicao_normal_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
sigma <- sample(c(10:15), 1)
mu <- 70
capacidade <- sample(c(8, 10, 12), 1)
n.passageiros <- capacidade + sample(c(0:2), 1)
mu.soma <- n.passageiros * mu
sigma.soma <- sqrt(n.passageiros * sigma^2)
sigma.soma2 <- n.passageiros * sigma
peso.nominal <- 75 * capacidade
z <- round((peso.nominal-mu.soma)/sigma.soma, 2)
z2 <- round((peso.nominal-mu.soma)/sigma.soma2, 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(z)
alt[2] <- pnorm(z)
alt[3] <- 1-pnorm(z2)
alt[4] <- pnorm(z2)
alt[5] <- mean(alt[1:4])
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Pelas normas atuais que regem a fabricação de elevadores no Brasil, cada passageiro
corresponde a $75$ quilos, ou seja, em um elevador com capacidade para transportar
$8$ passageiros, o limite de carga é de 600 quilos. Considerando que o peso dos homens
brasileiros (em KG) tem distribuição Normal com média $\Sexpr{mu}$ e desvio padrão
$\Sexpr{sigma}$, isso é, $X \sim N(\mu=\Sexpr{mu}, \sigma^2=\Sexpr{sigma^2})$, qual é
a probabilidade de um grupo de $\Sexpr{n.passageiros}$ homens (com pesos independentes
entre si) ultrapassar a capacidade de carga nominal de um elevador construído para
transportar $\Sexpr{capacidade}$ pessoas?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Sabe-se que $Y=\sum_{i=1}^{\Sexpr{n.passageiros}} X_i \sim N(\mu_Y=\Sexpr{n.passageiros}
\mu = \Sexpr{mu.soma},
\sigma^2_Y=\sqrt{\Sexpr{n.passageiros} \sigma^2} = \Sexpr{round(sigma.soma, digits=3)})$,
onde $X_i$ é o peso do i-ésimo passageiro na amostra.
Portanto, $P(Y > \Sexpr{capacidade} * 75) = 1 - P(Y \leq \Sexpr{peso.nominal}) = 1
- P(Z \leq \frac{\Sexpr{peso.nominal} - \Sexpr{mu.soma}}{\Sexpr{round(sigma.soma,
digits=3)}}) = 1 - P(Z \leq \Sexpr{round((peso.nominal - mu.soma) / sigma.soma, digits=3)})
= \Sexpr{round(alt[1], digits=3)}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{15_distribuicao_normal_05}
```

QUESTÃfO 146

15_distribuicao_normal_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
mu <- sample(c(10,12,15,17,20,25),1) * 1000 #garantia média
sigma <- sample(1:5,1) * 100 #desvio-padrão
z <- sample(-seq(1.8, 2.2, by=.01), 1)
p <- round(pnorm(z), 4)
r <- z*sigma+mu
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- r
alt[2] <- qnorm(1-p)*sigma+mu
alt[3] <- (5-z)*sigma+mu
alt[4] <- pnorm(1-p)*mu+sigma
alt[5] <- mu-pnorm(p)*sigma
questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma fábrica de carros sabe que seus motores têm duração Normal com média \Sexpr{mu}
km e desvio padrão de \Sexpr{sigma} km. Se a fábrica substitui o motor que apresenta
duração inferior à garantia, qual deve ser esta garantia para que a porcentagem de
motores substituídos seja de \Sexpr{p*100}\%?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Pelo enunciado,
$$
\mathbb{P}(X \leq \alpha) = \mathbb{P} \left(Z \leq \frac{\alpha -  \mu}{\sigma}
\right) = \Sexpr{p},
$$
onde $\alpha$ é o quantil desejado e $Z$ é uma variável aleatória com distribuição
Normal padrão.

% \begin{equation*}
Da tabela da distribuição Normal padrão, temos que
$$
\frac{\alpha -  \mu}{\sigma} = \Sexpr{z} \Rightarrow \alpha = \Sexpr{z} \times \Sexpr{sigma}
+ \Sexpr{mu} = \Sexpr{round(alt[1], 0)}.
$$
% \end{equation*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
```

```
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{15_distribuicao_normal_06}
```

QUESTÃfO 147

15_distribuicao_normal_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
mu <- sample(145:150,1)
mu2 <- mu
mu3 <- sample(130:150,1)
mu4 <- mu3
mu5 <- sample(130:150,1)
sigma <- sample(17:20,1)
sigma2 <- sample(10:30,1)
sigma3 <- sample(10:30,1)
sigma4 <- sample(10:30,1)
sigma5 <- sample(10:30,1)
z <- sample(seq(1.8, 2.2, by=.01), 1)
l <- round(pnorm(z), 4)
x <- round(z*sigma + mu, 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- paste(mu, sigma, sep = ' e ')
alt[2] <- paste(mu2, sigma2, sep = ' e ')
alt[3] <- paste(mu3, sigma3, sep = ' e ')
alt[4] <- paste(mu4, sigma4, sep = ' e ')
alt[5] <- paste(mu5, sigma5, sep = ' e ')
questions <- alt
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um estudante de medicina, aluno de Iniciação à Pesquisa Científica, resolveu fazer um
levantamento sobre o crescimento e desenvolvimento de crianças na área de abrangência
de uma unidade básica de saúde (UBS). Constatou-se que \Sexpr{(0.5)*100}\% das crianças
tinha estatura abaixo de \Sexpr{mu} cm e \Sexpr{(l-0.5)*100}\% estão entre \Sexpr{mu}
e \Sexpr{x} cm. Calcule a média e o desvio padrão dessa distribuição.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Como $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, onde $X$ representa a altura das crianças dessa sub-população,
e $P(X \leq \Sexpr{mu}) = 0.5$ , temos que $\mu = \Sexpr{mu}$.
Seja $Z=\frac{X -  \mu}{\sigma}$, então $Z \sim N(0, 1)$. Como $P(X<\Sexpr{x})=\Sexpr{l*100}\%$,
pela tabela da Normal padrão,
$$
P(Z \leq z ) = \Sexpr{l} \; \rightarrow \; \frac {\Sexpr{x} -  \Sexpr{mu}}{\sigma} =
\Sexpr{z} \; \rightarrow \; \sigma= \Sexpr{sigma}.
$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{15_distribuicao_normal_07}
```

QUESTÃfO 148

15_distribuicao_normal_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
mua <- sample(15:18,1) # Média de A
va <- sample(c(16,25),1) # Variância de A
la <- sample(10:15,1)*100 # Lucro de A
za <- round((6-mua)/sqrt(va), 2)
PA <- round((1- pnorm(za)), 4)
LucroA <- round(la*PA, 0)  # Lucro Médio de A
za2 <- round((6-mua)/va, 2) # erros
PA2 <- round((1- pnorm(za2)), 4) # erros
LucroA2 <- round(la*PA2, 0)  # erros
e1 <- sample(1000:la,1)
e2 <- sample(1000:la,1)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- LucroA
alt[2] <- la
alt[3] <- LucroA2
alt[4] <- e1
alt[5] <- e2
questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma empresa que produz televisores garante a restituição da quantia paga se qualquer
televisor apresentar defeito grave no prazo de seis meses. Suponha que os compradores
sempre solicitarão essa restituição, e que o tempo para ocorrência de algum defeito
grave nos televisores tem distribuição Normal com média \Sexpr{mua} meses e desvio
padrão \Sexpr{sqrt(va)}. Os televisores são produzidos com lucro de \Sexpr{la}, mas
caso haja restituição, não há lucro (o lucro é zero). Calcule o lucro esperado para um
televisor vendido.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $T$ o tempo de ocorrência de algum defeito grave em um televisor. \\
Pelo enunciado da questão, $T \sim N(\mu=\Sexpr{mua}, \sigma^2=\Sexpr{va})$. Então,
%
\begin{align*}
\mathbb{P}(\text{Não restituição}) & = \mathbb{P}(Z > (6-\Sexpr{mua})/\Sexpr{sqrt(va)})
\\
                                   & = \mathbb{P}(Z > \Sexpr{za}) \\
                                   & = 1- \mathbb{P}(Z < \Sexpr{za}) \\
                                   & = \Sexpr{PA}.
\end{align*}
```

```
Portanto, pela definição de Esperança Matemática, o lucro médio é de
$$
\Sexpr{la} \times \Sexpr{PA} + 0 \times \Sexpr{round(1-PA, 4)} = \Sexpr{LucroA} \text{
Reais}.
$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{15_distribuicao_normal_08}
```

QUESTÃfO 149

15_distribuicao_normal_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
q <- round(runif(1, min = 0.05, max = 0.1), digits = 2)
mu <- round(runif(1, min = 100, max = 200), digits = 0)
sigma2 <- round(runif(1, min = 1, max = 10), digits = 0)
quantil <- round(qnorm((1+q)/2,0,1),digits = 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(qnorm((1+q)/2,0,1),digits = 2)*sqrt(sigma2)
alt[2] <- round(qnorm((1+q)/2,0,1),digits = 2)*sigma2
alt[3] <- round(qnorm((1+q)/2,0,1),digits = 2)
alt[4] <- abs(round(qnorm(q,0,1),digits = 2)*sqrt(sigma2))
alt[5] <- abs(round(qnorm(q,0,1),digits = 2)*sigma2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em uma linha de produção, o tamanho das peças automotivas produzidas segue distribuição
normal de média $\Sexpr{mu}$ e variância $\Sexpr{sigma2}$. Sabendo que $P(\Sexpr{mu}-k<X<\Sexpr{mu}+
indique o valor de k.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Como $X\sim N(\Sexpr{mu},\Sexpr{sigma2})$, nós temos que
\begin{eqnarray*}
&& P\left(\Sexpr{mu}-k<X<\Sexpr{mu}+k\right)=\Sexpr{q} \iff \\
&& P\left(-\dfrac{k}{\sqrt{\Sexpr{sigma2}}}<\dfrac{X-\Sexpr{mu}}{\sqrt{\Sexpr{sigma2}}}<\dfrac{k}{\s
\iff \\
&& 2P\left(Z < \dfrac{k}{\sqrt{\Sexpr{sigma2}}}\right)-1 =\Sexpr{q} \iff \\
&& P\left(Z < \dfrac{k}{\sqrt{\Sexpr{sigma2}}}\right) = \Sexpr{(1+q)/2}
\end{eqnarray*}
Na tabela da Normal, podemos ver que o quantil de ordem $\Sexpr{(1+q)/2}$ é $\Sexpr{quantil}$.
Desse modo, $$\dfrac{k}{\sqrt{\Sexpr{sigma2}}} = \Sexpr{quantil}$$ e, portanto, $$k =
\Sexpr{quantil}\times\sqrt{\Sexpr{sigma2}} = \Sexpr{fmt(alt[1],2)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{15_distribuicao_normal_09}
```

QUESTÃfO 150

15_distribuicao_normal_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
mu <- sample(c(5:8),1)  #duração média das bananas
sigma <- sample(1:2,1)  #desvio-padrão
z <- sample(-seq(.8, 1.2, by=.01), 1)
p <- round(pnorm(z), 4)
r <- z*sigma+mu
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- r
alt[2] <- qnorm(1-p)*sigma+mu
alt[3] <- (5-z)*sigma+mu
alt[4] <- pnorm(1-p)*mu+sigma
alt[5] <- mu-pnorm(p)*sigma
questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma loja hortifruti sabe que a duração de bananas (tempo até a fruta começar a apodrecer),
em dias, tem distribuição Normal com média \Sexpr{mu} e desvio padrão de \Sexpr{sigma}.
Se a loja retorna ao fornecedor as bananas que começam a apodrecer antes do tempo
mínimo pré-estabelecido, qual deve ser esse tempo para que a porcentagem de bananas
devolvidas seja de \Sexpr{p*100}\%?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Pelo enunciado,
$$
\mathbb{P}(X \leq \alpha) = \mathbb{P} \left(Z \leq \frac{\alpha -  \mu}{\sigma}
\right) = \Sexpr{p},
$$
onde $\alpha$ é o quantil desejado e $Z$ é uma variável aleatória com distribuição
Normal padrão.

% \begin{equation*}
Da tabela da distribuição Normal padrão, temos que
$$
\frac{\alpha -  \mu}{\sigma} = \Sexpr{z} \Rightarrow \alpha = \Sexpr{z} \times \Sexpr{sigma}
+ \Sexpr{mu} = \Sexpr{alt[1]}.
$$
% \end{equation*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{15_distribuicao_normal_10}
```

QUESTÃfO 151

16_aproximacao_normal_binomial_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- round(runif(1, 0.5, 0.6),2)
n <- sample(seq(40,60,2),1)
media <- n*p
sigma <- sqrt(n*p*(1-p))
z <- round((n/2 - media)/sigma,2)
z2 <- round((n/2 - media)/sigma^2,2)
z3 <- round((n/2 - media)/media,2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(z)
alt[2] <- dbinom(n/2, n, p)
alt[3] <- 1-pnorm(z2)
alt[4] <- 1-pnorm(z3)
alt[5] <- pnorm(z)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Sabe-se que determinado jogador de basquete acerta, em média, $\Sexpr{p*100}\%$ dos
seus lances livres, sendo cada tentativa independente das demais. Qual é a probabilidade
de que ele tenha êxito em pelo menos metade das vezes em $\Sexpr{n}$ lances livres?
(Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela
distribuição Normal.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o número de cestas convertidas, então $X \sim \text{Bin}(n,p)$, onde $n=\Sexpr{n}$
e $p=\Sexpr{p}$. Visto que $n p$ e $n (1-p)$ são suficientemente grandes, é possivel
utilizar a aproximação da Binomial pela Normal
$$\text{Bin}(n,p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$
Logo, $X \sim N(\Sexpr{round(media,4)},\Sexpr{round(sigma,4)})$. E probabilidade
desejada é dada por
$$P(X \geq \Sexpr{ceiling(n/2)} ) = 1 - P(X < \Sexpr{ceiling(n/2)}) = 1- P(Z < \Sexpr{z})
= \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{16_aproximacao_normal_binomial_01}
```

QUESTÃfO 152

16_aproximacao_normal_binomial_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- round(runif(1, 0.1, 0.2), 2)
n <- 1000 # sample(seq(800, 1000, 100), 1)
lucro <- 3 # sample(seq(3, 5, 1), 1)
extra <- 100 # sample(seq(100, 200, 50), 1)
media <- n*p
sigma <- sqrt(n*p*(1-p))
desvio <- runif(1, 1, 2)
aux <-  media + desvio * sigma
cota <- round(aux/10, 0) * 10
total <- cota * lucro + extra
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(cota-1, media, sigma)
alt[2] <- 1-pnorm(desvio, media, sigma^2)
alt[3] <- dbinom(cota-1, size=n, prob=p)
alt[4] <- 1-pnorm(-desvio, media, sigma^2)
alt[5] <- 1-pnorm(-desvio, media, sigma)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um dado agente de telemarketing consegue vender seu produto, em média, para $\Sexpr{p*100}\%$
dos clientes contactados. Cada venda lhe rende $\Sexpr{lucro}$ reais. Além desse valor
fixo, para estimular os funcionários, a empresa onde trabalha oferece uma gratificação
extra de $\Sexpr{extra}$ reais para aqueles que conseguirem realizar ao menos $\Sexpr{cota}$
vendas no mês. Caso faça $\Sexpr{n}$ ligações, qual é a probabilide aproximada do
agente receber, no total, ao menos $\Sexpr{total}$ reais em um único mês? (Não utilizar
correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição
Normal.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o número de vendas realizadas, então $X \sim \text{Bin}(n, p)$, onde $n=\Sexpr{n}$
e $p=\Sexpr{p}$. Visto que $n p$ e $n (1-p)$ são suficientemente grandes, é possivel
utilizar a aproximação da Binomial pela Normal
$$\text{Bin}(n,p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$
Logo, $X \sim N(\Sexpr{round(media,4)},\Sexpr{round(sigma, 2)})$, aproximadamente.
O agente receberá $\Sexpr{total}$ reais ou mais se realizar ao menos $\Sexpr{cota}$
vendas no mês.
% Portanto, a probabilidade exata (calculando pela Binomial) é dada por
% $$P(X \geq \Sexpr{cota} ) = 1 - P(X < \Sexpr{cota}) = 1- P(X \leq \Sexpr{cota-1}) =
\Sexpr{round(alt[1], digits=3)}.$$
```

```
Portanto, a aproximação da Binomial pela Normal é dada por
$$1- P(X \leq \Sexpr{cota-1}) = \Sexpr{round(alt[1], digits=3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{16_aproximacao_normal_binomial_02}
```

QUESTÃfO 153

16_aproximacao_normal_binomial_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
alt <- numeric(5)
while(min(abs(alt[1] - alt[-1])) < .05) { # Enquanto houver alguma alternativa próxima
da resposta correta, ...
p <- .5
p1 <- sample(c(.40, .46),1)
p2 <- sample(c(.52, .56),1)
n <- sample(c(200, 250, 300),1)
media <- n*p
media1 <- n*p1
sigma <- sqrt(n*p*(1-p))
media2 <- n*p2
z1 <- round((media1 - media)/sigma,2)
z2 <- round((media2 - media)/sigma,2)
normal2 <- round(pnorm(z2),3)
normal1 <- round(pnorm(-z1),3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt[1] <- pnorm(z2)-pnorm(z1)
alt[2] <- runif(1,0,1)
alt[3] <- 1-pnorm(z2)
alt[4] <- 1-pnorm(z1)
alt[5] <- pnorm(z)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que lançamos uma moeda honesta \Sexpr{n} vezes. Obtenha a probabilidade
(aproximada) do número de caras estar entre \Sexpr{media1} e \Sexpr{media2} dos lançamentos
(incluindo os
extremos). (Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição
Binomial pela distribuição Normal.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Se $X$ denota o número de caras obtidas após os \Sexpr{n} lançamentos, temos que
$$
X \sim Bin(\Sexpr{n}, \Sexpr{p}).
$$
Queremos calcular
\begin{eqnarray*}
P(\Sexpr{media1}\leq X\leq \Sexpr{media2})&\approx& \Phi\left (\frac{\Sexpr{media2}-\Sexpr{media}}{\
-\Phi\left(\frac{\Sexpr{media1}-\Sexpr{media}}{\Sexpr{round(sigma,3)}} \right)\\
                         & =& \Phi(\Sexpr{z2})- \Phi(\Sexpr{z1})\\
                          &=& \Phi(\Sexpr{z2})- (1-\Phi(\Sexpr{-z1}))\\
                          &=& \Phi(\Sexpr{z2})+\Phi(\Sexpr{-z1})-1\\
```

```
                          &=&\Sexpr{normal2}+\Sexpr{normal1}-1\\
                          &=&\Sexpr{round(alt[1],3)}.
\end{eqnarray*}
Note que $\sqrt{n p(1-p)}=\Sexpr{round(sigma, 3)}$ e $np=\Sexpr{media}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{16_aproximacao_normal_binomial_03}
```

QUESTÃfO 154

16_aproximacao_normal_binomial_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
alt <- numeric(5)
while(min(abs(alt[1] - alt[-1])) < .05) {

p <- sample(c(.04, .05),1)
n <- sample(c(250, 300, 350),1)
media <- n*p
sigma <- sqrt(n*p*(1-p))
media1 <- round(sample(media + c(-6, -5, -4), 1), 0)
media2 <- round(sample(media + c(6, 5, 4), 1), 0)
z1 <- round((media1 - media)/sigma,2)
z2 <- round((media2 - media)/sigma,2)
normal2 <- round(pnorm(z2),3)
normal1 <- round(pnorm(-z1),3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt[1] <- pnorm(z2)-pnorm(z1)
alt[2] <- runif(1,0,1)
alt[3] <- 1-pnorm(z2)
alt[4] <- 1-pnorm(z1)
alt[5] <- pnorm(z)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que em uma fábrica de aparelhos de TV, um funcionário inspecione um
lote de \Sexpr{n} TVs. Suponha também que a probabilidade de uma TV ser defeituosa em
cada inspeção é de \Sexpr{p} (fixa) e que as TVs têm defeito ou não de forma independente
umas das outras. Obtenha a probabilidade (aproximada) do número de TVs defeituosas
estar entre \Sexpr{media1} e \Sexpr{media2}, incluindo-se os extremos. (Não utilizar
correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição
Normal.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Se $X$ denota o número de defeitos obtidos após as \Sexpr{n} inspeções, temos que
$$X \sim Bin(\Sexpr{n}, \Sexpr{p}).
$$
Queremos calcular
\begin{eqnarray*}
P(\Sexpr{media1}\leq X\leq \Sexpr{media2})&\approx& \Phi\left (\frac{\Sexpr{media2}-\Sexpr{media}}{\
-\Phi\left(\frac{\Sexpr{media1}-\Sexpr{media}}{\Sexpr{round(sigma,3)}} \right)\\
                         & =& \Phi(\Sexpr{z2})- \Phi(\Sexpr{z1})\\
                          &=& \Phi(\Sexpr{z2})- (1-\Phi(\Sexpr{-z1}))\\
                          &=& \Phi(\Sexpr{z2})+\Phi(\Sexpr{-z1})-1\\
                          &=&\Sexpr{normal2}+\Sexpr{normal1}-1\\
```

```
                             &=&\Sexpr{round(alt[1],3)}.
\end{eqnarray*}
Note que $\sqrt{n p(1-p)}=\Sexpr{round(sigma, 3)}$ e $np=\Sexpr{media}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{16_aproximacao_normal_binomial_04}
```

QUESTÃfO 155

16_aproximacao_normal_binomial_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
alt <- numeric(5)
while(min(abs(alt[1] - alt[-1])) < .05) { # Enquanto houver alguma alternativa próxima
da resposta correta, ...
p <- sample((88:90)/100,1)
n <- 100
quantil <- sample(87:90, 1)
media <- n*p
sigma <- round(sqrt(n*p*(1-p)), 4)
z <- round((quantil - media)/sigma,2)
z2 <- round((quantil - media)/sigma^2,2)
z3 <- round((quantil - media)/media,2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(z)
alt[2] <- runif(1, .1, .9)
alt[3] <- 1-pnorm(z2)
alt[4] <- 1-pnorm(z3)
alt[5] <- pnorm(z)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um sistema é formado por \Sexpr{n} componentes, cada um dos quais com confiabilidade
(probabilidade de funcionar adequadamente num certo período) igual a \Sexpr{p}.
Nesse contexto, qual é a probabilidade de que, ao final de um período, ao menos \Sexpr{quantil}
componentes estejam funcionando? (Não utilizar correção de continuidade na aproximação
da distribuição Binomial pela distribuição Normal.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o número de componentes que funcionaram adequadamente durante todo o período,
então $X\sim Bin(\Sexpr{n},\Sexpr{p})$,
$$
E(X)=np=\Sexpr{n}\times \Sexpr{p}=\Sexpr{media}
$$ e
$$
Var(X)=np(1-p)=\Sexpr{n}\times \Sexpr{p}\times \Sexpr{1-p}=\Sexpr{round(sigma*sigma,
4)}.
$$
%
Portanto, pela aproximação da Normal à Binomial,
\begin{align*}
P(X \geq \Sexpr{quantil}) \approx P(Y\geq \Sexpr{quantil}), \quad \text{sendo} \quad Y
\sim N(\mu=\Sexpr{media}, \sigma^2=\Sexpr{round(sigma*sigma, 4)})
```

```
\end{align*}
Logo,
\begin{eqnarray*}
 P(Y\geq \Sexpr{quantil})=\left(\frac{Y-\Sexpr{media}}{\Sexpr{sigma}}\geq \frac{\Sexpr{quantil}-\Sex
\Sexpr{z})=\Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{16_aproximacao_normal_binomial_05}
```

QUESTÃfO 156

16_aproximacao_normal_binomial_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- sample(30:40,1)
p <- round(runif(1,0.4,0.75),2)
media <- n*p
sigma <- sqrt(n*p*(1-p))
x <- round(sample(media + c(-2, -1, 2, 1), 1), 0)
z <- round((x - media)/sigma,4)
z2 <- round((x - media)/sigma^2,2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(z)
alt[2] <- pnorm(z2)
alt[3] <- 1-pnorm(z2)
alt[4] <- (1-pnorm(z)) * .9
alt[5] <- pnorm(z)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em um determinado município a prefeitura está considerando a possibilidade de adotar
um pacote de medidas que visam proteger o ecossistema da região. Foram sorteados ao
acaso \Sexpr{n} habitantes desse município para compor uma Comissão que irá examinar
esse assunto. O critério de decisão é adotar o pacote se pelo menos \Sexpr{x} membros
da Comissão se manifestarem favoravelmente. Admita que \Sexpr{p*100}\% dos habitantes
do município são favoráveis ao pacote. Calcule a probabilidade de que ele seja aprovado.
(Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela
distribuição Normal.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o número de habitantes a favor do pacote de medidas, então $X \sim \text{Bin}(n,p)$,
onde $n=\Sexpr{n}$ e $p=\Sexpr{round(p,2)}$. Visto que $n p$ e $n (1-p)$ são suficientemente
grandes, é possivel utilizar a aproximação da Binomial pela Normal
$$\text{Bin}(n,p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$
Logo, $X \sim N(\Sexpr{round(media,2)},\Sexpr{round(sigma,2)})$. E probabilidade
desejada é dada por
\begin{align*}
P(X \geq \Sexpr{x}) & = 1 - P\left(X < \frac{\Sexpr{x} - np}{\sqrt{np(1-p)}}}\right)
\\
& = 1 - P\left( X < \frac{\Sexpr{x} - \Sexpr{round(n*p,4)}}{\Sexpr{round(sqrt(n*p*(1-p)),3)}}
\right) \\
& = 1- P(Z < \Sexpr{z}) \\
& = \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
```

```
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{16_aproximacao_normal_binomial_06}
```

QUESTÃfO 157

16_aproximacao_normal_binomial_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- 50
alter <- 5
p <- 1/alter
media <- n*p
sigma <- sqrt(n*p*(1-p))
acerto <- sample(c(10:15),1)
z <- round((acerto - media)/sigma,4)
x2 <- round(z*sigma^2 + media,0)
x3 <- round(z*(sigma/sqrt(n)) + media,0)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(z)
alt[2] <- pnorm(round((acerto-media)/sigma^2,2))
alt[3] <- pnorm(round((x2-media)/sigma^2,2))
alt[4] <- pnorm(round((x3-media)/sigma^2,2))
alt[5] <- pnorm(round((x2-media)/sigma,2))
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
questions
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A avaliação de desempenho dos alunos de uma disciplina da UnB é composta por \Sexpr{n}
questões, cada uma com \Sexpr{alter} alternativas. Considerando que o aluno selecione
as alternativas de maneira aleatória (isso é, ``chute" todas as questões), qual é a
probabilidade de que ele acerte ao menos $\Sexpr{acerto}$ questões? (Não utilizar
correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição
Normal.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o número de questões respondidas corretamente, então $X \sim \text{Bin}(n,p)$,
onde $n=\Sexpr{n}$ e $p=\Sexpr{round(p,2)}$. Visto que $n p$ e $n (1-p)$ são suficientemente
grandes, é possivel utilizar a aproximação da Binomial pela Normal
$$\text{Bin}(n,p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$
Logo, $X \sim N(\Sexpr{round(media,2)},\Sexpr{round(sigma,2)})$. E probabilidade
desejada é dada por
\begin{align*}
P(X \geq \Sexpr{acerto} )
& = 1 - P \left( X < \frac{\Sexpr{acerto} - np}{\sqrt{np(1-p)}}} \right) \\
& = 1 - P\left( X < \frac{\Sexpr{acerto} - \Sexpr{round(n*p,4)}}{\Sexpr{round(sqrt(n*p*(1-p)),3)}}
\right) \\
& = 1- P(Z < \Sexpr{z}) = \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.
```

```
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{16_aproximacao_normal_binomial_07}
```

QUESTÃfO 158

16_aproximacao_normal_binomial_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- sample(seq(30,40,2),1)
nh <- sample(3:5,1) #Número de hoteis
p <- 1/nh
media <- n*p
sigma <- sqrt(n*p*(1-p))
x <- round(sample(media + c(-3, -2, 2, 3), 1), 0)
z <- round((x - media)/sigma,2)
z2 <- round((x - media)/sigma^2,2)
z3 <- round((x - media)/media,2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(z)
alt[2] <- pnorm(z2)
alt[3] <- 1-pnorm(z2)
alt[4] <- 1-pnorm(z3)
alt[5] <- pnorm(z3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O Comitê organizador de um congresso científico reservou \Sexpr{nh} hotéis para hospedar
os \Sexpr{n} congressistas inscritos. Admita que cada congressista escolherá de forma
aleatória e independente em qual dos \Sexpr{nh} hotéis vai se hospedar. O primeiro dos
hotéis tem capacidade para acomodar \Sexpr{x} pessoas. Qual a probabilidade de que ele
consiga acomodar todos os congressistas que o procurarem? (Não utilizar correção de
continuidade na aproximação da distribuição Binomial pela distribuição Normal.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o número de congressistas que se dirigem ao primeiro hotel, então $X \sim
\text{Bin}(n,p)$, onde $n=\Sexpr{n}$ e $p=\Sexpr{round(p,2)}$. Visto que $n p$ e $n
(1-p)$ são suficientemente grandes, é possivel utilizar a aproximação da Binomial pela
Normal
$$\text{Bin}(n,p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$
Logo, $X \sim N(\Sexpr{round(media,2)},\Sexpr{round(sigma,2)})$. E probabilidade
desejada é dada por
$$P(X \leq \Sexpr{x} ) = P \left( Z \leq \dfrac{\Sexpr{x} - \Sexpr{n} \times \Sexpr{round(p,2)}}{\sq
\times \Sexpr{round(p,2)} \times \Sexpr{1-round(p,2)}}} \right) = P(Z < \Sexpr{z}) =
\Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$$
Logo, a probabilidade de que o primeiro hotel consiga acomodar todos os congressistas
que o procurarem é \Sexpr{round(alt[1],digits=3)*100}\%.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{16_aproximacao_normal_binomial_08}
```

QUESTÃfO 159

16_aproximacao_normal_binomial_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- sample(c(70,75,80,85),1)
p <-  sample(3:4,1)/10
media <- n*p
sigma <- sqrt(n*p*(1-p))
x <- round(sample(media + c(-3, -2, 2, 3), 1), 0)
z <- round((x - media)/sigma,2)
z2 <- round((x - media)/sigma^2,2)
z3 <- round((x - media)/media,2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(z)
alt[2] <- pnorm(z2)
alt[3] <- 1-pnorm(z2)
alt[4] <- 1-pnorm(z3)
alt[5] <- pnorm(z3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O Departamento de Estatística verificou que, com base em sua experiência ao longo
dos anos, $\Sexpr{p*100}\%$ dos alunos ingressantes concluem o curso. Com base nessa
afirmação, considerando independência entre os alunos, calcule a probabilidade de que
menos de \Sexpr{x} dos \Sexpr{n} alunos ingressantes ao longo deste ano concluirão o
curso. (Não utilizar correção de continuidade na aproximação da distribuição Binomial
pela distribuição Normal.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o número de alunos que concluirão o curso de Estatística, então $X \sim
\text{Bin}(n,p)$, onde $n=\Sexpr{n}$ e $p=\Sexpr{round(p,2)}$. Visto que $n p$ e $n
(1-p)$ são suficientemente grandes, é possivel utilizar a aproximação da Binomial pela
Normal
$$\text{Bin}(n,p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$
Logo, $X \sim N(\Sexpr{round(media,2)},\Sexpr{round(sigma,2)})$. E probabilidade
desejada é dada por
$$P(X \geq \Sexpr{x}) = 1 - P \left(Z \leq \dfrac{\Sexpr{x} - \Sexpr{n} \times \Sexpr{round(p,2)}}{\
\times \Sexpr{round(p,2)} \times \Sexpr{1-round(p,2)}}} \right) = 1 - P(Z \leq \Sexpr{z})
= \Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
```

```
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{16_aproximacao_normal_binomial_09}
```

QUESTÃfO 160

16_aproximacao_normal_binomial_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- sample(30:40,1)
p <- round(runif(1,0.15,0.75),2)
media <- n*p
sigma <- sqrt(n*p*(1-p))
x <- round(sample(media + c(-3, -2, 2, 3), 1), 0)
z <- round((x - media)/sigma,2)
z2 <- round((x - media)/sigma^2,2)
z3 <- round((x - media)/media,2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(z)
alt[2] <- pnorm(z2)
alt[3] <- 1-pnorm(z2)
alt[4] <- 1-pnorm(z3)
alt[5] <- pnorm(z3)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$",sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O governo de um certo estado do Brasil decidiu adotar um critério para a distribuição
de verbas ligadas à área de Ensino Básico entre os seus municípios. Em cada município
são sorteadas \Sexpr{n} escolas de 1º grau para serem inspecionadas com relação a
diversos aspectos que procuram medir a qualidade da sua administração. Se o número
de escolas aprovadas for no máximo \Sexpr{x}, o município recebe uma dotação baixa.
Qual a probabilidade de que um município onde \Sexpr{p*100}\% das escolas são bem
administradas receba uma dotação baixa? (Não utilizar correção de continuidade na
aproximação da distribuição Binomial pela distribuição Normal.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o número de escolas aprovadas nessa inspeção, então $X \sim \text{Bin}(n,p)$,
onde $n=\Sexpr{n}$ e $p=\Sexpr{round(p,2)}$. Visto que $n p$ e $n (1-p)$ são suficientemente
grandes, é possivel utilizar a aproximação da Binomial pela Normal
$$\text{Bin}(n,p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)})$$
Logo, $X \sim N(\Sexpr{round(media,2)},\Sexpr{round(sigma,2)})$. E probabilidade
desejada é dada por
$$P(X \leq \Sexpr{x} ) = P \left( Z \leq \dfrac{\Sexpr{x} - \Sexpr{n} \times \Sexpr{round(p,2)}}{\sq
\times \Sexpr{round(p,2)} \times \Sexpr{1-round(p,2)}}}\right) = P(Z \leq \Sexpr{z}) =
\Sexpr{round(alt[1],digits=3)}.$$
A probabilidade requerida é de \Sexpr{round(alt[1],digits=3)*100}\%.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{16_aproximacao_normal_binomial_10}
```

QUESTÃfO 161

17_distribuicao_condicional_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- round(diff(c(0, sort(runif(5)), 1)),digits = 2)
}
p01 <- p[1]
p02 <- p[2]
p11 <- p[3]
p12 <- p[4]
p21 <- p[5]
p22 <- p[6]
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- (p02+p12)/(p02+p12+p22)
alt[2] <- p02+p12
alt[3] <- round(runif(1, .1, .9), 2)
alt[4] <- p11+p12
alt[5] <- p02+p12+p22

questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que Filipe posta, no máximo, duas fotos no Instagram em um dia. Seja $X$ o
número de vezes que Filipe encontra sua namorada no dia e $Y$ o número fotos postadas.
A distribuição de probabilidades conjunta de $X$ e $Y$ é dada por:
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 1 & 2\\
    \hline
    0 & \Sexpr{p01} & \Sexpr{p02}\\
    1 & \Sexpr{p11} & \Sexpr{p12}\\
    2 & \Sexpr{p21} & \Sexpr{p22}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Qual a probabilidade de $P(X\leq 1 | Y=2)$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
```

```
\end{question}
\begin{solution}
Da definição de probabilidade condicional, temos que
\begin{eqnarray*}
P(X\leq 1 | Y=2) &=& \frac{P(X\leq 1,Y=2)}{P(Y=2)} = \frac{P(X=0,Y=2)+P(X=1,Y=2)}{P(Y=2)}\\
&=& \frac{\Sexpr{p02}+\Sexpr{p12}}{\Sexpr{p02}+\Sexpr{p12}+\Sexpr{p22}} = \Sexpr{round(alt[1],digits
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{17_distribuicao_condicional_01}
```

QUESTÃfO 162

17_distribuicao_condicional_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- round(diff(c(0, sort(runif(5)), 1)), digits = 2)
}
p10 <- p[1]
p11 <- p[2]
p20 <- p[3]
p21 <- p[4]
p30 <- p[5]
p31 <- p[6]
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
questions <- numeric(5)
alt[1] <- (p11+p21)/(p11+p21+p31)
alt[2] <- p11+p21
alt[3] <- round(runif(1, .1, .9), 2)
alt[4] <- p20+p21
alt[5] <- p10+p20

questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere uma cidade onde as famílias viajam no máximo três vezes ao ano. Seja $X$ o
número de viagens nacionais e $Y$ o número de viajens internacionais. A distribuição
de probabilidades conjunta de $X$ e $Y$ é dada por:
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 0 & 1\\
    \hline
    1 & \Sexpr{p10} & \Sexpr{p11}\\
    2 & \Sexpr{p20} & \Sexpr{p21}\\
    3 & \Sexpr{p30} & \Sexpr{p31}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Qual a probabilidade de $P(X\leq 2 | Y=1)$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
```

```
@
\end{question}
\begin{solution}
Da definição de probabilidade condicional, temos que
\begin{eqnarray*}
P(X\leq 2 | Y=1) &=& \frac{P(X\leq 2,Y=1)}{P(Y=1)} = \frac{P(X=1,Y=1)+P(X=2,Y=1)}{P(Y=1)}\\
&=& \frac{\Sexpr{p11}+\Sexpr{p21}}{\Sexpr{p11}+\Sexpr{p21}+\Sexpr{p31}} = \Sexpr{round(alt[1],digits
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{17_distribuicao_condicional_02}
```

