INSTITUTO F
Catarinense

Curso: Bacharelado em Ciência da Computação

Disciplina: Pré-Cálculo

Professora: Ms. Lucilene Dal Medico Baerle

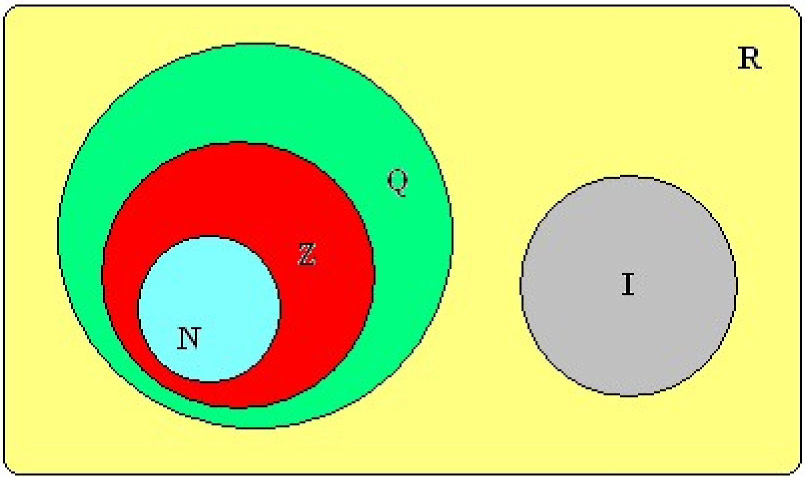
# Pré-Cálculo

**ALUNO:** ______________________________________________

**Videira, ..... semestre de ........**

# ÍNDICE GERAL

# I - CONJUNTOS NUMÉRICOS




Esta figura representa a classe dos números.

**1) Conjuntos:** é um agrupamento de elementos.

**N → Naturais**

"São todos os números positivos inclusive o zero"

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}

"Não há números naturais negativos"

Aplicação: São os números os quais utilizamos para contar quantidades inteiras. Exemplo: livros, pessoas, mesas, cadeiras, etc...

**Z → Inteiros**

"São todos os números positivos e negativos inclusive o zero"

Z = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

"Não há números inteiros na forma de fração ou decimal".

Aplicação: São números relativos que estão ligados as trocas, ou seja, transações de coisas.

Exemplo: João emprestou uma camisa para o Pedro ir ao casamento. Em linguagem matemática, João tem credito de uma camisa (+1) em relação a Pedro; ou Pedro tem um débito de uma camisa (-1) em relação a João. (São chamados de números relativos, pois dependem do referencial).

**Q → Racionais**

$Q=\left\{x; x=\dfrac{p}{q} com: p\in Z, q\in Z, q\neq 0\right\}$. Temos então que número racional é aquele que pode ser escrito na forma de uma fração p/q onde p e q são números inteiros, com o denominador diferente de zero.

"São todos os decimais exatos ou periódicos".

$Q = \{..., \frac{1}{2}, -3, \frac{1}{99}, 0, \frac{1}{10}, \frac{7}{1}, ...\}$

**I → Irracionais**

"São todos os decimais não exatos e não periódicos".

$I = \{..., \sqrt{5}, -\sqrt{3}, e, \pi, -\sqrt[3]{2}, \frac{\sqrt{7}}{2}, ...\}$

**R → Reais**

"É a união de todos os conjuntos numéricos, $\therefore$ todo número que seja N, Z, Q ou I é um número R (real)".

**2) Propriedades**

Sendo $a, b$ e $c\in\Re$, tem-se:

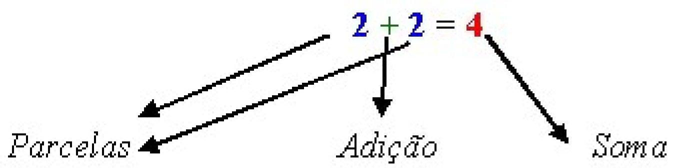
| | |
|---|---|
| $(a+b)+c=a+(b+c)$ | (associativa da adição) |
| $a+b=b+a$ | (comutativa da adição) |
| $a+0=a$ | (elemento neutro da adição) |
| $a+(-a)=0$ | (simétrico ou oposto da adição) |
| $(a.b).c=a.(b.c)$ | (associativa da multiplicação) |
| $a.b=b.a$ | (comutativa da multiplicação) |
| $a.1=a$ | (elemento neutro da multiplicação) |
| $a.(a+b)=a.b+a.c$ | (distributiva da multiplicação em relação à adição) |
| $a.\frac{1}{a}=1$ | (simétrico ou inverso da multiplicação) |

"Só não são reais as raízes em que o radicando seja negativo e o índice é par"

# II - AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

## 3) Adição

"Na adição os números são chamados de parcelas, sendo a operação aditiva, e o resultado é a soma".



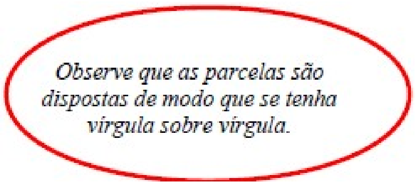

Exemplos:

4,32 + 2,3 + 1,429 = 8,049

$$\begin{array}{r} 4{,}32 \\ 2{,}3 \\ +\ 1{,}429 \\ \hline 8{,}049 \end{array}$$

parcelas

soma




$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{15+40+12}{60} = \frac{67}{60} \quad 1{,}1166\ \ldots$$

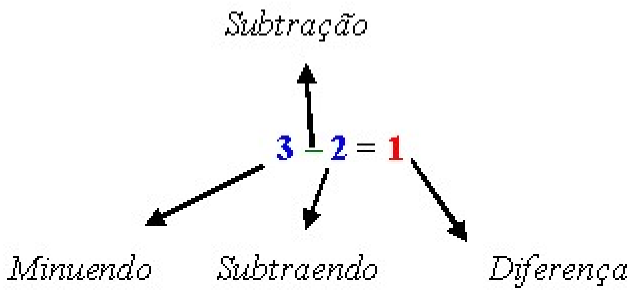
ou

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{2{,}25+6+1{,}8}{9} = \frac{10{,}05}{9} \quad 1{,}1166....$$

"Isto significa que qualquer número que for colocado no denominador seguindo o processo, chegará à mesma resposta. Com o MMC (mínimo múltiplo comum) você facilita seu trabalho".

**4) Subtração**

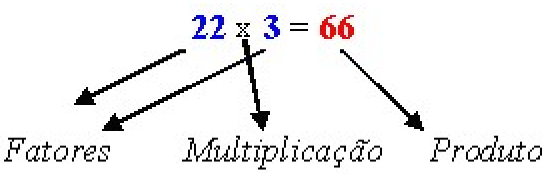
“Na subtração os números são chamados de minuendo e subtraendo, sendo a operação a subtração, e o resultado é a diferença”.




Exemplos: “As regras para a subtração são as mesmas da adição, portanto podemos utilizar os mesmos exemplos apenas alterando a operação”.

**5) Multiplicação**

“Na multiplicação os números são chamados de fatores, sendo a operação multiplicativa, e o resultado é o produto”.




Exemplo:

7,32 x 12,5 = 91,500

$$\left.\begin{array}{r} 7{,}32 \\ \text{x}12{,}5 \end{array}\right\}\text{fatores}$$

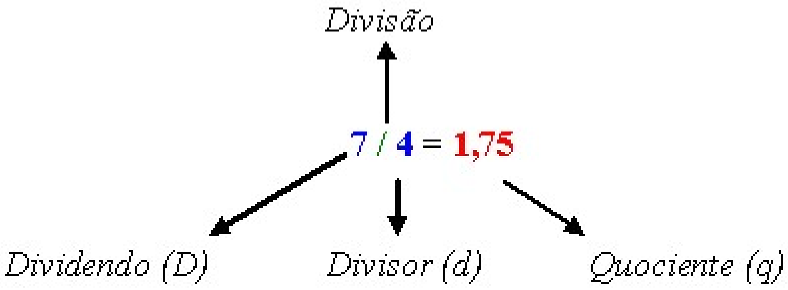
$$\begin{array}{r} 3660\phantom{+} \\ 1464+ \\ 732+\phantom{0} \\ \hline 91{,}500 \end{array}\ \}\text{produto}$$

$\frac{1}{2}$ x $\frac{2}{3}$ x $\frac{8}{1}$ = $\frac{16}{6}$ = $\frac{8}{3}$ 2,6

"Na multiplicação de frações multiplica-se dividendo com dividendo, divisor com divisor (ou simplesmente, o de cima pelo de cima e o de baixo pelo de baixo)".

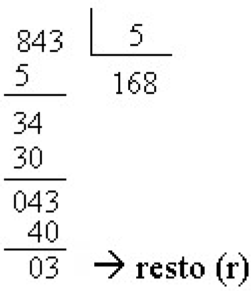
## 6) Divisão

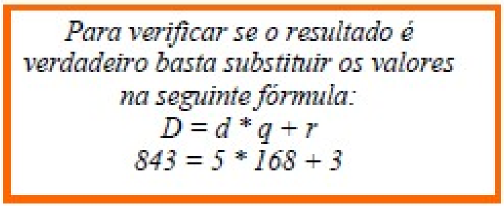
"Na divisão os números são chamados de dividendo (a parte que está sendo dividida) e divisor (a quantidade de vezes que esta parte está sendo dividida), a operação é a divisão, e o resultado é o quociente"




Exemplo:

Existe na divisão, o que pode-se chamar de resto. Isto é, quando uma divisão não é exata irá sempre sobrar um determinado valor, veja no exemplo a seguir:




**Casos particulares da multiplicação e divisão:**

*Multiplicação*

N x 1 = N

N x 0 = 0

*Divisão*

N / 1 = N

N / N = 1

0 / N = 0

N / 0 = $\nexists$

**7) Exercícios:**

**(A).** RESOLVA:

a. 2,31 + 4,08 + 3,2 =

b. 4,03 + 200 + 51,2 =

c. 32,4 – 21,3 =

d. 48 – 33,45 =

e. 2,1 x 3,2 =

f. 48,2 x 0,031 =

g. 3,21 x 2,003 =

h. 8,4708 / 3,62 =

i. 682,29 / 0,513 =

j. 2803,5 / 4450 =

k. (FUVEST) $\dfrac{0,2\times 0,3}{3,2-2,0} =$

l. 0,041 x 21,32 x 401,05

m. 0,0281 / 0,432

n. $\dfrac{2,31 \times 4,82}{5,1}$

o. $\dfrac{0,021 \times 4,32}{0,285} \cong$

# III - NÚMEROS RELATIVOS

Definição: *É o conjunto dos números positivos, negativos e o zero, designado por Z.*

## 8) Valor absoluto ou Módulo

*"É um número desprovido de seu sinal. Suprimindo o sinal de um número relativo, obtemos um número aritmético, que se denomina valor absoluto ou módulo desse número relativo, sendo representado pelo símbolo* $|\ |$.*"*

Exemplos:

$|-9| = 9$

$|-2| = 2$

$|0| = 0$

$|7| = 7$

## 9) Soma e subtração algébrica

***Sinais iguais:*** *Soma-se os valores absolutos e dá-se o sinal comum.*

***Sinais diferentes:*** *Subtraem-se os valores absolutos e dá-se o sinal do maior.*

Exemplos:

a) $2 + 4 =$

b) $-2 \ -4 \ =$

c) $5 - 3 =$

d) $-5 + 3 =$

e) $2 + 3 - 1 - 2 = 5 - 3 =$

f) $-1 - 3 + 2 - 4 + 21 - 5 - 32 = 23 - 45 =$

## 10) Multiplicação e divisão algébrica

Sinais iguais → resposta positiva

Sinais diferentes → resposta negativa

Isto é:

| | |
|---|---|
| $(+) \times (+) = (+)$ | $(+) : (+) = (+)$ |
| $(-) \times (-) = (+)$ | $(-) : (-) = (+)$ |
| $(+) \times (-) = (-)$ | $(+) : (-) = (-)$ |
| $(-) \times (+) = (-)$ | $(-) : (+) = (-)$ |

Exemplos:

a) 12 x 3 =

b) (-12) x (-3) =

c) 2 x (-2) =

d) (-2) x 3 =

e) $\frac{4}{2} =$

f) $\frac{20}{(-5)} =$

g) $\frac{(-20)}{(-5)} =$

h) $\frac{(-20)}{5} =$

## 11) Expressões numéricas

*Para resolver expressões numéricas realizamos primeiro as operações de multiplicação e divisão, na ordem em que estas estiverem indicadas, e depois adições e subtrações. Em expressões que aparecem sinais de reunião: ( ) parênteses, [ ] colchetes e { } chaves, efetuam-se as operações eliminando-se, na ordem: parênteses, colchetes e chaves, isto é, dos sinais interiores para os exteriores. Quando à frente do sinal da reunião eliminado estiver o sinal negativo, trocam-se todos os sinais dos termos internos.*

| **Ordem:** |
|---|
| *1º Parênteses "( )"* |
| *2º Colchetes "[ ]"* |
| *3º Chaves "{ }"* |
| **Ordem das operações:** |

| |
|---|
| *1º Potenciação ou Raiz* |
| *2º Multiplicação ou Divisão* |
| *3º Soma ou Subtração* |
| *OBS.: Caso tenha apenas operações do mesmo nível para resolver, adota-se o sentido da esquerda para a direita na ordem de resolução das operações.* |

Exemplo:

a) 2 + [ 2 – ( 3 + 2 ) – 1 ] = 2 + [ 2 – 5 – 1 ] = R. -2

b) 2 + { 3 – [ 1 + ( 2 – 5 + 4 ) ] + 8 } = R. 11

c) {2 – [ 3 x 4 : 2 – 2 ( 3 – 1 ) ] } + 1= R. 1

## 12) Números Primos

São os números naturais que têm **apenas dois divisores diferentes**: o 1 e ele mesmo.

**OBS.:** O número 1, por definição, não é primo.

**- Método para obtenção de números primos**

Faremos isso através de um exemplo:

Encontre os números primos compreendidos entre 1 e 50.

**1º Passo:** Enumerá-los

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |

**2º Passo:** Encontrar a raiz quadrada do maior número quadrado dentre os indicados, ou seja, encontrar o maior número que se conheça a raiz quadrada exata.

No caso, $\sqrt{49} = 7$ .

**3º Passo:** Extrair da lista acima os números múltiplos dos números $\{2,3,4,5,6,7\}$, nesta ordem, onde o 7 provém do 2º passo.

**4º Passo:** Os números que sobraram são os números primos procurados: $\{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47\}$

OBS.: o número 2 é o único número primo e par.

## 13) Decomposição de um número em um produto de fatores primos

*A decomposição de um número em um produto de fatores primos é feita por meio do dispositivo prático que será mostrado nos exemplos a seguir.*

Exemplos: Decompor os números 30 e 21

## 14) Mínimo múltiplo comum (m.m.c.)

*O mínimo múltiplo comum de vários números é o menor número divisível por todos eles.*

Exemplo:

a) Calcular o m.m.c. entre 12, 16 e 45

$$\left\langle \begin{array}{ccccc|l} 12 & \backslash & 16 & \backslash & 45 & 2 \\ 06 & \backslash & 08 & \backslash & 45 & 2 \\ 03 & \backslash & 04 & \backslash & 45 & 2 \\ 03 & \backslash & 02 & \backslash & 45 & 2 \\ 03 & \backslash & 01 & \backslash & 45 & 3 \\ 01 & \backslash & 01 & \backslash & 15 & 3 \\ 01 & \backslash & 01 & \backslash & 05 & 5 \\ 01 & \backslash & 01 & \backslash & 01 & \overline{720} \end{array} \right\rangle$$

O m.m.c. entre 12, 16 e 45 é 720

Atividades:

Resolva as atividades:

*a) m.m.c.* (4; 3) =

*b)* *m.m.c.* (3; 5; 8) =

*c)* *m.m.c.* (8; 4) =

d) *m.m.c.* (60; 15; 20, 12) =

**15) Máximo Divisor Comum (m.d.c)**

O m.d.c. de vários números é o maior número que os divide. Exemplo: Encontrar o m.d.c. entre 12, 18 e 36.

Fatorando cada um dos números em fatores primos, teremos:

$12 = 2^2.3$

$18 = 2.3^2$

$36 = 2^2.3^2$

Agora tomemos as menores potências dos fatores em comum apresentados acima:

$m.d.c(12,18,36) = 2.3 = 6$

Quando o m.d.c. entre dois números é igual a 1, dizemos que eles são relativamente primos.

Exemplos: 5 e 9 são relativamente primos, pois $5 = 5.1$ e $9 = 3^2.1$. Sendo 1 o único fator comum a estes números.