QUESTÃfO 163

17_distribuicao_condicional_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- round(diff(c(0, sort(runif(5)), 1)),digits = 2)
}
p41 <- p[1]
p42 <- p[2]
p51 <- p[3]
p52 <- p[4]
p61 <- p[5]
p62 <- p[6]
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
questions <- numeric(5)
alt[1] <- (p42+p52)/(p42+p52+p62)
alt[2] <- p42+p52
alt[3] <- round(runif(1, .1, .9), 2)
alt[4] <- p51+p52
alt[5] <- p41+p51

questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]}
@
\begin{question}
Para um aluno de uma determinada universidade sejam $X$, a variável referente ao
número de disciplinas em que ele se matriculou, e $Y$, o número de disciplinas em que
ele conseguiu desempenho superior a 9 (numa escala de 0 a 10). A distribuição conjunta
de $X$ e $Y$ segue abaixo:
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 1 & 2\\
    \hline
    4 & \Sexpr{p41} & \Sexpr{p42}\\
    5 & \Sexpr{p51} & \Sexpr{p52}\\
    6 & \Sexpr{p61} & \Sexpr{p62}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Qual a probabilidade de $P(X\leq 5 | Y=2)$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
```

```
@
\end{question}
\begin{solution}
Da definição de probabilidade condicional, temos que
\begin{eqnarray*}
P(X\leq 5 | Y=2) &=& \frac{P(X\leq 5,Y=2)}{P(Y=2)} = \frac{P(X=4,Y=2)+P(X=5,Y=2)}{P(Y=2)}\\
&=& \frac{\Sexpr{p42}+\Sexpr{p52}}{\Sexpr{p42}+\Sexpr{p52}+\Sexpr{p62}} = \Sexpr{round(alt[1],digits
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{17_distribuicao_condicional_03}
```

QUESTÃfO 164

17_distribuicao_condicional_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
coeficientes <- sample(1:2, 2)
aux <- matrix(0, 3, 4)
for(i in 1:3){
  for(j in 1:4){
    aux[i, j] <- coeficientes[1]*(i-1) + coeficientes[2]*(j-1)
  }
}
c.normalizadora <- sum(aux)
p <- aux/c.normalizadora
a <- sample(c(1),1)
b <- sample(c(1,2),1)
p.conjunta <- sum(p[(a+1):3, 1:(b+1)])
p.marginal <- sum(p[, 1:(b+1)])
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- p.conjunta / p.marginal
alt[2] <- sum(p[a:3,1:b])
alt[3] <- sum(p[a:2,2:b])
alt[4] <- p.conjunta
alt[5] <- p.marginal
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A função de probabilidade conjunta de duas variáveis aleatórias discretas $X$ e
$Y$ é dada por $p(x,y)=(\Sexpr{ifelse(coeficientes[1]==2, "2x+y", "x+2y")})/\Sexpr{c.normalizadora}$
onde
$x$ e $y$ podem assumir valores inteiros tal que $0\leq x\leq 2$, $0\leq y\leq 3$, e
$p(x, y)=0$ em outro caso. Encontre $\mathbb{P}(X\geq \Sexpr{a}|Y\leq \Sexpr{b}).$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Veja que $\mathbb{P}(Y=y)=\sum_{x} p(x,y)$ e que
\begin{equation*}
\mathbb{P}(X\geq \Sexpr{a}|Y\leq \Sexpr{b}) =
\frac{\mathbb{P}(X\geq \Sexpr{a}, Y\leq \Sexpr{b})}{P(Y\leq \Sexpr{b})}=
\frac{\sum_{x=\Sexpr{a}}^{2} \sum_{y=0}^{\Sexpr{b}}p(x,y)}{\sum_{y=0}^{\Sexpr{b}}\mathbb{P}(Y=y)}
=\frac{\Sexpr{fmt(p.conjunta, 4)}}{\Sexpr{fmt(p.marginal, 4)}}
= \Sexpr{fmt(alt[1], 3)}.
\end{equation*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{17_distribuicao_condicional_04}
```

QUESTÃfO 165

17_distribuicao_condicional_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
alt <- numeric(5)
while(min(abs(alt[1] - alt[-1])) < .03) { # Enquanto houver alguma alternativa próxima
da resposta correta, ...
x <- 3        # Nº de filmes de romance
y <- 2        # Nº de filmes de ação
z <- sample(2:3, 1) # Nº de filmes de terror
n <- sum(x, y, z)  # Nº de filmes disponíveis
k <- 4  # Nº de filmes sorteados
a1 <- sample(0:1,1) # Mínimo de X
a2 <- a1+1 # sample(2:3,1) # Máximo de X
b <- 1 # Máximo de Y
p <- matrix(0, 4, 3, byrow = T)
for(i in 0:x){
  for(j in 0:y){
    if (i + j <= k) p[i+1, j+1] <- round((choose(x,i)*choose(y,j)*choose(z,(k-i-j)))/choose(n,k),
3)
  }
}
PXY <- sum(p[(a1+1):(a2+1), 1:(b+1)])
PY <- sum(p[, 0:(b+1)])
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- PXY/PY
alt[2] <- sum(p[, b+1])
alt[3] <- runif(1, .1, .9)
alt[4] <- runif(1, .1, .9)
alt[5] <- sum(p[(a1+1):(a2+1),])
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
São selecionados, aleatoriamente, \Sexpr{k} filmes de uma prateleira contendo 3 filmes
de romance, 2 filmes de ação e \Sexpr{z} filmes de terror. Denote $X$ o número de
filmes românticos selecionados e $Y$ o  número de filmes de ação selecionados.
A distribuição conjunta de $X$ e $Y$ é dada por
%
\begin{table}[H]
\centering
\begin{tabular}{|c||c|c|c|}
\hline
$X \setminus Y$ & $0$ & $1$ & $2$ \\
\hline
\hline
$0$ & \Sexpr{p[1,1]} & \Sexpr{p[1,2]} & \Sexpr{p[1,3]} \\
\hline
$1$ & \Sexpr{p[2,1]} & \Sexpr{p[2,2]} & \Sexpr{p[2,3]} \\
```

```
\hline
$2$ & \Sexpr{p[3,1]} & \Sexpr{p[3,2]} & \Sexpr{p[3,3]} \\
\hline
$3$ & \Sexpr{p[4,1]} & \Sexpr{p[4,2]} & \Sexpr{p[4,3]} \\
\hline
\end{tabular}
%\caption{Probabilidades conjuntas de $(X,Y)$.}
\end{table}
\noindent
Encontre $\mathbb{P}(\Sexpr{a1}\leq X\leq \Sexpr{a2} | Y\leq \Sexpr{b})$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Note que $\mathbb{P}(Y=y)=\sum_{x} p(x,y)$.
Logo,
\begin{equation*}
\mathbb{P}(\Sexpr{a1}\leq X\leq \Sexpr{a2}|Y\leq \Sexpr{b}) =
\frac{\mathbb{P}(\Sexpr{a1}\leq X\leq \Sexpr{a2},Y\leq \Sexpr{b})}{P(Y\leq \Sexpr{b})}=
\frac{\sum_{x=\Sexpr{a1}}^{\Sexpr{a2}} \sum_{y=0}^{\Sexpr{b}}p(x,y)}{\sum_{y=0}^{\Sexpr{b}}\mathbb{P
=\frac{\Sexpr{PXY}}{\Sexpr{PY}}
= \Sexpr{fmt(alt[1], 3)}.
\end{equation*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{17_distribuicao_condicional_05}
```

QUESTÃfO 166

17_distribuicao_condicional_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- matrix(round(diff(c(0, sort(runif(11)), 1)),digits = 3),4,3,byrow = T)  #
Gerando a matriz de probabilidades
}
x <- sample(3:4,1)  # Amostrando o valor mínimo de x
y <- sample(c(4,5),1)  # ...
y2 <- sum(p[1,])
y3 <- sum(p[2,])
y4 <- sum(p[3,])
y5 <- sum(p[4,])
x2 <- sum(p[,1])
x3 <- sum(p[,2])
x4 <- sum(p[,3])
PXY <- sum(p[(y-1):4, (x-1):3])
PY <- sum(p[(y-1):4,])
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- PXY/PY
alt[2] <- sum(p[(y-1):4,2:(x-1)])
alt[3] <- sum(p[1:(y-1),2:(x-1)])/sum(p[1:(y-1),])
alt[4] <- (p[(y-1), (x-1)])/sum(p[(y-1),])
alt[5] <- PXY
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A tabela de distribuição conjunta exibida abaixo apresenta os dados fornecidos por uma
empresa da indústria imobiliária.
$X$ e $Y$ denotam, respectivamente, o número de quartos e o número de banheiros das
casas disponíveis no mercado. Os valores na tabela representam a proporção de casas
com cada uma das possíveis configurações.
Supondo que uma dessas residências seja selecionada aleatoriamente, determine $\mathbb{P}(X\geq
\Sexpr{x}|Y \geq \Sexpr{y})$.
%
\begin{table}[H]
\centering
\begin{tabular}{|c||c|c|c|}
\hline
$Y \setminus X$ & $2$ & $3$ & $4$  \\
\hline
\hline
$2$ & \Sexpr{p[1,1]} & \Sexpr{p[1,2]} & \Sexpr{p[1,3]}  \\
```

```
\hline
$3$ & \Sexpr{p[2,1]} & \Sexpr{p[2,2]} & \Sexpr{p[2,3]}  \\
\hline
$4$ & \Sexpr{p[3,1]} & \Sexpr{p[3,2]} & \Sexpr{p[3,3]}    \\
\hline
$5$ & \Sexpr{p[4,1]} & \Sexpr{p[4,2]} & \Sexpr{p[4,3]}  \\
\hline
\end{tabular}
%\caption{Probabilidades conjuntas de $(X,Y)$.}
\end{table}
\noindent
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiro, devemos calcular as distribuições marginais de $X$ e $Y$.
%
\begin{table}[H]
\centering
\begin{tabular}{|c||c|c|c||c|c|c|c|c|}
\hline
$Y\setminus X$ & $2$ & $3$ & $4$ &  $\mathbb{P}(Y=y)$ \\
\hline
\hline
$2$ & \Sexpr{p[1,1]} & \Sexpr{p[1,2]} & \Sexpr{p[1,3]} & \Sexpr{y2}   \\
\hline
$3$ & \Sexpr{p[2,1]} & \Sexpr{p[2,2]} & \Sexpr{p[2,3]} & \Sexpr{y3}   \\
\hline
$4$ & \Sexpr{p[3,1]} & \Sexpr{p[3,2]} & \Sexpr{p[3,3]} &  \Sexpr{y4}    \\
\hline
$5$ & \Sexpr{p[4,1]} & \Sexpr{p[4,2]} & \Sexpr{p[4,3]} &  \Sexpr{y5}   \\
\hline
\hline
$\mathbb{P}(X=x)$ & \Sexpr{x2} & \Sexpr{x3} & \Sexpr{x4}  & 1 \\
\hline
\end{tabular}
%\caption{Probabilidades conjuntas de $(X,Y)$.}
\end{table}
Daí, segue que
\begin{equation*}
\mathbb{P}(X \geq \Sexpr{x}|Y \geq\Sexpr{y}) =
\frac{\mathbb{P}(X \geq \Sexpr{x}, Y \geq \Sexpr{y})}{P(Y \geq \Sexpr{y})}=
\frac{\sum_{x=\Sexpr{x}}^{4} \sum_{y=\Sexpr{y}}^{5}p(x,y)}{\sum_{y=\Sexpr{y}}^{5}\mathbb{P}(Y=y)}
=
\frac{\Sexpr{fmt(PXY, 3)}}{\Sexpr{fmt(PY, 3)}} = \Sexpr{fmt(alt[1], 3)}.
\end{equation*}
\noindent
%
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{17_distribuicao_condicional_06}
```

QUESTÃfO 167

17_distribuicao_condicional_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- matrix(round(diff(c(0, sort(runif(11)), 1)),digits = 3),4,3,byrow = T)  #
Gerando a matriz de probabilidades
}
x <- sample(c(1:2),1)  # Amostrando o valor mínimo de x
y <- sample(c(0:2),1)  # Amostrando o valor máximo de y
y2 <- sum(p[1,])
y3 <- sum(p[2,])
y4 <- sum(p[3,])
y5 <- sum(p[4,])
x2 <- sum(p[,1])
x3 <- sum(p[,2])
x4 <- sum(p[,3])
PXY <- sum(p[1:(y+1),(x+1):3])
PY <- sum(p[1:(y+1),])
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- PXY/PY
alt[2] <- sum(p[(y+1):4,1:(x+1)])
alt[3] <- sum(p[2:(y+1),(x+1)])/sum(p[2:(y+1),])
alt[4] <- p[(y+1),(x+1)]/sum(p[(y+1),])
alt[5] <- PXY
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Especialistas em reprodução humana afirmam que é possível manipular o pH do ambiente
feminino para influenciar no sexo dos bebês que serão gerados. A tabela de distribuição
conjunta exibida abaixo apresenta essas probabilidades após as manipulações. $X$ e $Y$
denotam, respectivamente, meninas e meninos. Determine $\mathbb{P}(X \geq \Sexpr{x}|Y
\leq \Sexpr{y})$.
%
\begin{table}[H]
\centering
\begin{tabular}{|c||c|c|c|}
\hline
$Y \textbackslash X$ & $0$ & $1$ & $2$  \\
\hline
\hline
$0$ & \Sexpr{p[1,1]} & \Sexpr{p[1,2]} & \Sexpr{p[1,3]}  \\
\hline
$1$ & \Sexpr{p[2,1]} & \Sexpr{p[2,2]} & \Sexpr{p[2,3]}  \\
\hline
```

```
$2$ & \Sexpr{p[3,1]} & \Sexpr{p[3,2]} & \Sexpr{p[3,3]}    \\
\hline
$3$ & \Sexpr{p[4,1]} & \Sexpr{p[4,2]} & \Sexpr{p[4,3]}  \\
\hline
\end{tabular}
%\caption{Probabilidades conjuntas de $(X,Y)$.}
\end{table}
\noindent
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiro, devemos calcular as distribuições marginais de $X$ e $Y$.
%
\begin{table}[H]
\centering
\begin{tabular}{|c||c|c|c||c|c|c|c|c|}
\hline
$Y\setminus X$ & $0$ & $1$ & $2$ &  $\mathbb{P}(Y=y)$ \\
\hline
\hline
$0$ & \Sexpr{p[1,1]} & \Sexpr{p[1,2]} & \Sexpr{p[1,3]} & \Sexpr{y2}   \\
\hline
$1$ & \Sexpr{p[2,1]} & \Sexpr{p[2,2]} & \Sexpr{p[2,3]} & \Sexpr{y3}   \\
\hline
$2$ & \Sexpr{p[3,1]} & \Sexpr{p[3,2]} & \Sexpr{p[3,3]} &  \Sexpr{y4}    \\
\hline
$3$ & \Sexpr{p[4,1]} & \Sexpr{p[4,2]} & \Sexpr{p[4,3]} &  \Sexpr{y5}   \\
\hline
\hline
$\mathbb{P}(X=x)$ & \Sexpr{x2} & \Sexpr{x3} & \Sexpr{x4}  & 1 \\
\hline
\end{tabular}
%\caption{Probabilidades conjuntas de $(X,Y)$.}
\end{table}
Daí, segue que
\begin{equation*}
\mathbb{P}(X \geq \Sexpr{x}|Y \leq \Sexpr{y}) =
\frac{\mathbb{P}(X \geq \Sexpr{x}, Y \leq \Sexpr{y})}{P(Y \leq \Sexpr{y})}=
\frac{\sum_{x=\Sexpr{x}}^{2} \sum_{y=0}^{\Sexpr{y}}p(x,y)}{\sum_{y=0}^{\Sexpr{y}}\mathbb{P}(Y=y)}
=
\frac{\Sexpr{fmt(PXY, 3)}}{\Sexpr{fmt(PY, 3)}} = \Sexpr{fmt(alt[1], 3)}.
\end{equation*}
\noindent
%
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{17_distribuicao_condicional_07}
```

QUESTÃfO 168

17_distribuicao_condicional_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- matrix(round(diff(c(0, sort(runif(11)), 1)),digits = 3),4,3,byrow = T)  #
Gerando a matriz de probabilidades
}
x <- sample(3:4,1)  # Amostrando o valor mínimo de x
y <- sample(2:5,1)  # ...
y2 <- sum(p[1,])
y3 <- sum(p[2,])
y4 <- sum(p[3,])
y5 <- sum(p[4,])
x2 <- sum(p[,1])
x3 <- sum(p[,2])
x4 <- sum(p[,3])
PXY <- sum(p[(y-1),(x-1):3])
PY <- sum(p[y-1,])
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- PXY/PY
alt[2] <- sum(p[(y-1):4,2:(x-1)])
alt[3] <- sum(p[1:(y-1),2:(x-1)])/sum(p[1:(y-1),])
alt[4] <- (p[(y-1), (x-1)])/sum(p[(y-1),])
alt[5] <- PXY
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A tabela de distribuição conjunta exibida abaixo apresenta os dados fornecidos por uma
empresa da indústria automotiva.
$X$ e $Y$ denotam, respectivamente, a quantidade de seguros contratados e o número de
vendas de automóveis por semana. Determine $\mathbb{P}(X \geq \Sexpr{x}|Y = \Sexpr{y})$.
%
\begin{table}[H]
\centering
\begin{tabular}{|c||c|c|c|}
\hline
$Y \setminus X$ & $2$ & $3$ & $4$  \\
\hline
\hline
$2$ & \Sexpr{p[1,1]} & \Sexpr{p[1,2]} & \Sexpr{p[1,3]}  \\
\hline
$3$ & \Sexpr{p[2,1]} & \Sexpr{p[2,2]} & \Sexpr{p[2,3]}  \\
\hline
$4$ & \Sexpr{p[3,1]} & \Sexpr{p[3,2]} & \Sexpr{p[3,3]}    \\
```

```
\hline
$5$ & \Sexpr{p[4,1]} & \Sexpr{p[4,2]} & \Sexpr{p[4,3]}  \\
\hline
\end{tabular}
%\caption{Probabilidades conjuntas de $(X,Y)$.}
\end{table}
\noindent
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiro, devemos calcular as distribuições marginais de $X$ e $Y$.
%
\begin{table}[H]
\centering
\begin{tabular}{|c||c|c|c||c|c|c|c|c|}
\hline
$Y\setminus X$ & $2$ & $3$ & $4$ &  $\mathbb{P}(Y=y)$ \\
\hline
\hline
$2$ & \Sexpr{p[1,1]} & \Sexpr{p[1,2]} & \Sexpr{p[1,3]} & \Sexpr{y2}   \\
\hline
$3$ & \Sexpr{p[2,1]} & \Sexpr{p[2,2]} & \Sexpr{p[2,3]} & \Sexpr{y3}   \\
\hline
$4$ & \Sexpr{p[3,1]} & \Sexpr{p[3,2]} & \Sexpr{p[3,3]} &  \Sexpr{y4}    \\
\hline
$5$ & \Sexpr{p[4,1]} & \Sexpr{p[4,2]} & \Sexpr{p[4,3]} &  \Sexpr{y5}   \\
\hline
\hline
$\mathbb{P}(X=x)$ & \Sexpr{x2} & \Sexpr{x3} & \Sexpr{x4}  & 1 \\
\hline
\end{tabular}
%\caption{Probabilidades conjuntas de $(X,Y)$.}
\end{table}
Daí, segue que
\begin{equation*}
\mathbb{P}(X \geq \Sexpr{x}|Y = \Sexpr{y}) =
\frac{\mathbb{P}(X \geq \Sexpr{x}, Y = \Sexpr{y})}{P(Y = \Sexpr{y})}=
\frac{\sum_{x=\Sexpr{x}}^{4} p(x,\Sexpr{y})}{\mathbb{P}(Y=\Sexpr{y})} =
\frac{\Sexpr{fmt(PXY, 3)}}{\Sexpr{fmt(PY, 3)}} = \Sexpr{fmt(alt[1], 3)}.
\end{equation*}
\noindent
%
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{17_distribuicao_condicional_08}
```

QUESTÃfO 169

17_distribuicao_condicional_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- matrix(round(diff(c(0, sort(runif(8)), 1)),digits = 3),3,3,byrow = T)  # Gerando
a matriz de probabilidades
}
# Amostrando o valor mínimo de x
y <- sort(sample(8:10,3))
c <- sample(1:2,1)
x <- sort(sample((y[1]-1):10,3))# ...
x1 <- sum(p[1,])
x2 <- sum(p[2,])
x3 <- sum(p[3,])
y1 <- sum(p[,1])
y2 <- sum(p[,2])
y3 <- sum(p[,3])
comp1 <- matrix(numeric(),3,3)
comp2 <- matrix(numeric(),3,3)
for (j in 1:3) {
  for (i in 1:3) {
    comp1[i,j] <- x[i]>=y[j]
    comp2[i,j] <- x[i]<y[j]
  }
}
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- sum(comp1[,1:c]*p[,1:c])/sum(p[,1:c])
alt[2] <- sum(comp1[,1:c]*p[,1:c])
alt[3] <- sum(comp1[,-c]*p[,-c])/sum(p[,-c])
alt[4] <- sum(comp2[,1:c]*p[,1:c])/sum(p[,1:c])
alt[5] <- 1-sum(comp1[,1:c]*p[,1:c])
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Duas linhas de produção fabricam um certo tipo de peça.
Suponha que a capacidade em qualquer dia seja 2 peças na linha A e 3 peças na linha B.
$X$ e $Y$ denotam, respectivamente, o número de peças produzido pelas linhas A e B em
um dado dia. Com base na tabela a seguir da distribuição
conjunta de X e Y, determine $\mathbb{P}(X \geq Y | Y \leq \Sexpr{y[c]})$.
%
\centering
\begin{tabular}{|c||c|c|c|}
\hline
$X \setminus Y$ & $\Sexpr{y[1]}$ & $\Sexpr{y[2]}$ & $\Sexpr{y[3]}$  \\
```

```
\hline
\hline
$\Sexpr{x[1]}$ & \Sexpr{p[1,1]} & \Sexpr{p[1,2]} & \Sexpr{p[1,3]}  \\
\hline
$\Sexpr{x[2]}$ & \Sexpr{p[2,1]} & \Sexpr{p[2,2]} & \Sexpr{p[2,3]}  \\
\hline
$\Sexpr{x[3]}$ & \Sexpr{p[3,1]} & \Sexpr{p[3,2]} & \Sexpr{p[3,3]}    \\
\hline
\end{tabular}
%\caption{Probabilidades conjuntas de $(X,Y)$.}
\noindent
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiro, devemos calcular as distribuições marginais de $X$ e $Y$.
%
\centering
\begin{tabular}{|c||c|c|c||c|c|c|c|c|}
\hline
$X \setminus Y$ & $\Sexpr{y[1]}$ & $\Sexpr{y[2]}$ & $\Sexpr{y[3]}$ &  $\mathbb{P}(X=x)$
\\
\hline
\hline
$\Sexpr{x[1]}$ & \Sexpr{p[1,1]} & \Sexpr{p[1,2]} & \Sexpr{p[1,3]} & \Sexpr{x1}   \\
\hline
$\Sexpr{x[2]}$ & \Sexpr{p[2,1]} & \Sexpr{p[2,2]} & \Sexpr{p[2,3]} & \Sexpr{x2}   \\
\hline
$\Sexpr{x[3]}$ & \Sexpr{p[3,1]} & \Sexpr{p[3,2]} & \Sexpr{p[3,3]} &  \Sexpr{x3}    \\
\hline
\hline
$\mathbb{P}(Y=y)$ & \Sexpr{y1} & \Sexpr{y2} & \Sexpr{y3}  & 1 \\
\hline
\end{tabular}
%\caption{Probabilidades conjuntas de $(X,Y)$.}
Daí, segue que
\begin{equation*}
\mathbb{P}(X \geq Y |Y \leq \Sexpr{y[c]}) =
\frac{\mathbb{P}(X \geq Y, Y \leq \Sexpr{y[c]}))}{P(Y \leq \Sexpr{y[c]})}=
\frac{\sum_{x = y}^{\Sexpr{x[3]}} = p(x,y)}{\sum_{\Sexpr{y[1]}}^\Sexpr{y[c]} \mathbb{P}(Y=y)}
=
\frac{\Sexpr{sum(comp1[,1:c]*p[,1:c])}}{\Sexpr{sum(p[,1:c])}} = \Sexpr{fmt(alt[1],
3)}.
\end{equation*}
\noindent
%
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{17_distribuicao_condicional_09}
```

QUESTÃfO 170

17_distribuicao_condicional_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
p <- matrix(round(diff(c(0, sort(runif(24)), 1)),digits = 3),nrow=5,ncol=5)  # Gerando
a matriz de probabilidades
sum(p)
a <- sample(1:5,1)
b <- sample(2:4,1)
B <- c(50,100,150,200,250)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- sum(p[(b+1):5,a])/sum(p[,a])
alt[2] <- sum(p[b:5,a])/sum(p[,-a])
alt[3] <- sum(p[b,a])/sum(p[,a])
alt[4] <- runif(1)
alt[5] <- sum(p[b:5,a])
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Para melhor atender a demanda de pacientes no país, foram levantados dados relacionados
a quantidade de leitos nos hospitais de cada região. Seja $A$ a variável referente
ao número de hospitais e $B$ o total de leitos nos hospitais, com base na tabela da
distribuição conjunta de X e Y apresentada abaixo, determine $\mathbb{P}(B > \Sexpr{B[b]}
| A = \Sexpr{a})$.
%
\begin{table}[H]
\centering
\begin{tabular}{c|c|c|c|c|c}
\hline
$B \setminus A$ & $1$ & $2$ & $3$ & $4$ & $5$  \\
\hline
\hline
$50$ & \Sexpr{p[1,1]} & \Sexpr{p[1,2]} & \Sexpr{p[1,3]} & \Sexpr{p[1,4]} & \Sexpr{p[1,5]}
 \\
\hline
$100$ & \Sexpr{p[2,1]} & \Sexpr{p[2,2]} & \Sexpr{p[2,3]} & \Sexpr{p[2,4]} & \Sexpr{p[2,5]}
 \\
\hline
$150$ & \Sexpr{p[3,1]} & \Sexpr{p[3,2]} & \Sexpr{p[3,3]} & \Sexpr{p[3,4]} & \Sexpr{p[3,5]}
   \\
\hline
$200$ & \Sexpr{p[4,1]} & \Sexpr{p[4,2]} & \Sexpr{p[4,3]} & \Sexpr{p[4,4]} & \Sexpr{p[4,5]}
  \\
\hline
$250$ & \Sexpr{p[5,1]} & \Sexpr{p[5,2]} & \Sexpr{p[5,3]} & \Sexpr{p[5,4]} & \Sexpr{p[5,5]}
  \\
```

```
\hline
\end{tabular}
%\caption{Probabilidades conjuntas de $(X,Y)$.}
\end{table}
\noindent
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiro, devemos calcular as distribuições marginais de $A$ e $B$.
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    k & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
    \hline
    P(A = k) & \Sexpr{sum(p[,1])} & \Sexpr{sum(p[,2])} & \Sexpr{sum(p[,3])} & \Sexpr{sum(p[,4])}
& \Sexpr{sum(p[,5])}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
\end{table}
e
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    k & 50 & 100 & 150 & 200 & 250 \\
    \hline
    P(B = k) & \Sexpr{sum(p[1, ])} & \Sexpr{sum(p[2, ])} & \Sexpr{sum(p[3, ])} &
\Sexpr{sum(p[4, ])} & \Sexpr{sum(p[5, ])}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
\end{table}
Daí, segue que
\begin{equation*}
\mathbb{P}(B > \Sexpr{B[b]} |A = \Sexpr{a}) =
\frac{\mathbb{P}(B > \Sexpr{B[b]} |A = \Sexpr{a})}{P(A = \Sexpr{a})}=
\frac{\sum_{B>\Sexpr{B[b]}}  p(B,\Sexpr{a})}{\mathbb{P}(A = \Sexpr{a})} =
\frac{\Sexpr{sum(p[(b+1):5,a])}}{\Sexpr{sum(p[,a])}} = \Sexpr{fmt(alt[1], 3)}.
\end{equation*}
\noindent
%
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{17_distribuicao_condicional_10}
```

QUESTÃfO 171

18_covariancia_correlacao_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- round(diff(c(0, sort(runif(5)), 1)),digits = 2)
}
p31 <- p[1]
p32 <- p[2]
p41 <- p[3]
p42 <- p[4]
p51 <- p[5]
p52 <- p[6]
px3 <- p31+p32
px4 <- p41+p42
px5 <- p51+p52
py1 <- p31+p41+p51
py2 <- p32+p42+p52
EX <- round(3*px3+4*px4+5*px5,digits = 3)
EX2 <- round((3^2)*px3+(4^2)*px4+(5^2)*px5,digits = 3)
VX <- round(EX2-EX^2,digits = 3)
EY <- round(1*py1+2*py2,digits = 3)
EY2 <- round((1^2)*py1+(2^2)*py2,digits = 3)
VY <- round(EY2-EY^2,digits = 3)
q3 <- p31
q4 <- p41
q5 <- p51
q6 <- p32
q8 <- p42
q10 <- p52
EXY <- round(3*q3+4*q4+5*q5+6*q6+8*q8+10*q10,digits = 3)
COV <- round(EXY-EX*EY,digits = 3)
CORR <- round((EXY-EX*EY)/(sqrt(VX*VY)),digits = 3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- CORR
alt[2] <- COV
alt[3] <- 1-abs(CORR)
alt[4] <- CORR*0.5
alt[5] <- COV*0.5
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que Bárbara \emph{``zera"}, no máximo, dois jogos de videogame \emph{PS4} em
um semestre. Seja $X$ o número de disciplinas cursadas no semestre e $Y$ o número de
```

```
jogos zerados. A distribuição de probabilidades conjunta de $X$ e $Y$ é dada por:
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \textbackslash Y & 1 & 2\\
    \hline
    3 & \Sexpr{p31} & \Sexpr{p32}\\
    4 & \Sexpr{p41} & \Sexpr{p42}\\
    5 & \Sexpr{p51} & \Sexpr{p52}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Sabendo que $E(X) = \Sexpr{EX}$, $E\left(X^2\right) = \Sexpr{EX2}$, $E(Y) = \Sexpr{EY}$
e $E\left(Y^2\right) = \Sexpr{EY2}$, assinale a alternativa correspondente à correlação
linear entre as variáveis $X$ e $Y$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de $X$ e $Y$:
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 1 & 2 & P(X=x)\\
    \hline
    3 & \Sexpr{p31} & \Sexpr{p32} & \Sexpr{px3}\\
    4 & \Sexpr{p41} & \Sexpr{p42} & \Sexpr{px4}\\
    5 & \Sexpr{p51} & \Sexpr{p52} & \Sexpr{px5}\\
    \hline
    P(Y=y) & \Sexpr{py1} & \Sexpr{py2} & \Sexpr{sum(p)}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

Em seguida, calculamos
%
\begin{eqnarray*}
\text{Var}(X) &=& E\left(X^2\right)-[E(X)]^2 = \Sexpr{EX2}-(\Sexpr{EX})^2 = \Sexpr{VX}\\
\text{Var}(Y) &=& E\left(Y^2\right)-[E(Y)]^2 = \Sexpr{EY2}-(\Sexpr{EY})^2 = \Sexpr{VY}
\end{eqnarray*}
A distribuição do produto é dada por
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    k & 3 & 4 & 5 & 6 & 8 & 10\\
    \hline
    P(XY = k) & \Sexpr{q3} & \Sexpr{q4} & \Sexpr{q5} & \Sexpr{q6} & \Sexpr{q8} &
\Sexpr{q10}\\
    \hline
```

```
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

De modo que $$E(XY) = 3\times\Sexpr{q3}+4\times\Sexpr{q4}+5\times\Sexpr{q5}+6\times\Sexpr{q6}+8\time
= \Sexpr{EXY}$$ e, portanto, $$\text{Corr}(X,Y) = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\
= \frac{E(XY)-E(X)E(Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} = \Sexpr{CORR}$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{18_covariancia_correlacao_01}
```

QUESTÃfO 172

18_covariancia_correlacao_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- round(diff(c(0, sort(runif(5)), 1)),digits = 2)
}
p01 <- p[1]
p02 <- p[2]
p11 <- p[3]
p12 <- p[4]
p21 <- p[5]
p22 <- p[6]
px0 <- p01+p02
px1 <- p11+p12
px2 <- p21+p22
py1 <- p01+p11+p21
py2 <- p02+p12+p22
EX <- round(0*px0+1*px1+2*px2,digits = 3)
EX2 <- round((0^2)*px0+(1^2)*px1+(2^2)*px2,digits = 3)
VX <- round(EX2-EX^2,digits = 3)
EY <- round(1*py1+2*py2,digits = 3)
EY2 <- round((1^2)*py1+(2^2)*py2,digits = 3)
VY <- round(EY2-EY^2,digits =3)
q0 <- p01+p02
q1 <- p11
q2 <- p12+p21
q4 <- p22
EXY <- round(0*q0+1*q1+2*q2+4*q4,digits = 3)
COV <- round(EXY-EX*EY,digits = 3)
CORR <- round((EXY-EX*EY)/(sqrt(VX*VY)),digits = 3)

##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- CORR
alt[2] <- COV
alt[3] <- 1-abs(CORR)
alt[4] <- CORR*0.6
alt[5] <- COV*0.6

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere uma cidade onde as famílias têm no máximo quatro crianças. Seja $X$ o número
de meninos na família e $Y$ o número de meninas. A distribuição de probabilidades
```

```
conjunta de $X$ e $Y$ é dada por:
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 1 & 2\\
    \hline
    0 & \Sexpr{p01} & \Sexpr{p02}\\
    1 & \Sexpr{p11} & \Sexpr{p12}\\
    2 & \Sexpr{p21} & \Sexpr{p22}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Sabendo que $E(X) = \Sexpr{EX}$, $E\left(X^2\right) = \Sexpr{EX2}$, $E(Y) = \Sexpr{EY}$
e $E\left(Y^2\right) = \Sexpr{EY2}$, assinale a alternativa correspondente à correlação
linear entre as variáveis $X$ e $Y$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de $X$ e $Y$:
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \textbackslash Y & 1 & 2 & P(X=x)\\
    \hline
    0 & \Sexpr{p01} & \Sexpr{p02} & \Sexpr{px0}\\
    1 & \Sexpr{p11} & \Sexpr{p12} & \Sexpr{px1}\\
    2 & \Sexpr{p21} & \Sexpr{p22} & \Sexpr{px2}\\
    \hline
    P(Y=y) & \Sexpr{py1} & \Sexpr{py2} & \Sexpr{sum(p)}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

Em seguida, calculamos
%
\begin{eqnarray*}
\text{Var}(X) &=& E\left(X^2\right)-[E(X)]^2 = \Sexpr{EX2}-(\Sexpr{EX})^2 = \Sexpr{VX}\\
\text{Var}(Y) &=& E\left(Y^2\right)-[E(Y)]^2 = \Sexpr{EY2}-(\Sexpr{EY})^2 = \Sexpr{VY}
\end{eqnarray*}
A distribuição do produto é dada por
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    k & 0 & 1 & 2 & 4\\
    \hline
    P(XY = k) & \Sexpr{q0} & \Sexpr{q1} & \Sexpr{q2} & \Sexpr{q4}\\
    \hline
    \hline
```

```
    \end{tabular}
    \end{table}

De modo que $$E(XY) = 0\times\Sexpr{q0}+1\times\Sexpr{q1}+2\times\Sexpr{q2}+4\times\Sexpr{q4}
= \Sexpr{EXY}$$ e, portanto, $$\text{Corr}(X,Y) = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\
= \frac{E(XY)-E(X)E(Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} = \Sexpr{CORR}$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{18_covariancia_correlacao_02}
```

QUESTÃfO 173

18_covariancia_correlacao_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- round(diff(c(0, sort(runif(5)), 1)),digits = 2)
}
p11 <- p[1]
p12 <- p[2]
p21 <- p[3]
p22 <- p[4]
p41 <- p[5]
p42 <- p[6]
px1 <- p11+p12
px2 <- p21+p22
px4 <- p41+p42
py1 <- p11+p21+p41
py2 <- p12+p22+p42
EX <- round(1*px1+2*px2+4*px4,digits = 3)
EX2 <- round((1^2)*px1+(2^2)*px2+(4^2)*px4,digits = 3)
VX <- round(EX2-EX^2,digits = 3)
EY <- round(1*py1+2*py2,digits = 3)
EY2 <- round((1^2)*py1+(2^2)*py2,digits = 3)
VY <- round(EY2-EY^2,digits = 3)
q1 <- p11
q2 <- p12+p21
q4 <- p22+p41
q8 <- p42
EXY <- round(1*q1+2*q2+4*q4+8*q8,digits = 3)
COV <- round(EXY-EX*EY,digits =3)
CORR <- round((EXY-EX*EY)/(sqrt(VX*VY)),digits = 3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- CORR
alt[2] <- COV
alt[3] <- 1-abs(CORR)
alt[4] <- CORR*0.7
alt[5] <- COV*0.7

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em uma determinada empresa, foram registradas duas variáveis: $X$, referente ao número
de faltas, e $Y$, referente ao desempenho que é avaliado internamente. A distribuição
de probabilidades conjunta de $X$ e $Y$ é dada por:
```

```
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 1 & 2\\
    \hline
    1 & \Sexpr{p11} & \Sexpr{p12}\\
    2 & \Sexpr{p21} & \Sexpr{p22}\\
    4 & \Sexpr{p41} & \Sexpr{p42}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Sabendo que $E(X) = \Sexpr{EX}$, $E\left(X^2\right) = \Sexpr{EX2}$, $E(Y) = \Sexpr{EY}$
e $E\left(Y^2\right) = \Sexpr{EY2}$, assinale a alternativa correspondente à correlação
linear entre as variáveis $X$ e $Y$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de $X$ e $Y$:
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 1 & 2 & P(X=x)\\
    \hline
    1 & \Sexpr{p11} & \Sexpr{p12} & \Sexpr{px1}\\
    2 & \Sexpr{p21} & \Sexpr{p22} & \Sexpr{px2}\\
    4 & \Sexpr{p41} & \Sexpr{p42} & \Sexpr{px4}\\
    \hline
    P(Y=y) & \Sexpr{py1} & \Sexpr{py2} & \Sexpr{sum(p)}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

Em seguida, calculamos
%
\begin{eqnarray*}
\text{Var}(X) &=& E\left(X^2\right)-[E(X)]^2 = \Sexpr{EX2}-(\Sexpr{EX})^2 = \Sexpr{VX}\\
\text{Var}(Y) &=& E\left(Y^2\right)-[E(Y)]^2 = \Sexpr{EY2}-(\Sexpr{EY})^2 = \Sexpr{VY}
\end{eqnarray*}
A distribuição do produto é dada por
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    k & 1 & 2 & 4 & 8\\
    \hline
    P(XY = k) & \Sexpr{q1} & \Sexpr{q2} & \Sexpr{q4} & \Sexpr{q8}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
```

```
    \end{table}

De modo que $$E(XY) = 1\times\Sexpr{q1}+2\times\Sexpr{q2}+4\times\Sexpr{q4}+8\times\Sexpr{q8}
= \Sexpr{EXY}$$ e, portanto, $$\text{Corr}(X,Y) = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\
= \frac{E(XY)-E(X)E(Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} = \Sexpr{CORR}$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{18_covariancia_correlacao_03}
```

QUESTÃfO 174

18_covariancia_correlacao_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- round(diff(c(0, sort(runif(5)), 1)),digits = 2)
}
p31 <- p[1]
p32 <- p[2]
p41 <- p[3]
p42 <- p[4]
p51 <- p[5]
p52 <- p[6]
px3 <- p31+p32
px4 <- p41+p42
px5 <- p51+p52
py1 <- p31+p41+p51
py2 <- p32+p42+p52
EX <- round(3*px3+4*px4+5*px5,digits = 3)
EX2 <- round((3^2)*px3+(4^2)*px4+(5^2)*px5,digits = 3)
VX <- round(EX2-EX^2,digits = 3)
EY <- round(1*py1+2*py2,digits = 3)
EY2 <- round((1^2)*py1+(2^2)*py2,digits = 3)
VY <- round(EY2-EY^2,digits = 3)
q3 <- p31
q4 <- p41
q5 <- p51
q6 <- p32
q8 <- p42
q10 <- p52
EXY <- round(3*q3+4*q4+5*q5+6*q6+8*q8+10*q10,digits = 3)
COV <- round(EXY-EX*EY, digits=3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- COV
alt[2] <- EXY
alt[3] <- 1-abs(COV)
alt[4] <- EXY-EX^2
alt[5] <- COV*0.5
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que Bárbara \emph{``zera"}, no máximo, dois jogos de videogame \emph{PS4} em
um semestre. Seja $X$ o número de disciplinas cursadas no semestre e $Y$ o número de
jogos zerados. A distribuição de probabilidades conjunta de $X$ e $Y$ é dada por:
```

```
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \textbackslash Y & 1 & 2\\
    \hline
    3 & \Sexpr{p31} & \Sexpr{p32}\\
    4 & \Sexpr{p41} & \Sexpr{p42}\\
    5 & \Sexpr{p51} & \Sexpr{p52}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Qual a covariância entre as variáveis $X$ e $Y$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de $X$ e $Y$:
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 1 & 2 & P(X=x)\\
    \hline
    3 & \Sexpr{p31} & \Sexpr{p32} & \Sexpr{px3}\\
    4 & \Sexpr{p41} & \Sexpr{p42} & \Sexpr{px4}\\
    5 & \Sexpr{p51} & \Sexpr{p52} & \Sexpr{px5}\\
    \hline
    P(Y=y) & \Sexpr{py1} & \Sexpr{py2} & \Sexpr{sum(p)}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

Em seguida, calculamos
\begin{eqnarray*}
E(X) &=& 3\times\Sexpr{px3}+4\times\Sexpr{px4}+5\times\Sexpr{px5} = \Sexpr{EX}\\
E(Y) &=& 1\times\Sexpr{py1}+2\times\Sexpr{py2} = \Sexpr{EY}
\end{eqnarray*}
A distribuição do produto é dada por
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    k & 3 & 4 & 5 & 6 & 8 & 10\\
    \hline
    P(XY = k) & \Sexpr{q3} & \Sexpr{q4} & \Sexpr{q5} & \Sexpr{q6} & \Sexpr{q8} &
\Sexpr{q10}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
```

```
De modo que $$E(XY) = 3\times\Sexpr{q3}+4\times\Sexpr{q4}+5\times\Sexpr{q5}+6\times\Sexpr{q6}+8\time
= \Sexpr{EXY}$$ e, portanto, $$\text{Cov}(X,Y) = E(XY)-E(X)E(Y) = \Sexpr{COV}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{18_covariancia_correlacao_04}
```

QUESTÃfO 175

18_covariancia_correlacao_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- round(diff(c(0, sort(runif(5)), 1)),digits = 2)
}
p01 <- p[1]
p02 <- p[2]
p11 <- p[3]
p12 <- p[4]
p21 <- p[5]
p22 <- p[6]
px0 <- p01+p02
px1 <- p11+p12
px2 <- p21+p22
py1 <- p01+p11+p21
py2 <- p02+p12+p22
EX <- round(0*px0+1*px1+2*px2,digits = 2)
EX2 <- round((0^2)*px0+(1^2)*px1+(2^2)*px2,digits = 2)
VX <- round(EX2-EX^2,digits = 2)
EY <- round(1*py1+2*py2,digits = 2)
EY2 <- round((1^2)*py1+(2^2)*py2,digits = 2)
VY <- round(EY2-EY^2,digits = 2)
q0 <- p01+p02
q1 <- p11
q2 <- p12+p21
q4 <- p22
EXY <- round(0*q0+1*q1+2*q2+4*q4,digits = 2)
COV <- round(EXY-EX*EY,digits = 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- COV
alt[2] <- EXY
alt[3] <- 1-abs(COV)
alt[4] <- EXY-EX^2
alt[5] <- COV*0.9

questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Considere uma cidade onde as famílias têm no máximo quatro crianças. Seja $X$ o número
de meninos na família e $Y$ o número de meninas. A distribuição de probabilidades
conjunta de $X$ e $Y$ é dada por:
\begin{table}[H]
```

```
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \textbackslash Y & 1 & 2\\
    \hline
    0 & \Sexpr{p01} & \Sexpr{p02}\\
    1 & \Sexpr{p11} & \Sexpr{p12}\\
    2 & \Sexpr{p21} & \Sexpr{p22}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Qual a covariância entre as variáveis $X$ e $Y$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de $X$ e $Y$:
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 1 & 2 & P(X=x)\\
    \hline
    0 & \Sexpr{p01} & \Sexpr{p02} & \Sexpr{px0}\\
    1 & \Sexpr{p11} & \Sexpr{p12} & \Sexpr{px1}\\
    2 & \Sexpr{p21} & \Sexpr{p22} & \Sexpr{px2}\\
    \hline
    P(Y=y) & \Sexpr{py1} & \Sexpr{py2} & \Sexpr{sum(p)}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

Em seguida, calculamos
\begin{eqnarray*}
E(X) &=& 0\times\Sexpr{px0}+1\times\Sexpr{px1}+2\times\Sexpr{px2} = \Sexpr{EX}\\
E(Y) &=& 1\times\Sexpr{py1}+2\times\Sexpr{py2} = \Sexpr{EY}
\end{eqnarray*}
A distribuição do produto é dada por
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    k & 0 & 1 & 2 & 4\\
    \hline
    P(XY = k) & \Sexpr{q0} & \Sexpr{q1} & \Sexpr{q2} & \Sexpr{q4}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

De modo que $$E(XY) = 0\times\Sexpr{q0}+1\times\Sexpr{q1}+2\times\Sexpr{q2}+4\times\Sexpr{q4}
= \Sexpr{EXY}$$ e, portanto, $$\text{Cov}(X,Y) = E(XY)-E(X)E(Y) = \Sexpr{COV}.$$
```

```
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{18_covariancia_correlacao_05}
```

QUESTÃfO 176

18_covariancia_correlacao_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- round(diff(c(0, sort(runif(5)), 1)),digits = 2)
}
p11 <- p[1]
p12 <- p[2]
p21 <- p[3]
p22 <- p[4]
p41 <- p[5]
p42 <- p[6]
px1 <- p11+p12
px2 <- p21+p22
px4 <- p41+p42
py1 <- p11+p21+p41
py2 <- p12+p22+p42
EX <- round(1*px1+2*px2+4*px4,digits = 3)
EX2 <- round((1^2)*px1+(2^2)*px2+(4^2)*px4,digits = 3)
VX <- round(EX2-EX^2,digits = 3)
EY <- round(1*py1+2*py2,digits = 3)
EY2 <- round((1^2)*py1+(2^2)*py2,digits = 3)
VY <- round(EY2-EY^2,digits = 3)
q1 <- p11
q2 <- p12+p21
q4 <- p22+p41
q8 <- p42
EXY <- round(1*q1+2*q2+4*q4+8*q8,digits = 3)
COV <- round(EXY-EX*EY,digits = 3)

##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- COV
alt[2] <- EXY
alt[3] <- 1-abs(COV)
alt[4] <- EXY-EX^2
alt[5] <- COV*0.6

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em uma determinada empresa foram registradas duas variáveis: $X$ referente ao número
de faltas e $Y$ referente ao desempenho que é avaliado internamente. A distribuição de
probabilidades conjunta de $X$ e $Y$ é dada por:
```

```
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \textbackslash Y & 1 & 2\\
    \hline
    1 & \Sexpr{p11} & \Sexpr{p12}\\
    2 & \Sexpr{p21} & \Sexpr{p22}\\
    4 & \Sexpr{p41} & \Sexpr{p42}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Qual a covariância entre as variáveis $X$ e $Y$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de $X$ e $Y$:
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 1 & 2 & P(X=x)\\
    \hline
    1 & \Sexpr{p11} & \Sexpr{p12} & \Sexpr{px1}\\
    2 & \Sexpr{p21} & \Sexpr{p22} & \Sexpr{px2}\\
    4 & \Sexpr{p41} & \Sexpr{p42} & \Sexpr{px4}\\
    \hline
    P(Y=y) & \Sexpr{py1} & \Sexpr{py2} & \Sexpr{sum(p)}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

Em seguida, calculamos
\begin{eqnarray*}
E(X) &=& 1\times\Sexpr{px1}+2\times\Sexpr{px2}+4\times\Sexpr{px4} = \Sexpr{EX}\\
E(Y) &=& 1\times\Sexpr{py1}+2\times\Sexpr{py2} = \Sexpr{EY}\\
\end{eqnarray*}
A distribuição do produto é dada por
\begin{table}[H]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    k & 1 & 2 & 4 & 8\\
    \hline
    P(XY = k) & \Sexpr{q1} & \Sexpr{q2} & \Sexpr{q4} & \Sexpr{q8}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

De modo que $$E(XY) = 1\times\Sexpr{q1}+2\times\Sexpr{q2}+4\times\Sexpr{q4}+8\times\Sexpr{q8}
```

```
= \Sexpr{EXY}$$ e, portanto, $$\text{Cov}(X,Y) = E(XY)-E(X)E(Y) = \Sexpr{COV}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{18_covariancia_correlacao_06}
```

QUESTÃfO 177

18_covariancia_correlacao_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- round(diff(c(0, sort(runif(5)), 1)),digits = 2)
}
p11 <- p[1]
p12 <- p[2]
p21 <- p[3]
p22 <- p[4]
p31 <- p[5]
p32 <- p[6]
px1 <- p11+p12
px2 <- p21+p22
px3 <- p31+p32
py1 <- p11+p21+p31
py2 <- p12+p22+p32
EX <- round(1*px1+2*px2+3*px3,digits = 3)
EX2 <- round((1^2)*px1+(2^2)*px2+(3^2)*px3,digits = 3)
VX <- round(EX2-EX^2,digits = 3)
EY <- round(30*py1+60*py2,digits = 3)
EY2 <- round((30^2)*py1+(60^2)*py2,digits = 3)
VY <- round(EY2-EY^2,digits = 3)
q30 <- p11
q60 <- p12+p21
q120 <- p22
q90 <- p31
q180 <- p32
EXY <- round(30*q30+60*q60+120*q120+90*q90+180*q180,digits = 3)
COV <- round(EXY-EX*EY,digits = 3)
CORR <- round((EXY-EX*EY)/(sqrt(VX*VY)),digits = 3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- CORR
alt[2] <- COV
alt[3] <- 1-abs(CORR)
alt[4] <- CORR*0.7
alt[5] <- COV*0.7

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um aplicativo criado com o objetivo de aulixiar seus usuários na escolha do plano
de saúde fez um levantamento da preferência dos clientes pelos planos oferecidos e
```

```
registrou duas variáveis: $X$, referente ao plano de saúde escolhido, e $Y$, referente
a idade do contratante. A distribuição de probabilidades conjunta de $X$ e $Y$ é dada
por:
\begin{table}[htbp]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 30 & 60\\
    \hline
    1 & \Sexpr{p11} & \Sexpr{p12}\\
    2 & \Sexpr{p21} & \Sexpr{p22}\\
    3 & \Sexpr{p31} & \Sexpr{p32}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Sabendo que $E(X) = \Sexpr{EX}$, $E\left(X^2\right) = \Sexpr{EX2}$, $E(Y) = \Sexpr{EY}$
e $E\left(Y^2\right) = \Sexpr{EY2}$, assinale a alternativa correspondente à correlação
entre as variáveis $X$ e $Y$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de $X$ e $Y$:
\begin{table}[!htbp]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 30 & 60 & P(X=x)\\
    \hline
    1 & \Sexpr{p11} & \Sexpr{p12} & \Sexpr{px1}\\
    2 & \Sexpr{p21} & \Sexpr{p22} & \Sexpr{px2}\\
    3 & \Sexpr{p31} & \Sexpr{p32} & \Sexpr{px3}\\
    \hline
    P(Y=y) & \Sexpr{py1} & \Sexpr{py2} & \Sexpr{sum(p)}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

Em seguida, calculamos
%
\begin{eqnarray*}
\text{Var}(X) &=& E\left(X^2\right)-[E(X)]^2 = \Sexpr{EX2}-(\Sexpr{EX})^2 = \Sexpr{VX}\\
\text{Var}(Y) &=& E\left(Y^2\right)-[E(Y)]^2 = \Sexpr{EY2}-(\Sexpr{EY})^2 = \Sexpr{VY}
\end{eqnarray*}
A distribuição do produto é dada por
\begin{table}[!htbp]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    k & 30 & 60 & 90 & 120 & 180\\
    \hline
    P(XY = k) & \Sexpr{q30} & \Sexpr{q60} & \Sexpr{q90} & \Sexpr{q120} & \Sexpr{q180}\\
```

```
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

De modo que $$E(XY) = 30\times\Sexpr{q30}+60\times\Sexpr{q60}+90\times\Sexpr{q90}+120\times\Sexpr{q1
= \Sexpr{EXY}$$ e, portanto, $$\text{Corr}(X,Y) = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\
= \frac{E(XY)-E(X)E(Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} = \Sexpr{CORR}$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{18_covariancia_correlacao_07}
```

QUESTÃfO 178

18_covariancia_correlacao_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- round(diff(c(0, sort(runif(8)), 1)),digits = 2)
}
p01 <- p[1]
p02 <- p[2]
p41 <- p[3]
p42 <- p[4]
p51 <- p[5]
p52 <- p[6]
p00 <- p[7]
p40 <- p[8]
p50 <- p[9]
px0 <- p00+p01+p02
px4 <- p40+p41+p42
px5 <- p50+p51+p52
py0 <- p00+p40+p50
py1 <- p01+p41+p51
py2 <- p02+p42+p52
EX <- round(0*px0+4*px4+5*px5,digits = 3)
EX2 <- round((0^2)*px0+(4^2)*px4+(5^2)*px5,digits = 3)
VX <- round(EX2-EX^2,digits = 3)
EY <- round(0*py0+1*py1+2*py2,digits = 3)
EY2 <- round((0^2)*py0+(1^2)*py1+(2^2)*py2,digits = 3)
VY <- round(EY2-EY^2,digits = 3)
q0 <- p00+p01+p02+p40+p50
q4 <- p41
q5 <- p51
q8 <- p42
q10 <- p52
EXY <- round(0*q0+4*q4+5*q5+8*q8+10*q10,digits = 3)
COV <- round(EXY-EX*EY,digits = 3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
questions <- numeric(5)
alt[1] <- COV
alt[2] <- EXY
alt[3] <- 1-abs(COV)
alt[4] <- EXY-EX^2
alt[5] <- COV*0.5

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
```

```
@
\begin{question}
Uma das maiores redes de varejo dos Estados Unidos fez um experimento para descobrir
se a venda de fraldas descartáveis estava associada à de cervejas. Em geral, os compradores
eram homens, que saíam à noite para comprar fraldas e aproveitavam para levar algumas
latinhas para casa. Os produtos foram postos lado a lado. Seja $X$ o número de latinhas
de cerveja e $Y$ a quantidade de pacotes de fraldas descartáveis comprados. A distribuição
de probabilidades conjunta de $X$ e $Y$ é dada por:
\begin{table}[htbp]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 0 & 1 & 2\\
    \hline
    0 & \Sexpr{p00} & \Sexpr{p01} & \Sexpr{p02}\\
    4 & \Sexpr{p40} & \Sexpr{p41} & \Sexpr{p42}\\
    5 & \Sexpr{p50} & \Sexpr{p51} & \Sexpr{p52}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Qual a covariância entre as variáveis $X$ e $Y$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de $X$ e $Y$:
\begin{table}[htbp]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 0 & 1 & 2 & P(X=x)\\
    \hline
    0 & \Sexpr{p00} & \Sexpr{p01} & \Sexpr{p02} & \Sexpr{px0}\\
  4 & \Sexpr{p40} & \Sexpr{p41} & \Sexpr{p42} & \Sexpr{px4}\\
    5 & \Sexpr{p50} & \Sexpr{p51} & \Sexpr{p52} & \Sexpr{px5}\\
    \hline
    P(Y=y) & \Sexpr{py0} & \Sexpr{py1} & \Sexpr{py2} & \Sexpr{sum(p)}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Em seguida, calculamos
\begin{eqnarray*}
E(X) &=& 0\times\Sexpr{px0}+4\times\Sexpr{px4}+5\times\Sexpr{px5} = \Sexpr{EX}\\
E(Y) &=& 0\times\Sexpr{py0}+1\times\Sexpr{py1}+2\times\Sexpr{py2} = \Sexpr{EY}
\end{eqnarray*}
A distribuição do produto é dada por
\begin{table}[htbp]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    k & 0 & 4 & 5 & 8 & 10\\
    \hline
```

```
    P(XY = k) & \Sexpr{q0} & \Sexpr{q4} & \Sexpr{q5} & \Sexpr{q8} & \Sexpr{q10}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

De modo que $$E(XY) = 0\times\Sexpr{q0}+4\times\Sexpr{q4}+5\times\Sexpr{q5}+8\times\Sexpr{q8}+10\tim
= \Sexpr{EXY}$$ e, portanto, $$\text{Cov}(X,Y) = E(XY)-E(X)E(Y) = \Sexpr{COV}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{18_covariancia_correlacao_08}
```

QUESTÃfO 179

18_covariancia_correlacao_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

X <- round(runif(5,0,1),2)*10 #Consumo de Vinho
Y <- sample(50:300,5) # Total de Morte por
varX <- var(X)
varY <- var(Y)
COV <- cov(X,Y)
CORR <- COV/(sqrt(varX)*sqrt(varY))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- CORR
alt[2] <- COV/(varX*varY)
alt[3] <- 1-abs(CORR)
alt[4] <- CORR*0.7
alt[5] <- round(runif(1,0,1),2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Nos dados descritos a seguir $X$ representa consumo anual de vinho per capita e $Y$ o
total de mortes anuais (por 100.000 habitantes) por doenças cardíacas em 5 países.
\begin{table}[htbp]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c}
    \hline \\
    País & Consumo de Vinho & Total de Mortes\\
    \hline
    A & \Sexpr{X[1]} & \Sexpr{Y[1]} \\
    B & \Sexpr{X[2]} & \Sexpr{Y[2]} \\
    C & \Sexpr{X[3]} & \Sexpr{Y[3]} \\
    D & \Sexpr{X[4]} & \Sexpr{Y[4]} \\
    E & \Sexpr{X[5]} & \Sexpr{Y[5]} \\

    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Sabendo que $\sum{xy} = \Sexpr{sum(X*Y)}$, $\sum{x^2} = \Sexpr{sum(X^2)}$ e $\sum{y^2}
= \Sexpr{sum(Y^2)}$, assinale a alternativa correspondente à correlação linear entre
as variáveis $X$ e $Y$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
```

```
Seja X e Y variáveis aleatórias integráveis então o coeficiente de correlação entre X
e Y é dado por
$$r_{xy} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}=\mathbb{E}\left[\left(\frac{X-\mathbb{E}(X)}{\sigma_X}
\left(\frac{Y-\mathbb{E}(Y)}{\sigma_Y}\right)\right]$$
Também é possível usar a fórmula
$$ r_{xy} = \frac{\text{cov(x,y)}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum
y)}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$
$$ = \frac{5 \times \Sexpr{sum(X*Y)} - \Sexpr{sum(X)}\times\Sexpr{sum(Y)}}{\sqrt{5
\times \Sexpr{sum(X^2)} - \Sexpr{sum(X)}^2}{\sqrt{5 \times \Sexpr{sum(Y^2)} - \Sexpr{sum(Y)}^2}}}
= \Sexpr{round(alt[1],3)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{18_covariancia_correlacao_09}
```

QUESTÃfO 180

18_covariancia_correlacao_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

p <- 0
while(sum(p) <1 || sum(p)>1){
  p <- round(diff(c(0, sort(runif(8)), 1)),digits = 2)
}
p31 <- p[1]
p32 <- p[2]
p33 <- p[3]
p41 <- p[4]
p42 <- p[5]
p43 <- p[6]
p51 <- p[7]
p52 <- p[8]
p53 <- p[9]
x <- c(3:5)
y <- c(5,10,15)
p <- matrix(p,3,3,byrow = T)

px <- rowSums(p)
py <- colSums(p)
pxy <- as.numeric(p)
EX <- round(sum(x*px),digits = 3)
EX2 <- round(sum(x^2*px),digits = 3)
VX <- round(EX2-EX^2,digits = 3)
EY <- round(sum(y*py),digits = 3)
EY2 <- round(sum(y^2*py),digits = 3)
VY <- round(EY2-EY^2,digits = 3)
EXY <- round(sum(x%o%y*p),digits = 3)
COV <- round(EXY-EX*EY,digits = 3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- COV
alt[2] <- EXY
alt[3] <- 1-abs(COV)
alt[4] <- EXY-EX^2
alt[5] <- COV*0.8

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma empresa de vendas está fazendo uma análise do desemenho de seus funcionários para
criar novas políticas de contratação. O gerente acredita que o tempo de serviço do
funcionário pode interferir no número de clientes que ele irá adquirir.  Seja $X$ o
```

```
tempo de serviço, em anos, do funcionário e $Y$ o número de clientes, a distribuição
de probabilidades conjunta de $X$ e $Y$ é dada por:
\begin{table}[htbp]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 5 & 10 & 15 \\
    \hline
    3 & \Sexpr{p31} & \Sexpr{p32} & \Sexpr{p33}\\
    4 & \Sexpr{p41} & \Sexpr{p42} & \Sexpr{p43}\\
    5 & \Sexpr{p51} & \Sexpr{p52} & \Sexpr{p53}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}
Qual a covariância entre as variáveis $X$ e $Y$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente devemos completar a tabela com as probabilidades marginais de $X$ e $Y$:
\begin{table}[htbp]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    X \setminus Y & 5 & 10 & 15 & P(X=x)\\
    \hline
    3 & \Sexpr{p31} & \Sexpr{p32} & \Sexpr{p33} & \Sexpr{px[1]}\\
    4 & \Sexpr{p41} & \Sexpr{p42} & \Sexpr{p43} & \Sexpr{px[2]}\\
    5 & \Sexpr{p51} & \Sexpr{p52} & \Sexpr{p53}& \Sexpr{px[3]}\\
    \hline
    P(Y=y) & \Sexpr{py[1]} & \Sexpr{py[2]} & \Sexpr{py[3]} & \Sexpr{sum(p)}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
    \end{table}

Em seguida, calculamos
\begin{eqnarray*}
E(X) &=& 3\times\Sexpr{px[1]}+4\times\Sexpr{px[2]}+5\times\Sexpr{px[3]} = \Sexpr{EX}\\
E(Y) &=& 5\times\Sexpr{py[1]}+10\times\Sexpr{py[2]}+15\times\Sexpr{py[3]} = \Sexpr{EY}
\end{eqnarray*}
A distribuição do produto é dada por
\begin{table}[htbp]
    \centering
    \begin{tabular}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c}
    \hline
    \hline
    k & 15 & 20 & 25 & 30 & 40 & 50 & 45 & 60 & 75\\
    \hline
    P(XY = k) & \Sexpr{pxy[1]} & \Sexpr{pxy[2]} & \Sexpr{pxy[3]} & \Sexpr{pxy[4]} &
\Sexpr{pxy[5]} & \Sexpr{pxy[6]} & \Sexpr{pxy[7]} & \Sexpr{pxy[8]} & \Sexpr{pxy[9]}\\
    \hline
    \hline
    \end{tabular}
```

```
    \end{table}

De modo que $$E(XY) = 15\times\Sexpr{pxy[1]}+20\times\Sexpr{pxy[2]}+25\times\Sexpr{pxy[3]}+30\times\
= \Sexpr{EXY}$$ e, portanto, $$\text{Cov}(X,Y) = E(XY)-E(X)E(Y) = \Sexpr{COV}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{18_covariancia_correlacao_10}
```

QUESTÃfO 181

19_distribuicao_media_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

mu <- round(runif(1,125,135),0)
sigma <- round(runif(1,3,7),0)
n <- sample(25:35,1)
sigma_am <- sigma/sqrt(n)
time <- round(mu*0.99,0)
z <- round((time-mu)/sigma_am,2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(z)
alt[2] <- pnorm(time,mu,sigma)
alt[3] <- pnorm(time,mu,sigma_am^2)
alt[4] <- pnorm(time,mu,sigma^2)
alt[5] <- runif(1,0,1)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que o tempo de prova de um determinado atleta na maratona é uma variável
aleatória ($X$) que segue uma distribuição com média de $\Sexpr{mu}$ minutos e desvio
padrão de $\Sexpr{sigma}$ minutos. Considerando que os tempos são independentes entre
si, se esse atleta participar de $\Sexpr{n}$ maratonas, qual é a probabilidade de que
a média de seus tempos nas provas seja menor que $\Sexpr{time}$ minutos?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Uma vez que a distribuição da média amostral é normal de parâmetros $\mu = \Sexpr{mu}$
e $\sigma = \frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}$, temos que $$P\left(\bar{X}<\Sexpr{time}\right)
= P\left(\frac{\bar{X}-\Sexpr{mu}}{\Sexpr{sigma}/\sqrt{\Sexpr{n}}}<\frac{\Sexpr{time}-\Sexpr{mu}}{\S
= P\left(Z<\Sexpr{round((time-mu)/(sigma/sqrt(n)),2)}\right) = \Sexpr{round(alt[1],digits=4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{19_distribuicao_media_01}
```

QUESTÃfO 182

19_distribuicao_media_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

mu <- round(runif(1,9.76,10.76),2)
sigma <- round(runif(1,0.20,0.30),2)
n <- sample(25:35,1)
sigma_am <- sigma/sqrt(n)
time <- round(runif(1,0.97,1.03)*mu,2)
z <- round((time-mu)/sigma_am,2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(z)
alt[2] <- pnorm(time,mu,sigma)
alt[3] <- pnorm(time,mu,sigma_am^2)
alt[4] <- pnorm(time,mu,sigma^2)
alt[5] <- runif(1,0,1)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que o tempo de prova de um determinado atleta nos 100m rasos é uma variável
aleatória ($X$) que segue uma distribuição com média $\Sexpr{mu}$s e desvio padrão
de $\Sexpr{sigma}$s. Considerando que os tempos são independentes entre si, se esse
atleta participar de $\Sexpr{n}$ provas, qual é a probabilidade de que a média de seus
tempos nas provas seja menor que $\Sexpr{time}$ segundos?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Uma vez que a distribuição da média amostral é normal de parâmetros $\mu = \Sexpr{mu}$
e $\sigma = \frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}$, temos que $$P\left(\bar{X}<\Sexpr{time}\right)
= P\left(\frac{\bar{X}-\Sexpr{mu}}{\Sexpr{sigma}/\sqrt{\Sexpr{n}}}<\frac{\Sexpr{time}-\Sexpr{mu}}{\S
= P\left(Z<\Sexpr{round((time-mu)/(sigma/sqrt(n)),2)}\right) = \Sexpr{round(alt[1],digits=4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{19_distribuicao_media_02}
```

QUESTÃfO 183

19_distribuicao_media_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

mu <- round(runif(1,85,95),0)
sigma <- round(runif(1,20,30),0)
n <- sample(25:35,1)
sigma_am <- sigma/sqrt(n)
time <- round(mu*0.99,0)
z <- round((time-mu)/sigma_am,2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(z)
alt[2] <- 1-pnorm(time,mu,sigma)
alt[3] <- 1-pnorm(time,mu,sigma_am^2)
alt[4] <- 1-pnorm(time,mu,sigma^2)
alt[5] <- runif(1,0,1)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O tempo gasto por um t\'{e}cnico para realizar a manuten\c{c}\~{a}o preventiva de um
aparelho de ar condicionado tem m\'{e}dia igual a $\Sexpr{mu}$ minutos e desvio-padr\~{a}o
igual a $\Sexpr{sigma}$ minutos. Se um cliente tem $\Sexpr{n}$ destes aparelhos, qual
\'{e} a probabilidade de que o tempo m\'{e}dio de realiza\c{c}\~{a}o da manuten\c{c}\~{a}o
destas unidades exceda $\Sexpr{time}$ minutos?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Uma vez que a distribuição da média amostral é normal de parâmetros $\mu = \Sexpr{mu}$
e $\sigma = \frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}$, temos que $$P\left(\bar{X}>\Sexpr{time}\right)
= P\left(\frac{\bar{X}-\Sexpr{mu}}{\Sexpr{sigma}/\sqrt{\Sexpr{n}}}>\frac{\Sexpr{time}-\Sexpr{mu}}{\S
= 1-P\left(Z<\Sexpr{round((time-mu)/(sigma/sqrt(n)),2)}\right) = \Sexpr{round(alt[1],digits=4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{19_distribuicao_media_03}
```

QUESTÃfO 184

19_distribuicao_media_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
mu <- sample(980:990, 1) # média
dp <- sample(90:95, 1)
n <- sample(45:55, 1)
li <- 1000
sigma <- round(dp/sqrt(n), 3)
z <- round((li - mu) / sigma, 2)
z2 <-  round((li - mu) / dp, 2)
z3 <-  round((li - mu) / sigma^2, 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(z)
alt[2] <- 1-pnorm(z2)
alt[3] <- 1-pnorm(z3)
alt[4] <- runif(1, .05, .95)
alt[5] <- runif(1, .05, .95)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma máquina foi projetada para encher caixas de leite com \Sexpr{mu} mililitros e
desvio padrão de \Sexpr{dp} mililitros.
Qual é a probabilidade da média amostral de um conjunto de \Sexpr{n} caixas de leite
escolhidas aleatoriamente superar o limite de 1 litro?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o volume de leite em uma caixa enchida por essa máquina, então $E(X) = \mu =
\Sexpr{mu}$, enquanto que o desvio padrão teórico é $\sigma/\sqrt{n} = \Sexpr{dp}/\sqrt{\Sexpr{n}}
= \Sexpr{sigma}$. Assim, a probabilidade requerida é
$$
P(\overline{X}>1000) = P\left(Z > \frac{1000 - \Sexpr{mu}}{\Sexpr{sigma}}\right) = P(Z
> \Sexpr{z}) = \Sexpr{fmt(alt[1], 3)}.
$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{19_distribuicao_media_04}
```