Encontre o máximo divisor comum de:

a) m.d.c.(9;6) =
b) m.d.c.(36;45) =
c) m.d.c.(12;64) =
d) m.d.c.(20;35;45) =

**16) Exercícios**

**(A).** RESOLVA:

a. 2 + 3 – 1 =
b. – 2 – 5 + 8 =
c. – 1 – 3 – 8 + 2 – 5 =
d. 2 x (-3) =

e. (-2) x (-5) =

f. (-10) x (-1) =

g. (-1) x (-1) x (-2) =

h. $\frac{4}{-2}$ =

i. $\frac{-8}{2}$ =

j. $\frac{-20}{-5}$ =

k. $\frac{(-4)\times(-1)}{-2} =$

l. $\frac{(-1+3-5)\times(2-7)}{-1} =$

m. $\frac{(2+3\times4-2\times5-3)}{-1} =$

n. $2\{2-2[2-4(3x2:3)+2]\}+1$ =

o. $8-\{-20[(-3+3):(-58)]+2(-5)\}$ =

p. 0,5 x 0,4 : 0,2 =

q. 0,6 : 0,03 x 0,05 =

r. 5 : 10 =

s. 3 : 81 x 0,5 =

t. Calcule o m.m.c. entre:

i. 36 e 60

ii. 18, 20 e 30

iii. 12, 18 e 32

u. Encontre o m.d.c de:

i. 90 e 54

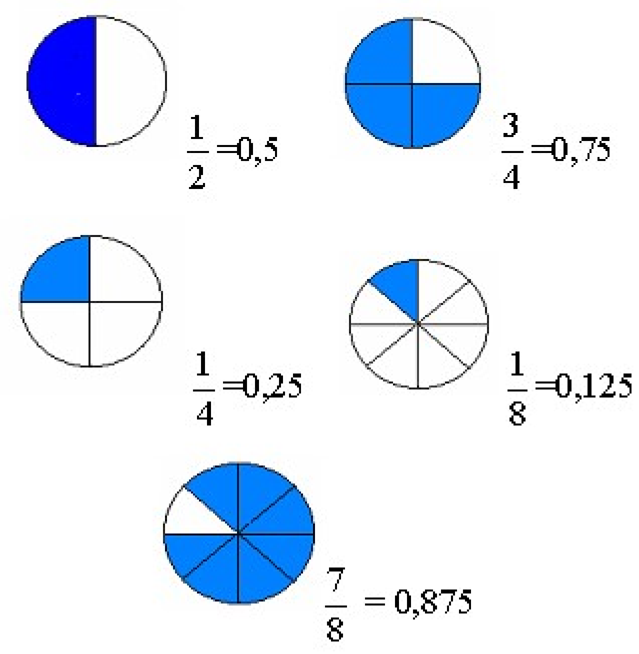
ii. 40 e 140

iii. 12,15,18

# IV - FRAÇÕES ORDINÁRIAS

**Definição:** *Fração é um quociente indicado onde o dividendo é o numerador e o divisor é o denominador. É dividir algo em partes iguais. Dentre essas partes, consideramos uma ou algumas, conforme nosso interesse.*

*"As frações que serão apresentadas a seguir, partem de um inteiro, e ao dividir formam as frações".*




A fração é própria quando o numerador é menor do que o denominador: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{120}{210}$, etc.

A fração é imprópria quando o numerador é maior que o denominador, sendo possível representá-la por um número misto, e vice-versa.

Exemplos:

a) $\frac{10}{7} = 1\,\frac{3}{7}$ pois $\frac{10}{7}$ possui resto 3

b) $\frac{28}{5} = 5\,\frac{3}{5}$ pois $\frac{28}{5}$ possui resto 3

c) $\frac{11}{3} = 3\,\frac{2}{3}$

d) $2\,\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

e) $-1\frac{1}{4} = -\frac{5}{4}$

**17) Propriedade**

*Multiplicando ou dividindo os termos de uma fração por um número diferente de zero obtém-se uma fração equivalente à inicial.*

Exemplos:

a) $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$

b) $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$

c) $\frac{20}{30} = \frac{20:10}{30:10} = \frac{2}{3}$

d) $-\frac{4}{8} = -\frac{4:4}{8:4} = -\frac{1}{2}$

**18) Soma algébrica de frações**

*Reduzem-se ao menor denominador comum e somam-se algebricamente os numeradores.*

**OBS:** O menor denominador comum é o m.m.c. dos denominadores.

Exemplos:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3} =$

c) $\frac{1}{12} - \frac{3}{4} + \frac{4}{3} - 2 =$

**d)** $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{4} - 4 = \frac{7}{3} + \frac{5}{4} - 4 =$

**19) Multiplicação de frações**

*Multiplicam-se os numeradores entre si, da mesma maneira se faz com os denominadores.*

Exemplos:

a) → $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} =$

b) → $\left(-\frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{2} =$

c) → $\left(-\frac{1}{3}\right) \text{x} \left(-\frac{2}{5}\right) =$

d) → $(-3) \times \left(-\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{2}{7}\right) =$

e) → $2\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{5} =$

**20) Divisão de frações**

Na divisão de números fracionários, devemos multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda, como é mostrado nos exemplos abaixo:

Exemplos:¶

*a)* → $\frac{1/2}{1/3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ ¶

*b)* → $\frac{\left(-2/3\right)}{1/2} =$

*c)* → $\frac{1/2}{3} =$

*d)* → $\frac{5}{2/3} =$

e) → $\frac{4\,1/3}{\left(-2\,1/4\right)} =$

## 21) Comparações de Frações

Para comparar as frações devemos reduzi-las ao mesmo denominador e comparar os numeradores, a qual tiver o numerador maior será a maior fração.

OBS.: $a < b$, lê-se: "a é menor do que b"

$a > b$, lê-se: "a é maior do que b"

Exemplo: Comparar $\frac{6}{7}$ e $\frac{2}{3}$:

Para isto, calculamos o m.m.c. entre 7 e 3:

$$\text{m.m.c.}(7,3)=21$$

Então, ao transformar os denominadores em 21, devemos multiplicar os numeradores pelos fatores de transformações.

$$\frac{6\times 3}{7\times 3} \text{ e } \frac{2\times 7}{3\times 7} \Rightarrow \frac{18}{21} \text{ e } \frac{14}{21}$$

Como 18 é maior que 14, podemos afirmar que:

$$\frac{18}{21} > \frac{14}{21}.$$

## 22) Exercícios

**(A).** Simplifique as frações, ou coloque-as na forma irredutível:

a) $\frac{2}{4} =$

b) $\frac{9}{27} =$

c) $\frac{12}{48} =$

**(B).** Comparar as frações:

a) $\frac{1}{2}$ , $\frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{3}$ , $\frac{5}{6}$

c) $\frac{4}{7}$ , $\frac{3}{8}$

**(C).** Resolva:

a) $\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=$

b) $\frac{2}{3}-\frac{4}{3}=$

c) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=$

d) $2\frac{2}{3}+3\frac{1}{2}-5=$

e) $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} =$

f) $\frac{3}{7} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} =$

g) $\left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) =$

h) $2\frac{1}{5} \times \left(-1\frac{1}{3}\right) =$

i) $\frac{1/3}{1/2}=$

j) $\frac{2}{3}:\left(-\frac{1}{5}\right)=$

k) $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} =$

l) $2\frac{2}{5}:1\frac{1}{5}=$

m) $\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{4}\right):\frac{1}{2}=$

n) $\frac{1+1/3}{3}=$

o) $$\dfrac{1+\dfrac{1+1/2}{2}}{1/2} =$$

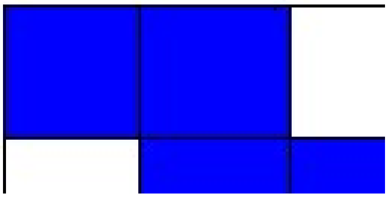
p) $$\dfrac{3\,1/8 + 1\,1/4}{2\,5/8 - 1\,3/4} - \dfrac{1\,5/7 \times 1\,2/5}{2\,1/4 : 3\,1/3} =$$

**(D).** Simplifique:

**a)** $$\dfrac{1+\dfrac{1}{1+1}}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+1}}} =$$

b) $$\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}} : \left(\frac{9}{17}+1\right) =$$

(***F*).** *Observe a figura:*

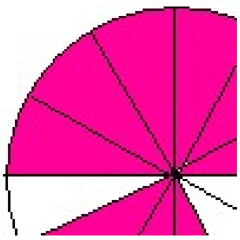
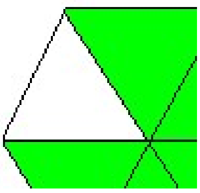
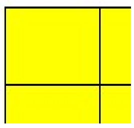


a) Em quantas partes iguais o retângulo foi dividido?