QUESTÃfO 185

19_distribuicao_media_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
##GERANDO A RESPOSTA
alternativas.verdadeiras <- c(
  paste0("$Z = \\sqrt{n}(\\overline{X} - \\mu)/\\sigma$ tem variância igual a 1."),
  paste0("A distribuição de probabilidade de $\\overline{X}$ é aproximadamente Normal
quando $n\\to\\infty$."),
  paste0("A média de $\\overline{X}$ é $\\mu$."),
  paste0("A variância de X é $\\sigma^2$."),
  paste0("A média amostral $\\overline{X}$ é um estimador de $\\mu$.")
)
alternativas.falsas <- c(
  paste0("O desvio padrão de $\\overline{X}$ é $\\sigma$."),
  paste0("A média populacional é dada por $\\overline{X}$."),
  paste0("A variância de $\\mu$ é $\\sigma^2$."),
  paste0("A variância de $\\mu$ é $\\sigma^2/n$.")
)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- c(sample(alternativas.falsas, 1),
               sample(alternativas.verdadeiras, 4))
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
@
\begin{question}
Seja $\overline{X}$ a média amostral de uma amostra aleatória de tamanho $n$ coletada
de uma população com média $\mu$ e variância $\sigma^2$. Seria \textbf{incorreto}
afirmar que
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{19_distribuicao_media_05}
```

QUESTÃfO 186

19_distribuicao_media_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
##GERANDO A RESPOSTA
mu <- sample(100:120,1)
dp <- sample(2:5, 1)
xbar <- mu + sample(c(-1, 1), 1) * dp
n <- sample(10:15,1)*10
alternativas.verdadeiras <- c(
  paste0("$Z = \\sqrt{n}(\\overline{X} - \\mu)/\\sigma$ tem variância igual a 1."),
  paste0("A distribuição de probabilidade de $\\overline{X}$ é aproximadamente Normal
quando $n\\to\\infty$.")
  # paste0("A média teórica de $\\overline{X}$ é  ", round(mu), "."),
  )
alternativas.falsas <- c(
  paste0("O desvio padrão da média amostral é maior que ", round(dp), " gramas."),
  paste0("A variância de $\\overline{X}$ é ", round(dp/sqrt(n), 3), "."),
  paste0("A média de $\\overline{X}$ é ", round(xbar), "."),
  paste0("A média populacional é dada por $\\overline{X}$."),
  paste0("A variância de $\\mu$ é $\\sigma^2$."),
  paste0("A variância de $\\mu$ é $\\sigma^2/n$.")
  # paste0("A distribuição de probabilidade de $(\\overline{X}-\\mu)/\\sigma$ é $T$
com ", n-1, " graus de liberdade.")
  # paste0("A máquina está trabalhando dentro da tolerância de ", round(dp+2, 2), "
desvios padrões."),
  # paste0("Como a média observada ficou a 1 desvio padrão da média teórica, a amostra
está dentro do esperado."),
)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- c(sample(alternativas.verdadeiras, 1),
                    sample(alternativas.falsas, 4))
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
@
\begin{question}
Uma máquina está calibrada para encher embalagens com \Sexpr{mu} gramas de amendoim
torrado. O desvio padrão da quantidade de amendoins em cada embalagem é de \Sexpr{dp}
gramas. No último teste de controle de qualidade, uma amostra aleatória com \Sexpr{n}
embalagens foi verificada, tendo apresentado média de \Sexpr{xbar} gramas. Assinale a
única alternativa \textbf{correta}.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
```

```
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{19_distribuicao_media_06}
```

QUESTÃfO 187

19_distribuicao_media_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
mu <- sample(5:15, 1) # média
dp <- sample(7:10, 1)
n <- sample(30:35, 1)
li <- mu + sample(c(-2, -1, 1, 2), 1)
sigma <- round(dp/sqrt(n), 3)
z <- round((li - mu) / sigma, 2)
z2 <-  round((li - mu) / dp, 2)
z3 <-  round((li - mu) / sigma^2, 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(z)
alt[2] <- 1-pnorm(z2)
alt[3] <- 1-pnorm(z3)
alt[4] <- runif(1, .05, .95)
alt[5] <- runif(1, .05, .95)
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que o tempo necessário para o atendimento de clientes em uma central telefônica
siga uma distribuição normal com média de \Sexpr{mu} minutos e desvio padrão de \Sexpr{dp}
minutos.
Qual é a probabilidade da média amostral de um conjunto de \Sexpr{n} chamadas telefônicas
escolhidas aleatoriamente superar \Sexpr{li} minutos?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $X$ o tempo de atendimento de uma chamada, então $E(X) = \mu = \Sexpr{mu}$,
enquanto que o desvio padrão é $\sigma/\sqrt{n} = \Sexpr{dp}/\sqrt{\Sexpr{n}} = \Sexpr{sigma}$.
Assim, a probabilidade requerida é
$$
P(\overline{X}>\Sexpr{li}) = P\left(Z > \frac{\Sexpr{li} - \Sexpr{mu}}{\Sexpr{sigma}}\right)
= P(Z > \Sexpr{z}) = \Sexpr{fmt(alt[1], 3)}.
$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{19_distribuicao_media_07}
```

QUESTÃfO 188

19_distribuicao_media_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
mu <- sample(3:7, 1) # média
dp <- round(runif(1,.75,.95),2)
n <- sample(45:60, 1)*10
sigma <- round(dp/sqrt(n), 3)
z <- round(runif(1,-3.00,2.86),2)
p <- round(1-pnorm(z),4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- mu+z*sigma
alt[2] <- mu-z*sigma
alt[3] <- mu-z*sigma^2
alt[4] <- mu+z*sqrt(sigma)
alt[5] <- mu+z*sigma^2
questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A distribuição dos pesos de frangos criados numa granja pode ser representada por
uma distribuição Normal, com média \Sexpr{mu} kg e desvio padrão \Sexpr{dp} kg. Um
abatedouro comprará
\Sexpr{n} frangos e os classificará de acordo com seus respectivos pesos. Qual é o
valor de $c$ tal que $P(\bar{X} > c)=\Sexpr{p*100}\%$, onde $\bar{X}$ representa o
peso médio dos \Sexpr{n} frangos?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
$$P(\bar{X} > c) = \Sexpr{p} \rightarrow P \left(Z > \dfrac{c-\Sexpr{mu}}{\frac{\Sexpr{dp}}\sqrt{\Se
\right) = \Sexpr{p}$$
Temos c tal que, $$\dfrac{(c-\Sexpr{mu})}{\frac{\Sexpr{dp}}\sqrt{\Sexpr{n}}} = \Sexpr{z}$$
Então, $$c= \Sexpr{mu}+\left(\Sexpr{z} \times \frac{\Sexpr{dp}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right)
\approx \Sexpr{round(alt[1],3)}$$
Portanto, $c=\Sexpr{round(alt[1],3)}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{19_distribuicao_media_08}
```

QUESTÃfO 189

19_distribuicao_media_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
mu <- sample(c(86:89, 91:94), 1) # média
dp <- sample(20:23, 1)
n <- sample(70:80, 1)
li <- 60
ls <- 90
sigma <- round(dp/sqrt(n), 3)
za <- round((li - mu) / sigma, 2)
zb <- round((ls - mu) / sigma, 2)
z2a <-  round((li - mu) / dp, 2)
z2b <-  round((ls - mu) / dp, 2)
z3a <-  round((li - mu) / sigma^2, 2)
z3b <-  round((ls - mu) / sigma^2, 2)
z4a <-  round((li - mu) / dp^2, 2)
z4b <-  round((ls - mu) / dp^2, 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(zb)-pnorm(za)
alt[2] <- pnorm(z2b)-pnorm(z2a)
alt[3] <- pnorm(z3b)-pnorm(z3a)
alt[4] <- pnorm(z4b)-pnorm(z4a)
alt[5] <- runif(1, .05, .95)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Foi realizada uma pesquisa envolvendo uma amostra de \Sexpr{n} pacientes, entre 15 e
20 anos, de um certo hospital. Cada um desses pacientes foi submetido a uma série de
exames clínicos, incluíndo sua frequência cardíaca. Pessoas saudáveis nessa faixa
etária apresentam batimentos entre \Sexpr{li} e \Sexpr{ls} vezes por minuto. Sabendo-se
que a média amostral e o desvio padrão populacional são de \Sexpr{mu} e \Sexpr{dp},
respectivamente, calcule a probabilidade da média dos pacientes da amostra estar fora
da faixa de batimentos cardíacos?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
$E(\bar{X}) = \mu = \Sexpr{mu}$, enquanto que o desvio padrão estimado pela amostra é
$\sigma/\sqrt{n} = \Sexpr{dp}/\sqrt{\Sexpr{n}} = \Sexpr{sigma}$. Assim, a probabilidade
requerida é
$$
P(60 \leq \overline{X} \leq 90) = P\left(Z \leq \frac{90 - \Sexpr{mu}}{\Sexpr{sigma}}\right)
- P\left(Z \leq \frac{60 - \Sexpr{mu}}{\Sexpr{sigma}}\right) = P(Z < \Sexpr{zb}) - P(Z
< \Sexpr{za}) = \Sexpr{fmt(alt[1], 4)}.
```

```
$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{19_distribuicao_media_09}
```

QUESTÃfO 190

19_distribuicao_media_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- sample(30:35, 1)
mu <- sample(120:130,1)
dp <- sample(35:45,1)
sigma <- round(dp/sqrt(n), 3)
z <- round(runif(1,-2.86,2.86),3)
x <- round(mu+z*sigma, 2)
custo  <- x*n
z2 <-  round((x - mu)/dp*sqrt(n), 2)
z3 <-  round((x - mu)/sigma^2, 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(z)
alt[2] <- 1-pnorm(z2)
alt[3] <- 1-pnorm(z3)
alt[4] <- runif(1, .05, .95)
alt[5] <- runif(1, .05, .95)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma instituição de caridade deseja realizar uma obra em sua sede que custa \Sexpr{custo}
Reais. Entre os contribuintes habituais dessa instituição, cada um pode contribuir
com um valor ($X$) que segue uma variável aleatória com média e desvio padrão de
\Sexpr{mu} e \Sexpr{dp}, respectivamente. Se \Sexpr{n} dessas pessoas se quotizarem
para levantar fundos com essa finalidade, qual a probabilidade de que eles consigam o
montante necessário?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Queremos calcular $P(X_1+X_2+...+X_n \geq \Sexpr{custo})$, ou seja, $P \left( \sum_{i}
X_i \geq \Sexpr{custo}\right)$.
Dividindo ambas as partes por $n$, temos
$$P \left( \sum_{i} X_i \geq \Sexpr{custo}\right) = P \left( \bar{X} \geq \frac{\Sexpr{custo}}{\Sexp
Sabe-se que $E(\overline{X}) = \mu = \Sexpr{mu}$ e que $\sigma/\sqrt{n} = \Sexpr{dp}/\sqrt{\Sexpr{n}
= \Sexpr{sigma}$. Assim, a probabilidade requerida é
$$P\left(\overline{X} \geq \frac{\Sexpr{custo}}{\Sexpr{n}}\right) = 1 - P\left(Z \leq
\frac{\Sexpr{x} - \Sexpr{mu}}{\Sexpr{sigma}}\right) = 1 - P(Z < \Sexpr{z}) \approx
\Sexpr{fmt(alt[1], 4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
```

```
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{19_distribuicao_media_10}
```

QUESTÃfO 191

20__distribuicao__proporcao__01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0,1),2)
n <- sample(30:50,1)
p_amo <- round(prob*0.98,2)
sigma <- sqrt(prob*(1-prob)/n)
sigma_f <- sqrt(prob*(1-prob))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma,2))
alt[2] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f,2))
alt[3] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma^2,2))
alt[4] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f^2,2))
alt[5] <- runif(1,0,1)

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que a proporção de alunos com nota superior à média em um determinado curso
de uma universidade seja de $\Sexpr{prob}$. Se uma amostra de $\Sexpr{n}$ alunos
for selecionada de forma aleatória, qual a probabilidade de que a proporção de notas
superiores à média seja menor que $\Sexpr{p_amo}$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros
$\mu = \Sexpr{prob}$ e $\sigma = \sqrt{\frac{\Sexpr{prob}\times\Sexpr{1-prob}}{\Sexpr{n}}}$,
temos que $$P\left(\hat{p}<\Sexpr{p_amo}\right) = P\left(\frac{\hat{p}-\Sexpr{prob}}{\sqrt{\frac{\Se
= P\left(Z<\Sexpr{round((p_amo-prob)/(sqrt(prob*(1-prob)/n)),2)}\right) = \Sexpr{round(alt[1],digits
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{20_distribuicao_proporcao_01}
```

QUESTÃfO 192

20__distribuicao__proporcao__02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0,1),2)
n <- sample(30:50,1)
p_amo <- round(prob*0.98,2)
sigma <- sqrt(prob*(1-prob)/n)
sigma_f <- sqrt(prob*(1-prob))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma,2))
alt[2] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f,2))
alt[3] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma^2,2))
alt[4] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f^2,2))
alt[5] <- runif(1,0,1)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Sabe-se que a proporção de moradores favoráveis a um projeto de lei em um determinado
município é de $\Sexpr{prob}$. Se uma amostra de $\Sexpr{n}$ moradores for selecionada
de forma aleatória, qual a probabilidade de que a proporção de moradores na amostra,
favoráveis ao projeto de lei, seja menor que $\Sexpr{p_amo}$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros
$\mu = \Sexpr{prob}$ e $\sigma = \sqrt{\frac{\Sexpr{prob}\times\Sexpr{1-prob}}{\Sexpr{n}}}$,
temos que $$P\left(\hat{p}<\Sexpr{p_amo}\right) = P\left(\frac{\hat{p}-\Sexpr{prob}}{\sqrt{\frac{\Se
= P\left(Z<\Sexpr{round((p_amo-prob)/(sqrt(prob*(1-prob)/n)),2)}\right) = \Sexpr{round(alt[1],digits
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{20_distribuicao_proporcao_02}
```

QUESTÃfO 193

20_distribuicao_proporcao_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.45,0.55),2)
n <- sample(30:50,1)
p_amo <- round(prob*0.98,2)
sigma <- sqrt(prob*(1-prob)/n)
sigma_f <- sqrt(prob*(1-prob))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma,2))
alt[2] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f,2))
alt[3] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma^2,2))
alt[4] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f^2,2))
alt[5] <- runif(1,0,1)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O cadastro de endereços de e-mail de uma agência que organiza excursões para mergulho
contém $\Sexpr{prob*100}$\% de homens e $\Sexpr{(1-prob)*100}$\% de mulheres. A agência
envia mensagens para $\Sexpr{n}$ pessoas aleatoriamente escolhidas em seu cadastro.
Qual é a probabilidade de que pelo menos $\Sexpr{p_amo*100}\%$ delas sejam homens?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros
$\mu = \Sexpr{prob}$ e $\sigma = \sqrt{\frac{\Sexpr{prob}\times\Sexpr{1-prob}}{\Sexpr{n}}}$,
temos que $$P\left(\hat{p}>\Sexpr{p_amo}\right) = P\left(\frac{\hat{p}-\Sexpr{prob}}{\sqrt{\frac{\Se
= 1-P\left(Z<\Sexpr{round((p_amo-prob)/(sqrt(prob*(1-prob)/n)),2)}\right) = \Sexpr{round(alt[1],digi
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{20_distribuicao_proporcao_03}
```

QUESTÃfO 194

20_distribuicao_proporcao_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.3,.7),2)  # Proporção de alunas
n <- sample(30:50,1)  # Tamanho da amostra
sigma <- sqrt(prob*(1-prob)/n)  # Desvio padrão da proporção
dif <- round(sigma, 2)*sample(seq(1.2,2.4,0.2),1)  # Diferença máxima entre p e \hat{p}
quantil <- round(dif/sigma,2)
sigma_f <- sqrt(prob*(1-prob))  # ?
quantilf <- round(dif/sigma_f,2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(quantil) - pnorm(-quantil)
alt[2] <- pnorm(round(dif/sigma_f,2))
alt[3] <- runif(1,0.01,.99)
alt[4] <- pnorm(round((dif)/sigma_f^2,2))
alt[5] <- pnorm(quantilf) - pnorm(-quantilf)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que a proporção de alunas de uma faculdade seja de $\Sexpr{prob}$. Se uma
amostra de $\Sexpr{n}$ alunos for selecionada de forma aleatória, qual a probabilidade
de que a proporção de alunas na amostra difira da proporção na população por menos que
$\Sexpr{dif}$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é, pelo T.L.C., aproximadamente
Normal com parâmetros $\mu = \Sexpr{prob}$ e $\sigma = \sqrt{\frac{\Sexpr{prob}\times\Sexpr{1-prob}}
Portanto, temos que
\begin{align*}
P\left(\lvert{\hat{p}-p}\rvert<\Sexpr{dif}\right) & = P\left(-\Sexpr{dif}<\hat{p}-p<\Sexpr{dif}\righ
\\
& = P\left(\frac{-\Sexpr{dif}}{\Sexpr{round(sigma,digits=4)}}<\frac{\hat{p}-p}{\sigma}<\frac{\Sexpr{
\\
& = P\left(-\Sexpr{quantil}<Z<\Sexpr{quantil}\right) \\
& = \Sexpr{round(alt[1],digits=4)}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
```

```
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{20_distribuicao_proporcao_04}
```

QUESTÃfO 195

20__distribuicao__proporcao__05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- sample(c(10,11), 1)/100 # Proporção populacional
n <- sample(c(100,110,120), 1) # Tamanho da amostra
p_amo <- round(floor(prob*n + sample(1:3, 1))/n, 2) # Proporção amostral
sigma <- sqrt(prob*(1-prob)/n) # Desvio padrão amostral
sigma_f <- sqrt(prob*(1-prob)) # Desvio padrão populacional
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma,2))
alt[2] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f,2))
alt[3] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma^2,2))
alt[4] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f^2,2))
alt[5] <- runif(1,0,1)

questions <- paste("$", fmt(alt, 3), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
De acordo com a Organização Mundial da Saúde, a proporção de pessoas que sofrem de
ansiedade no Brasil é de $\Sexpr{prob*100}\%$. Se uma amostra piloto de $\Sexpr{n}$
brasileiros for selecionada de forma aleatória, qual a probabilidade de que a proporção
de brasileiros ansiosos na amostra seja menor que $\Sexpr{p_amo*100}\%$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros
$\mu = \Sexpr{prob}$ e $\sigma = \sqrt{\frac{\Sexpr{prob}\times\Sexpr{1-prob}}{\Sexpr{n}}}=\Sexpr{ro
4)}$, temos que
\begin{align*}
P\left(\hat{p}<\Sexpr{p_amo}\right) &= P\left(\frac{\hat{p}-\Sexpr{prob}}{\Sexpr{round(sigma,
4)}} < \frac{\Sexpr{p_amo}-\Sexpr{prob}}{\Sexpr{round(sigma, 4)}}\right) \\
 & = P\left(Z<\Sexpr{round((p_amo-prob)/(sqrt(prob*(1-prob)/n)),2)}\right) = \Sexpr{round(alt[1],dig
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{20_distribuicao_proporcao_05}
```

QUESTÃfO 196

20_distribuicao_proporcao_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- sample(c(6,5), 1)/100 # Proporção populacional
n <- sample(c(200,210,220), 1) # Tamanho da amostra
p_amo <- round(floor(prob*n + sample(1:3, 1))/n, 2) # Proporção amostral
sigma <- sqrt(prob*(1-prob)/n) # Desvio padrão amostral
sigma_f <- sqrt(prob*(1-prob)) # Desvio padrão populacional
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma,2))
alt[2] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f,2))
alt[3] <- alt[1] * .96
alt[4] <- pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f^2,2))
alt[5] <- runif(1, 0.1, .9)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Segundo a Organização Mundial da Saúde, a proporção de brasileiros que sofrem com a
depressão é de $\Sexpr{prob*100}\%$. Se uma amostra de $\Sexpr{n}$ for selecionada de
forma aleatória, qual a probabilidade de que a proporção amostral de depressivos seja
menor que $\Sexpr{p_amo*100}\%$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros
$\mu = \Sexpr{prob}$ e $\sigma = \sqrt{\frac{\Sexpr{prob}\times\Sexpr{1-prob}}{\Sexpr{n}}}$,
temos que
\begin{align*}
P\left(\hat{p}<\Sexpr{p_amo}\right) &= P\left(\frac{\hat{p}-\Sexpr{prob}}{\Sexpr{round(sigma,4)}}
< \frac{\Sexpr{p_amo}-\Sexpr{prob}}{\Sexpr{round(sigma,4)}}\right) \\
 & = P\left(Z<\Sexpr{round((p_amo-prob)/(sqrt(prob*(1-prob)/n)),2)}\right) = \Sexpr{round(alt[1],dig
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{20_distribuicao_proporcao_06}
```

QUESTÃfO 197

20__distribuicao__proporcao__07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.5,0.8),2) # Proporção populacional
n <- sample(c(200,210,220,250,300,400), 1) # Tamanho da amostra
p_amo <- round(floor(prob*n + sample(1:3, 1))/n, 2) # Proporção amostral
sigma <- sqrt(prob*(1-prob)/n) # Desvio padrão amostral
sigma_f <- sqrt(prob*(1-prob)) # Desvio padrão populacional
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma,2))
alt[2] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f,2))
alt[3] <- runif(1, 0.1, .9)
alt[4] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f^2,2))
alt[5] <- runif(1, 0.1, .9)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma pesquisa realizada relatou que a proporção de brasileiros que leem a bula antes de
consumir medicamentos sem prescrição médica é de $\Sexpr{prob*100}\%$. Se uma amostra
de tamanho $\Sexpr{n}$ for selecionada de forma aleatória dessa população, qual a
probabilidade de que a proporção amostral seja maior que $\Sexpr{p_amo*100}\%$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros
$\mu = \Sexpr{prob}$ e $\sigma = \sqrt{\frac{\Sexpr{prob}\times\Sexpr{1-prob}}{\Sexpr{n}}}$,
temos que
\begin{align*}
P\left(\hat{p}>\Sexpr{p_amo}\right) &= 1 - P\left(\frac{\hat{p}-\Sexpr{prob}}{\Sexpr{round(sigma,4)}}
< \frac{\Sexpr{p_amo}-\Sexpr{prob}}{\Sexpr{round(sigma,4)}}\right) \\
 & = 1 - P\left(Z<\Sexpr{round((p_amo-prob)/(sqrt(prob*(1-prob)/n)),2)}\right) =
\Sexpr{round(alt[1],digits=4)}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{20_distribuicao_proporcao_07}
```

QUESTÃfO 198

20_distribuicao_proporcao_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.05,0.1),2) # Proporção populacional
n <- sample(15:30, 1) # Tamanho da amostra
p_amo <- round(floor(prob*n + sample(1:3, 1))/n, 2) # Proporção amostral
sigma <- sqrt(prob*(1-prob)/n) # Desvio padrão amostral
sigma_f <- sqrt(prob*(1-prob)) # Desvio padrão populacional
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
questions <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma,2))
alt[2] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f,2))
alt[3] <- runif(1, 0.1, .9)
alt[4] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f^2,2))
alt[5] <- runif(1, 0.1, .9)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um procedimento de controle de qualidade foi planejado para garantir um máximo de
$\Sexpr{prob*100}\%$ de itens defeituosos na produção. A cada 6 horas, sorteia-se uma
amostra de $\Sexpr{n}$ peças e, havendo mais de $\Sexpr{p_amo*100}\%$ de defeituosas,
encerra-se a produção para verificação do processo. Qual a probabilidade de uma amostra
resultar em uma parada desnecessária?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros
$\mu = \Sexpr{prob}$ e $\sigma = \sqrt{\frac{\Sexpr{prob}\times\Sexpr{1-prob}}{\Sexpr{n}}}$,
temos que
\begin{align*}
P\left(\hat{p}>\Sexpr{p_amo}\right) &= 1 - P\left(\frac{\hat{p}-\Sexpr{prob}}{\Sexpr{round(sigma,4)}
< \frac{\Sexpr{p_amo}-\Sexpr{prob}}{\Sexpr{round(sigma,4)}}\right) \\
 & = 1 - P\left(Z<\Sexpr{round((p_amo-prob)/(sqrt(prob*(1-prob)/n)),2)}\right) =
\Sexpr{round(alt[1],digits=4)}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
```

```
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{20_distribuicao_proporcao_08}
```

QUESTÃfO 199

20_distribuicao_proporcao_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.65,0.95),2) # Proporção populacional
n <- sample(20:50, 1) # Tamanho da amostra
p_amo <- round(floor(prob*n + sample(1:3, 1))/n, 2) # Proporção amostral
sigma <- sqrt(prob*(1-prob)/n) # Desvio padrão amostral
sigma_f <- sqrt(prob*(1-prob)) # Desvio padrão populacional
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma,2))
alt[2] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f,2))
alt[3] <- runif(1, 0.1, .9)
alt[4] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f^2,2))
alt[5] <- runif(1, 0.1, .9)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um fabricante afirma que sua vacina contra a gripe imuniza em $\Sexpr{prob*100}\%$
dos casos. Uma amostra de $\Sexpr{n}$ indivíduos que tomaram a vacina foi sorteada
e testes foram feitos para verificar a imunização ou não desses indivíduos. Se o
fabricante estiver correto, qual é a probabilidade da proporção de imunizados na
amostra ser superior a $\Sexpr{p_amo*100}\%$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros
$\mu = \Sexpr{prob}$ e $\sigma = \sqrt{\frac{\Sexpr{prob}\times\Sexpr{1-prob}}{\Sexpr{n}}}$,
temos que
\begin{align*}
P\left(\hat{p}>\Sexpr{p_amo}\right) &= 1- P\left(\frac{\hat{p}-\Sexpr{prob}}{\Sexpr{round(sigma,4)}}
< \frac{\Sexpr{p_amo}-\Sexpr{prob}}{\Sexpr{round(sigma,4)}}\right) \\
 & = 1- P\left(Z<\Sexpr{round((p_amo-prob)/(sqrt(prob*(1-prob)/n)),2)}\right) = \Sexpr{round(alt[1],
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{20_distribuicao_proporcao_09}
```

QUESTÃfO 200

20_distribuicao_proporcao_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.10,0.40),2) # Proporção populacional
n <- sample(50:120, 1) # Tamanho da amostra
p_amo <- round(floor(prob*n + sample(1:3, 1))/n, 2) # Proporção amostral
sigma <- sqrt(prob*(1-prob)/n) # Desvio padrão amostral
sigma_f <- sqrt(prob*(1-prob)) # Desvio padrão populacional
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma,2))
alt[2] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f,2))
alt[3] <- runif(1, 0.1, .9)
alt[4] <- 1-pnorm(round((p_amo-prob)/sigma_f^2,2))
alt[5] <- runif(1, 0.1, .9)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O Brasil é referência mundial na área de transplantes e possui o maior sistema público
de transplantes do mundo. Em números absolutos, o Brasil é o 2º maior transplantador
do mundo, atrás apenas dos EUA. Um levantamento revelou que o número de doações de
órgão disparou, e estima-se que $\Sexpr{prob*100}\%$ dos pacientes recebem a doação.
Sorteia-se uma amostra de $\Sexpr{n}$ pacientes que estiveram a espera de transplante.
Qual é a probabilidade da proporção de pacientes que receberam doações na amostra ser
superior a $\Sexpr{p_amo*100}\%$?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Inicialmente, observe que a distribuição da proporção amostral é normal de parâmetros
$\mu = \Sexpr{prob}$ e $\sigma = \sqrt{\frac{\Sexpr{prob}\times\Sexpr{1-prob}}{\Sexpr{n}}}$,
temos que
\begin{align*}
P\left(\hat{p}>\Sexpr{p_amo}\right) &= 1 - P\left(\frac{\hat{p}-\Sexpr{prob}}{\Sexpr{round(sigma,4)}}
< \frac{\Sexpr{p_amo}-\Sexpr{prob}}{\Sexpr{round(sigma,4)}}\right) \\
 & = 1 - P\left(Z<\Sexpr{round((p_amo-prob)/(sqrt(prob*(1-prob)/n)),2)}\right) =
\Sexpr{round(alt[1],digits=4)}.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
```

```
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{20_distribuicao_proporcao_10}
```

QUESTÃfO 201

21__maxima__verossimilhanca__01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- 5
alpha <- sample(c(0.5,1,2),1)
aas <- round(runif(n,5,10),0)
emv <- n/sum(aas^alpha)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(emv,2)
alt[2] <- round(sum(aas)/n,2)
alt[3] <- round(1/sum(aas),2)
alt[4] <- round(runif(1,0,1),2)
alt[5] <- round(runif(1,1,10),2)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com função densidade
$f(x;\theta)=(\theta\alpha)x^{\alpha-1} e^{-\theta x^\alpha}$, $x>0$, $\alpha$ conhecido
e parâmetro $\theta >0$. Considere
$$\Sexpr{aas[1]} \ \ \ \Sexpr{aas[2]} \ \ \ \Sexpr{aas[3]} \ \ \ \Sexpr{aas[4]} \
\ \ \Sexpr{aas[5]}$$ uma amostra observada de $X$ e seja $\alpha = \Sexpr{alpha}$.
Assinale a alternativa correspondente à estimativa de máxima verossimilhança para
$\theta$ desta amostra.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Seja $(x_1,\ldots,x_n)$ um valor observado da
amostra aleatória. Note que a função de verosimilhança é
\[
L(\theta)
=
c\,
\theta^n
e^{-\theta \sum_{i=1}^n x_i^\alpha},
\quad
\text{onde} \ c=\prod_{i=1}^n \alpha x_i^{\alpha-1}.
\]
Logo, a função log-verosimilhança é dada por
\[
\ell(\theta)
=
\ln(c)+n\ln(\theta)
-
```

```
\theta \sum_{i=1}^n x_i^\alpha.
\]
A ideia é maximizar a função $\ell(\theta)$. Derivando $\ell(\theta)$ com respeito a
$\theta$ temos que
\[
\ell'(\theta)
=
{n\over \theta}
-
\sum_{i=1}^n x_i^\alpha.
\]
Logo, um possível ponto de máximo é $\theta={n/ \sum_{i=1}^n x_i^\alpha}$.
Uma vez que $\ell''(\theta)=-n/\theta^2 <0$ $\forall\theta$, concluímos que
$\hat{\theta}_{\mathrm{EMV}}={n/ \sum_{i=1}^n X_i^\alpha}$.
Tomando a amostra $(\Sexpr{aas[1]}, \Sexpr{aas[2]}, \Sexpr{aas[3]}, \Sexpr{aas[4]},
\Sexpr{aas[5]})$, temos que o estimador de máxima verossimilhança desta amostra é
$\hat{\theta}=\Sexpr{round(emv,2)}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{21_maxima_verossimilhanca_01}
```

QUESTÃfO 202

21_maxima_verossimilhanca_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- 5
aas <- round(runif(n,0.1,0.9),1)
emv <- -n/sum(log(aas))-1
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(emv,2)
alt[2] <- round(sum(aas),2)
alt[3] <- round(1/sum(aas),2)
alt[4] <- round(runif(1,0,1),2)
alt[5] <- round(runif(1,0,1),2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com função densidade
$f(x;\gamma)=(\gamma +1)x^{\gamma}$, $0<x<1$ e parâmetro $\gamma>-1$. Considere
$$\Sexpr{aas[1]} \ \ \ \Sexpr{aas[2]} \ \ \ \Sexpr{aas[3]} \ \ \ \Sexpr{aas[4]} \ \ \
\Sexpr{aas[5]}$$ uma amostra observada de $X$. Assinale a alternativa correspondente à
estimativa de máxima verossimilhança para $\gamma$ desta amostra.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A função de verossimilhança da amostra é dada por
\begin{eqnarray*}
 L(\gamma)=(\gamma +1)^n \prod_{i=1}^{n} x_i^{\gamma}.
 \end{eqnarray*}
Aplicando logaritmo, a função de log-verossimilhança é:
 \begin{eqnarray*}
 \ell(\gamma)= n \ln(\gamma+1)+ \gamma \sum_{i=1}^{n}\ln(x_i).
 \end{eqnarray*}
Ao derivar com respeito a $\gamma$ e igualar a equação a zero, obtém-se
\begin{eqnarray*}
\gamma=\frac{-n}{\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)}-1.
\end{eqnarray*}
Como a segunda derivada com repeito a $\gamma$ é $ -n/(\gamma+1)^2<0$, concluimos que
o EMV de $\gamma$ é
\begin{eqnarray*}
\hat{\gamma}=\frac{-n}{\sum_{i=1}^{n}\ln(X_i)}-1.
\end{eqnarray*}
Tomando a amostra $(\Sexpr{aas[1]}, \Sexpr{aas[2]}, \Sexpr{aas[3]}, \Sexpr{aas[4]},
```

```
\Sexpr{aas[5]})$, temos que o estimador de máxima verossimilhança desta amostra é
$\hat{\gamma}=\Sexpr{round(emv,3)}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{21_maxima_verossimilhanca_02}
```

QUESTÃfO 203

21_maxima_verossimilhanca_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- 5
xi <- round(runif(1,0.5,1.5),2)
aas <- round(runif(n,xi+1,10),0)
emv <- 1/(mean(aas)-xi)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(emv,2)
alt[2] <- round(sum(aas),2)
alt[3] <- round(1/sum(aas),2)
alt[4] <- round(runif(1,0,1),2)
alt[5] <- round(runif(1,0,1),2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com função densidade
$f(x;\lambda)=\lambda e^{-\lambda(x-\xi)}$, $x>\xi>0$, com $\xi$ um número real e
parâmetro $\lambda >0$. Considere
$$\Sexpr{aas[1]} \ \ \ \Sexpr{aas[2]} \ \ \ \Sexpr{aas[3]} \ \ \ \Sexpr{aas[4]} \ \
\ \Sexpr{aas[5]}$$ uma amostra observada de $X$ e seja $\xi = \Sexpr{xi}$. Assinale a
alternativa correspondente à estimativa de máxima verossimilhança para $\lambda$ desta
amostra.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A função de verossimilhança da amostra é dada por
\begin{eqnarray*}
 L(\lambda)=(\lambda)^n e^{-\lambda \sum_{i=1}^{n}(x_i-\xi)}.
 \end{eqnarray*}

 Aplicando o logarítmo, a função de log-verossimilhança é:
 \begin{eqnarray*}
 \ell(\lambda)= n \ln(\lambda)-\lambda \sum_{i=1}^{n}( x_i-\xi).
 \end{eqnarray*}


Ao derivar com respeito a $\lambda$ e igualar a equação a zero, obtém-se
\begin{eqnarray*}
\lambda&=&\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}( x_i-\xi)} \\
      &=&\frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}-\xi/n}
```

```
\end{eqnarray*}
Como a segunda derivada com repeito a $\lambda$ é $ -n/\lambda^2<0$, concluimos que o
EMV de $\lambda$ é
\begin{eqnarray*}
\hat{\lambda}=\frac{1}{\bar{X}-\xi/n}.
\end{eqnarray*}
Tomando a amostra $(\Sexpr{aas[1]}, \Sexpr{aas[2]}, \Sexpr{aas[3]}, \Sexpr{aas[4]},
\Sexpr{aas[5]})$, temos que a estimativa de máxima verossimilhança a partir desta
amostra é $\hat{\lambda}=\Sexpr{round(emv,3)}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{21_maxima_verossimilhanca_03}
```

QUESTÃfO 204

21__maxima__verossimilhanca__04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- 5
gama <- sample(c(0.5,1,2),1)
aas <- round(runif(n,3,8),0)
emv <- (n/(gama*sum(aas^gama)))^(1/gama)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(emv,2)
alt[2] <- round(sum(aas)/n,2)
alt[3] <- round(1/sum(aas),2)
alt[4] <- round(runif(1,0,1),2)
alt[5] <- round(runif(1,0,1),2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com função densidade
$f(x;\beta)=(\gamma\beta)(x\beta)^{\gamma-1}\exp[-(x\beta)^\gamma]$, $x\geq 0$,
$\beta>0$ e $\gamma > 0$ conhecido. Suponha $\gamma=\Sexpr{gama}$ e considere
$$\Sexpr{aas[1]} \ \ \ \Sexpr{aas[2]} \ \ \ \Sexpr{aas[3]} \ \ \ \Sexpr{aas[4]} \
\ \ \Sexpr{aas[5]}$$ uma amostra aleatória simples de $X$. Assinale a alternativa
correspondente à estimativa de máxima verossimilhança para $\beta$ dessa amostra.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A função de verossimilhança da amostra é dada por
\begin{eqnarray*}
 L(\beta)=(\gamma\beta)^n \prod_{i=1}^n(x_i\beta)^{\gamma-1}\exp\left[-\beta^\gamma\sum_{i=1}^{n}x_i
\end{eqnarray*}
Aplicando o logaritmo, a função de log-verossimilhança é:
\begin{eqnarray*}
 \ell(\beta)= n \left[\ln(\gamma)+\ln(\beta)\right] + (\gamma-1)\left[n\ln(\beta)+\sum_{i=1}^{n}\ln(
- \beta^\gamma\sum_{i=1}^{n}x_i^\gamma.
\end{eqnarray*}
Ao derivarmos com respeito a $\beta$ e igualarmos a equação a zero, obtemos
\begin{eqnarray*}
\beta=\left[\frac{n}{\gamma\sum_{i=1}^{n}x_i^\gamma}\right]^\frac{1}{\gamma}.
\end{eqnarray*}
Como a segunda derivada com repeito a $\beta$ é $-\frac{\gamma}{\beta^2} - \gamma(\gamma-1)\beta^{\g
concluímos que o EMV de $\gamma$ é
$$\hat{\beta}=\left[\frac{n}{\gamma\sum_{i=1}^{n}x_i^\gamma}\right]^\frac{1}{\gamma}.$$
```

```
Tomando a amostra $(\Sexpr{aas[1]}, \Sexpr{aas[2]}, \Sexpr{aas[3]}, \Sexpr{aas[4]},
\Sexpr{aas[5]})$, temos que o estimador de máxima verossimilhança desta amostra é
$\hat{\beta}=\Sexpr{round(emv,2)}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{21_maxima_verossimilhanca_04}
```

QUESTÃfO 205

21__maxima__verossimilhanca__05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- 5
alfa <- round(runif(1,3,5), 0)
aas <- round(runif(n,7,12),0)
emv <- n/(sum(log(aas)) -n*log(alfa))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(emv,2)
alt[2] <- round(sum(aas),2)
alt[3] <- round(1/sum(aas),2)
alt[4] <- round(runif(1,0,1),2)
alt[5] <- round(runif(1,0,1),2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com função densidade
$f(x;\beta, \alpha)=\frac{\beta\alpha^{\beta}}{x^{\beta+1}}$, com $\alpha=\Sexpr{alfa}$
e $\beta >0$. Considere
$$\Sexpr{aas[1]} \ \ \ \Sexpr{aas[2]} \ \ \ \Sexpr{aas[3]} \ \ \ \Sexpr{aas[4]} \ \ \
\Sexpr{aas[5]}$$ uma amostra observada de $X$. Assinale a alternativa correspondente à
estimativa de máxima verossimilhança para $\beta$ desta amostra.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A função de verossimilhança da amostra é dada por
\begin{eqnarray*}
 L(\beta)=\frac{(\beta)^n \alpha^{n\beta}}{\prod_{i=1}^{n}(x_i^{\beta+1})}.
 \end{eqnarray*}

 Aplicando o logaritmo, a função de log-verossimilhança é:
 \begin{eqnarray*}
 \ell(\beta)= n \ln(\beta)+n\beta\ln(\alpha)-(\beta+1)\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i).
 \end{eqnarray*}


Ao derivar com respeito a $\beta$ e igualar a equação a zero, obtém-se
\begin{eqnarray*}
\beta=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}ln(x_i) - n\ln(\alpha)}.
\end{eqnarray*}
Como a segunda derivada com repeito a $\beta$ é $ -n/\beta^2<0$, concluimos que o EMV
```

```
de $\beta$ é
\begin{eqnarray*}
\hat{\beta}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}ln(x_i) - n\ln(\alpha)}.
\end{eqnarray*}
Tomando a amostra $(\Sexpr{aas[1]}, \Sexpr{aas[2]}, \Sexpr{aas[3]}, \Sexpr{aas[4]},
\Sexpr{aas[5]})$, temos que a estimativa de máxima verossimilhança a partir desta
amostra é $\hat{\beta}=\Sexpr{round(emv,3)}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{21_maxima_verossimilhanca_05}
```

QUESTÃfO 206

21_maxima_verossimilhanca_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- 5
aas <- round(runif(n,1,3),1)
emv <- sum(aas)/n
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(emv,2)
alt[2] <- round(sum(aas),2)
alt[3] <- round(1/sum(aas),2)
alt[4] <- round(runif(1,0,1),2)
alt[5] <- round(runif(1,0,1),2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com função densidade
$f(x;\theta)=\frac{1}{\theta}\exp(-x/\theta)$, $x\geq 0$ e parâmetro. Considere
$$\Sexpr{aas[1]} \ \ \ \Sexpr{aas[2]} \ \ \ \Sexpr{aas[3]} \ \ \ \Sexpr{aas[4]} \ \ \
\Sexpr{aas[5]}$$ uma amostra observada de $X$. Assinale a alternativa correspondente à
estimativa de máxima verossimilhança para $\theta$ dessa amostra.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A função de verossimilhança da amostra é dada por
\begin{eqnarray*}
 L(\theta)=\frac{1}{\theta^n}\exp\left(\frac{-\sum_{i=1}^{n}x_i}{\theta}\right).
 \end{eqnarray*}
Aplicando logaritmo, a função de log-verossimilhança é:
 \begin{eqnarray*}
 \ell(\theta)= -n \ln(\theta)+ \frac{-\sum_{i=1}^{n}x_i}{\theta}.
 \end{eqnarray*}
Ao derivar com respeito a $\gamma$ e igualar a equação a zero, obtém-se
\begin{eqnarray*}
\theta=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}.
\end{eqnarray*}
Como a segunda derivada com repeito a $\beta$ é $\frac{n\theta - 2\sum_{i=1}^{n}(x_i)}{\theta^3}
< 0$, concluímos que o EMV de $\theta$ é
\begin{eqnarray*}
\hat{\theta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}=\bar{x}.
\end{eqnarray*}
Tomando a amostra $(\Sexpr{aas[1]}, \Sexpr{aas[2]}, \Sexpr{aas[3]}, \Sexpr{aas[4]},
```

```
\Sexpr{aas[5]})$, temos que o estimador de máxima verossimilhança desta amostra é
$\hat{\theta}=\Sexpr{round(emv,3)}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{21_maxima_verossimilhanca_06}
```

QUESTÃfO 207

21__maxima__verossimilhanca__07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- 5
aas <- round(runif(n,6,10),0)
emv <- sum(aas)/n + 1
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(emv,2)
alt[2] <- round(sum(aas),2)
alt[3] <- round(1/sum(aas),2)
alt[4] <- round(runif(1,0,1),2)
alt[5] <- round(runif(1,0,1),2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com função densidade
$f(x;\gamma)=\frac{(\gamma-1)^x}{\gamma^{x+1}}$, $0<1/\lambda<1$. Considere
$$\Sexpr{aas[1]} \ \ \ \Sexpr{aas[2]} \ \ \ \Sexpr{aas[3]} \ \ \ \Sexpr{aas[4]} \ \ \
\Sexpr{aas[5]}$$ uma amostra observada de $X$. Assinale a alternativa correspondente à
estimativa de máxima verossimilhança para $\gamma$ desta amostra.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A função de verossimilhança da amostra é dada por
\begin{eqnarray*}
 L(\gamma)=\frac{1}{\gamma^n}(1-1/\gamma)^{\sum_{i=1}^{n}x_i}.
 \end{eqnarray*}

 Aplicando o logarítmo, a função de log-verossimilhança é:
 \begin{eqnarray*}
 \ell(\gamma)= n \ln(1/\gamma)+\sum_{i=1}^{n}x_i\ln(1-1/\gamma).
 \end{eqnarray*}


Ao derivar com respeito a $\gamma$ e igualar a equação a zero, obtém-se
\begin{eqnarray*}
\gamma=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n} + 1
\end{eqnarray*}
Como a segunda derivada com repeito a $\gamma$ é $ \frac{n+\sum_{i=1}^{n}(x_i)}{\gamma^2}
-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i)}{(\gamma-1)^2}<0$, concluimos que o EMV de $\gamma$ é
\begin{eqnarray*}
```

```
\hat{\gamma}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n} + 1.
\end{eqnarray*}
Tomando a amostra $(\Sexpr{aas[1]}, \Sexpr{aas[2]}, \Sexpr{aas[3]}, \Sexpr{aas[4]},
\Sexpr{aas[5]})$, temos que a estimativa de máxima verossimilhança a partir desta
amostra é $\hat{\gamma}=\Sexpr{round(emv,2)}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{21_maxima_verossimilhanca_07}
```

QUESTÃfO 208

21_maxima_verossimilhanca_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- 5
aas <- round(runif(n,6,10), 0)
alfa <- round(runif(1,3,5), 0)
emv <- n*alfa/sum(aas)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(emv,2)
alt[2] <- round(sum(aas),2)
alt[3] <- round(1/sum(aas),2)
alt[4] <- round(runif(1,0,1),2)
alt[5] <- round(runif(1,0,1),2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 2), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com função densidade
$f(x;\gamma)=\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}(\alpha-1) \exp(-\beta
x)$, $\beta \geq 0$ e parâmetro conhecido $\alpha=\Sexpr{alfa}$. Considere
$$\Sexpr{aas[1]} \ \ \ \Sexpr{aas[2]} \ \ \ \Sexpr{aas[3]} \ \ \ \Sexpr{aas[4]} \ \ \
\Sexpr{aas[5]}$$ uma amostra observada de $X$. Assinale a alternativa correspondente à
estimativa de máxima verossimilhança para $\beta$ desta amostra.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A função de verossimilhança da amostra é dada por
\begin{eqnarray*}
 L(x;\beta)=\frac{\beta^n\alpha}{[\Gamma(\alpha)]^n}\left(\prod_{i=1}^{n}(x_i)\right)^{\alpha-1}(\al
\exp(-\beta\sum_{i=1}^{n}x_i).
 \end{eqnarray*}

 Aplicando o logarítmo, a função de log-verossimilhança é:
 \begin{eqnarray*}
 \ell(\beta)= \alpha n \ln(\beta)-n\ln(\Gamma(\alpha))+(\alpha-1)\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)+n\ln(\alpha-
 \end{eqnarray*}


Ao derivar com respeito a $\beta$ e igualar a equação a zero, obtém-se
\begin{eqnarray*}
\beta=\frac{n\alpha}{\sum_{i=1}^{n} x_i}
\end{eqnarray*}
```

```
Como a segunda derivada com repeito a $\beta$ é $ \frac{-n\alpha}{\beta^2}<0$, concluimos
que o EMV de $\beta$ é
\begin{eqnarray*}
\hat{\beta}=\frac{n\alpha}{\sum_{i=1}^{n} x_i}.
\end{eqnarray*}
Tomando a amostra $(\Sexpr{aas[1]}, \Sexpr{aas[2]}, \Sexpr{aas[3]}, \Sexpr{aas[4]},
\Sexpr{aas[5]})$, temos que a estimativa de máxima verossimilhança a partir desta
amostra é $\hat{\beta}=\Sexpr{round(emv,3)}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{21_maxima_verossimilhanca_08}
```

QUESTÃfO 209

21_maxima_verossimilhanca_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- 5
aas <- round(runif(n,.1,.9),1)
emv <- -n/sum(log(aas))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(emv,2)
alt[2] <- round(sum(aas),2)
alt[3] <- round(1/sum(aas),2)
alt[4] <- round(runif(1,0,1),2)
alt[5] <- round(runif(1,0,1),2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com função densidade
$f(x;\theta)=\theta x^{\theta-1}$, $\theta > 0$ e $0<x<1$. Considere
$$\Sexpr{aas[1]} \ \ \ \Sexpr{aas[2]} \ \ \ \Sexpr{aas[3]} \ \ \ \Sexpr{aas[4]} \ \ \
\Sexpr{aas[5]}$$ uma amostra observada de $X$. Assinale a alternativa correspondente à
estimativa de máxima verossimilhança para $\theta$ desta amostra.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A função de verossimilhança da amostra é dada por
\begin{eqnarray*}
 L(x;\theta)=\theta^n\left(\prod_{i=1}^{n}(x_i)\right)^{\theta - 1}.
 \end{eqnarray*}

 Aplicando o logarítmo, a função de log-verossimilhança é:
 \begin{eqnarray*}
 \ell(\theta)= n \ln(\theta)+(\theta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i).
 \end{eqnarray*}


Ao derivar com respeito a $\theta$ e igualar a equação a zero, obtém-se
\begin{eqnarray*}
\theta=\frac{-n}{\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)}
\end{eqnarray*}
Como a segunda derivada com repeito a $\theta$ é $ \frac{n}{\theta}+\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)<0$,
uma vez que os logaritmos de número entre 0 e 1 são negativos, concluímos que o EMV de
$\theta$ é
```

```
\begin{eqnarray*}
\hat{\theta}=\frac{-n}{\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)}.
\end{eqnarray*}
Tomando a amostra $(\Sexpr{aas[1]}, \Sexpr{aas[2]}, \Sexpr{aas[3]}, \Sexpr{aas[4]},
\Sexpr{aas[5]})$, temos que a estimativa de máxima verossimilhança a partir desta
amostra é $\hat{\theta}=\Sexpr{round(emv,3)}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{21_maxima_verossimilhanca_09}
```

QUESTÃfO 210

21__maxima__verossimilhanca__10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- 5
aas <- round(runif(n,6,10),0)
m <- round(runif(1,3,5),0)
emv <- (sum(aas)/n)/m
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- round(emv,2)
alt[2] <- round(sum(aas),2)
alt[3] <- round(1/sum(aas),2)
alt[4] <- round(runif(1,0,1),2)
alt[5] <- round(runif(1,0,1),2)

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Seja $X$ uma variável aleatória com função densidade
$f(x;p)={m\choose x} p^x (1-p)^{m-x}$, $0<p<1$ e parâmetro conhecido $m=\Sexpr{m}$.
Considere
$$\Sexpr{aas[1]} \ \ \ \Sexpr{aas[2]} \ \ \ \Sexpr{aas[3]} \ \ \ \Sexpr{aas[4]} \ \ \
\Sexpr{aas[5]}$$ uma amostra observada de $X$. Assinale a alternativa correspondente à
estimativa de máxima verossimilhança para m desta amostra.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
A função de verossimilhança da amostra é dada por
\begin{align}
 L(x;m)=\prod_{i=1}^{n}{m\choose x_i} p^x_i (1-p)^{m-x_i}
 L(x;m)=p^{\sum_{i=1}^{n}(x_i)}(1-p)^{nm-\sum_{i=1}^{n}(x_i)}\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{m!}{(m-x_i)!
 \end{align}

 Aplicando o logarítmo, a função de log-verossimilhança é:
 \begin{eqnarray*}
 \ell(p)= \sum_{i=1}^{n}(x_i)\ln(p)+(nm-\sum_{i=1}^{n}(x_i))\ln(1-p)+n\ln(m!)-\sum_{i=1}^{n}(\ln((m-
 \end{eqnarray*}


Ao derivar com respeito a $p$ e igualar a equação a zero, obtém-se
\begin{eqnarray*}
p=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i)}{nm}
\end{eqnarray*}
```

```
Como a segunda derivada com repeito a p é $ \frac{-n\sum_{i=1}^{n}(x_i)}{p^2}-\frac{nm-\sum_{i=1}^{n
concluimos que o EMV de p é
\begin{eqnarray*}
\hat{p}=\frac{\bar{x}}{m}.
\end{eqnarray*}
Tomando a amostra $(\Sexpr{aas[1]}, \Sexpr{aas[2]}, \Sexpr{aas[3]}, \Sexpr{aas[4]},
\Sexpr{aas[5]})$, temos que a estimativa de máxima verossimilhança a partir desta
amostra é $\hat{p}=\Sexpr{round(emv,3)}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{21_maxima_verossimilhanca_10}
```

QUESTÃfO 211

22_IC_media_normal_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
cond <- numeric(5)
while(min(abs(cond[1] - cond[-1])) < .05) {

sigma <- round(runif(1,1.5,3.5),2)
x.barra <- round(runif(1,4.5,6.5),2)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(25:30,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/sqrt(n)
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/sqrt(n)
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/n
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/n
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
cond <- unlist(alt)[seq(2, 10, 2)]
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O tempo de reação a um novo medicamento pode ser considerado como tendo distribuição
normal com desvio padrão igual a \Sexpr{sigma} minutos. \Sexpr{n} pacientes foram
sorteados, receberam o medicamento e tiveram seu tempo de reação anotado. Da amostra,
a média resultante foi \Sexpr{x.barra} minutos. Com base nas informações, assinale a
alternativa correspondente ao intervalo de confiança para o tempo de reação médio ao
medicamento com confiança de \Sexpr{confianca*100}\%.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é conhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \
, \ \bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
```

```
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{22_IC_media_normal_01}
```

QUESTÃfO 212

22_IC_media_normal_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
cond <- numeric(5)
while(min(abs(cond[1] - cond[-1])) < .05) {

sigma <- round(runif(1,1.2,2.2),2)
x.barra <- round(runif(1,55,65),2)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(25:30,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/sqrt(n)
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/sqrt(n)
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/n
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/n
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 3) * sqrt(sigma/n)
cond <- unlist(alt)[seq(2, 10, 2)]
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que estamos interessados em verificar o comprimento (em cm) médio das correias
produzidas por uma fábrica. Tendo em vista o processo de fabricação, podemos considerar
que os comprimentos dessas correias seguem uma distribuição Normal com desvio padrão
\Sexpr{sigma}. Uma amostra aleatória simples de tamanho \Sexpr{n} foi coletada e
apresentou média de \Sexpr{x.barra}. Com base nas informações, assinale a alternativa
correspondente ao intervalo de confiança para o comprimento médio das correias com
confiança de \Sexpr{confianca*100}\%.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é conhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \
, \ \bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
```

```
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{22_IC_media_normal_02}
```

QUESTÃfO 213

22_IC_media_normal_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
cond <- numeric(5)
while(min(abs(cond[1] - cond[-1])) < .05) {

sigma <- round(runif(1,7.5,9.5),2)
x.barra <- round(runif(1,41.5,51.5),2)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(25:30,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/sqrt(n)
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/sqrt(n)
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/n
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/n
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
cond <- unlist(alt)[seq(2, 10, 2)]
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]}
@
\begin{question}
Em um estudo sobre pinheiros plantados em uma mesma época do ano numa área de reflorestamento
foi medido o diâmetro de $\Sexpr{n}$ árvores a 135 cm do solo. Obteve-se o valor
médio de $\Sexpr{x.barra}$ cm. Sabe-se, de estudos anteriores, que o desvio-padrão
do diâmetro de árvores da mesma espécie com a mesma idade é igual a $\Sexpr{sigma}$
cm. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de
confiança para o diâmetro médio em toda a área plantada com $\Sexpr{confianca*100}$\%
de confiança. Assuma que o diâmetro das árvores segue uma distribuição Normal.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é conhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \
, \ \bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
```

```
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{22_IC_media_normal_03}
```

QUESTÃfO 214

22_IC_media_normal_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
cond <- numeric(5)
while(min(abs(cond[1] - cond[-1])) < .05) {

sigma <- round(runif(1,1.5,3.5),2)
x.barra <- round(runif(1,18,22),0)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(25:30,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/sqrt(n)
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/sqrt(n)
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/n
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/n
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
cond <- unlist(alt)[seq(2, 10, 2)]
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em um estudo sobre a produção de papel por eucaliptos plantados na mesma área foi
medida a produção individual (em resmas de papel) de uma amostra aleatória simples de
$\Sexpr{n}$ árvores. Obteve-se o valor médio de $\Sexpr{x.barra}$ resmas por árvore.
Sabe-se que o desvio-padrão populacional da produção de eucaliptos é de $\Sexpr{sigma}$
resmas. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo
de confiança para a produção média em toda a área plantada com $\Sexpr{confianca*100}$\%
de confiança.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é conhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \
, \ \bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
```

```
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{22_IC_media_normal_04}
```

QUESTÃfO 215

22_IC_media_normal_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
cond <- numeric(5)
while(min(abs(cond[1] - cond[-1])) < .05) {

sigma <- round(runif(1,2.5,4.5),1)
x.barra <- round(runif(1,27,35),1)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(c(16,25),1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/sqrt(n)
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/sqrt(n)
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/n
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/n
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
cond <- unlist(alt)[seq(2, 10, 2)]
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Para se avaliar a audiência do mais conhecido telejornal (Jornal Nacional) da rede
Globo de televisão, em determinado mês do ano, mediu-se os pontos de audiência do
programa para $\Sexpr{n}$ dias desse mês. Obteve-se o valor médio de $\Sexpr{x.barra}$
pontos. Sabe-se que o desvio padrão populacional dos pontos de audiência desse telejornal
é de $\Sexpr{sigma}$ pontos. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente
ao intervalo de confiança para os pontos de audiência médio em todo o mês com $\Sexpr{confianca*100}
de confiança. Assuma que a audiência do jornal segue uma distribuição normal.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, temos que a variância populacinal é conhecida. Deste modo, o intervalo de
confiança requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \
, \ \bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
```

```
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{22_IC_media_normal_05}
```

QUESTÃfO 216

22_IC_media_normal_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
cond <- numeric(5)
while(min(abs(cond[1] - cond[-1])) < .05) {

sigma <- round(runif(1,50,200),2)
x.barra <- round(runif(1,600,750),2)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(25:30,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/sqrt(n)
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/sqrt(n)
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/n
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/n
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
cond <- unlist(alt)[seq(2, 10, 2)]
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em uma pesquisa realizada no Itapoã, em que foram entrevistadas $\Sexpr{n}$ moradores
dessa região, na periferia do Distrito Federal, verificou-se que a renda per capita
mensal média é de $\Sexpr{x.barra}$ reais. Sabe-se que o desvio padrão populacional é
de $\Sexpr{sigma}$ reais. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente
ao intervalo de confiança para a renda per capita mensal média dessas pessoas com
$\Sexpr{confianca*100}$\% de confiança.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é conhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \
, \ \bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
```

```
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{22_IC_media_normal_06}
```

QUESTÃfO 217

22_IC_media_normal_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
cond <- numeric(5)
while(min(abs(cond[1] - cond[-1])) < .05) {

sigma <- round(runif(1,20,40),2)
x.barra <- round(runif(1,1000,1750),2)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(8:15,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/sqrt(n)
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/sqrt(n)
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/n
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/n
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
cond <- unlist(alt)[seq(2, 10, 2)]
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma fábrica de lâmpadas quer testar sua qualidade de produção. Sabe-se que o tempo
de vida em horas de um bulbo de lâmpada de 75W é distribuída de forma aproximadamente
normal com desvio padrão de $\Sexpr{sigma}$. Uma amostra aleatória de $\Sexpr{n}$
bulbos apresentou tempo de vida médio de $\Sexpr{x.barra}$ horas. Assinale a alternativa
correspondente ao intervalo de confiança para duração desses bulbos com $\Sexpr{confianca*100}$\%
de confiança.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é conhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \
, \ \bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{z}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
```

```
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{22_IC_media_normal_07}
```

QUESTÃfO 218

22_IC_media_normal_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
cond <- numeric(5)
while(min(abs(cond[1] - cond[-1])) < .05) {

sigma <- round(runif(1,6,8),3)
x.barra <- sample(20:30,1)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(8:15,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/sqrt(n)
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/sqrt(n)
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/n
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/n
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
cond <- unlist(alt)[seq(2, 10, 2)]
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um pesquisador está interessado em estimar o nível médio de uma enzima em uma determinada
população. Para isso, ele toma uma amostra de \Sexpr{n} indivíduos, determina o nível
da enzima em cada um deles e obtem uma média amostral de \Sexpr{x.barra}. Se ele
sabe que a variável de interesse é normalmente distribuída com um desvio padrão de
\Sexpr{sigma}, qual é o intervalo de confiança para o nível médio da enzima com $\Sexpr{confianca*10
de confiança?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Note, por exemplo, que $n=\Sexpr{n}, \overline{x}=\Sexpr{x.barra}, \sigma= \Sexpr{sigma}$
e $1-\alpha=\Sexpr{confianca}$, o que implica que
$z_{1-{\alpha\over 2}}=z_{\Sexpr{1-((1-confianca)/2)}}=\Sexpr{z}$. Portanto,
\begin{align*}
IC(\mu; \Sexpr{confianca}\%)
&=
\left(\Sexpr{x.barra}-{\Sexpr{sigma} \over \sqrt{\Sexpr{n}}}\times \Sexpr{z}; \,
\Sexpr{x.barra}+{\Sexpr{sigma} \over \sqrt{\Sexpr{n}}}\times \Sexpr{z}\right)
```

```
\\
&=\left\text{\Sexpr{questions[solutions]}}\right.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{22_IC_media_normal_08}
```

QUESTÃfO 219

22_IC_media_normal_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
cond <- numeric(5)
while(min(abs(cond[1] - cond[-1])) < .05) {

sigma <- round(runif(1,1.5,3.0),1)
x.barra <- round(runif(1,95,110),3)
confianca <- sample(c(0.8,0.85,.9, .95, .99), 1)
n <- sample(3:8,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/sqrt(n)
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/sqrt(n)
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/n
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/n
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 3) * sqrt(sigma/n)
cond <- unlist(alt)[seq(2, 10, 2)]
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um estudante medindo a temperatura de ebulição (em graus Celsius) de um determinado
líquido, em \Sexpr{n} amostras diferentes, nas mesmas condições, calcula a média
da amostra como sendo \Sexpr{x.barra}. Se ele sabe que, com este procedimento, a
temperatura de ebulição tem distribuição normal com desvio padrão de \Sexpr{sigma}
graus, qual é o intervalo de confiança para a temperatura média de ebulição com \Sexpr{confianca*100
de confiança?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Note, por exemplo, que $n=\Sexpr{n}, \overline{x}=\Sexpr{x.barra}, \sigma= \Sexpr{sigma}$
e $1-\alpha=\Sexpr{confianca}$, o que implica que
$z_{1-{\alpha\over 2}}=z_{\Sexpr{1-((1-confianca)/2)}}=\Sexpr{z}$. Portanto,
\begin{align*}
IC(\mu; \Sexpr{confianca}\%)
&=
\left(\Sexpr{x.barra}-{\Sexpr{sigma} \over \sqrt{\Sexpr{n}}}\times \Sexpr{z}; \,
\Sexpr{x.barra}+{\Sexpr{sigma} \over \sqrt{\Sexpr{n}}}\times \Sexpr{z}\right)
```

```
\\
&=\left\text{\Sexpr{questions[solutions]}}\right.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{22_IC_media_normal_09}
```

QUESTÃfO 220

22_IC_media_normal_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
cond <- numeric(5)
while(min(abs(cond[1] - cond[-1])) < .05) {

sigma <- round(runif(1,15,20),2)
x.barra <- round(runif(1,65,90),2)
confianca <- sample(c(0.8,0.85,.9, .95, .99), 1)
n <- sample(25:30,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/sqrt(n)
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/sqrt(n)
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * sigma/n
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * sigma/n
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
cond <- unlist(alt)[seq(2, 10, 2)]
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
 Em determinada população, o peso dos homens adultos é distribuído normalmente com um
desvio padrão de \Sexpr{sigma} kg. Uma amostra aleatória simples de \Sexpr{n} homens
adultos é sorteada desta população, obtendo-se um peso médio de \Sexpr{x.barra} kg.
Construa um
intervalo de confiança de \Sexpr{confianca*100}\% para o peso médio de todos os homens
adultos dessa população.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
 Note, por exemplo, que $n=\Sexpr{n}, \overline{x}=\Sexpr{x.barra}, \sigma= \Sexpr{sigma}$
e $1-\alpha=\Sexpr{confianca}$, o que implica que
$z_{1-{\alpha\over 2}}=z_{\Sexpr{1-((1-confianca)/2)}}=\Sexpr{z}$. Portanto,
\begin{align*}
IC(\mu; \Sexpr{confianca}\%)
&=
\left(\Sexpr{x.barra}-{\Sexpr{sigma} \over \sqrt{\Sexpr{n}}}\times \Sexpr{z}; \,
\Sexpr{x.barra}+{\Sexpr{sigma} \over \sqrt{\Sexpr{n}}}\times \Sexpr{z}\right)
```

```
\\
&=\left\text{\Sexpr{questions[solutions]}}\right.
\end{align*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{22_IC_media_normal_10}
```

QUESTÃfO 221

23_IC_media_t_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

sigma <- round(runif(1,1.5,7.5),2)
x.barra <- round(runif(1,10,20),0)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(15:25,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/sqrt(n))
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/sqrt(n))
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/n)
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/n)
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma amostra de \Sexpr{n} dias do número de ocorrências policiais em um certo bairro
apresentou média amostral de $\Sexpr{x.barra}$ e desvio padrão amostral de $\Sexpr{sigma}$.
Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança
para o número de ocorrências policiais com confiança de \Sexpr{confianca*100}\%.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \ ,
\ \bar{x}+t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{23_IC_media_t_01}
```

QUESTÃfO 222

23_IC_media_t_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

x.barra <- sample(seq(100, 120, by=1), 1)
s2 <- sample(seq(80, 100, by=1), 1) #
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(15:25,1)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sqrt(s2/n))
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sqrt(s2/n))
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (s2/n)
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (s2/n)
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(s2/n)
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A \emph{glicemia de jejum} é um exame que mede o nível de glicose (açúcar) na circulação
sanguínea de um indivíduo em jejum (de 8 a 12 horas). Valores entre 70 e 110 mg/dL
são considerados normais. Nesse contexto, para estimar o nível médio de glicose de
jejum das pessoas de uma dada comunidade rural, pesquisadores realizaram o exame em
$\Sexpr{n}$ pessoas escolhidas ao acaso dessa comunidade, obtendo-se média e variância
amostrais de $\Sexpr{x.barra}$ e $\Sexpr{s2}$, respectivamente. Supondo normalidade da
glicemia de jejum, assinale a alternativa correspondente a um intervalo de confiança
para a glicemia de jejum média dessa população com confiança de $\Sexpr{confianca*100}\%$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \ ,
\ \bar{x}+t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{round(sqrt(s2),2)}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}
\ , \ \Sexpr{x.barra}+\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{round(sqrt(s2),2)}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
```

```
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{23_IC_media_t_02}
```

QUESTÃfO 223

23_IC_media_t_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

sigma <- round(runif(1,0.9,1.4),2)
x.barra <- round(runif(1,8,18),2)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(15:30,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/sqrt(n))
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/sqrt(n))
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/n)
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/n)
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Computadores em alguns modelos de veículos calculam várias quantidades relacionadas ao
desempenho, como seu rendimento em km/l. Para uma amostra de $\Sexpr{n}$ veículos de
um mesmo modelo, registrou-se o rendimento a cada vez que o tanque foi completamente
cheio. Obteve-se média amostral de $\Sexpr{x.barra}$ km/l, com desvio padrão amostral
de $\Sexpr{sigma}$ km/l. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente
ao intervalo de confiança para o rendimento médio real deste modelo de veículo com
confiança de \Sexpr{confianca*100}\%.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \ ,
\ \bar{x}+t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
```

```
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{23_IC_media_t_03}
```

QUESTÃfO 224

23_IC_media_t_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

sigma <- round(runif(1,.5,.7),2)
x.barra <- round(runif(1,1.8,2),0)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(10:20, 1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/sqrt(n))
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/sqrt(n))
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/n)
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/n)
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma amostra aleatória de \Sexpr{n} brasileiros para verificar a quantidade de livros
lidos por ano por pessoa apresentou média amostral de $\Sexpr{x.barra}$ e desvio
padrão amostral de $\Sexpr{sigma}$. Com base nas informações, assinale a alternativa
correspondente ao intervalo de confiança para o número médio de livros lidos pelos
brasileiros por ano com confiança de \Sexpr{confianca*100}\%.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \ ,
\ \bar{x}+t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{23_IC_media_t_04}
```

QUESTÃfO 225

23_IC_media_t_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

sigma <- round(runif(1,.5,.7),2)
x.barra <- round(runif(1,2.5,3),0)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(15:25,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/sqrt(n))
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/sqrt(n))
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/n)
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/n)
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma amostra aleatória de \Sexpr{n} crianças de uma escola, cuja diretoria quer saber
sobre a hidratação e saúde dos alunos, apresentou um consumo médio amostral de $\Sexpr{x.barra}$
litros de água por dia, com e desvio padrão amostral de $\Sexpr{sigma}$. Com base
nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança
para a quantidade média de água consumida pelos alunos da escola, com confiança de
\Sexpr{confianca*100}\%.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \ ,
\ \bar{x}+t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{23_IC_media_t_05}
```

QUESTÃfO 226

23_IC_media_t_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

sigma <- round(runif(1,20,30),2)
x.barra <- round(runif(1,250,300),0)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(15:25,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/sqrt(n))
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/sqrt(n))
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/n)
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/n)
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em uma amostra aleatória de \Sexpr{n} canetas esferográficas de uma certa marca, os
usuários foram capazes de escrever, em média, $\Sexpr{x.barra}$ páginas, com desvio
padrão amostral de $\Sexpr{sigma}$. Com base nas informações, assinale a alternativa
correspondente ao intervalo de confiança para o número médio de páginas que alguém
pode escrever com essa caneta com confiança de \Sexpr{confianca*100}\%.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \ ,
\ \bar{x}+t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{23_IC_media_t_06}
```

QUESTÃfO 227

23_IC_media_t_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

sigma <- round(runif(1,10,15),2)
x.barra <- round(runif(1,30,40),0)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(15:25,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/sqrt(n))
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/sqrt(n))
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/n)
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/n)
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma amostra aleatória de \Sexpr{n} alunos de um curso pré-vestibular apresentou média
amostral de horas de estudo semanais de $\Sexpr{x.barra}$, com desvio padrão amostral
de $\Sexpr{sigma}$. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao
intervalo de confiança para o número médio de horas de estudo dos alunos desse curso
com confiança de \Sexpr{confianca*100}\%.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \ ,
\ \bar{x}+t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{23_IC_media_t_07}
```

QUESTÃfO 228

23_IC_media_t_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

sigma <- round(runif(1,.5,1),2)
x.barra <- round(runif(1,3,5),0)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(15:25,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/sqrt(n))
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/sqrt(n))
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/n)
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/n)
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma amostra aleatória de \Sexpr{n} estudantes de ensino médio apresentou média amostral
de $\Sexpr{x.barra}$ horas por dia na internet, com desvio padrão amostral de $\Sexpr{sigma}$.
Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança
para a quantidade média de tempo, em horas, que os estudantes passam na internet por
dia, com confiança de \Sexpr{confianca*100}\%.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \ ,
\ \bar{x}+t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{23_IC_media_t_08}
```

QUESTÃfO 229

23_IC_media_t_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

sigma <- round(runif(1,10,15),2)
x.barra <- round(runif(1,80,90),0)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(15:25,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/sqrt(n))
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/sqrt(n))
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/n)
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/n)
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma amostra aleatória de \Sexpr{n} aeromoças que trabalham em vôos nacionais apresentou
média amostral de horas de vôo por mês de $\Sexpr{x.barra}$, com desvio padrão amostral
de $\Sexpr{sigma}$. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao
intervalo de confiança para o número médio de horas de vôo mensais das aeromoças com
confiança de \Sexpr{confianca*100}\%.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \ ,
\ \bar{x}+t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{23_IC_media_t_09}
```

QUESTÃfO 230

23_IC_media_t_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

sigma <- round(runif(1,200,300),2)
x.barra <- round(runif(1,1000,2000),0)
confianca <- sample(c(.9, .95, .99), 1)
n <- sample(15:25,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/sqrt(n))
alt[[2]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/sqrt(n))
alt[[3]] <- x.barra + c(-1, 1) * z * (sigma/n)
alt[[4]] <- x.barra + c(-1, 1) * tt * (sigma/n)
alt[[5]] <- x.barra + c(-1, 1) * round(qnorm(confianca), 2) * sqrt(sigma/n)
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma amostra aleatória de \Sexpr{n} fotógrafos apresentou média amostral de $\Sexpr{x.barra}$
fotos tiradas por trabalho, com desvio padrão amostral de $\Sexpr{sigma}$. Com base
nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para
o número médio de fotos por trabalho com confiança de \Sexpr{confianca*100}\%.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Do texto, nós temos que a variância é desconhecida. Deste modo, o intervalo de confiança
requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(\mu;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\bar{x}-t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \ ,
\ \bar{x}+t_{\alpha/2;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{x.barra}-\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}} \ , \
\Sexpr{x.barra}+\Sexpr{tt}\times\frac{\Sexpr{sigma}}{\sqrt{\Sexpr{n}}}\right]\\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{23_IC_media_t_10}
```

QUESTÃfO 231

24_IC_proporcao_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

confianca <- sample(c(.8, .9, .95, .99), 1)
p.chapeu <- sample(seq(.2, .8, by=.01), 1)
n <- sample(500:700,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n)
alt[[2]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * .5
alt[[3]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu))
alt[[4]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * qnorm(confianca) * p.chapeu * (1-p.chapeu)
alt[[5]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * 1.5
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma amostra aleatória de $\Sexpr{n}$ crianças revelou que $\Sexpr{p.chapeu*100}$\%
delas preferem a marca A de marshmallows. Com base nas informações, assinale a alternativa
correspondente ao intervalo de confiança para a proporção das crianças que prefere a
marca A com confiança de $\Sexpr{confianca*100}$\%.
(Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O intervalo de confiança requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(p;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\hat{p}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}
\ , \ \hat{p}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{p.chapeu}-\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}
\ , \ \Sexpr{p.chapeu}+\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}\right]\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
```