*b) Cada uma dessas partes representa que fração do retângulo?*

*c) A parte pintada representa que fração do retângulo?*

(***G*).** *Observe as figuras e diga quanto representa cada parte da figura e a parte pintada:*

a)  b)  c) 

(***H*).** *Um sexto de uma pizza custa R$3,00, quanto custa:*

a) *3/6da pizza*

b) 5/6da pizza

*c) a pizza toda*

# V - POTÊNCIAS

Definição: *Potência de grau **n** de um número **A** é o produto de **n** fatores iguais a **A**.*

$$A^n = \underbrace{A \times A \times A \times A \times A \times \cdots}_{n\ \text{vezes}} \begin{cases} A \text{ é a base da potência;} \\ \text{n é o expoente da potência, que determina o seu grau.} \end{cases}$$

Assim:

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \quad \therefore \quad 2^3 = 8$

$(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1 \quad \therefore \quad (-1)^4 = 1$

**23) Casos Particulares**

a) A potência de expoente 1 (1º grau) é igual à base:

$A^1 = A$; $2^1 = 2$

b) Toda potência de 1 é igual a 1:

$1^2 = 1$; $1^3 = 1$

c) Toda potência de 0 é igual a 0:

$0^2 = 0$; $0^3 = 0$

d) Toda potência de expoente par é positiva:

$(-2)^4 = 16$; $2^4 = 16$; $(-3)^2 = 9$; $3^2 = 9$

e) Toda potência de expoente ímpar tem o sinal da base:

$3^3 = 27$; $(-3)^3 = -27$

$2^5 = 32$; $(-2)^5 = -32$

**24) Multiplicação de potências de mesma base**

*Mantém-se a base comum e soma-se os expoentes.*

Realmente: $2^3 \times 2^2 = \underbrace{\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3\text{ vezes}} \times \underbrace{2 \times 2}_{2\text{ vezes}}}_{5\text{ vezes}} = 2^{3+2} = 2^5$

Exemplo:

$5^2 \times 5^7 = 5^9 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 1\,953\,125$

**25) Divisão de potências de mesma base**

*Mantém-se a base comum e diminuem-se os expoentes.*

Realmente: $\dfrac{5^6}{5^4} = \dfrac{\overbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}^{6\text{ vezes}}}{\underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{4\text{ vezes}}} = 5^{6-4} = 5^2$

Exemplo: $3^7 : 3^3 = 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

**26) Multiplicação de potências de mesmo grau (semelhantes)**

*Multiplicam-se as bases e conserva-se o expoente comum.*

Realmente: $2^2 \times 7^2 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 = (2 \times 7)^2$

Exemplo: $3^3 \times 5^3 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = (3 \times 5)^3 = 15^3 = 3\,375$

**27) Divisão de potências de mesmo grau (semelhantes)**

*Dividem-se as bases e conserva-se o expoente comum.*

Realmente: $\dfrac{2^2}{7^2} = \dfrac{2 \times 2}{7 \times 7} = \dfrac{2}{7} \times \dfrac{2}{7} = \left(\dfrac{2}{7}\right)^2$

Exemplo: $8^3 : 2^3 = 4^3 = 64$

**28) Potenciação de potência**

*Eleva-se a base ao produto dos expoentes.*

Realmente: $\left(2^3\right)^2 = \underbrace{2^3 \times 2^3}_{2\text{ vezes}} = 2^{3+3} = 2^6$ ou $\left(2^3\right)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6$

Exemplo: $\left(3^5\right)^2 = 3^{10} = 59\,049$

**29) Expoente nulo**

*Toda potência de base diferente de zero e expoente zero é igual a unidade.*

Realmente: $\begin{cases} a^4 : a^4 = a^{4-4} = a^0 \\ a^4 : a^4 = 1 \end{cases}$ $a^0 = 1$

Exemplo: $(-5)^0 = 1$

**30) Expoente negativo**

*Qualquer número diferente de zero, elevado à expoente negativo é igual a uma fração cujo numerador é a unidade e cujo denominador é a mesma base da potência elevada ao mesmo expoente com o sinal positivo.*

Realmente: $\begin{cases} \dfrac{2^3}{2^7} = \dfrac{2^3}{2^3 \times 2^4} = \dfrac{1}{2^4} \\ \dfrac{2^3}{2^7} = 2^{3-7} = 2^{-4} \end{cases}$ $2^{-4} = \dfrac{1}{2^4}$

$$\mathbf{a^{-1} = \frac{1}{a^1}}$$

Exemplo: $5^{-2} = \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{5 \times 5} = \dfrac{1}{25}$

**31) Potências de 10**

Uma das formas também utilizada para a conversão de uma unidade de medida maior para outra menor e vice-versa, é a utilização da potência de 10.

A potência de 10 é de grande utilidade quando se deseja expressar números muito grandes ou extremamente pequenos, como por exemplo:

velocidade da luz no vácuo = 300.000.000m/s [(1)]

carga elétrica elementar = 0,00000000000000000016C [(2)]

**32) Propriedades:**

---

1 A velocidade da luz no vácuo é representada pela letra minúscula "c"

2 A carga elementar é representada pela letra minúscula "e"

P.1) $a^m \times a^n = a^{(m+n)}$

P.2) $a^m : a^n = a^m / a^n = a^{(m-n)}$ $(a \neq 0)$

P.3) $(a^m)^n = a^{(m.n)}$

P.4) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

P.5) $(a:b)^m = (a / b)^m = a^m / b^m = a^m : b^m$ $(b \neq 0)$

Particularmente, quando a base é 10, podemos escrever:

a) $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \ldots\ldots \times 10}_{\text{nº de fatores}}$

b) $10^{-n} = (10^{-1})^n = 1 / 10^n$

Desta forma, seja $10^n$ a potência n-ésima de dez:

I. - Quando $n \geq 0$

$10^0 =$

$10^1 =$

$10^2 =$

$10^3 =$

"n" indica o número de zeros, ou melhor, quantas vezes **multiplicamos** um número pela base dez.

II. - Quando $n < 0$

$10^{-1} = 1 / 10^1 = 1 / 10 = 0,1$

$10^{-2} =$

$10^{-3} =$

"n" indica o número de casas decimais, ou melhor, quantas vezes **dividimos** um número pela base dez.

***<u>REGRA 1:</u>*** Para se escrever números maiores do que 1 na forma de um número pequeno vezes uma potência de 10, desloca-se a casa decimal para a esquerda, tantos algarismos quanto desejados. A seguir, multiplica-se o número obtido por 10 elevado a uma potência igual ao número de casas deslocadas. Exemplo:

Escrever o número 3.000 em potência de 10.

**1ª opção:** $3.000 = 3 \times 10^3$

**2ª opção:** $3.000 = 30 \times 10^2$

Na primeira opção, o número 10 foi elevado a um expoente 3, pois a vírgula foi deslocada 3 casas para a esquerda.

Na segunda opção, no entanto, em virtude da vírgula ter sido deslocada apenas 2 casas para a esquerda, a número 10 foi elevado a um expoente 2. Isto significa que, na 1ª opção o número 3 é multiplicado por 1.000, enquanto que, na 2ª opção o número 30 é multiplicado por 100.

Assim: <u>3 x 1.000 = 3.000</u> e <u>30 x 100 = 3.000</u>

Vejamos outros exemplos:

a) escrever o número 9.600 em potência de 10.

$9.600 = 96 \times 10^2$

b) escrever o número 660.000 em potência de 10.

$660.000 = 66 \times 10^4$

c) escrever o número 678,56 em potência de 10.

$$678{,}56 = 6{,}7856 \times 10^2 \text{ ou}$$

$$678{,}56 = 67{,}856 \times 10 \quad \text{e assim por diante}$$

NOTA:

O expoente $10^1$ expressa-se simplesmente por 10, pois $10^1 = 10$.

d) escrever a velocidade da luz em potência de 10.

c = 300.000.000m/s; portanto c = $3 \times 10^8$ m/s

ou $30 \times 10^7$ m/s ou ainda $300 \times 10^6$ m/s

***<u>REGRA 2:</u>*** Para se escrever números menores do que 1 como um número inteiro vezes uma potência de 10, desloca-se a casa decimal para a direita, tantos algarismos quantos forem necessários. A seguir, multiplica-se o número obtido por 10 elevado a uma potência negativa igual ao número de casas decimais deslocadas. Vejamos um exemplo:

Escrever 0,008 em potência de 10.

**1ª opção:** 0,008 = $8 \text{ X } 10^{-3}$

**2ª opção:** 0,008 = $0{,}8 \times 10^{-2}$

Na primeira opção o número 10 foi elevado ao expoente -3, pois a vírgula foi deslocada 3 casas para a direita, enquanto que, na segunda opção o número 10 foi elevado ao expoente -2 uma vez que, a vírgula foi deslocada para a direita apenas 2 casas. Isto significa que, na 1ª opção o número 8 foi dividido por 1.000 enquanto que, na 2ª opção o número 0,8 foi dividido por 100.

Assim: <u>8 / 1.000 = 0,008</u> e <u>0,8 / 100 = 0,008</u>

Vejamos outros exemplos:

a) escrever o número 0,00098 em potência de 10.

0,00098 = $98 \times 10^{-5}$

b) escrever o número 0,668 em potência de 10.