```
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{24_IC_proporcao_01}
```

QUESTÃfO 232

24_IC__proporcao__02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

confianca <- sample(c(.8, .9, .95, .99), 1)
p.chapeu <- sample(seq(.2, .8, by=.01), 1)
n <- sample(500:700,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n)
alt[[2]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * .5
alt[[3]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu))
alt[[4]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * qnorm(confianca) * p.chapeu * (1-p.chapeu)
alt[[5]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * 1.5
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma amostra aleatória de $\Sexpr{n}$ mesas atendidas de um restaurante revela que
$\Sexpr{p.chapeu*100}$\% delas oferecem gorjetas aos garçons. Com base nas informações,
assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para a proporção das
mesas que oferecem gorjetas com confiança de $\Sexpr{confianca*100}$\%.
(Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O intervalo de confiança requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(p;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\hat{p}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}
\ , \ \hat{p}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{p.chapeu}-\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}
\ , \ \Sexpr{p.chapeu}+\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}\right]\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
```

```
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{24_IC_proporcao_02}
```

QUESTÃfO 233

24_IC_proporcao_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
confianca <- sample(c(.8, .9, .95, .99), 1)
n <- sample(2000:2200,1)
n_prop <- round(runif(1,0.4,0.8)*n,0)
p.chapeu <- round(n_prop/n,3)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n)
alt[[2]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * .5
alt[[3]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu))
alt[[4]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * qnorm(confianca) * p.chapeu * (1-p.chapeu)
alt[[5]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * 1.5
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma amostra de $\Sexpr{n}$ estudantes de uma universidade mostrou que $\Sexpr{n_prop}$
deles consideram que os pais fazem pressão excessiva sobre seus filhos. Com base nas
informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para
proporçãoo real de estudantes universitários que tem a mesma opinião com confiança de
$\Sexpr{confianca*100}$\%. Aproxime a proporção amostral com três casas de precisão.
(Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O intervalo de confiança requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(p;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\hat{p}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}
\ , \ \hat{p}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{p.chapeu}-\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{round(p.chapeu*(1-p.chapeu),3)}}{\Sexpr{
\ , \ \Sexpr{p.chapeu}+\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{round(p.chapeu*(1-p.chapeu),3)}}{\Sexpr{n}}
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
```

```
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{24_IC_proporcao_03}
```

QUESTÃfO 234

24_IC_proporcao_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
confianca <- sample(c(.8, .9, .95, .99), 1)
p.chapeu <- sample(seq(.2, .6, by=.01), 1)
n <- sample(100:150,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n)
alt[[2]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * .5
alt[[3]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu))
alt[[4]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * qnorm(confianca) * p.chapeu * (1-p.chapeu)
alt[[5]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * 1.5
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em uma pesquisa de satisfação de uma empresa aérea, uma amostra aleatória de $\Sexpr{n}$
clientes responderam a um questionário ao final de seus vôos, revelando que $\Sexpr{p.chapeu*100}$\%
deles estavam insatisfeitos com o serviço prestado. Com base nas informações, assinale
a alternativa correspondente a um intervalo de confiança para a proporção de clientes
insatisfeitos com confiança de $\Sexpr{confianca*100}$\%.
(Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O intervalo de confiança requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(p;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\hat{p}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}
\ , \ \hat{p}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{p.chapeu}-\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}
\ , \ \Sexpr{p.chapeu}+\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}\right]\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
```

```
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{24_IC_proporção_04}
```

QUESTÃfO 235

24_IC_proporcao_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

confianca <- sample(c(.8, .9, .95, .99), 1)
p.chapeu <- sample(seq(.6, .8, by=.01), 1)
n <- sample(100:200,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n)
alt[[2]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * .5
alt[[3]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu))
alt[[4]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * qnorm(confianca) * p.chapeu * (1-p.chapeu)
alt[[5]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * 1.5
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em um estudo sobre a eficiência do trabalho de varas criminais do TJDFT, verificou-se
que em $\Sexpr{p.chapeu*100}$\% dos processos de uma amostra aleatória simples de
$\Sexpr{n}$ processos há uma demora de mais de um ano para ser proferida a sentença
em primeira instância. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente
ao intervalo de confiança para a proporção de processos criminais que levam mais de um
ano em sua tramitação com confiança de $\Sexpr{confianca*100}$\%.
(Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O intervalo de confiança requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(p;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\hat{p}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}
\ , \ \hat{p}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{p.chapeu}-\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}
\ , \ \Sexpr{p.chapeu}+\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}\right]\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{24_IC_proporção_05}
```

QUESTÃfO 236

24_IC_proporcao_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

confianca <- sample(c(.8, .9, .95, .99), 1)
p.chapeu <- sample(seq(.2, .3, by=.01), 1)
n <- sample(100:200,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n)
alt[[2]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * .5
alt[[3]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu))
alt[[4]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * qnorm(confianca) * p.chapeu * (1-p.chapeu)
alt[[5]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * 1.5
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um levantamento de $\Sexpr{n}$ casos de homicídio selecionados aleatoriamente em
determinado estado da Federação revela que $\Sexpr{p.chapeu*100}$\% desses casos nunca
foram solucionados. Com base nas informações, assinale a alternativa correspondente
a um intervalo de confiança para a proporção de homicídios, nesse estado, que não são
resolvidos, com confiança de $\Sexpr{confianca*100}$\%.
(Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O intervalo de confiança requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(p;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\hat{p}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}
\ , \ \hat{p}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{p.chapeu}-\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}
\ , \ \Sexpr{p.chapeu}+\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}\right]\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
```

```
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{24_IC_proporção_06}
```

QUESTÃfO 237

24_IC_proporcao_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
confianca <- sample(c(.8, .9, .95, .99), 1)
p.chapeu <- sample(seq(.52, .63, by=.01), 1)
n <- sample(100:150,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n)
alt[[2]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * .5
alt[[3]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu))
alt[[4]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * qnorm(confianca) * p.chapeu * (1-p.chapeu)
alt[[5]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * 1.5
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A fim de estimar o resultado do 1° turno das eleições no Brasil, foi selecionada uma
amostra aleatória de eleitores e em seguida realizada uma pesquisa sobre a intenção
de votos. A pesquisa mostrou que determinado candidato obteve \Sexpr{p.chapeu*100}\%
das intenções de votos válidos e está a frente dos demais candidatos. No total, foram
\Sexpr{n} eleitores entrevistados. Estime o intervalo de confiança para o resultado do
candidato que irá liderar o primeiro turno com confiança de \Sexpr{confianca*100}\%.
(Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O intervalo de confiança requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(p;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\hat{p}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}
\ , \ \hat{p}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{p.chapeu}-\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}
\ , \ \Sexpr{p.chapeu}+\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}\right]\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
```

```
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{24_IC_proporção_07}
```

QUESTÃfO 238

24_IC__proporcao__08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
confianca <- sample(c(.8, .9, .95, .99), 1)
p.chapeu <- sample(seq(.69, .75, by=.01), 1)
n <- sample(80:120,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n)
alt[[2]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * .5
alt[[3]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu))
alt[[4]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * qnorm(confianca) * p.chapeu * (1-p.chapeu)
alt[[5]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * 1.5
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em 2017 foi elaborado um projeto de lei que propõe tipificar como crime a divulgação
de notícias falsas, também conhecidas como fake news (PLS 473/2017), pesquisadores
do DataSenado realizaram uma enquete que recebeu $\Sexpr{n}$ respostas, das quais
$\Sexpr{p.chapeu*100}$\% eram favoráveis ao projeto. Considerando tais valores, qual
é o intervalo de confiança para o percentual de eleitores favoráveis com nível de
confiança de $\Sexpr{confianca*100}\%$?
(Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O intervalo de confiança requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(p;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\hat{p}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}
\ , \ \hat{p}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{p.chapeu}-\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}
\ , \ \Sexpr{p.chapeu}+\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}\right]\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
```

```
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{24_IC_proporção_08}
```

QUESTÃfO 239

24_IC_proporcao_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
confianca <- sample(c(.8, .9, .95, .99), 1)
p.chapeu <- sample(seq(.80, .95, by=.01), 1)
n <- sample(75:250,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n)
alt[[2]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * .5
alt[[3]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu))
alt[[4]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * qnorm(confianca) * p.chapeu * (1-p.chapeu)
alt[[5]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * 1.5
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um levantamento realizado pelo DataSenado sobre o projeto de lei PLS 782/2015, que
institui o pagamento de anuidade em universidades públicas por estudantes com alta
renda familiar, revela que \Sexpr{p.chapeu*100}\% dos participantes se manifestaram
contra a proposta. A pesquisa recebeu \Sexpr{n} respostas. Com base nas informações,
assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança para o percentual
de eleitores contra a proposta, com confiança de \Sexpr{confianca*100}\%. Considere
que os respoondentes da pesquisa foram selecionados aleatoriamente da população de
eleitores.
(Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O intervalo de confiança requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(p;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\hat{p}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}
\ , \ \hat{p}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{p.chapeu}-\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}
\ , \ \Sexpr{p.chapeu}+\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}\right]\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{24_IC_proporção_09}
```

QUESTÃfO 240

24_IC_proporcao_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
confianca <- sample(c(.8, .9, .95, .99), 1)
p.chapeu <- sample(seq(.800, .879, by=.01), 1)
n <- sample(630:670,1)
z <- round(qnorm(1-(1-confianca)/2), 2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- vector(5, mode="list")
questions <- vector(5, mode="list")
alt[[1]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n)
alt[[2]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * .5
alt[[3]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu))
alt[[4]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * qnorm(confianca) * p.chapeu * (1-p.chapeu)
alt[[5]] <- p.chapeu + c(-1, 1) * z * sqrt(p.chapeu * (1-p.chapeu)/n) * 1.5
for (i in 1:5) {
  aux <- paste(fmt(alt[[i]], digits = 3), collapse = ", ")
  questions[[i]] <- paste0("$[", aux, "]$")
}
questions <- unlist(questions)
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma enquete realizada pelo DataSenado sobre o Projeto de Lei no 263/2018, que veda a
produção, importação, comercialização e distribuição, ainda que gratuita, de produtos
que contém plástico, apontou que a proibição a canudos plásticos foi a que teve maior
apoio com \Sexpr{p.chapeu*100}\%. A pesquisa recebeu \Sexpr{n} respostas (considere
que os respondentes foram selecionados aleatoriamente da população de eleitores). Com
base nas informações, assinale a alternativa correspondente ao intervalo de confiança
para o percentual de eleitores a favor da proposta de proibição de canudos com confiança
de \Sexpr{confianca*100}\%.
(Utilize a fórmula disponível no conjunto de equações fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O intervalo de confiança requerido é expresso como
\begin{eqnarray*}
IC(p;\Sexpr{confianca*100}\%)&=&\left[\hat{p}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}
\ , \ \hat{p}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]\\
&=&\left[\Sexpr{p.chapeu}-\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}
\ , \ \Sexpr{p.chapeu}+\Sexpr{z}\times\sqrt{\frac{\Sexpr{p.chapeu*(1-p.chapeu)}}{\Sexpr{n}}}\right]\
&=&\text{\Sexpr{questions[solutions]}}.
\end{eqnarray*}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{24_IC_proporção_10}
```

QUESTÃfO 241

25_TH_media_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- .05  # Para mudar esse valor é preciso mudar o espaço amostral do
p-valor simulado.
n <- sample(30:50, 1)
mu0 <- sample(20:25, 1)
variancia <- sample(c(5, 10), 1)
p.valor.aux <- round(sample(c(runif(1, 1, 2), runif(1, 9, 10)), 1)/100, 3)
x.barra <- round(qnorm(1-p.valor.aux) * sqrt(variancia/n) + mu0, 2)
p.valor <- pnorm((x.barra-mu0)/(sqrt(variancia/n)), lower.tail=F)
z <- round(qnorm(1-significancia), 2)
limite <- round(z * sqrt(variancia/n) + mu0, 2)
resposta.aux <- ifelse(x.barra > limite,
       paste0("$", x.barra, " > ", limite, "$, rejeita-se $H_0$."),
       paste0("$", x.barra, " < ", limite, "$, não se rejeita $H_0$."))
aux <- c(paste0("$H_0: \\mu \\leq", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu>", mu0, "$.
$H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\mu \\leq", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu>", mu0, "$.
$H_0$ não é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu \\neq ", mu0, "$.
$H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", x.barra, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x}>",
x.barra, "$. $H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x}=", x.barra,
"$. $H_0$ não é rejeitada."))
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma máquina deve produzir peças com diâmetro médio de $\Sexpr{mu0}$ cm. Entretanto,
variações acontecem e pode-se assumir que o diâmetro dessas peças apresentam variância
igual a $\Sexpr{variancia}$ cm$^2$. Para testar se a máquina está bem regulada, $\Sexpr{n}$
peças foram observadas, fornecendo uma média amostral de $\Sexpr{x.barra}$. O técnico
então considera um teste para verificar se a máquina produz peças com diâmetro médio
maior que a especificação. As hipóteses do teste e a conclusão a um nível de significância
de $\Sexpr{100*significancia}\%$ são:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
```

```
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
conhecida.
As hipóteses do teste são $H_0: \mu \leq \Sexpr{mu0}$ \textit{vs.} $H_a: \mu > \Sexpr{mu0}$.
Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por
$\alpha=P(\mbox{rejeitar } H_0 | H_0 \mbox{ é verdadeira})=
P(\bar{X}>c|\mu=\Sexpr{mu0})=P\left(Z>\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexpr{n}}}\right
Portanto,
$\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexpr{n}}}=\Sexpr{z} \Rightarrow c=\Sexpr{limite}$.
Daí, como $\bar{x} =$ \Sexpr{resposta.aux}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{25_TH_media_01}
```

QUESTÃfO 242

25_TH_media_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- .05  # Para mudar esse valor é preciso mudar o espaço amostral do
p-valor simulado.
n <- sample(10:15, 1)
mu0 <- 26
mu1 <- sample(40:45, 1)
variancia <- sample(200:250, 1)
p.valor.aux <- round(sample(c(runif(1, 1, 2), runif(1, 9, 10)), 1)/100, 3)
x.barra <- round(qnorm(1-p.valor.aux) * sqrt(variancia/n) + mu0, 2)
p.valor <- pnorm((x.barra-mu0)/(sqrt(variancia/n)), lower.tail=F)
z <- round(qnorm(1-significancia), 2)
limite <- round(z * sqrt(variancia/n) + mu0, 2)
resposta.aux <- ifelse(x.barra > limite,
       paste0("$", x.barra, " > ", limite, "$, rejeita-se $H_0$."),
       paste0("$", x.barra, " < ", limite, "$, não se rejeita $H_0$."))
##GERANDO A RESPOSTA
aux <- c(paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. } H_a: \\mu=", mu1, "$. Há
evidência de que o salmão não é selvagem."),
         paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. } H_a: \\mu=", mu1, "$. Não há
evidência de que o salmão é de cativeiro."),
         paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. } H_a: \\mu < ", mu0, "$. Há
evidência de que o salmão é de cativeiro."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", x.barra, "\\; \\textit{vs. } H_a: \\bar{x}>",
x.barra, "$. Há evidência de que o salmão não é selvagem."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", mu0, "\\; \\textit{vs. } H_a: \\bar{x}=", x.barra,
"$. Não há evidência de que o salmão é de cativeiro."))
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Suponha que um fornecedor de peixes encomendou do exterior um carregamento de salmões
selvagens. Entretanto, ao receber o produto, ele suspeita que o salmão entregue foi
produzido em cativeiro. Sabe-se que uma porção de filé de salmão contém, em média,
$\Sexpr{mu0}$ e $\Sexpr{mu1}$ gramas de gordura, respectivamente, para salmões selvagens
e de cativeiro. Além disso, nos dois casos, a variância é igual a $\Sexpr{variancia}$
gramas.
Para testar se existe evidência estatísticamente significativa de que o produto não
corresponde ao contratado, o fornecedor mensurou o total de gordura em $\Sexpr{n}$
```

```
porções selecionadas ao acaso, obtendo uma média amostral de $\Sexpr{x.barra}$. Nesse
contexto, ao realizar um teste de hipótese a um nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}
deve se concluir que:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
conhecida.
As hipóteses do teste são $H_0: \mu=\Sexpr{mu0}$ \textit{vs.} $H_a: \mu > \Sexpr{mu0}$.
Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por
$\alpha=P(\mbox{rejeitar } H_0 | H_0 \mbox{ é verdadeira})=
P(\bar{X}>c|\mu=\Sexpr{mu0})=P\left(Z>\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexpr{n}}}\right
Portanto,
$\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexpr{n}}}=\Sexpr{z} \Rightarrow c=\Sexpr{limite}$.
Daí, como $\bar{x} =$ \Sexpr{resposta.aux}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{25_TH_media_02}
```

QUESTÃfO 243

25_TH_media_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- .05  # Para mudar esse valor é preciso mudar o espaço amostral do
p-valor simulado.
n <- 10
mu0 <- sample(8:10, 1)
variancia <- sample(90:110, 1)
p.valor.aux <- round(sample(c(runif(1, 1, 2), runif(1, 9, 10)), 1)/100, 3)
x.barra <- round(qnorm(1-p.valor.aux/2) * sqrt(variancia/n) + mu0, 2)
p.valor <- 2*(1-pnorm((x.barra-mu0)/(sqrt(variancia/n)), lower.tail=T))
z <- round(qnorm(1-significancia/2), 2)
limite <- round(z * sqrt(variancia/n) + mu0, 2)
resposta.aux <- ifelse(x.barra < limite,
       paste0("$", x.barra, " < ", limite, "$, não se rejeita $H_0$."),
       paste0("$", x.barra, " > ", limite, "$, rejeita-se $H_0$."))
##GERANDO A RESPOSTA
aux <- c(paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu \\neq", mu0, "$. Há
evidência de que a média $(\\mu)$ mudou."),
         paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu \\neq", mu0, "$.
Não há evidência de que a média $(\\mu)$ mudou."),
         paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu < ", mu0, "$. A
média $(\\mu)$ certamente se alterou."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", x.barra, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x}>",
x.barra, "$. Há evidência de que a média $(\\mu)$ mudou."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x}=", x.barra,
"$. Não há evidência de que a média não $(\\mu)$ mudou."))
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A análise dos dados históricos indica que na segunda metade do último século eram
observados anualmente, em média, $\mu=\Sexpr{mu0}$ furacões no Atlântico. Um pesquisador
deseja avaliar se $\mu$ sofreu alteração no século atual. Considere os valores obtidos
nos $\Sexpr{n}$ primeiros anos do novo século como sendo uma amostra independente
de uma distribuição $N(\mu, \sigma^2=\Sexpr{variancia})$. Nesse contexto, se a média
amostral observada foi de $\Sexpr{x.barra}$, então, a um nível de significância de
$\Sexpr{100*significancia}\%$, deve-se concluir que:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
```

```
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a média com variância
conhecida.
As hipóteses do teste são $H_0: \mu=\Sexpr{mu0}$ \textit{vs.} $H_a: \mu \neq \Sexpr{mu0}$.
Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por
$\alpha=P(\mbox{rejeitar } H_0 | H_0 \mbox{ é verdadeira})=
2P(\bar{X}>|c| \; | \;\mu=\Sexpr{mu0})= 2P\left(Z>\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexp
Portanto,
$\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexpr{n}}}=\Sexpr{z} \Rightarrow c=\Sexpr{limite}$.
Daí, como $\bar{x} =$ \Sexpr{resposta.aux}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{25_TH_media_03}
```

QUESTÃfO 244

25_TH_media_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- .05  # Para mudar esse valor é preciso mudar o espaço amostral do
p-valor simulado.
n <- sample(30:50, 1)
mu0 <- sample(4500:10000, 1)
variancia <- sample(c(1000, 2000), 1)
p.valor.aux <- round(sample(c(1,2,9,10),1)/100, 2)
x.barra <- round(mu0 - qnorm(1-p.valor.aux) * sqrt(variancia/n), 2)
p.valor <- pnorm((x.barra-mu0)/(sqrt(variancia/n)), lower.tail=T)
z <- round(qnorm(1-significancia), 2)
limite <- round(mu0 - z * sqrt(variancia/n), 2)
resposta.aux <- ifelse(x.barra > limite,
       paste0("$", x.barra, " > ", limite, ", não se rejeita $H_0$."),
       paste0("$", x.barra, " < ", limite, ", rejeita-se $H_0$."))
##GERANDO A RESPOSTA
aux <- c(paste0("$H_0: \\mu \\geq", mu0, "\\; \\textit{vs. } \\ H_a: \\mu<", mu0, "$.
$H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\mu \\geq", mu0, "\\; \\textit{vs. } \\ H_a: \\mu<", mu0, "$.
$H_0$ não é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. } \\ H_a: \\mu \\neq ", mu0, "$.
$H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", x.barra, "\\; \\textit{vs. } \\ H_a: \\bar{x}>",
x.barra, "$. $H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", mu0, "\\; \\textit{vs. } \\ H_a: \\bar{x}=", x.barra,
"$. $H_0$ não é rejeitada."))
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma médica que trabalha com crianças carentes no Sol Nascente, suspeita que uma determinada
bactéria está causando infecção nos pequenos. O valor mínimo da concentração de leucócitos
no sangue, para ser considerado normal, é de $\Sexpr{mu0}$ mcL. Sabe-se, de pesquisas
passadas, que a variância para este tipo de medida é igual a $\Sexpr{variancia}$
mcL$^2$. Para testar se as crianças estão realmente sendo infectadas pela bactéria,
$\Sexpr{n}$ delas tiveram seu sangue examinado, uma média amostral de $\Sexpr{x.barra}$.
As hipóteses do teste e a conclusão a um nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$
são:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
conhecida.
As hipóteses do teste são $H_0: \mu\geq\Sexpr{mu0} \ \textit{vs.} \ H_a: \mu < \Sexpr{mu0}$.
Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por
$\alpha=P(\mbox{rejeitar } H_0 | H_0 \mbox{ é verdadeira})=
P(\bar{X}<c|\mu=\Sexpr{mu0})=P\left(Z<\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexpr{n}}}\right
Portanto,
$\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexpr{n}}}=\Sexpr{z} \Rightarrow c=\Sexpr{limite}$.
Daí, como $\bar{x} =$ \Sexpr{resposta.aux}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{25_TH_media_04}
```

QUESTÃfO 245

25_TH_media_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- .05  # Para mudar esse valor é preciso mudar o espaço amostral do
p-valor simulado.
n <- sample(10:20, 1)
mu0 <- sample(350:420, 1)
variancia <- sample(c(5, 10), 1)
p.valor.aux <- round(sample(c(runif(1, 1, 2), runif(1, 9, 10)), 1)/100, 3)
x.barra <- round(mu0 - qnorm(1-p.valor.aux) * sqrt(variancia/n), 2)
p.valor <- pnorm((x.barra-mu0)/(sqrt(variancia/n)), lower.tail=T)
z <- round(qnorm(1-significancia), 2)
limite <- round(mu0 - z * sqrt(variancia/n), 2)
resposta.aux <- ifelse(x.barra > limite,
       paste0("$", x.barra, " > ", limite, "$, não se rejeita $H_0$."),
       paste0("$", x.barra, " < ", limite, "$, rejeita-se $H_0$."))
##GERANDO A RESPOSTA
aux <- c(paste0("$H_0: \\mu \\geq", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu<", mu0, "$. Há
evidência de que os carros precisem de ajuste."),
         paste0("$H_0: \\mu \\geq", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu<", mu0, "$.
Não há evidência de que os carros precisem de ajuste."),
         paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu \\neq ", mu0, "$.
Há evidência de que os carros precisem de ajuste."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", x.barra, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x}>",
x.barra, "$. Há evidência de que os carros não precisem de ajuste."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x}=", x.barra,
"$. Há evidência de que os carros precisem de ajuste."))
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma fábrica de carros esportivos, antes de liberá-los, testa seus carros na pista de
corrida para verificar se estão funcionando perfeitamente, ou se precisam de ajustes.
Uma das variáveis analisada é a velocidade máxima dos carros, a qual tem variância
igual a $\Sexpr{variancia}$ km$^2$/h$^2$. A fábrica deseja avaliar se a média das
velocidades máximas de um certo modelo é de, no mínimo, $\Sexpr{mu0}$ km/h. Para
tanto, $\Sexpr{n}$ veículos foram testados na pista, fornecendo uma média amostral
de $\Sexpr{x.barra}$. A um nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$,
conclui-se que:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
conhecida.
As hipóteses do teste são $H_0: \mu\geq\Sexpr{mu0}$ \textit{vs.} $H_a: \mu < \Sexpr{mu0}$.
Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por
$\alpha=P(\mbox{rejeitar } H_0 | H_0 \mbox{ é verdadeira})=
P(\bar{X}<c|\mu=\Sexpr{mu0})=P\left(Z<\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexpr{n}}}\right
Portanto,
$\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexpr{n}}}=-\Sexpr{z} \Rightarrow
c=\Sexpr{limite}$.
Daí, como $\bar{x} =$ \Sexpr{resposta.aux}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{25_TH_media_05}
```

QUESTÃfO 246

25_TH_media_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- .05  # Para mudar esse valor é preciso mudar o espaço amostral do
p-valor simulado.
n <- sample(30:50, 1)
mu0 <- 95
variancia <- sample(c(2, 3), 1)
p.valor.aux <- round(sample(c(runif(1, 1, 2), runif(1, 9, 10)), 1)/100, 3)
x.barra <- round(qnorm(1-p.valor.aux) * sqrt(variancia/n) + mu0, 2)
p.valor <- pnorm((x.barra-mu0)/(sqrt(variancia/n)), lower.tail=F)
z <- round(qnorm(1-significancia), 2)
limite <- round(z * sqrt(variancia/n) + mu0, 2)
resposta.aux <- ifelse(x.barra < limite,
       paste0("$", x.barra, " < ", limite, "$, não se rejeita $H_0$."),
       paste0("$", x.barra, " > ", limite, "$, rejeita-se $H_0$."))
##GERANDO A RESPOSTA
aux <- c(paste0("$H_0: \\mu \\leq", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu>", mu0, "$.
$H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\mu \\leq", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu>", mu0, "$.
$H_0$ não é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu \\neq ", mu0, "$.
$H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", x.barra, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x}>",
x.barra, "$. $H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x}=", x.barra,
"$. $H_0$ não é rejeitada."))
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma fábrica de carros na Europa, antes de liberá-los, testa seus carros para verificar
se eles estão nos padrões legais de emissão de carbono, que é de até $\Sexpr{mu0}$
gramas de CO2 por km. Para testar se os veículos respeitam esse critério, $\Sexpr{n}$
deles foram testados, fornecendo uma média amostral de $\Sexpr{x.barra}$. Considerando
que a variância da emissão de carbono é de $\Sexpr{variancia}$, as hipóteses do teste
e a conclusão a um nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$ são:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
```

```
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
conhecida.
As hipóteses do teste são $H_0: \mu\leq\Sexpr{mu0}$ \textit{vs.} $H_a: \mu > \Sexpr{mu0}$.
Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por
$\alpha=P(\mbox{rejeitar } H_0 | H_0 \mbox{ é verdadeira})=
P(\bar{X}>c|\mu=\Sexpr{mu0})=P\left(Z>\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexpr{n}}}\right
Portanto,
$\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexpr{n}}}=\Sexpr{z} \Rightarrow c=\Sexpr{limite}$.
Daí, como $\bar{x} =$ \Sexpr{resposta.aux}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{25_TH_media_06}
```

QUESTÃfO 247

25_TH_media_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- .1  # Para mudar esse valor é preciso mudar o espaço amostral do
p-valor simulado.
n <- sample(20:30, 1)
mu0 <- sample(seq(5, 6, by=.1), 1)
variancia <- sample(seq(3, 5, by=.1), 1)
p.valor.aux <- round(sample(c(runif(1, 4, 5),
                              runif(1, 15, 16)), 1)/100, 3)
x.barra <- round(mu0 + qt(1-p.valor.aux, n-1) * sqrt(variancia/n), 2)
p.valor <- pt((x.barra-mu0)/(sqrt(variancia/n)), n-1, lower.tail=F)
tt <- round(qt(1-significancia, n-1), 2)
limite <- round(mu0 + tt * sqrt(variancia/n), 2)
resposta.aux <- ifelse(x.barra > limite,
       paste0("$", x.barra, " > ", limite, "$, rejeita-se $H_0$."),
       paste0("$", x.barra, " < ", limite, "$, não se rejeita $H_0$."))
##GERANDO A RESPOSTA
aux <- c(paste0("$H_0: \\mu \\leq", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu >", mu0, "$.
$H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\mu \\leq", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu >", mu0, "$.
$H_0$ não é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu \\neq ", mu0, "$.
$H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", x.barra, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x} >",
x.barra, "$. $H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x}=", x.barra,
"$. $H_0$ não é rejeitada."))
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A nota média de PE tem sido historicamente igual a $\Sexpr{mu0}$. Desconfia-se que
as provas ficaram mais fáceis e que a nota média atual é maior. Para verificar, uma
amostra de $\Sexpr{n}$ notas foi selecionada ao acaso, resultando numa média e variância
amostrais iguais a $\Sexpr{x.barra}$ e $\Sexpr{variancia}$, respectivamente. Considerando
que as notas são normalmente distribuídas e um nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\
as hipóteses do teste e sua conclusão são:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
```

```
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
desconhecida.
As hipóteses do teste são $H_0: \mu \leq \Sexpr{mu0}$ \textit{vs.} $H_a: \mu > \Sexpr{mu0}$.
Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por
$\alpha=P(\mbox{rejeitar } H_0 | H_0 \mbox{ é verdadeira})=
P(\bar{X}>c|\mu=\Sexpr{mu0})=P\left(T_{n-1}>\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexpr{n}}}
Portanto,
$\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\sqrt{\Sexpr{variancia}/\Sexpr{n}}}=\Sexpr{tt} \Rightarrow
c=\Sexpr{limite}$.
Daí, como $\bar{x} =$ \Sexpr{resposta.aux}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{25_TH_media_07}
```

QUESTÃfO 248

25_TH_media_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- .1  # Para mudar esse valor é preciso mudar o espaço amostral do
p-valor simulado.
n <- sample(20:30, 1)
mu0 <- sample(seq(1000, 1400, by=100), 1)
sd <- sample(seq(180, 220, by=10), 1)
variancia <- sd^2
p.valor.aux <- round(sample(c(runif(1, 5, 6),
                              runif(1, 15, 16)), 1)/100, 3)
x.barra <- round(mu0 + qt(1-p.valor.aux, n-1) * sqrt(variancia/n), 2)
p.valor <- pt((x.barra-mu0)/(sqrt(variancia/n)), n-1, lower.tail=F)
tt <- round(qt(1-significancia, n-1), 2)
limite <- round(mu0 + tt * sqrt(variancia/n), 2)
resposta.aux <- ifelse(x.barra > limite,
       paste0("$", x.barra, " > ", limite, "$, rejeita-se $H_0$."),
       paste0("$", x.barra, " < ", limite, "$, não se rejeita $H_0$."))
##GERANDO A RESPOSTA
aux <- c(paste0("$H_0: \\mu \\leq", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu >", mu0, "$.
$H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\mu \\leq", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu >", mu0, "$.
$H_0$ não é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu \\neq ", mu0, "$.
$H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x} >", mu0,
"$. $H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x}>", mu0, "$.
$H_0$ não é rejeitada."))
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Analistas de uma companhia de seguros desconfiam dos valores altos de reparos feitos
por uma oficina credenciada. Historicamente, o custo médio de reparos custeados pela
seguradora é igual a $\Sexpr{mu0}$ reais. Uma amostra de valores de reparo de $\Sexpr{n}$
veículos na referida oficina forneceu um valor médio de $\Sexpr{x.barra}$ reais e
desvio-padrão de $\Sexpr{sd}$. Teste, a um nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$,
se há evidência de que a oficina está cobrando pelos reparos, em média, mais do que o
valor médio comumente observado pela seguradora. Assuma que o custo dos reparos segue
```

```
uma distribuição Normal.\\
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
desconhecida.
As hipóteses do teste são $H_0: \mu \leq \Sexpr{mu0}$ \textit{vs.} $H_a: \mu > \Sexpr{mu0}$.
Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por
$\alpha=P(\mbox{rejeitar } H_0 | H_0 \mbox{ é verdadeira})=
P(\bar{X}>c|\mu=\Sexpr{mu0})=P\left(T_{n-1}>\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\Sexpr{sd}/\sqrt{\Sexpr{n}}}\right)
Portanto,
$\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\Sexpr{sd}/\sqrt{\Sexpr{n}}}=\Sexpr{tt} \Rightarrow c=\Sexpr{limite}$.
Daí, como $\bar{x} =$ \Sexpr{resposta.aux}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{25_TH_media_08}
```

QUESTÃfO 249

25_TH_media_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- .1  # Para mudar esse valor é preciso mudar o espaço amostral do
p-valor simulado.
n <- 5
mu0 <- 50
sd <- round(sqrt(sample(1:2, 1)), 2)
variancia <- sd^2
p.valor.aux <- round(sample(c(runif(1, 15, 17), runif(1, 5, 6)), 1)/100, 3)
x.barra <- round(qt(1-p.valor.aux/2, n-1) * sqrt(variancia/n) + mu0, 2)
p.valor <- 2*(1-pt((x.barra-mu0)/(sqrt(variancia/n)), n-1, lower.tail=T))
tt <- round(qt(1-significancia/2, n-1), 2)
limite <- round(mu0 + tt * sqrt(variancia/n), 2)
resposta.aux <- ifelse(x.barra < limite,
       paste0("$", x.barra, " < ", limite, "$, não se rejeita $H_0$."),
       paste0("$", x.barra, " > ", limite, "$, rejeita-se $H_0$."))
##GERANDO A RESPOSTA
aux <- c(paste0("$H_0: \\mu =", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu \\neq", mu0, "$.
Há evidência de que a média $(\\mu)$ mudou."),
         paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu \\neq", mu0, "$.
Não há evidência de que a média $(\\mu)$ mudou."),
         paste0("$H_0: \\mu \\geq", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\mu < ", mu0, "$.
A média $(\\mu)$ certamente se alterou."),
         paste0("$H_0: \\bar{x} \\leq ", x.barra, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x}>",
x.barra, "$. Há evidência de que a média $(\\mu)$ mudou."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  H_a: \\bar{x}=", x.barra,
"$. Não há evidência de que a média não $(\\mu)$ mudou."))
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um laboratório criou um novo método para identificar Selenoureia na água, um composto
organosselênico que se apresenta em forma de sólido branco. Para a água encanada, a
taxa de Selenoureia segue uma distribuição Normal com
valor esperado de $\Sexpr{mu0}$ ng/ml. Retira-se uma amostra de tamanho $\Sexpr{n}$
da água da torneira. A média desses valores é de $\Sexpr{x.barra}$ ng/ml e o desvio
padrão é de $\Sexpr{sd}$. Considerando um nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$,
há evidências de que a média mudou?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a média com variância
desconhecida.
As hipóteses do teste são $H_0: \mu =\Sexpr{mu0}$ \textit{vs.} $H_a: \mu \neq \Sexpr{mu0}$.
Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por
$\alpha=P(\mbox{rejeitar } H_0 | H_0 \mbox{ é verdadeira})=
2P(\bar{X}>|c| \; | \;\mu=\Sexpr{mu0})= 2P\left(T_{n-1}>\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\Sexpr{variancia}/\sqrt
Portanto,
$\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\Sexpr{sd}/\sqrt{\Sexpr{n}}}=\Sexpr{tt} \Rightarrow c=\Sexpr{limite}$.
Daí, como $\bar{x} =$ \Sexpr{resposta.aux}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{25_TH_media_09}
```

QUESTÃfO 250

25_TH_media_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- .1  # Para mudar esse valor é preciso mudar o espaço amostral do
p-valor simulado.
n <- sample(5:10,1)
amostra <- sample(20:30,n)
mu0 <- round(mean(amostra),2)
sd <- round(sqrt(runif(1,0.1,0.99)), 2)
variancia <- round(sd^2,3)
p.valor.aux <- round(sample(c(runif(1, 5, 6), runif(1, 14, 15)), 1)/100, 3)
x.barra <- round(mu0 + qt(1-p.valor.aux, n-1) * sqrt(variancia/n), 2)
p.valor <- pt((x.barra-mu0)/(sqrt(variancia/n)), n-1, lower.tail=F)
tt <- round(qt(1-significancia, n-1), 2)
limite <- round(mu0 + tt * sqrt(variancia/n), 2)
resposta.aux <- ifelse(x.barra > limite,
       paste0("$", x.barra, " > ", limite, ", rejeita-se $H_0$."),
       paste0("$", x.barra, " < ", limite, ", não se rejeita $H_0$."))
##GERANDO A RESPOSTA
aux <- c(paste0("$H_0: \\mu \\leq", mu0, "\\; \\textit{vs. }  \\ H_a: \\mu >", mu0,
"$. $H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\mu \\leq", mu0, "\\; \\textit{vs. }  \\ H_a: \\mu >", mu0,
"$. $H_0$ não é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\mu=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  \\ H_a: \\mu \\neq ", mu0,
"$. $H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", mu0, "\\; \\textit{vs. } \\ H_a: \\bar{x} >", mu0,
"$. $H_0$ é rejeitada."),
         paste0("$H_0: \\bar{x}=", mu0, "\\; \\textit{vs. }  \\ H_a: \\bar{x}>", mu0,
"$. $H_0$ não é rejeitada."))
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(p.valor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma companhia de cigarros anuncia que o índice médio de nicotina dos cigarros que
fabrica é de, no máximo, $\Sexpr{mu0}$ mg por cigarro. Sabendo que a quantidade de
nicotina em um cigarro tem distribuição Normal, um laboratório realiza $\Sexpr{n}$
análises desse índice, obtendo média de $\Sexpr{x.barra}$ mg e variância igual a
$\Sexpr{variancia}$. Considerando um nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$,
as hipóteses do teste e sua conclusão são:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
desconhecida.
As hipóteses do teste são $H_0: \mu \leq \Sexpr{mu0} \ \textit{vs.} \ H_a: \mu >
\Sexpr{mu0}$.
Além disso, sabe-se que o nível de significância é dado por
$\alpha=P(\mbox{rejeitar } H_0 | H_0 \mbox{ é verdadeira})=
P(\bar{X}>c|\mu=\Sexpr{mu0})=P\left(T_{n-1}>\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\Sexpr{sd}/\sqrt{\Sexpr{n}}}\right)
Portanto,
$\frac{c-\Sexpr{mu0}}{\Sexpr{sd}/\sqrt{\Sexpr{n}}}=\Sexpr{tt} \Rightarrow c=\Sexpr{limite}$.
Daí, como $\bar{x} =$ \Sexpr{resposta.aux}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{25_TH_media_10}
```

QUESTÃfO 251

26_tamanho_media_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(seq(.95, .99, by=.01), 1)
sigma <- sample(seq(3,4,0.1),1)
erro <- sample(seq(0.3,0.8,0.1),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z*sigma/erro)^2
n <- ceiling(n.aux)
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso*sigma/erro)^2)
nfalso2 <- ceiling((z*sigma/(2*erro))^2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- nfalso2
alt[4] <- round(sample(n*c(1.25, 1.2, 1.15, 1.1), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em um estudo sobre as condições de saúde de certa comunidade, deseja-se estimar o
número médio de remédios diferentes consumidos por pessoa por ano. A partir de pesquisas
anteriores, assume-se que o desvio padrão populacional da quantidade de remédios
consumida por um indivíduo é $\Sexpr{sigma}$. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra
para que, com confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a média amostral não difira da média
populacional por mais de $\Sexpr{erro}$ unidades?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left( \frac{\Sexpr{z} \times \Sexpr{sigma}}{\Sexpr{erro}} \right)^2=\Sexpr{round(n.aux,
2)}.
$$
Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{26_tamanho_media_01}
```

QUESTÃfO 252

26_tamanho_media_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(c(.8,.9,.95,.975,.99), 1)
sigma <- sample(seq(0.01,1.5,0.01),1)
erro <- sample(seq(0.01,0.5,0.01),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z*sigma/erro)^2
n <- ceiling(n.aux)
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso*sigma/erro)^2)
nfalso2 <- ceiling((z*sigma/(2*erro))^2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- nfalso2
alt[4] <- round(sample(n*c(1.25, 1.2, 1.15, 1.1), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Antes da aplicação do Sistema de Avaliação da Educação Profissional e Tecnológica
(SAEP) no curso de Mecânica Automotiva do SENAI, deseja-se estimar o desempenho médio
dos alunos. Sabe-se de resultados anteriores que o desvio padrão populacional do
desempenho dos alunos é de $\Sexpr{sigma}$ pontos. Qual deve ser o tamanho mínimo da
amostra para que, com confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a média amostral não difira
da média populacional por mais de $\Sexpr{erro}$ pontos?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left( \frac{\Sexpr{z} \times \Sexpr{sigma}}{\Sexpr{erro}} \right)^2=\Sexpr{round(n.aux,
2)}.
$$
Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{26_tamanho_media_02}
```

QUESTÃfO 253

26_tamanho_media_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(c(.8,.9,.95,.975,.99), 1)
sigma <- sample(seq(50,90,1),1)
erro <- sample(seq(18,35,1),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z*sigma/erro)^2
n <- ceiling(n.aux)
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso*sigma/erro)^2)
nfalso2 <- ceiling((z*sigma/(2*erro))^2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- nfalso2
alt[4] <- round(sample(n*c(1.25, 1.2, 1.15, 1.1), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Apesar de ter ganhado grande visibilidade a partir da sanção da Lei 12.711 de 2012, o
sistema de cotas no Brasil existe desde o início dos anos 2000, quando a Universidade
de Brasília (UnB) decidiu fazer reserva de vagas para alguns candidatos em seu processo
seletivo. Em um estudo sobre o desempenho de alunos cotistas em universidades públicas,
deseja-se estimar o número médio de alunos cotistas desligados das universidades
em 2018. Em anos anteriores o desvio padrão populacional da quantidade de cotistas
desligados é de $\Sexpr{sigma}$. Em um levantamento por amostragem aleatória, qual
deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, com confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$,
a média amostral não difira da média populacional por mais de $\Sexpr{erro}$ cotistas?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left( \frac{\Sexpr{z} \times \Sexpr{sigma}}{\Sexpr{erro}} \right)^2=\Sexpr{round(n.aux,
2)}.
$$
Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
```

```
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{26_tamanho_media_03}
```

QUESTÃfO 254

26_tamanho_media_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(c(.8,.9,.95,.975,.99), 1)
sigma <- sample(seq(250,1000,1),1)
erro <- sample(seq(100,300,1),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z*sigma/erro)^2
n <- ceiling(n.aux)
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso*sigma/erro)^2)
nfalso2 <- ceiling((z*sigma/(2*erro))^2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- nfalso2
alt[4] <- round(sample(n*c(1.25, 1.2, 1.15, 1.1), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A Pesquisa de Acompanhamento de Egressos, realizada pelo SENAI, tem como objetivo
avaliar o desempenho da instituição. Assim que um estudante se forma no SENAI, ele
preenche um formulário com dados profissionais. Após um ano da conclusão do curso, a
escola entra em contato com ex-alunos e faz uma pesquisa sobre inserção no mercado de
trabalho. Deseja-se estimar a renda média de ex-alunos empregados. Em anos anteriores
o desvio padrão populacional era de $\Sexpr{sigma}$ reais. Qual deve ser o tamanho
mínimo da amostra para que, com confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a média amostral
não difira da média populacional por mais de $\Sexpr{erro}$ reais?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left( \frac{\Sexpr{z} \times \Sexpr{sigma}}{\Sexpr{erro}} \right)^2=\Sexpr{round(n.aux,
2)}.
$$
Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{26_tamanho_media_04}
```

QUESTÃfO 255

26_tamanho_media_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(c(.9,.95,.975,.99), 1)
sigma <- sample(10:15,1)
erro <- sample(2:3,1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z*sigma/erro)^2
n <- ceiling(n.aux)
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso*sigma/erro)^2)
nfalso2 <- ceiling((z*sigma/(2*erro))^2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- nfalso2
alt[4] <- round(sample(n*c(1.25, 1.2, 1.15, 1.1), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Casos de feminicídio têm sido pauta frequente dos meios de comunicação no Brasil.
Deseja-se estimar o número médio diário de mulheres mortas em crimes de ódio motivados
pela condição de gênero. Em anos anteriores o desvio padrão populacional desses casos
foi de $\Sexpr{sigma}$. Para estimar a média diária relativa ao ano de 2018 a partir
de uma amostra aleatória de dias do ano, qual deve ser o tamanho mínimo da amostra
para que, com confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a média amostral não difira da média
populacional em mais de $\Sexpr{erro}$ casos? Considere que o desvio padrão não se
alterou.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left( \frac{\Sexpr{z} \times \Sexpr{sigma}}{\Sexpr{erro}} \right)^2=\Sexpr{round(n.aux,
2)}.
$$
Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{26_tamanho_media_05}
```

QUESTÃfO 256

26_tamanho_media_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(c(.8,.9,.95,.975,.99), 1)
sigma <- sample(seq(0.05,0.50,0.01),1)
erro <- sample(seq(0.01,0.05,0.1),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z*sigma/erro)^2
n <- ceiling(n.aux)
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso*sigma/erro)^2)
nfalso2 <- ceiling((z*sigma/(2*erro))^2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- nfalso2
alt[4] <- round(sample(n*c(1.25, 1.2, 1.15, 1.1), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A foto de um Chevrolet Camaro com um cilindro de gás natural no porta-malas viralizou
nas redes sociais. A queima do GNV, gás natural veicular, é reconhecidamente uma das
mais limpas, além de ter o menor custo benefício em relação ao preço da gasolina e
do etanol. Deseja-se estimar o custo médio de 1m³ de GNV. Em anos anteriores o desvio
padrão populacional dos preços foi de $\Sexpr{sigma}$ reais. Em um levantamento por
amostragem aleatória de postos de abastecimento, qual deve ser o tamanho mínimo da
amostra para que, com confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a média amostral não difira
da média populacional por mais de $\Sexpr{erro}$ reais?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left( \frac{\Sexpr{z} \times \Sexpr{sigma}}{\Sexpr{erro}} \right)^2=\Sexpr{round(n.aux,
2)}.
$$
Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{26_tamanho_media_06}
```

QUESTÃfO 257

26_tamanho_media_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(c(.8,.9,.95,.975,.99), 1)
sigma <- sample(seq(15,30,1),1)
erro <- sample(seq(7,15,1),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z*sigma/erro)^2
n <- ceiling(n.aux)
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso*sigma/erro)^2)
nfalso2 <- ceiling((z*sigma/(2*erro))^2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- nfalso2
alt[4] <- round(sample(n*c(1.25, 1.2, 1.15, 1.1), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A orquídea é uma flor muito admirada pela sua beleza e é uma ótima opção para complementar
a decoração de um ambiente, mas a falta de informação sobre o manejo da planta prejudica
o seu desenvolvimento. Uma pesquisa por amostragem aleatória deseja estimar a duração
média da floração das orquídeas. Em anos anteriores o desvio padrão populacional dos
valores foi de $\Sexpr{sigma}$ dias. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para
que, com confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a média amostral não difira da média
populacional por mais de $\Sexpr{erro}$ dias?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left( \frac{\Sexpr{z} \times \Sexpr{sigma}}{\Sexpr{erro}} \right)^2=\Sexpr{round(n.aux,
2)}.
$$
Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{26_tamanho_media_07}
```

QUESTÃfO 258

26_tamanho_media_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(c(.8,.9,.95,.975,.99), 1)
sigma <- sample(seq(15,30,1),1)
erro <- sample(seq(3,5,1),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z*sigma/erro)^2
n <- ceiling(n.aux)
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso*sigma/erro)^2)
nfalso2 <- ceiling((z*sigma/(2*erro))^2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- nfalso2
alt[4] <- round(sample(n*c(1.25, 1.2, 1.15, 1.1), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A internet móvel vem, aos poucos, se tornando um padrão em várias partes do mundo.
No Brasil, milhares de pessoas fazem uso das mídias sociais como Facebook, Whatsapp,
Twitter e Instagram. Deseja-se estimar o tempo diário gasto nas redes sociais. Em
pesquisas anteriores, o desvio padrão populacional era de $\Sexpr{sigma}$ minutos.
Em um levantamento por amostragem aleatória de usuários de redes sociais no Brasil
e considerando que o desvio padrão não se alterou, qual deve ser o tamanho mínimo da
amostra para que, com confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a média amostral não difira
da média populacional por mais de $\Sexpr{erro}$ minutos?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left( \frac{\Sexpr{z} \times \Sexpr{sigma}}{\Sexpr{erro}} \right)^2=\Sexpr{round(n.aux,
2)}.
$$
Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{26_tamanho_media_08}
```

QUESTÃfO 259

26_tamanho_media_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(c(.8,.9,.95,.975,.99), 1)
sigma <- sample(seq(2, 5, by=.1), 1)
erro <- sample(seq(0, 2, by=.01), 1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z*sigma/erro)^2
n <- ceiling(n.aux)
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso*sigma/erro)^2)
nfalso2 <- ceiling((z*sigma/(2*erro))^2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- nfalso2
alt[4] <- round(sample(n*c(1.25, 1.2, 1.15, 1.1), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Os efeitos da maior crise hídrica da história do Distrito Federal podem ser percebidos
nas atitudes dos brasilienses em relação ao uso da água. Deseja-se estimar qual é
o consumo médio (por habitante, em litros/dia) de água no DF. Em anos anteriores o
desvio padrão do consumo foi de $\Sexpr{sigma}$ litros/dia de água. Em um levantamento
por amostragem, qual deve ser o tamanho mínimo da amostra de habitantes para que, com
confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a média amostral não difira da média populacional
por mais de $\Sexpr{erro}$ litros/dia de água?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left( \frac{\Sexpr{z} \times \Sexpr{sigma}}{\Sexpr{erro}} \right)^2=\Sexpr{round(n.aux,
2)}.
$$
Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{26_tamanho_media_09}
```

QUESTÃfO 260

26_tamanho_media_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(c(.8,.9,.95,.975,.99), 1)
sigma <- sample(seq(0.1, 5, by=.01), 1)
erro <- sample(seq(0.5, 1, by=.1), 1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z*sigma/erro)^2
n <- ceiling(n.aux)
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso*sigma/erro)^2)
nfalso2 <- ceiling((z*sigma/(2*erro))^2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- nfalso2
alt[4] <- round(sample(n*c(1.25, 1.2, 1.15, 1.1), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Professores do Departamento de Estatística da Universidade elaboraram uma nova metodologia
de avaliação no curso de Probabilidade e Estatística, com o objetivo de garantir
uniformidade no processo avaliativo e na aplicação do projeto pedagógico. Sabe-se
que o desvio padrão das notas obtidas anteriormente era de $\Sexpr{sigma}$ pontos.
Assumindo que a variância não se alterou, qual deve ser o tamanho mínimo da amostra
para que, com confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a média amostral não difira da média
populacional por mais de $\Sexpr{erro}$ ponto?
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z \times \sigma}{\varepsilon} \right)^2
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left( \frac{\Sexpr{z} \times \Sexpr{sigma}}{\Sexpr{erro}} \right)^2=\Sexpr{round(n.aux,
2)}.
$$
Portanto o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{26_tamanho_media_10}
```

QUESTÃfO 261

27_TH_proporcao_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- sample(1:10, 1)/100
pvalor <- sample (((1:10)/100)[(1:10)/100 != significancia], 1 )
resposta.aux <- ifelse(pvalor < significancia,
       paste0(pvalor, " < ", significancia, "$ e rejeita-se $H_0$."),
       paste0(pvalor, " > ", significancia, "$ e não se rejeita $H_0$."))
aux <- c(paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o texto não está
escrito em português."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que o texto não
está escrito em português."),
         paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o texto está escrito
em português."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. O texto certamente está escrito em
português."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que o texto está
escrito em outra língua.")
)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Nos textos escritos em língua portuguesa, em média, $14,7\%$ das letras são ``A",
enquanto que nos demais idiomas essa porcentagem é distinta. Com base na frequência de
ocorrência da letra ``A" em uma amostra de texto de um livro, um aplicativo de celular
realiza um teste de hipótese a fim de identificar textos que necessitem de tradução
para o português. Para um determinado livro, o aplicativo encontrou p-valor igual a
$\Sexpr{pvalor}$. Considerando um nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$,
conclui-se que:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são: \\
$H_0: p=14,7\%$ \textit{vs.} $H_a: p \neq 14,7\%$.
Portanto, p-valor = $\Sexpr{resposta.aux}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{27_TH_proporcao_01}
```

QUESTÃfO 262

27_TH_proporcao_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- sample(1:10, 1)/100
pvalor <- sample (((1:10)/100)[(1:10)/100 != significancia], 1 )
resposta.aux <- ifelse(pvalor < significancia,
       paste0(pvalor, " < ", significancia, "$ e rejeita-se $H_0$."),
       paste0(pvalor, " > ", significancia, "$ e não se rejeita $H_0$."))
aux <- c(paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a máquina não está
operando adequadamente."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que a máquina não
está operando adequadamente."),
         paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a máquina está operando
adequadamente."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. A maquina certamente está operando
adequadamente."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que de que a máquina
não está operando adequadamente.")
)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em uma linha de produção, deseja-se que a taxa de itens defeituosos não ultrapasse
$2\%$. Caso isso ocorra, será necessário parar a máquina para avaliar o problema.
Considerando que os prejuízos em parar a máquina são muito altos, a empresa decide
tomar sua decisão realizando periodicamente um teste de hipóteses com nível de significância
de $\Sexpr{100*significancia}\%$. Para uma determinada amostra, os responsáveis técnicos
obtiveram p-valor igual a $\Sexpr{pvalor}$. Dessa forma:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são: \\
$H_0: p \leq 2\%$ \textit{vs.} $H_a: p > 2\%$.
Portanto, p-valor = $\Sexpr{resposta.aux}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{27_TH_proporcao_02}
```

QUESTÃfO 263

27_TH_proporcao_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- sample(1:10, 1)/100
pvalor <- sample (((1:10)/100)[(1:10)/100 != significancia], 1 )
resposta.aux <- ifelse(pvalor < significancia,
       paste0(pvalor, " < ", significancia, "$ e rejeita-se $H_0$."),
       paste0(pvalor, " > ", significancia, "$ e não se rejeita $H_0$."))
aux <- c(paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a mensagem é spam."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que a mensagem é
spam."),
         paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a mensagem não é
spam."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. A mensagem certamente não é spam."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que a mensagem é
spam.")
)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma mensagem de texto comum apresenta, em geral, $7\%$ de letras maiúsculas, enquanto
que em mensagens spam esse percentual é mais elevado. Com base na porcentagem de
letras maiúsculas em uma amostra de uma mensagem de texto, um provedor de e-mail
realiza um teste de hipóteses com o intuito de excluir automaticamente e-mails detectados
como spam. Para uma determinada mensagem, o resultado do teste teve p-valor igual a
$\Sexpr{pvalor}$. Dessa forma, ao nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$,
deve-se concluir que:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são: \\
$H_0: p=7\%$ \textit{vs.} $H_a: p > 7\%$.
Portanto, p-valor = $\Sexpr{resposta.aux}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
```

```
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{27_TH_proporcao_03}
```

QUESTÃfO 264

27_TH_proporcao_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- sample(1:10, 1)/100
pvalor <- sample (((1:10)/100)[(1:10)/100 != significancia], 1 )
resposta.aux <- ifelse(pvalor < significancia,
       paste0(pvalor, " < ", significancia, "$ e rejeita-se $H_0$."),
       paste0(pvalor, " > ", significancia, "$ e não se rejeita $H_0$."))
aux <- c(paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a eficácia do inseticida
é inferior a $75\\%$."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que a eficácia do
inseticida é inferior a $75\\%$."),
         paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a eficácia do inseticida
é superior a $75\\%$."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. A eficácia do inseticida é certamente
superior a $75\\%$."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que a eficácia do
inseticida é inferior a $75\\%$.")
)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um fabricante de inseticida lançou recentemente um inseticida biológico que tem como
princípio ativo um vírus de grande eficácia para controle da lagarta-do-cartucho,
principal praga do milho e também de outras culturas. O bioinseticida assegura taxa
de mortalidade de, pelo menos, $75\%$ das lagartas-do-cartucho. Utilizando uma amostra
aleatória de culturas contaminadas, uma agência fiscalizadora realizou um teste de
hipótese e encontrou um p-valor igual a $\Sexpr{pvalor}$. Dessa forma, ao nível de
significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$, deve-se concluir que:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são: \\
$H_0: p \geq 75\%$ \textit{vs.} $H_a: p < 75\%$.
Portanto, p-valor = $\Sexpr{resposta.aux}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{27_TH_proporcao_04}
```

QUESTÃfO 265

27_TH_proporcao_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- sample(1:10, 1)/100
pvalor <- sample (((1:10)/100)[(1:10)/100 != significancia], 1 )
resposta.aux <- ifelse(pvalor < significancia,
       paste0(pvalor, " < ", significancia, "$ e rejeita-se $H_0$."),
       paste0(pvalor, " > ", significancia, "$ e não se rejeita $H_0$."))
aux <- c(paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o clip deve ser
excluído."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que o clip deve
ser excluído."),
         paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o clip não deve ser
excluído."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. O clip certamente não deve ser excluído."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que o clip deve ser
excluído.")
)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um software de processamento de voz deseja descartar automaticamente clips cujo percentual
de ruído seja superior a $70\%$. Utilizando uma amostra aleatória de trechos do clip,
faz-se um teste de hipótese a fim de identificar automaticamente clips para exclusão.
Para um determinado teste, foi encontrado um p-valor igual a $\Sexpr{pvalor}$. Dessa
forma, ao nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$, deve-se concluir
que:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são: \\
$H_0: p \leq 70\%$ \textit{vs.} $H_a: p > 70\%$.
Portanto, p-valor = $\Sexpr{resposta.aux}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
```

```
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{27_TH_proporcao_05}
```

QUESTÃfO 266

27_TH_proporcao_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- sample(1:10, 1)/100
pvalor <- sample (((1:10)/100)[(1:10)/100 != significancia], 1 )
resposta.aux <- ifelse(pvalor < significancia,
       paste0(pvalor, " < ", significancia, " e rejeita-se $H_0$."),
       paste0(pvalor, " > ", significancia, " e não se rejeita $H_0$."))
aux <- c(paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que, em média, a composição
química está incorreta."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que, em média, a
composição química está incorreta."),
         paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que, em média, a composição
química está correta."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Em média, a composição química está
definitivamente incorreta."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que, em média, a
composição química está incorreta.")
)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A composição química do petróleo deve apresentar $85\%$ de carbono. Um engenheiro
químico controla esse processo industrial retirando uma amostra aleatória e realizando
um teste de hipóteses, a fim de avaliar se, em média, a composição do petróleo produzido
está conforme especificação técnica. Para um determinado teste, o engenheiro obteve
p-valor igual a $\Sexpr{pvalor}$. Dessa forma, ao nível de significância de $\Sexpr{100*significanci
deve-se concluir que:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são: \\
$$H_0: p=85\% \ \textit{vs.} \ H_a: p \neq 85\%.$$
Portanto, p-valor = \Sexpr{resposta.aux}
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{27_TH_proporcao_06}
```

QUESTÃfO 267

27_TH_proporcao_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- sample(1:10, 1)/100
pvalor <- sample (((1:10)/100)[(1:10)/100 != significancia], 1 )
resposta.aux <- ifelse(pvalor < significancia,
       paste0(pvalor, " < ", significancia, "$ e rejeita-se $H_0$."),
       paste0(pvalor, " > ", significancia, "$ e não se rejeita $H_0$."))
##GERANDO A RESPOSTA
aux <- c(paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o acesso à internet
no país aumentou."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que o acesso à
internet no país tenha aumentado."),
         paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o acesso à internet
em 2019 é inferior a $57,8\\%$."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. O acesso à internet é certamente
inferior a $57,8\\%$."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que o acesso à internet
em 2019 é superior a $57,8\\%$.")
)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Especula-se que nos últimos anos tenha havido um aumento no acesso à internet nos
domicílios brasileiros. Em 2017, 57,8\% dos domicílios do país tinham conexão. Em
2019, uma pesquisa por amostragem realizou um teste de hipótese para avaliar se o
percentual de acesso de fato aumentou no período e encontrou um p-valor igual a $\Sexpr{pvalor}$.
Dessa forma, ao nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$, deve-se
concluir que:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são: \\
$H_0: p \leq 57,8\%$ \textit{vs.} $H_a: p > 57,8\%$.
Portanto, p-valor = $\Sexpr{resposta.aux}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{27_TH_proporcao_07}
```

QUESTÃfO 268

27_TH_proporcao_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- sample(1:10, 1)/100
pvalor <- sample (((1:10)/100)[(1:10)/100 != significancia], 1 )
resposta.aux <- ifelse(pvalor < significancia,
       paste0(pvalor, " < ", significancia, "$ e rejeita-se $H_0$."),
       paste0(pvalor, " > ", significancia, "$ e não se rejeita $H_0$."))
aux <- c(paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que não se reduziu o
número de fumantes."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que o número de
fumantes reduziu."),
         paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que o número de fumantes
aumentou."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. O número de fumantes reduziu."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que o numero de
fumantes reduziu.")
)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em 2007, o número de fumantes caiu para $10,3\%$ no Brasil. De acordo com o Ministério
da Saúde, essa queda se deu por conta de ações como a política de preços mínimos e
a proibição do consumo de cigarros, cigarrilhas, charutos, cachimbos e outros, em
certos locais. Em 2019, utilizando uma amostra aleatória de domicílios, pesquisadores
conduziram um teste de hipótese para avaliar se o percentual de fumantes continuou
caindo após 2017. O teste resultou em um p-valor igual a $\Sexpr{pvalor}$. Dessa
forma, ao nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$, deve-se concluir
que:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são: \\
$H_0: p \geq 10,3\%$ \textit{vs.} $H_a: p < 10,3\%$.
Portanto, p-valor = $\Sexpr{resposta.aux}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{27_TH_proporcao_08}
```

QUESTÃfO 269

27_TH_proporcao_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- sample(1:10, 1)/100
pvalor <- sample (((1:10)/100)[(1:10)/100 != significancia], 1 )
resposta.aux <- ifelse(pvalor < significancia,
       paste0(pvalor, " < ", significancia, ", rejeitamos $H_0$."),
       paste0(pvalor, " > ", significancia, ", não rejeitamos $H_0$."))

##GERANDO A RESPOSTA
aux <- c(paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que a proporção de candidatas
mulheres é inferior a 30%."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que a proporção
de candidatas mulheres seja inferior a 30%."),
         paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Não há evidência de que a proporção de
candidatas mulheres é inferior a 30%."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. A proporção de candidatas mulheres é
inferior a 30%."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que a proporção de
candidatas mulheres é inferior a 30%.")
)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Mesmo diante da exigência, prevista em lei, de percentual mínimo de candidatas mulheres
a cargos eletivos no Brasil, suspeita-se que a proporção de mulheres entre os candidatos
não aumentou nas últimas eleições. A partir de uma amostra aleatória simples de candidatos,
um pesquisador conduziu um teste de hipótese para avaliar se as mulheres representam
menos de 30\% da lista de candidatos. Foi encontrado um p-valor igual a $\Sexpr{pvalor}$.
Dessa forma, ao nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$, deve-se
concluir que:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são: \\
$H_0: p \geq 30\%$ \textit{vs.} $H_a: p < 30\%$.
Como p-valor = \Sexpr{resposta.aux}
```

```
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{27_TH_proporcao_09}
```

QUESTÃfO 270

27_TH_proporcao_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- character(5)
while(length(unique(questions)) < 5) {

significancia <- sample(1:10, 1)/100
pvalor <- sample (((1:10)/100)[(1:10)/100 != significancia], 1 )
resposta.aux <- ifelse(pvalor < significancia,
       paste0(pvalor, " < ", significancia, "$ e rejeita-se $H_0$."),
       paste0(pvalor, " > ", significancia, "$ e não se rejeita $H_0$."))
aux <- c(paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Há evidência de que mais de $36\\%$ dos
alunos da rede privada ingressam numa universidade."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Não há evidência de que mais de
$36\\%$ dos alunos da rede privada ingressam numa universidade."),
         paste0("Rejeita-se a hipótese nula. Não há evidência de que o número de
universitários provenientes da rede privada é maior."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. A proporção de alunos da rede privada
que ingressam numa universidade é certamente superior a $36\\%$."),
         paste0("Não se rejeita a hipótese nula. Há evidência de que o número de
universitários provenientes da rede privada é inferior a $36\\%$.")
)
##GERANDO ALTERNATIVAS
questions <- character(5)
questions[1] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 1, 2)]
questions[2] <- aux[ifelse(pvalor < significancia, 2, 1)]
questions[3] <- aux[3]
questions[4] <- aux[4]
questions[5] <- aux[5]
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Sabe-se, por dados oficiais, que o percentual de alunos do ensino médio em escolas
públicas que entraram numa faculdade é de $36\%$.
Especula-se que, na rede privada, o percentual seja maior. Um pesquisador realizou
um teste de hipótese para avaliar tal especulação e encontrou um p-valor igual a
$\Sexpr{pvalor}$. Dessa forma, ao nível de significância de $\Sexpr{100*significancia}\%$,
deve-se concluir que:
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que as hipóteses do teste são: \\
$H_0: p_{pub}=p_{priv}$ \textit{vs.} $H_a: p_{pub} \neq p_{priv}$.
Portanto, p-valor = $\Sexpr{resposta.aux}$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
```

```
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{27_TH_proporcao_10}
```

QUESTÃfO 271

28__pvalor__media__01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- sample(75:115,1)
mu0 <- round(runif(1,3000,3305),0)
x.barra <- round(runif(1,0.97,.99)*mu0,0)
sigma <- round(runif(1,290,313),0)
et <- round((x.barra-mu0)/sqrt(sigma^2/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(et)
alt[2] <- 0.50*(1-pnorm(et))
alt[3] <- runif(1, .01, .99)
alt[4] <- runif(1, .01, .2)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A Agência Nacional de Estatísticas da Saúde (NCHS) americana indicou que, em 2002,
os norte americanos gastaram, em média, \Sexpr{mu0} dólares com saúde e medicamentos.
Um pesquisador suspeita que, em 2005, os gastos diminuíram em virtude da disposição
de remédios genéricos. Para testar tal hipótese (alternativa), uma amostra aleatória
simples de \Sexpr{n} cidadãos dos EUA foi selecionada e seus gastos com saúde e medicamentos,
em 2005, foram medidos, resultando em uma média amostral de \Sexpr{x.barra}. Sabe-se
que o desvio padrão deste tipo de gasto é de \Sexpr{sigma}. Com base nas informações,
assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste de hipóteses em consideração.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
conhecida. As hipóteses de teste são $$H_0 : \mu \geq \Sexpr{mu0} \ \ versus \ \ H_a :
\mu < \Sexpr{mu0}.$$ A estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{\bar{x}-\Sexpr{mu0}}{\sig
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = P(Z\leq\Sexpr{et}) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{28_pvalor_media_01}
```

QUESTÃfO 272

28__pvalor__media__02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- sample(35:55,1)
mu0 <- round(runif(1,7,11),1)
x.barra <- round(runif(1,0.97,1.03)*mu0,1)
sigma <- round(runif(1,0.4,0.9),1)
  et <- round((x.barra-mu0)/sqrt(sigma^2/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(et)
alt[2] <- 0.50*(1-pnorm(et))
alt[3] <- runif(1, .01, .99)
alt[4] <- runif(1, .01, .2)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma companhia afirma que as baterias dos seus laptops duram em média, pelo menos,
\Sexpr{mu0} horas por carga. Variações podem ocorrer no processo de fabricação e
pode-se assumir que o desvio padrão é de \Sexpr{sigma} hora. Para testar a afirmação,
uma empresa de consultoria coletou uma amostra aleatória simples de \Sexpr{n} baterias
que apresentaram duração média de \Sexpr{x.barra} horas. Com base nas informações,
assinale a alternativa correspondente ao p-valor para o teste da afirmação da companhia.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
conhecida. As hipóteses de teste são $$H_0 : \mu\geq\Sexpr{mu0} \ \ versus \ \ H_a :
\mu < \Sexpr{mu0}.$$ A estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{\bar{x}-\Sexpr{mu0}}{\sig
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = P(Z\leq\Sexpr{et}) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{28_pvalor_media_02}
```

QUESTÃfO 273

28_pvalor_media_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- sample(75:115,1)
mu0 <- round(runif(1,45,55),0)
x.barra <- round(runif(1,0.95,1.05)*mu0,2)
sigma <- round(runif(1,20,30),2)
  et <- round((x.barra-mu0)/sqrt(sigma^2/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(et)
alt[2] <- 0.50*(1-pnorm(et))
alt[3] <- 1-pnorm(et)
alt[4] <- runif(1, .01, .2)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A carga axial de uma lata de alumínio é o peso máximo que os lados podem suportar
antes de cederem. Um fabricante de refrigerantes está testando latas com alumínio
mais fino. Uma amostra de $\Sexpr{n}$ destas latas forneceu uma carga axial média
igual a $\Sexpr{x.barra}$ libras. Sabe-se que as latas utilizadas atualmente tem uma
carga média de $\Sexpr{mu0}$ libras e um desvio-padrão de $\Sexpr{sigma}$ libras.
Supondo que o fabricante deseja testar se a carga axial média das latas mais finas
é $\Sexpr{mu0}$ contra a hipótese de que carga axial média das latas mais finas seja
inferior à $\Sexpr{mu0}$, assinale a alternativa correspondente ao p-valor para o
teste.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
conhecida. As hipóteses de teste são $$H_0 : \mu \geq \Sexpr{mu0} \ \ versus \ \ H_a :
\mu < \Sexpr{mu0}.$$ A estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{\bar{x}-\Sexpr{mu0}}{\sig
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = P(Z\leq\Sexpr{et}) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{28_pvalor_media_03}
```

QUESTÃfO 274

28__pvalor__media__04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- sample(5:15,1)
mu0 <- sample(c(30,31,32,33,34,35)*10000,1)
x.barra <- round(runif(1,0.96,.98)*mu0,0)
sigma <- round(runif(1,50000,60000),0)
et <- round((x.barra-mu0)/sqrt(sigma^2/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(et)
alt[2] <- 0.50*(1-pnorm(et))
alt[3] <- 1-pnorm(et)
alt[4] <- runif(1, .01, .2)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))
alt
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Em um leilão de arte moderna nos EUA, é arrecadado, em média, \Sexpr{format(mu0,
scientific=F)} dólares por quadro. Sabe-se que o desvio padrão populacional dos valores
de venda é de \Sexpr{sigma}. Uma empresa leiloeira suspeita que, no último leilão
que realizaram, a arrecadação diminuiu, possivelmente devido à temporada de tornados
muito intensa. Para testar esta hipótese, uma amostra aleatória simples de \Sexpr{n}
quadros foi selecionada com seus valores de venda resultando em uma média amostral de
\Sexpr{x.barra} dólares. Supondo normalidade para os valores das vendas de leilão de
arte moderna nos EUA, assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente, deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
populacional conhecida. As hipóteses de teste são $$H_0 : \mu \geq \Sexpr{mu0} \ \
versus \ \ H_a : \mu < \Sexpr{mu0}.$$ A estatística de teste normalizada é dada por
$$\frac{\bar{x}-\Sexpr{mu0}}{\sigma/\sqrt{n}} = \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*}
= P(Z\leq\Sexpr{et}) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{28_pvalor_media_04}
```