0,668 = $66{,}8 \times 10^{-2}$

c) escrever a carga elementar em potência de 10.

e = 0,00000000000000000016C; portanto, e = $0{,}16 \times 10^{-18}$ C

ou $1{,}6 \times 10^{-19}$ C ou ainda $16 \times 10^{-20}$ C

***<u>REGRA 3:</u>*** Para converter um número expresso como uma potência positiva de 10 num número decimal, desloca-se a casa decimal para a direita tantas casas ou posições quanto o valor do expoente. Exemplos:

a) $0,565 \times 10^3 = 565$
(como o expoente é 3, desloca-se a vírgula 3 casas para a direita)

b) $0,565 \times 10^6 = 565.000$ (neste caso, como o expoente é 6, a vírgula é deslocada 6 casas para a direita)

c) $0,00067 \times 10^3 = 0,67$

d) $0,0088 \times 10^3 = 8,8$

***<u>REGRA 4:</u>*** Para converter um número expresso como uma potência negativa de 10 num número decimal, desloca-se a vírgula para a esquerda tantas casas quanto o valor do expoente. Exemplos:

a) $50 \times 10^{-3} = 0,05$ (como o expoente é -3, desloca-se a vírgula 3 casas à esquerda)

c) $45.000 \times 10^{-5} = 0,45$ (neste caso, como o expoente é -5, a vírgula é deslocada 5 casas para a esquerda).

d) $0,008 \times 10^{-4} = 0,0000008$

e) $76,3 \times 10^{-2} = 0,763$

**33) Operações Aritméticas Com Potências de Base 10:**

**- MULTIPLICAÇÃO**

Para se multiplicar dois ou mais números expressos em potência de 10, multiplica-se os coeficientes para se obter o novo coeficiente e soma-se os expoentes para obter o novo expoente de 10. Exemplos:

a) multiplicar: $2 . 10^6 \times 4 . 10^3$

$(2 \times 4). 10^{6+3} = 8 . 10^9$

b) multiplicar: $2 . 10^{-3} \times 3 . 10^2 \times 1,2 . 10^4$

$(2 \times 3 \times 1,2). 10^{-3+2+4} = 7,2 . 10^3$

c) multiplicar: $2,2 . 10^{-4} \times 3 . 10^{-2} \times 0,2 . 10^{-3}$

$(2,2 \times 3 \times 0,2). 10^{-4+(-2)+(-3)} = 1,32 . 10^{-9}$

**- DIVISÃO**

Para se dividir dois números expressos como potência de 10, divide-se os coeficientes para se obter o novo coeficiente e subtrai-se os expoentes para se obter o novo expoente de 10. Exemplos:

a) dividir: $45 . 10^{-6} : 3 . 10^{-3}$

$(45 : 3). 10^{-6 - (-3)} = 15 . 10^{-6 + 3} = 15 . 10^{-3}$

b) dividir: $60 . 10^{-4} : 12 . 10^{-6}$

$(60 : 12). 10^{-4 - (-6)} = 5 . 10^{-4 + 6} = 5 . 10^{2}$

c) dividir: $72 . 10^{8} : 12 . 10^{12}$

$(72 : 12). 10^{8 - 12} = 6 . 10^{-4}$

**- SOMA E SUBTRAÇÃO**

Para somar ou subtrair números expressos em potência de 10, opera-se normalmente os coeficientes, desde que os expoentes sejam iguais. Exemplos:

a) somar: $12 . 10^{-6} + 4 . 10^{-5}$

I - optando por igualar ao expoente -6, teremos: $4 . 10^{-5} = 40 . 10^{-6}$

II - optando por igualar ao expoente -5, teremos: $12 . 10^{-6} = 1,2 . 10^{-5}$

logo:

$\underline{(12 + 40). 10^{-6} = 52 . 10^{-6}}$ ou $\underline{(1,2 + 4). 10^{-5} = 5,2 . 10^{-5}}$

b) subtrair: $25,6 . 10^{2} - 12 . 10^{-2}$

Igualando ao expoente 2, teremos: $12 . 10^{-2} = 0,0012 . 10^{2}$

logo:

$\underline{(25,6 - 0,0012). 10^{2} = 25,5988 . 10^{2}}$

**34) Notação Científica**

Em notação científica, o coeficiente da potência de 10 é sempre expresso com uma casa decimal seguido da potência de 10 adequada. Alguns exemplos esclarecerão o assunto:

a) escrever em notação científica o número 224.400

$$224.400 = 2,244 \times 10^{5}$$

b) escrever em notação científica o número 0,000345

$$0{,}000345 = 3{,}45 \times 10^{-4}$$

c) escrever em notação científica o número $26 \times 10^6$

$$26 \times 10^6 = 2{,}6 \times 10^7$$

d) escrever em notação científica o número $0{,}001 \times 10^{-3}$

$$0{,}001 \times 10^{-3} = 1 \times 10^{-6}$$

e) escrever em notação científica o número 0,0015685

$$0{,}0015685 = 1{,}5685 \times 10^{-3}$$

f) escrever em notação científica o número 12.500.000.000

$$12.500.000.000 = 1{,}25 \times 10^{10}$$

As regras para operações aritméticas com números expressos em notação científica, são as mesmas adotadas com relação à potência de 10.

Na verdade, a única diferença que existe entre a forma de se representar um número em *potência de 10* e *notação científica* é que em notação científica o coeficiente a ser precedido da potência de 10 é expresso apenas com uma casa decimal, conforme já dito anteriormente.

**35) Exercícios**

**(A).** RESOLVA:

a) $1^3 =$
b) $0^4 =$
c) $(-2)^3 =$
d) $(-4)^3 =$
e) $(-2)^4 =$
f) $(-4)^4 =$
g) $2^3 \times 2^5 =$
h) $3^2 \times 3 \times 3^5 =$
i) $3^5 : 3^4 =$
j) $3^4 : 3^2 \times 3^5 =$

k) $2^4 \times 5^4 =$

l) $(-3^5) \times (-5^5) =$

m) $15^3 : 3^3 =$

n) $(-4^6) : 2^6 =$

o) $(3^3)^2 =$

p) $(2^3)^5 =$

q) $3^{3^2} =$

r) $[(3^3)^2]^2 =$

s) $(2 \times 3)^3 =$

t) $(3^2 \times 5 \times 2)^4 =$

u) $\left(\frac{5}{3}\right)^5 =$

v) $\left(\frac{2}{3^4}\right)^3 =$

w) $\left(\frac{2^2 \times 3^3}{5^3}\right)^2 =$

x) $(2 \times 3^2)^0 =$

y) $4^{-2} =$

z) $2 \times 3^{-1} =$

aa) $\frac{2}{3^{-4}} =$

bb) $(2^{-3} \times 5^{-2})^{-4} =$

cc) $2^{x+1} * 4^x =$

dd) $3^{2x} * 24^x =$

ee) $5^{4x} : 25^{2x} =$

**(B).** Representar em potências de 10:

a) 20 000 =

b) 4 800 000 =

c) 0,01 =

d) 0,000045 =

e) 35.535

f) 66.666

g) 45.000.000

h) 567,9

i) 1.500.000.000.000

j) 680

k) 0,0087

l) 0,489

m) 0,000000987

n) 0,0606

o) 0,00000000000000088765

p) 0,098

q) 0,997

Efetuar, utilizando potência de 10:

a) $\dfrac{2\ 000 \times 48\ 000}{80} =$

b) $\dfrac{28 \times 0{,}000032}{0{,}00002} =$

**(C).** Converter para número decimal

a) $3{,}45 \times 10^6$

b) $0{,}00098 \times 10^8$

c) $0{,}008 \times 10^4$

d) $824 \times 10^{-2}$

e) $0{,}07 \times 10^{-2}$

f) $0{,}415 \times 10^{-1}$

g) $0{,}5678 \times 10^{-2}$

h) $1.600.000 \times 10^{-7}$

i) $0{,}000678876789 \times 10^9$

j) $0{,}876 \times 10^3$

k) $1{,}234 \times 10^{-1}$

l) $2345{,}6789 \times 10^2$

m) $4558976{,}5674 \times 10^{-6}$

# VI – RADICAIS

**Definição:** *Denomina-se raiz de índice **n** (ou raiz n-ésima) de **A**, ao número ou expressão que, elevado à potência **n** reproduz **A**.*

OBS: Representa-se a raiz pelo símbolo $\sqrt{\phantom{x}}$

$$\sqrt[n]{A}\begin{cases} n \text{ - índice da raiz} \\ A \text{ - radicando} \\ \sqrt{\phantom{x}} \text{ - radical} \end{cases}$$

Assim:

a) $\sqrt{16} = 4$ porque $4^2 = 16$

b) $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$

c) $\sqrt[4]{81} = 3$ porque $3^4 = 81$

**36) Propriedade**

*É possível retirar um fator do radical, basta que se divida o expoente do radicando pelo índice do radical.*

Exemplos:

a) $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$

b) $\sqrt{180} =$

c) $\sqrt[4]{3^8 \times 5^4 \times 2} =$

d) $\sqrt[4]{3^8} =$

Reciprocamente, para introduzir um fator no radical, multiplica-se o expoente do fator pelo índice do radical. Assim:

$$3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3^3 \times 2}$$

**37) Adição e subtração de radicais semelhantes**

*Radicais de mesmo índice e mesmo radicando são semelhantes. Na adição e subtração de radicais semelhantes, operam-se os coeficientes e conserva-se o radical.*

Exemplos:

a) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 8\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$

b) $3\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} = 9\sqrt[3]{2} - 6\sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$

**38) Multiplicação e divisão de radicais de mesmo índice**

*Multiplicam-se (ou dividem-se) os radicandos e permanece ao produto (ou quociente) o índice comum.*

Exemplos:

a) $\sqrt{2} \times \sqrt{3} =$

b) $\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} =$

c) $\dfrac{\sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{2}} =$

**39) Potenciação de radicais**

*Eleva-se o radicando à potência indicada e conserva-se o índice.*

Exemplo:

a) $\left(\sqrt[4]{3}\right)^3 = \sqrt[4]{3^3} = \sqrt[4]{27}$

b) $\left(\sqrt[5]{2^2 \times 3}\right)^2 = \sqrt[5]{\left(2^2 \times 3\right)^2} = \sqrt[5]{2^4 \times 3^2}$

**40) Radiciação de radicais**

*Multiplicam-se os índices e conserva-se o radicando.*

Exemplos:

a) $\sqrt{\sqrt{3}} = \sqrt[2\times 2]{3} = \sqrt[4]{3}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[4]{3}}} = \sqrt[24]{3}$

**41) Expoente fracionário**

*Uma potência com expoente fracionário pode ser convertida numa raiz, cujo radicando é a base, o índice é o denominador do expoente, sendo o numerador o expoente do radicando.*

Exemplos:

a) $a^{p/q} = \sqrt[q]{a^p}$

b) $a^{1/2} = \sqrt{a}$

c) $2^{2/3} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

d) $\sqrt[4]{6^3} = 6^{3/4}$

**42) Racionalização de denominadores**

1º Caso: *O denominador é um radical do 2º grau. Neste caso multiplica-se pelo próprio radical o numerador e o denominador da fração.*

Exemplo:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}} =$

b) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}} =$

c) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$

d) $\dfrac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{6}} =$

2º Caso: *O denominador é uma soma ou diferença de dois termos em que um deles, ou ambos, são radicais do 2º grau. Neste caso multiplica-se o numerador e o denominador pela expressão conjugada do denominador.*

OBS: A expressão conjugada de **a + b** é **a – b**.

Na racionalização aparecerá no denominador um produto do tipo:

$(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$

Assim:

$(5 + 3) \times (5 - 3) = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

Exemplos:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} =$

b) $\dfrac{5}{2 + \sqrt{3}} =$

**43) Exercícios**

**(A).** Efetuar:

a) $\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 10\sqrt{5} =$

b) $\sqrt{32} + 3\sqrt{2} - \sqrt{8} =$

c) $3\sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt[4]{729} =$

d) $\sqrt{3} \times \sqrt{6} =$

e) $\left(-\sqrt[3]{2}\right) \times \left(-\sqrt[3]{4}\right) =$

f) $\dfrac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{2}} =$

g) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^6 =$

h) $\left(\sqrt[3]{2 \times 3^2}\right)^2 =$

i) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}} =$

j) $\sqrt{\sqrt[3]{2}} =$

k) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} =$

l) $\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2}}} =$

**(B).** Dar a resposta sob forma de radical, das expressões seguintes:

a) $2^{3/4} =$

b) $2^{-1/2} =$

c) $\left(2^{1/2}\right)^{1/2} =$

d) $\left(\sqrt{2} \times \sqrt{3}\right)^{1/6} =$

**(C).** Racionalizar o denominador das frações seguintes:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5}} =$

b) $\dfrac{3}{\sqrt{7}} =$

c) $\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} =$

d) $\dfrac{2}{\sqrt{5} - 2} =$

e) $\dfrac{5}{4 - \sqrt{11}} =$

**(D).** Simplifique:

a) $\dfrac{\sqrt{50} - \sqrt{8}}{\sqrt{2}} =$

b) $\sqrt{2352} =$

c) $\dfrac{1}{1 - \sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt{2} + 1} =$

**(E).** Resolva as expressões numéricas:

$$a)\sqrt{196}.\left(\frac{2}{7}\right)^2 - \left[\left(\frac{2}{3} + 7\right) : 11\right]$$

$$b)\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \div \frac{1}{4} \cdot \left(4^{-2}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$$

$$c)\sqrt[5]{16.\sqrt[4]{18 - \sqrt[3]{5 + \sqrt{9}}}}$$

$$d)\frac{\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{\sqrt{9}} + \sqrt[3]{3}}$$

$$e)(2)^{-2} + \left\{-\left[\frac{6}{10} + \frac{3}{2}\left(\frac{5}{2} \div \frac{10}{12}\right)\right]\right\} \div \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

# VII – POLINÔMIOS

## 44) Expressões algébricas

*São indicações de operações envolvendo letras ou letras e números.*

Exemplos:

a) $5ax – 4b$

b) $ax^2 + bx + c$

c) $7a^2b$

**OBS**: No exemplo c, onde não aparece indicação de soma ou de diferença, temos um monômio em que **7** é o coeficiente numérico e **$a^2b$** é a parte literal.

### 45) Operações com expressões algébricas: polinômios

O que são polinômios

Quantos termos têm estas expressões algébricas?

$3x$ ---------> Esta expressão é um monômio. Tem um termo.

$3x + 7$; $0{,}5a + 2b - 3c - 3/5$ ---------> Essas expressões são somas algébricas de monômio. Uma tem dois termos, a outra tem quatro termos.

Todas essas expressões são denominadas *polinômios*.

**Adição**

Somente é possível somar ou subtrair termos semelhantes (monômios que possuem a mesma parte literal). Para somar ou subtrair termos semelhantes (reduzir termos semelhantes) repete-se a parte literal e opera-se com os coeficientes.

Exemplo:

$3x^2y – 4xy^2 + 7xy^2 + 5x^2y = 8x^2y + 3xy^2$

Quando um polinômio apresenta termos semelhantes, eles podem ser adicionados, ficando reduzidos a um só termo.

Exemplos:

Dados os polinômios P= $7y^2 + 15\,y - 12$, Q= $5y^2 - 1$ e R= $-y^2 + 6y$, vamos somá-los:

$$\begin{array}{l} 7y^2 + 15\,y - 12 \\ 5y^2 \qquad\quad - 1 \\ \underline{-y^2 \;+\; 6y \qquad\quad} \\ 11y^2 + 21y - 13 \end{array}$$

**Polinômios opostos**

Considere o polinômio $A = 7x^2 - 4x + 8$.

Qual é o polinômio cuja soma com A resulta no polinômio nulo?

O polinômio procurado é o polinômio oposto de A, indicado por - A.

$A = 7x^2 - 4x + 8$

$- A = -7x^2 +4x - 8$

$A + A) = 0x^2 + 0x + 0$

Para escrever o polinômio oposto de um polinômio dado, basta trocar os sinais de todos os termos. Assim, o oposto de B= $7x^4 - 4x + 5$ é: $-B = -7x^4 + 4x - 5$.

**Subtração de polinômios**

Para subtrair um polinômio B de um polinômio A, adicionamos o polinômio A ao polinômio oposto de B ou seja, A -B = A + (-B).

Exemplo:

Considere os polinômios $A = 2x^2 + 4x - 1$ e $B = 5x^2 - 6x + 8$.

Observe a subtração A - B

A - B = A + B)

$= (2x^2 + 4x - 1) + (-5x^2 + 6x - 8)$

$= 2x^2 + 4x -1 - 5x^2 + 6x - 8$

$= 2x^2 - 5x^2 + 4x + 6x -1 - 8$

$= -3x^2 + 10x - 9$ (Não é possível continuar, pois somente podemos somar ou subtrair termos semelhantes).

**Adição algébrica de polinômios**

Uma expressão que tem apenas adições e subtrações de polinômios é chamada adição algébrica de polinômios.

Exemplo:

Sendo $A = 3y^4 + 2y^2$, $B = -y^4 + 2y^3$ e $C= 2y^3 + 4y^2$, vamos calcular:

A+B-C

A+B-C = $(3y^4 + 2y^2) + ( -y^4 + 2y^3) - ( 2y^3 + 4y^2)$

$= 3y^4 + 2y^2 -y^4 + 2y^3 - 2y^3 - 4y^2$

$= 2y^4 - 8y^2$

**Multiplicação de polinômios**

Multiplica-se cada termo do primeiro fator por todos os termos do segundo fator e reproduzem-se os termos semelhantes.