QUESTÃfO 275

28__pvalor__media__05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- sample(50:100,1)
mu0 <- sample(390:410,1)
x.barra <- round(runif(1,0.97,.99)*mu0,0)
sigma <- round(runif(1,30,40),0)
et <- round((x.barra-mu0)/sqrt(sigma^2/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(et)
alt[2] <- 0.50*(1-pnorm(et))
alt[3] <- runif(1, .01, .99)
alt[4] <- runif(1, .01, .2)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma fábrica de bebidas precisa saber a quantidade média de água de coco contida em um
coco para produzir água de coco em caixinha. Para que se tenha lucro, é necessário que
cada coco contenha, pelo menos, \Sexpr{mu0} mL. Porém, acredita-se que esse número
diminuiu devido a uma seca na área produtora de cocos. Para testar tal hipótese,
uma amostra aleatória simples de \Sexpr{n} cocos foi selecionada resultando em uma
quantidade média de água por coco de \Sexpr{x.barra} mL. Sabe-se que o desvio padrão
populacional dessa quantidade é de \Sexpr{sigma}. Com base nas informações, assinale a
alternativa correspondente ao p-valor do teste de hipóteses em consideração.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
conhecida. As hipóteses de teste são $$H_0 : \mu \geq \Sexpr{mu0} \ \ versus \ \ H_a :
\mu < \Sexpr{mu0}.$$ A estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{\bar{x}-\Sexpr{mu0}}{\sig
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = P(Z\leq\Sexpr{et}) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{28_pvalor_media_05}
```

QUESTÃfO 276

28__pvalor__media__06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- sample(10:25,1)
confianca <- sample(c(.8,.9,.95,.96,.98,.99),1)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
mu0 <- round(runif(1,1.5,2.5),2)
s <- round(runif(1,0.3,0.6),2)
x.barra <- round(tt*s/sqrt(n)+mu0,3)
et <- round(abs(x.barra-mu0)/(s/sqrt(n)),4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-confianca
alt[2] <- confianca
alt[3] <- (1-confianca)/2
alt[4] <- 1-(1-confianca/2)
alt[5] <- 2*(1-confianca)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um professor está testando a hipótese de que os alunos de uma disciplina de estatística
consomem, em média, \Sexpr{mu0} copos de café por dia. Uma amostra aleatória simples
de \Sexpr{n} estudantes foi selecionada, em um dia, e o professor obteve média amostral
de \Sexpr{x.barra}, com desvio padrão amostral de \Sexpr{s}. Com base nas informações,
assinale a altervativa correspondente ao p-valor do teste.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a média com variância
desconhecida. As hipóteses de teste são $$H_0 : \mu=\Sexpr{mu0} \ \ versus \ \ H_a :
\mu \neq \Sexpr{mu0}.$$ A estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{|\bar{x}-\Sexpr{mu0}|}
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = 2(1-P(T_{\Sexpr{n-1}}\leq\Sexpr{et})) =
\Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{28_pvalor_media_06}
```

QUESTÃfO 277

28__pvalor__media__07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- sample(10:25,1)
confianca <- sample(c(.7,.8,.9,.95,.98,.99,.995,.998,.999),1)
tt <- round(qt(1-(1-confianca), n-1), 4)
mu0 <- round(runif(1,4.5,5.5),2)
s <- round(runif(1,0.3,0.9),2)
x.barra <- round(tt*s/sqrt(n)+mu0,2)
  et <- round(abs(x.barra-mu0)/(s/sqrt(n)),4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-(1-(1-confianca))
alt[2] <- 1-(1-confianca)
alt[3] <- 1-(1-(1-confianca)/2)
alt[4] <- 1-(1-confianca)/2
alt[5] <- 0.3315
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Historicamente, a nota média dos alunos de uma disciplina de estatística é de \Sexpr{mu0}.
Um professor desta disciplina suspeita que a nota média de sua turma foi menor ou
igual e, a partir de uma amostra aleatória simples com \Sexpr{n} estudantes, obteve
média amostral de \Sexpr{x.barra} e desvio padrão amostral de \Sexpr{s}. Com base
nas informações, assinale a altervativa correspondente ao p-valor do teste sobre a
suspeita do professor.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
desconhecida. As hipóteses de teste são $$H_0 : \mu\leq\Sexpr{mu0} \ \ versus \ \ H_a
: \mu >  \Sexpr{mu0}.$$ A estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{\bar{x}-\Sexpr{mu0}}{s
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = 1-P(T_{\Sexpr{n-1}}\leq\Sexpr{et}))= \Sexpr{round(alt[1],4
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{28_pvalor_media_07}
```

QUESTÃfO 278

28__pvalor__media__08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- sample(10:25,1)
confianca <- sample(c(.7,.8,.9,.95,.98,.99,.995,.998,.999),1)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
mu0 <- round(runif(1,1.5,2.5),2)
s <- round(runif(1,0.3,0.6),2)
x.barra <- round(tt*s/sqrt(n)+mu0,3)
et <- round(abs(x.barra-mu0)/(s/sqrt(n)),4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-confianca
alt[2] <- 2*(1-(1-confianca/2))
alt[3] <- (1-confianca)/2
alt[4] <- confianca/2
alt[5] <- 2*(1-confianca)
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Afirma-se que o gasto médio anual de energia de um aspirador numa determinada cidade
é de $\Sexpr{mu0}$ kWh. Uma amostra aleatória de $\Sexpr{n}$ casas indica que os
aspiradores gastaram uma média amostral de $\Sexpr{x.barra}$ kWh por ano, com desvio
padrão amostral $\Sexpr{s}$ kWh. Com base nas informações, assinale a altervativa
correspondente ao p-valor do teste para a afirmação.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a média com variância
desconhecida. As hipóteses de teste são $$H_0 : \mu=\Sexpr{mu0} \ \ versus \ \ H_a :
\mu \neq \Sexpr{mu0}.$$ A estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{|\bar{x}-\Sexpr{mu0}|}
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = 2(1-P(T_{\Sexpr{n-1}}\leq\Sexpr{et})) =
\Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{28_pvalor_media_08}
```

QUESTÃfO 279

28__pvalor__media__09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
n <- sample(7:11,1)
confianca <- sample(c(.7,.8,.9,.95), 1)
tt <- round(qt(1-(1-confianca)/2, n-1), 4)
mu0 <- sample(c(29,31), 1)
s <- round(runif(1,0.5,1), 2)
x.barra <- round(tt*s/sqrt(n)+mu0, 4)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 2*(1-pt(tt, n-1))
alt[2] <- 2*(1-pnorm(tt))
alt[3] <- 1-alt[1]
alt[4] <- 1-alt[2]
alt[5] <- mean(c(alt[3], alt[4]))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma equipe de confeiteiros amadores quer testar o método de temperagem de chocolates.
Durante o processo, a manteiga de cacau assume uma forma cristalina estável que garante
um acabamento perfeito com um brilho acetinado e uma quebra (som) deliciosa. Sabe-se
que, para obter esse resultado, deve-se fazer com que os chocolates sejam produzidos,
em média, a \Sexpr{mu0}°C. Foram temperados chocolates em \Sexpr{n} recipientes diferentes,
com média amostral de \Sexpr{x.barra}°C e desvio padrão amostral de \Sexpr{s}°C. Com
base nas informações, assumindo que as observações seguem uma distribuição Normal,
assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste para a temperatura média.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a média com variância
populacional desconhecida. As hipóteses de teste são $$H_0 : \mu=\Sexpr{mu0} \ \
versus \ \ H_a : \mu \neq \Sexpr{mu0}.$$ A estatística de teste normalizada é dada
por $$\frac{|\bar{x}-\Sexpr{mu0}|}{s/\sqrt{n}} = \Sexpr{tt}$$ e o p-valor $$\alpha^{*}
= 2(1-P(T_{\Sexpr{n-1}}\leq\Sexpr{tt})) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{28_pvalor_media_09}
```

QUESTÃfO 280

28__pvalor__media__10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

n <- sample(5:10, 1)
confianca <- sample(c(.8,.9,.95,.98), 1)
tt <- round(qt(1-(1-confianca), n-1), 3)
mu0 <- sample(3:5,1)
s <- round(runif(1,0.3,0.9), 2)
x.barra <- round(tt*s/sqrt(n)+mu0, 3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 1-pt(tt, n-1)
alt[2] <- 1-pnorm(tt)
alt[3] <- 1-alt[1]
alt[4] <- 1-alt[2]
alt[5] <- mean(c(alt[3], alt[4]))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um mercado na Dinamarca comercializa produtos vencidos que ainda estão próprios para
consumo. O mercado acredita que esses produtos devem ser vendidos, em média, num
prazo de no máximo \Sexpr{mu0} dias após a data de vencimento. Um lote com \Sexpr{n}
caixas de iogurte, escolhidas ao acaso, obteve tempo médio amostral até a venda de
\Sexpr{x.barra} dias, com desvio padrão amostral de \Sexpr{s}. Com base nas informações,
assumindo que as observações seguem uma distribuição Normal, assinale a altervativa
correspondente ao p-valor do teste sobre o tempo médio até a venda desses iogurtes.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a média com variância
desconhecida. As hipóteses de teste são
$$H_0 : \mu\leq\Sexpr{mu0} \ \ versus \ \ H_a : \mu >  \Sexpr{mu0}.$$ A estatística de
teste normalizada é dada por
$$\frac{\bar{x}-\Sexpr{mu0}}{s/\sqrt{n}} = \Sexpr{tt}$$ e o p-valor
$$\alpha^{*} = 1-P(T_{\Sexpr{n-1}}\leq\Sexpr{tt})) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{28_pvalor_media_10}
```

QUESTÃfO 281

29_tamanho_prop_01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(seq(.95, .99, by=.01), 1)
phat <- sample(seq(10,15,0.2),1)/100
erro <- sample(seq(1.5, 2.5, 0.2),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z/(erro/100))^2*phat*(1-phat)
n <- ceiling(n.aux)
# garantir que np>10 e n(1-p)>10
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso/(erro/100))^2*phat*(1-phat))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- round(sample(n*c(1.2, 1.15,1.1, 1.05), 1))
alt[4] <- round(sample(n*c(0.8, .85, .9, .95), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))

questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma concessionária de carros deseja estimar a porcentagem de pessoas que compram um
carro zero a cada 5 anos, no máximo. Considerando pesquisas anteriores, essa estimativa
é de $\Sexpr{phat*100}\%$. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, para o
intervalo de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a margem de erro da estimativa seja de
\emph{no máximo} $\Sexpr{erro}$ pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada
na equação disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z}{\varepsilon} \right)^2 \times \hat{p} \times (1-\hat{p})
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left(\frac{\Sexpr{z}}{\Sexpr{erro/100}} \right)^2 \times \Sexpr{phat} \times
(1-\Sexpr{phat})=\Sexpr{round(n.aux, 2)}.
$$
Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{29_tamanho_prop_01}
```

QUESTÃfO 282

29_tamanho_prop_02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(seq(.95, .99, by=.01), 1)
phat <- sample(seq(30,50,0.2),1)/100
erro <- sample(seq(1.2, 2, 0.2),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z/(erro/100))^2*phat*(1-phat)
n <- ceiling(n.aux)
# garantir que np>10 e n(1-p)>10
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso/(erro/100))^2*phat*(1-phat))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- round(sample(n*c(1.2, 1.15,1.1, 1.05), 1))
alt[4] <- round(sample(n*c(0.8, .85, .9, .95), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))

questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Para que a comercialização de um novo medicamento seja autorizada, é necessário um
longo período de testes para se verificar possíveis contraindicações. Considerando
estudos anteriores, um laboratório farmacêutico estima que $\Sexpr{phat*100}\%$ dos
pacientes com hipertensão apresentam algum efeito colateral a sua nova droga. Qual
deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, para o intervalo de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$
a margem de erro da estimativa seja de \emph{no máximo} $\Sexpr{erro}$ pontos percentuais?
(Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas
fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z}{\varepsilon} \right)^2 \times \hat{p} \times (1-\hat{p})
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left(\frac{\Sexpr{z}}{\Sexpr{erro/100}} \right)^2 \times \Sexpr{phat} \times
(1-\Sexpr{phat})=\Sexpr{round(n.aux, 2)}.
$$
Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
```

```
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{29_tamanho_prop_02}
```

QUESTÃfO 283

29_tamanho_prop_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(seq(.95, .99, by=.01), 1)
phat <- sample(seq(75,90,0.2),1)/100
erro <- sample(seq(1.5, 2.5, 0.2),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z/(erro/100))^2*phat*(1-phat)
n <- ceiling(n.aux)
# garantir que np>10 e n(1-p)>10
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso/(erro/100))^2*phat*(1-phat))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- round(sample(n*c(1.2, 1.15,1.1, 1.05), 1))
alt[4] <- round(sample(n*c(0.8, .85, .9, .95), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))

questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um estúdio de animação produziu um novo desenho animado, e agora deseja avaliar o
nível de aprovação de seu produto. Para tanto, irá conduzir um estudo para estimar o
percentual de crianças que gostaram do desenho. Considerando outras obras da produtora,
estima-se que o percentual é de $\Sexpr{phat*100}\%$. Qual deverá ser o tamanho mínimo
da amostra para que, para o intervalo de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a margem
de erro da estimativa seja de \emph{no máximo} $\Sexpr{erro}$ pontos percentuais?
(Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas
fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z}{\varepsilon} \right)^2 \times \hat{p} \times (1-\hat{p})
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left(\frac{\Sexpr{z}}{\Sexpr{erro/100}} \right)^2 \times \Sexpr{phat} \times
(1-\Sexpr{phat})=\Sexpr{round(n.aux, 2)}.
$$
Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
```

```
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{29_tamanho_prop_03}
```

QUESTÃfO 284

29_tamanho_prop_04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(seq(.95, .99, by=.01), 1)
phat <- sample(seq(70,85,0.2),1)/100
erro <- sample(seq(1.5, 2.5, 0.2),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z/(erro/100))^2*phat*(1-phat)
n <- ceiling(n.aux)
# garantir que np>10 e n(1-p)>10
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso/(erro/100))^2*phat*(1-phat))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- round(sample(n*c(1.2, 1.15,1.1, 1.05), 1))
alt[4] <- round(sample(n*c(0.8, .85, .9, .95), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))

questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma grande empresa de serviço de streaming deseja lançar uma nova série. Para tanto,
decidiu apresentá-la a um grupo aleatório de voluntários. Considerando séries anteriores,
a estimativa preliminar de pessoas que gostarão da série é de $\Sexpr{phat*100}\%$.
Qual deverá ser o tamanho mínimo da amostra tal que, para um intervalo de confiança
de $\Sexpr{conf*100}\%$, a margem de erro da estimativa seja de, \emph{no máximo},
$\Sexpr{erro}$ pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada na equação
disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z}{\varepsilon} \right)^2 \times \hat{p} \times (1-\hat{p})
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left(\frac{\Sexpr{z}}{\Sexpr{erro/100}} \right)^2 \times \Sexpr{phat} \times
(1-\Sexpr{phat})=\Sexpr{round(n.aux, 2)}.
$$
Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{29_tamanho_prop_04}
```

QUESTÃfO 285

29_tamanho_prop_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(seq(.95, .99, by=.01), 1)
phat <- sample(seq(2,3,0.2),1)/100
erro <- sample(seq(.5,.9, 0.1),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z/(erro/100))^2*phat*(1-phat)
n <- ceiling(n.aux)
# garantir que np>10 e n(1-p)>10
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso/(erro/100))^2*phat*(1-phat))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- round(sample(n*c(1.2, 1.15,1.1, 1.05), 1))
alt[4] <- round(sample(n*c(0.8, .85, .9, .95), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))

questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O Ministério da Defesa pretende realizar um novo estudo sobre o nível de interesse
das mulheres em atuar no Exército brasileiro. Considerando pesquisas anteriores,
estima-se que $\Sexpr{phat*100}\%$ das mulheres estejam interessadas em buscar tal
opção. Qual deverá ser o tamanho mínimo da amostra para que, para o intervalo de
confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a margem de erro da estimativa seja de \emph{no
máximo} $\Sexpr{erro}$ pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada na
equação disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z}{\varepsilon} \right)^2 \times \hat{p} \times (1-\hat{p})
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left(\frac{\Sexpr{z}}{\Sexpr{erro/100}} \right)^2 \times \Sexpr{phat} \times
(1-\Sexpr{phat})=\Sexpr{round(n.aux, 2)}.
$$
Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{29_tamanho_prop_05}
```

QUESTÃfO 286

29_tamanho_prop_06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(seq(.95, .99, by=.01), 1)
phat <- sample(seq(1.2,1.5,0.02),1)/100
erro <- sample(seq(5, 8, 0.1),1)/10
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z/(erro/100))^2*phat*(1-phat)
n <- ceiling(n.aux)
# garantir que np>10 e n(1-p)>10
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso/(erro/100))^2*phat*(1-phat))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- round(sample(n*c(1.2, 1.15,1.1, 1.05), 1))
alt[4] <- round(sample(n*c(0.8, .85, .9, .95), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))

questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O projeto Tamar quer relizar uma nova pesquisa sobre a taxa de sobrevivência de tartarugas
marinhas desde o nascimento. Considerando estudos anteriores, a estimativa de tartarugas
que sobrevivem até a idade adulta é de $\Sexpr{phat*100}\%$. Qual deve ser o tamanho
mínimo da amostra para que, para o intervalo de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a
margem de erro da estimativa seja de \emph{no máximo} $\Sexpr{erro}$ pontos percentuais?
(Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas
fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z}{\varepsilon} \right)^2 \times \hat{p} \times (1-\hat{p})
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left(\frac{\Sexpr{z}}{\Sexpr{erro/100}} \right)^2 \times \Sexpr{phat} \times
(1-\Sexpr{phat})=\Sexpr{round(n.aux, 2)}.
$$
Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{29_tamanho_prop_06}
```

QUESTÃfO 287

29_tamanho_prop_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(seq(.95, .99, by=.01), 1)
phat <- sample(seq(70,80,0.2),1)/100
erro <- sample(seq(1.5, 2.5, 0.2),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z/(erro/100))^2*phat*(1-phat)
n <- ceiling(n.aux)
# garantir que np>10 e n(1-p)>10
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso/(erro/100))^2*phat*(1-phat))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- round(sample(n*c(1.2, 1.15,1.1, 1.05), 1))
alt[4] <- round(sample(n*c(0.8, .85, .9, .95), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))

questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Pesquisadores desejam estimar a probabilidade, na iniciativa privada, de uma mulher
selecionada ao acaso receber um salário inferior ao de um homem (também selecionado ao
acaso) que ocupe um cargo similar. Considerando a última PNAD (Pesquisa Nacional por
Amostra de Domicílios), estima-se que tal probabilidade seja de $\Sexpr{phat*100}\%$.
Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que, para o intervalo de confiança
de $\Sexpr{conf*100}\%$, a margem de erro da estimativa seja de \emph{no máximo}
$\Sexpr{erro}$ pontos percentuais? (Considerar a aproximação indicada na equação
disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z}{\varepsilon} \right)^2 \times \hat{p} \times (1-\hat{p})
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left(\frac{\Sexpr{z}}{\Sexpr{erro/100}} \right)^2 \times \Sexpr{phat} \times
(1-\Sexpr{phat})=\Sexpr{round(n.aux, 2)}.
$$
Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
```

```
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{29_tamanho_prop_07}
```

QUESTÃfO 288

29_tamanho_prop_08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(seq(.95, .99, by=.01), 1)
phat <- sample(seq(4,7,0.2),1)/100
erro <- sample(seq(1,1.5, 0.2),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z/(erro/100))^2*phat*(1-phat)
n <- ceiling(n.aux)
# garantir que np>10 e n(1-p)>10
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso/(erro/100))^2*phat*(1-phat))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- round(sample(n*c(1.2, 1.15,1.1, 1.05), 1))
alt[4] <- round(sample(n*c(0.8, .85, .9, .95), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))

questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
A OMS (Organização Mundial da Saúde) pretende realizar novo estudo sobre a desnutrição
infantil no Brasil. Considerando dados anteriores, a estimativa de crianças menores
de um ano com desnutrição é de $\Sexpr{phat*100}\%$. Qual deve ser o tamanho mínimo
da amostra para que, para o intervalo de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a margem
de erro da estimativa seja de \emph{no máximo} $\Sexpr{erro}$ pontos percentuais?
(Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas
fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z}{\varepsilon} \right)^2 \times \hat{p} \times (1-\hat{p})
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left(\frac{\Sexpr{z}}{\Sexpr{erro/100}} \right)^2 \times \Sexpr{phat} \times
(1-\Sexpr{phat})=\Sexpr{round(n.aux, 2)}.
$$
Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{29_tamanho_prop_08}
```

QUESTÃfO 289

29_tamanho_prop_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(seq(.95, .99, by=.01), 1)
phat <- sample(seq(15,20,0.2),1)/100
erro <- sample(seq(1.5, 2, 0.2),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z/(erro/100))^2*phat*(1-phat)
n <- ceiling(n.aux)
# garantir que np>10 e n(1-p)>10
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso/(erro/100))^2*phat*(1-phat))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- round(sample(n*c(1.2, 1.15,1.1, 1.05), 1))
alt[4] <- round(sample(n*c(0.8, .85, .9, .95), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))

questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O Ministério da Educação deseja estimar o percentual de jovens matriculados no Ensino
Superior no Brasil. Considerando pesquisas anteriores, estima-se que tal percentual
seja de $\Sexpr{phat*100}\%$. Qual deve ser o tamanho mínimo da amostra para que,
para o intervalo de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a margem de erro da estimativa
seja de \emph{no máximo} $\Sexpr{erro}$ pontos percentuais? (Considerar a aproximação
indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z}{\varepsilon} \right)^2 \times \hat{p} \times (1-\hat{p})
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left(\frac{\Sexpr{z}}{\Sexpr{erro/100}} \right)^2 \times \Sexpr{phat} \times
(1-\Sexpr{phat})=\Sexpr{round(n.aux, 2)}.
$$
Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
```

```
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{29_tamanho_prop_09}
```

QUESTÃfO 290

29_tamanho_prop_10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){
conf <- sample(seq(.95, .99, by=.01), 1)
phat <- sample(seq(7,9,0.2),1)/100
erro <- sample(seq(1.1, 1.5, 0.2),1)
z <- round(qnorm(conf+(1-conf)/2),2)
n.aux <- (z/(erro/100))^2*phat*(1-phat)
n <- ceiling(n.aux)
# garantir que np>10 e n(1-p)>10
zfalso <- round(qnorm(conf),2)
nfalso <- ceiling((zfalso/(erro/100))^2*phat*(1-phat))
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- n
alt[2] <- nfalso
alt[3] <- round(sample(n*c(1.2, 1.15,1.1, 1.05), 1))
alt[4] <- round(sample(n*c(0.8, .85, .9, .95), 1))
alt[5] <- round(mean(c(alt[1], alt[3])))

questions <- paste("$", fmt(alt, 0), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Deseja-se estimar a participação de livros de ficção no mercado editorial brasileiro.
Considerando pesquisas anteriores, a estimativa preliminar do percentual de vendas de
livros de ficção no Brasil é de $\Sexpr{phat*100}\%$. Qual deve ser o tamanho mínimo
da amostra para que, para o intervalo de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, a margem
de erro da estimativa seja de \emph{no máximo} $\Sexpr{erro}$ pontos percentuais?
(Considerar a aproximação indicada na equação disponível no conjunto de fórmulas
fornecidas para a prova.)
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
O tamanho mínimo da amostra é dado por
$$
n \geq \left( \frac{z}{\varepsilon} \right)^2 \times \hat{p} \times (1-\hat{p})
$$
Considerando nível de confiança de $\Sexpr{conf*100}\%$, então $z=\Sexpr{z}$. Então,
$$
n \geq \left(\frac{\Sexpr{z}}{\Sexpr{erro/100}} \right)^2 \times \Sexpr{phat} \times
(1-\Sexpr{phat})=\Sexpr{round(n.aux, 2)}.
$$
Portanto, o tamanho mínimo da amostra deve ser $n=\Sexpr{alt[1]}$.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
```

```
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{29_tamanho_prop_10}
```

QUESTÃfO 291

30__pvalor__proporcao__01

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.8,0.9),2)
n <- sample(c(30,40,50,60),1)
n_sat <- round(prob*runif(1,0.85,0.95)*n,0)
p.chapeu <- n_sat/n
et <- round((p.chapeu-prob)/sqrt((prob*(1-prob))/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(et)
alt[2] <- 1-pnorm(et)
alt[3] <- 0.5*(1-pnorm(et))
alt[4] <- 0.8*pnorm(et)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))
alt
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma empresa de telefonia celular garante cobertura de sinal em pelo menos \Sexpr{prob*100}\%
do território do Distrito Federal. A fim de testar essa hipótese, uma agência fiscalizadora
selecionou uma amostra aleatória simples de $\Sexpr{n}$ coordenadas geográficas do DF
e observou presença de sinal telefônico em \Sexpr{n_sat} delas. Assinale a alternativa
correspondente ao p-valor do referido teste.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses
de teste são $$H_0 : p\geq\Sexpr{prob} \ \ versus \ \ H_a : p < \Sexpr{prob}.$$ A
estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = P(Z\leq\Sexpr{et}) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{30_pvalor_proporcao_01}
```

QUESTÃfO 292

30__pvalor__proporcao__02

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.8,0.9),2)
n <- sample(c(30,40,50,60),1)
n_sat <- round(prob*runif(1,0.85,0.95)*n,0)
p.chapeu <- n_sat/n
et <- round((p.chapeu-prob)/sqrt((prob*(1-prob))/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(et)
alt[2] <- 1-pnorm(et)
alt[3] <- 0.5*(1-pnorm(et))
alt[4] <- 0.8*pnorm(et)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Uma empresa fornecedora de painéis solares garante que o produto entregue ao cliente
supre a sua necessidade diária em pelo menos \Sexpr{prob*100}\% dos dias do ano.
Um cliente insatisfeito com a qualidade do seu produto decidiu realizar um teste de
hipóteses e, ao sortear uma amostra aleatória simples de $\Sexpr{n}$ dias, verificou
que sua demanda foi suprida em \Sexpr{n_sat} dias. Assinale a alternativa correspondente
ao p-valor do referido teste.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses
de teste são $$H_0 : p\geq\Sexpr{prob} \ \ versus \ \ H_a : p < \Sexpr{prob}.$$ A
estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = P(Z\leq\Sexpr{et}) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{30_pvalor_proporcao_02}
```

QUESTÃfO 293

30_pvalor_proporcao_03

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.7,0.8),2)
n <- sample(c(50,100,120,140,160),1)
n_sat <- round(prob*runif(1,0.9,0.99)*n,0)
p.chapeu <- n_sat/n
et <- round((p.chapeu-prob)/sqrt((prob*(1-prob))/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(et)
alt[2] <- 1-pnorm(et)
alt[3] <- 0.5*(1-pnorm(et))
alt[4] <- 0.8*pnorm(et)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Com base nos resultados do segundo turno da eleição, \Sexpr{prob*100}\% dos eleitores
votaram no candidato A. No entanto, a oposição desconfia do resultado oficial, alegando
que uma disputa mais acirrada entre os 2 candidatos era esperada. Com base em uma
amostra aleatória simples de $\Sexpr{n}$ eleitores, o partido de oposição conduziu um
teste de hipóteses e observou que \Sexpr{n_sat} pessoas haviam votado no candidato A.
Assinale a alternativa correspondente ao p-valor do referido teste.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses
de teste são $$H_0 : p\geq\Sexpr{prob} \ \ versus \ \ H_a : p < \Sexpr{prob}.$$ A
estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = P(Z\leq\Sexpr{et}) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{30_pvalor_proporcao_03}
```

QUESTÃfO 294

30__pvalor__proporcao__04

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.85,0.90),2)
n <- sample(75:115,1)
n_sat <- round(runif(1,0.75,0.90)*n,0)
p.chapeu <- n_sat/n
et <- round(abs(p.chapeu-prob)/sqrt((prob*(1-prob))/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 2*(1-pnorm(et))
alt[2] <- 1-pnorm(et)
alt[3] <- pnorm(et)
alt[4] <- 0.8*pnorm(et)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
O CEO de uma grande empresa de energia acredita que \Sexpr{prob*100}\% dos seus 1.000.000
de clientes estão muito satisfeitos com o serviço que recebem. Para testar esta crença,
sua equipe entrevistou \Sexpr{n} clientes por meio de uma amostra aleatória simples.
Dentre os clientes, \Sexpr{n_sat} disseram estar muito satisfeitos. Com base nas
informações, e tomando a afirmação do CEO como hipótese nula, assinale a alternativa
correspondente ao p-valor do teste.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a proporção. As hipóteses
de teste são $$H_0 : p=\Sexpr{prob} \ \ versus \ \ H_a : p \neq \Sexpr{prob}.$$ A
estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{|\hat{p}-p_0|}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = 2(1-P(Z\leq\Sexpr{et})) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{30_pvalor_proporcao_04}
```

QUESTÃfO 295

30_pvalor_proporcao_05

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.45,0.55),2)
n <- sample(400:500,1)
n_sat <- round(runif(1,0.40,0.60)*n,0)
p.chapeu <- n_sat/n
  et <- round(abs(p.chapeu-prob)/sqrt((prob*(1-prob))/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 2*(1-pnorm(et))
alt[2] <- 1-pnorm(et)
alt[3] <- pnorm(et)
alt[4] <- 0.8*pnorm(et)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um cientista de uma determinada cidade afirma que a proporção de crianças do sexo
feminino nascidas em um ano é de \Sexpr{prob*100}\%. Um hospital da cidade registrou,
no ano de 2018, \Sexpr{n_sat} bebês do sexo feminino num total de \Sexpr{n} bebês
nascidos e deseja testar a afirmação do cientista. Com base nas informações, e tomando
a afirmação do cientista como hipótese nula, assinale a alternativa correspondente ao
p-valor do teste.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a proporção. As hipóteses
de teste são $$H_0 : p=\Sexpr{prob} \ \ versus \ \ H_a : p \neq \Sexpr{prob}.$$ A
estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{|\hat{p}-p_0|}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = 2(1-P(Z\leq\Sexpr{et})) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{30_pvalor_proporcao_05}
```

QUESTÃfO 296

30__pvalor__proporcao__06

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.55,0.65),2)
n <- sample(75:105,1)
n_sat <- round(runif(1,0.45,0.75)*n,0)
p.chapeu <- n_sat/n
et <- round((p.chapeu-prob)/sqrt((prob*(1-prob))/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(et)
alt[2] <- 1-pnorm(et)
alt[3] <- 0.5*(1-pnorm(et))
alt[4] <- 0.8*pnorm(et)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Pesquisas indicam que, geralmente, pelo menos \Sexpr{prob*100}\% dos pacientes com
AIDS morrem dentro de 15 anos. Nos últimos anos novas formas de tratamento apareceram
e considera-se que esta taxa foi reduzida. Em um estudo recente com $\Sexpr{n}$ pacientes
contaminados com o vírus, \Sexpr{n_sat} morreram dentro de 15 anos. Com base nas
informações, e tomando o resultado das pesquisas como hipótese nula, assinale a alternativa
correspondente ao p-valor do teste.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses
de teste são $$H_0 : p\geq\Sexpr{prob} \ \ versus \ \ H_a : p < \Sexpr{prob}.$$ A
estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = P(Z\leq\Sexpr{et}) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{30_pvalor_proporcao_06}
```

QUESTÃfO 297

30_pvalor_proporcao_07

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.50,0.60),2)
n <- sample(30:40,1)
n_sat <- round(prob*runif(1,0.8,0.90)*n,0)
p.chapeu <- n_sat/n
et <- round((p.chapeu-prob)/sqrt((prob*(1-prob))/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(et)
alt[2] <- 1-pnorm(et)
alt[3] <- 0.5*(1-pnorm(et))
alt[4] <- 0.8*pnorm(et)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))
questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Na última década ocorreu uma explosão no acesso à internet nos domicílios brasileiros.
O aumento no Brasil se deve, em grande parte, à ampliação da conexão por meio de
celulares e outros dispositivos móveis. Em 2018, o Governo Federal, buscando exaltar
sua gestão, sugeriu que ao menos \Sexpr{prob*100}\% dos domicílios do país tinham
conexão. A fim de testar tal hipótese, uma pesquisa selecionou uma amostra aleatória
simples de $\Sexpr{n}$ domicílios no Brasil e constatou que \Sexpr{n_sat} delas tinham
acesso à internet. Assinale a alternativa correspondente ao p-valor do referido teste.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses
de teste são $$H_0 : p\geq\Sexpr{prob} \ \ versus \ \ H_a : p < \Sexpr{prob}.$$ A
estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = P(Z\leq\Sexpr{et}) = \Sexpr{round(alt[1],5)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{30_pvalor_proporcao_07}
```

QUESTÃfO 298

30__pvalor__proporcao__08

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- round(runif(1,0.08,0.12),2)
n <- sample(100:200,1)
n_sat <- round(runif(1,0.05,0.15)*n,0)
p.chapeu <- n_sat/n
et <- round(abs(p.chapeu-prob)/sqrt((prob*(1-prob))/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- 2*(1-pnorm(et))
alt[2] <- 1-pnorm(et)
alt[3] <- pnorm(et)
alt[4] <- 0.8*pnorm(et)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Um relatório do Ministério da Saúde afirmou que número de fumantes no Brasil caiu
para \Sexpr{prob*100}\%. Uma pesquisa coletou uma amostra aleatória de \Sexpr{n}
pessoas, das quais \Sexpr{n_sat} eram fumantes. Com base nas informações, assinale a
alternativa correspondente ao p-valor do teste de hipóteses elaborado para avaliar de
há evidência estatisticamente significativa de que o valor reportado não corresponde à
proporção verdadeira.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é bilateral para a proporção. As hipóteses
de teste são $$H_0 : p=\Sexpr{prob} \ \ versus \ \ H_a : p \neq \Sexpr{prob}.$$ A
estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{|\hat{p}-p_0|}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = 2(1-P(Z\leq\Sexpr{et})) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{30_pvalor_proporcao_08}
```

QUESTÃfO 299

30_pvalor_proporcao_09

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- 0.3
n <- sample(100:150,1)
n_sat <- round(runif(1,0.25,0.27)*n,0)
p.chapeu <- n_sat/n
et <- round((p.chapeu-prob)/sqrt((prob*(1-prob))/n),2)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(et)
alt[2] <- 1-pnorm(et)
alt[3] <- 2*pnorm(et)
alt[4] <- 0.8*pnorm(et)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Nas últimas eleições gerais, a proporção de mulheres na lista de candidatos não aumentou,
e a Justiça precisou notificar coligações para que cumprissem a cota legal. Uma pesquisa
por amostragem aleatória registrou \Sexpr{n_sat} mulheres num total de \Sexpr{n}
candidatos. Um pesquisador deseja-se testar se há evidência significativa de que a
proporção de candidatas é de fato inferior à cota legal de 30\%. Com base nas informações,
assinale a alternativa correspondente ao p-valor do teste.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses
de teste são $$H_0 : p \geq \Sexpr{prob} \ \ versus \ \ H_a : p < \Sexpr{prob}.$$ A
estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = P(Z\leq\Sexpr{et}) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{30_pvalor_proporcao_09}
```

QUESTÃfO 300

30__pvalor__proporcao__10

```
<<echo=FALSE, results=hide>>=
## GERANDO OS DADOS
questions <- numeric(5)
while(length(unique(questions)) < 5){

prob <- 0.5
n <- sample(150:250,1)
n_sat <- round(runif(1,0.35,0.55)*n,0)
p.chapeu <- n_sat/n
  et <- round((p.chapeu-prob)/sqrt((prob*(1-prob))/n),3)
##GERANDO ALTERNATIVAS
alt <- numeric(5)
alt[1] <- pnorm(et)
alt[2] <- 1-pnorm(et)
alt[3] <- 0.5*(1-pnorm(et))
alt[4] <- 0.8*pnorm(et)
alt[5] <- 0.89*(1-pnorm(et))

questions <- paste("$", fmt(alt, 4), "$", sep = "")
solutions <- c(TRUE, rep(FALSE, 4))
o <- sample(1:5)
questions <- questions[o]
solutions <- solutions[o]
}
@
\begin{question}
Alguns especialistas sugerem que a população universitária é formada minoritariamente
por alunos provindos de escolas da rede pública.
Um grupo de pesquisadores deseja testar se há evidência estatisticamente significativa
de que a afirmativa está correta. Para tanto, os pesquisadores coletaram uma amostra
aleatória de $\Sexpr{n}$ universitários, dos quais \Sexpr{n_sat} eram provindos de
escolas da rede pública. Com base nas informações assinale a alternativa correspondente
ao p-valor do teste.
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(questions)
@
\end{question}
\begin{solution}
Primeiramente deve-se observar que o teste é unilateral para a proporção. As hipóteses
de teste são $$H_0 : p\geq\Sexpr{prob} \ \ versus \ \ H_a : p < \Sexpr{prob}.$$ A
estatística de teste normalizada é dada por $$\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}
= \Sexpr{et}$$ e o p-valor $$\alpha^{*} = P(Z\leq\Sexpr{et}) = \Sexpr{round(alt[1],4)}.$$
<<echo=FALSE, results=hide, results=tex>>=
answerlist(ifelse(solutions, "Verdadeiro", "Falso"))
@
\end{solution}
%% META-INFORMATION
%% \extype{schoice}
%% \exsolution{\Sexpr{mchoice2string(solutions, single = TRUE)}}
%% \exname{30_pvalor_proporcao_10}
```