Exemplo:

$(3a^2y) * (2ay) = 6a^3y^2$

Observe como fazemos: multiplicamos cada termos de um polinômio por todos os termos do outro polinômio.

Exemplo:

Dados, A=(2x - 3)

B= $(3x^2 + 4x - 5)$

Calcule: A X B

$(2x - 3)(3x^2 + 4x - 5) = 6x^3 + 8x^2 - 10x - 9x^2 - 12x + 15$

Reduzindo os termos semelhantes, temos: $6x^3 - x^2 - 22x + 15$.

**Divisão de polinômios**

**Divisão de polinômio por monômio**

Para dividir um polinômio por um monômio não-nulo, dividimos cada termo do polinômio pelo monômio e adicionamos os novos termos.

**Divisão de polinômio por polinômio**

Exemplos:

Seja $(10x^2 - 23x + 12) : (5x-4)$:

$$
\begin{array}{rl}
\text{dividendo} & \text{divisor} \\
10x^2 - 23x + 12 & \underline{|5x - 4} \\
\underline{-10x^2 + 8x\quad\quad} & 2x - 3 \\
-15x + 12 & \text{quociente} \\
\underline{-15x - 12} & \\
0 & \\
\text{resto} &
\end{array}
$$

a) Dividimos $10x^2$ por $5x$, obtendo $2x$.
b) Multiplicamos $2x$ por $5x - 4$ e adicionamos o produto $10x^2 - 8x$, com sinal trocado, ao dividendo.
c) Dividimos $-15x$ por $5x$, obtendo $-3$.
d) Multiplicamos $-3$ por $5x -4$ e adicionamos o produto $-15x + 12$, com sinal trocado, a $-15x + 12$.
Então: $Q(x) = 2x - 3$ e $R(x) = 0$
Observação: O grau do resto é menor que o grau do divisor ou o resto é identicamente nulo.

**Divisão de polinômios por x - a**
**Teorema do resto**
Considere a divisão de um polinômio $P(x)$ por $(x-a)$, onde obtemos quociente $Q(x)$ e resto $R(x)$:

$$
\begin{array}{ll}
P(x) & \underline{|\ x - a} \\
R(x) & \quad Q(x)
\end{array}
$$

Evidentemente temos: $P(x) = (x-a).\ Q(x) + R(x)$
Observe, que fazendo $x=a$, temos:
$P(a) = (a - a) . Q(a) + R(a) = 0 . Q(a) + R(a) \Rightarrow P(a) = R(a) \Rightarrow$ "O resto da divisão de um polinômio $P(x)$ pelo binômio $x -a$ é igual a $P(a)$."

Exemplo:
1. Dividindo $P(x) = x^2 - 4x - 5$ por $x - 3$, o resto será:
$R(3) = P(3) = 3^2 - 4 . 3 - 5 = - 8$

2. O resto da divisão de $P(x) = x^2 + 3x - 1$ por $x + 1$ será:
$R(-1) = P(-1) = (-1)^2 + 3 . (-1) - 1 = -3$
Observe que quando o binômio divisor é $x + a$, devemos substituir no polinômio $P(x)$ o $x$ por $-a$, pois $x + a = x - (-a)$.

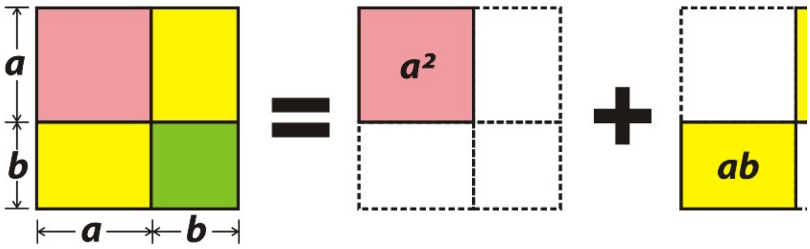
**Teorema de D'Alembert**
"Um polinômio $P(x)$ é divisível por $x -a$ se e somente se $P(a) = 0$."
Este teorema é uma consequência do teorema do resto: $R(a) = P(a)$, pois se $P(x)$ é divisível por $x-a$, então $R(a) = 0$, o que é equivalente a $P(a) = 0$.
Exemplos:
1. O polinômio $P(x) = x^2 - 4x - 5$ é divisível por $x - 5$, pois: $P(5) = 5^2 - 4 . 5 - 5 = 0$
Contra-exemplo:
O polinômio $P(x) = x^2 - 4x - 5$ não é divísivel por $x - 3$, pois:
$P(3) = 3^2 - 4 . 3 - 5 = -8$, ou seja, $P(3) = -8$ diferente de zero.

## VIII – PRODUTOS NOTÁVEIS

46) Exemplos

*Há certos produtos de polinômios, que, por sua importância, devem ser conhecidos desde logo. Vejamos alguns deles:*

I. ***Quadrado da soma de dois termos:***




Observe: $(a + b)^2 = (a + b) . (a + b)$

________________$= a^2 + ab + ab + b^2$

________________$= a^2 + 2ab + b^2$

Conclusão:

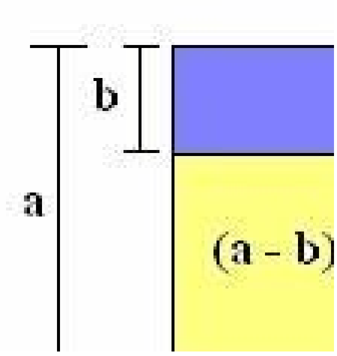
(primeiro termo)² + 2.(primeiro termo) . (segundo termo) + (segundo termo)², ou seja:

*"O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo."*

Exemplos:

a) $(2 + x)^2 = 2^2 + 2 . 2x + x^2 = 4 + 4x + x^2$
b) $(5 + x)^2 = 5^2 + 2.5.x + x^2 = 25 + 10x + x^2$
c) $(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2.(2x).(3y) + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

II. ***Quadrado da diferença de dois termos:***




Observe: $(a - b)^2 = (a - b) . (a - b)$

$\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = a^2 - ab - ab + b^2$

$\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = a^2 - 2ab + b^2$

Conclusão:

$(\text{primeiro termo})^2 - 2.(\text{primeiro termo}) . (\text{segundo termo}) + (\text{segundo termo})^2$

$$\boxed{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

*"O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo."*

Exemplos:

a) $(x - 3) = x^2 + 2 . x . (-3) + (-3)^2 = x^2 - 6x + 9$

*b)* $(3 - x)^2 = 3^2 + 2.3.x + x^2 = 9 - 6x + x^2$

c) $(2x - 3y)^2 = (2x)^2 - 2.(2x).(3y) + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

III.***Produto da soma de dois termos por sua diferença:***

$$\boxed{(a + b) * (a - b) = a^2 - b^2}$$

*"O produto da soma de dois termos por sua diferença é igual ao quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo."*

Isto é:: (primeiro termo)² - (segundo termo)²

Exemplos:

a) $(1 - \sqrt{3}).(1 + \sqrt{3}) = 1^2 - (\sqrt{3})^2 = 1 – 3 = - 2$
b) $(x + 5).(x – 5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$
c) $(3x + 7y).(3x – 7y) = (3x)^2 - (7y)^2 = 9x^2 - 49y^2$

Resolva os exercícios sobre produtos notáveis:

1) Calcule

a) $(3 + x)^2 =$
b) $(x + 5)^2 =$
c) $(x + y)^2 =$
d) $(x + 2)^2 =$
e) $(3x + 2)^2 =$
f) $(2x + 1)^2 =$
g) $(5 + 3x)^2 =$
h) $(2x + y)^2 =$
i) $(r + 4s)^2 =$
j) $(10x + y)^2 =$
k) $(x/2 + y/2)^2 =$

l) $(3y + 3x)^2 =$
m) $(-5 + n)^2 =$
n) $(-3x + 5)^2 =$
o) $(a + ab)^2 =$
p) $(2x + xy)^2 =$
q) $(a^2 + 1)^2 =$
r) $(y^3 + 3)^2 =$
s) $(a^2 + b^2)^2 =$
t) $(x + 2y^3)^2 =$

u) $( x + \frac{1}{2})^2 =$

v) $( 2x + \frac{1}{2})^2 =$

2) Calcule os produtos notáveis:

a) $( 5 – x)^2 =$

b) $(y – 3)^2 =$

c) $(x – y)^2 =$

d) $( x – 7)^2 =$

e) $(2x – 5)^2 =$

f) $(6y – 4)^2 =$

g) $(3x – 2y)^2 =$

h) $(2x – b)^2 =$

i) $(5x^2 - 1)^2 =$

j) $(x^2 - 1)^2 =$

k) $(3x + 5)^2 =$

l) $(9x^2 - 1)^2 =$

m) $(x^3 - 2)^2 =$

n) $(x – 5y^3)^2 =$

o) $(1 - mx)^2 =$

3) Calcule o produto da soma pela diferença de dois termos:

a) $(x + y) . ( x - y) =$

b) $(y – 7 ) . (y + 7) =$

c) $(x + 3) . (x – 3) =$

d) $(2x + 5 ) . (2x – 5) =$

e) $(3x – 2 ) . ( 3x + 2) =$

f) $(5x + 4 ) . (5x – 4) =$

g) $(3x + y ) (3x – y) =$

h) $( 1 – 5x) . (1 + 5x) =$

i) $(2x + 3y) . (2x - 3y) =$

j) $(7 - 6x) . ( 7 + 6x) =$

k)$( x/4 + 2/3) . ( x/4 - 2/3) =$

l) $(1 + 7x^2) . ( 1 - 7x^2) =$

m) $(3x^2 - 4 ) ( 3x^2 + 4) =$

n) $(3x^2 - y^2) . ( 3x^2 + y^2) =$

o) $(x + 1/2 ) . ( x - 1/2 ) =$

p)$(x - 2/3) . ( x + 2/3) =$

4) Desenvolva os seguintes produtos notáveis abaixo:

a) $(2a+3)^2 =$

b) $(2 + 9x)^2 =$

c) $(6x - y)^2 =$

d) $(a - 2b)^2 =$

e) $(7a +1) (7a - 1) =$

f) $(10a - bc) (10a + bc) =$

g) $(x^2 + 2a)^2 =$

h) $(x - 5) (x + 5) =$

i) $(9y + 4 ) (9y - 4) =$

j) $(m - n)^2 =$

5) Sabendo que $x^2 + y^2 = 153$ e que $xy = 36$, calcule o valor de $(x+y)^2$.

6) Qual o valor numérico da expressão $(a - 2b)^2$, sabendo-se que $a^2 + 4b^2 = 30$ e $ab = 5$.

7) Simplifique as expressões:

a) $(x+y)^2 - x^2 - y^2$

b) $(x+2)(x-7) + (x-5)(x+3)$

c) $(2x-y)^2 - 4x(x-y)$

8) A expressão $(a + b + c)^2$ é igual a

a) $a^2 + 2ab + b^2 + c^2$
b) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
c) $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc$
d) $a^2 + b^2 + c^2 + 4abc$
e) $a^2 + 2ab + b^2 + 2bc + c^2$

9) Se $x - y = 7$ e $xy = 60$, então o valor da expressão $x^2 + y^2$ é:

a) 53
b) 109
c) 169
d) 420

10) A expressão $(x - y)^2 - (x + y)^2$ é equivalente a:

a) 0
b) $2y^2$
c) $-2y^3$
d) $-4xy$

11) (TRT-2011) Indagado sobre o número de processos que havia arquivado certo dia, um Técnico Judiciário, que gostava muito de Matemática, respondeu:
- O número de processos que arquivei é igual a (12,25)^2-(10,25)^2
Chamando X o total de processos que ele arquivou, então é correto afirmar que:
a) $38 < X < 42$.
b) $X > 42$.
c) $X < 20$.
d) $20 < X < 30$.
e) $30 < X < 38$

Respostas:
5) R: 235
6) R: 10
7) R: a) $2xy$ b) $2x^2-7x-29$ c) $y^2$
8) B
9) C
10) D
11) B

# IX – FATORAÇÃO

**47) Conceito:** Fatorar um polinômio é escrevê-lo sob a forma de um produto indicado.

**Fator comum** dos termos de um polinômio é o monômio cujo coeficiente numérico é o máximo divisor comum dos coeficientes dos termos do polinômio e cuja parte literal é formada pelas letras comuns com os menores expoentes.

Apresentando um fator comum, o polinômio pode ser escrito como o produto de dois fatores: o 1º é o fator comum e o 2º é obtido dividindo-se o polinômio original pelo fator comum.

Fatorar as expressões:

a) $3a - 3b =$

b) $6x^3 - 9x^2y^2 =$

c) Fatorando o polinômio $\mathbf{4ax^2 + 8a^2x^3 + 2a^3x}$ tem-se:

$$4ax^2+8a^2x^3+2a^3x=2ax\left(\frac{4ax^2}{2ax}+\frac{8a^2x^3}{2ax}+\frac{2a^3x}{2ax}\right)=2ax\left(2x+4ax^2+a^2\right)$$

d) Fatorar: $\mathbf{5x^2y + x^4y^3 + 2x^2}$. O fator comum é $x^2$.

Assim: $5x^2y + x^4y^3 + 2x^2 = x^2\,(5y + x^2y^3 + 2)$

**Fatoração por agrupamento:**

Exemplos 1:

a) $ax + ay + bx + by=$

b) $ax - bx + 2a - 2b=$

c) $xy + 2x - 3y - 6 =$

Exemplo 2:

Sabendo que $3^a - b = 10$ e $a + c+ 3$, calcular o valor da expressão $3a^2 + 3ac - ab - bc$.

**48) Exercícios**

**(A).** Efetuar:

a) $3a^2 - 7ab + 4b^2 - 5a^2 + 3ab - 4b^2 =$

b) $\left(3xy^2 - 7x^2y + 3y^3\right) - \left(2y^3 - 8x^2y + 3xy^2\right) =$

c) $\left(7xy^2\right) * \left(-8x^2y\right) * (xy) =$

d) $(a + b + c) * (a - b) =$

e) $\left(x^3 - 3x^2y + x\right) * \left(x^2 - y\right) =$

f) $\left(6x^2 - 4x^5 + 2x^4 - 2x^2\right) : 2x =$

g) $\left(2a^2bc + 3a^3b^3c^2 - abc\right) : abc =$

h) $(x + 2)^2 + (3x - 3)^2 =$

i) $\left(3xy + 8a^2\right)^2 =$

j) $(5ab + 3c) * (5ab - 3c) =$

**(B).** Fatorar:

a) $15a^2 - 10ab =$

b) $3a^2x - 6b^2x + 12x =$

## X - CURIOSIDADE

### *O ALFABETO GREGO*

α → alfa

β → beta

γ → gama

δ → delta

ε → epsilon

ζ → zeta

η → eta

θ → teta

ι → iota

*K* → kapa

λ → lambda

μ → mi

ν → ni

ξ → csi

ο → ômicron

π → pi

ρ → ro

σ → sigma

τ → tau

υ → ipsilon

φ → fi

χ → qui

ψ → psi

ω → omega

*SIMBOLOGIA MATEMÁTICA MAIS USUAL*

a) $=$ (igual à)

b) $\neq$ (diferente de)

c) $\phi$ ou $\{\ \}$ (conjunto vazio)

d) $\in$ (pertence à)

e) $\notin$ (não pertence à)

f) $\subset$ (está contido)

g) $\not\subset$ (não está contido)

h) $\supset$ (contém)

i) $\not\supset$ (não contém)

j) $\exists$ (existe pelo menos um)

k) $\nexists$ (não existe)

l) $\exists|$ (existe e é único)

m) $|$ (tal que / tais que)

n) $\vee$ (ou)

o) $\wedge$ (e)

p) $A \cap B$ (interseção dos conjuntos $A$ e $B$)

r) $\forall$ (para todo e qualquer, qualquer que seja)

s) $\Rightarrow$ (implica)

t) $\Leftrightarrow$ (implica e a recíproca é equivalente)

u) $\therefore$ (donde se conclui)

## XI - BIBLIOGRAFIA

BONJORNO, Jose Roberto; BONJORNO, Regina F.S. Azenha; OLIVARES, Airton. **Matemática: Fazendo a Diferença** – 7º série. 1ª ed. São Paulo: FTD. 304 p. 2006.

BONJORNO, Jose Roberto; BONJORNO, Regina F.S. Azenha; OLIVARES, Airton. **Matemática: Fazendo a Diferença** – 8º série. 1ª ed. São Paulo: FTD. 320 p. 2006.

DANTE, Luis Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicações .** 3ª ed. Vol. Único. São Paulo: Ática. **736 p. 2009.**

FACCHINI, Walter. **Matemática Para a Escola de Hoje - Ensino Médio**. 1ª ed. Vol. Único. São Paulo: FTD. 736 p. 2006.

GIOVANNI, José Ruy & BONJORNO, José Roberto. **Matemática uma nova abordagem – Ensino Médio**. 2º ed. São Paulo: FTD, 2010.

MEDEIROS, Valeria Z. (coord.); CALDEIRA, André M; SILVA, Luiza M. O.;MACHADO, M. A. S. (colaboradores). Pré-Cálculo. São Paulo: Thomson Leraning, 2006.

MELLO, José Luiz Pastore. **Matemática: Construção e Significado**. 1ª ed. Vol. Único. São Paulo: Moderna. 791p. 2005.

PAIVA, Manoel Rodrigues. **Matemática**. 1ª ed. Vol. 1. São Paulo: Moderna. 488 p. 2009.