

Coleções

Listas





Livro – Matemática Discreta

Seção 7, página 41

Listas

- Uma lista pode conter elementos repetidos
- O número de elementos em uma lista é chamado seu *comprimento*
- Uma lista de comprimento dois tem um nome especial: *par ordenado*
- Uma lista de comprimento zero é chamada *lista vazia* e se denota por $()$
- Duas listas são iguais se tiverem o mesmo comprimento e os mesmos elementos nas mesmas posições
- Lista é também conhecida por upla (n-upla ou ênupla)

Contagem de listas de dois elementos

(Princípio da multiplicação) – consideramos listas de dois elementos em que há n escolhas para o primeiro elemento e, para cada uma dessas escolhas, há m escolhas do segundo elementos. Então o número de tais listas é nm

Listas mais longas

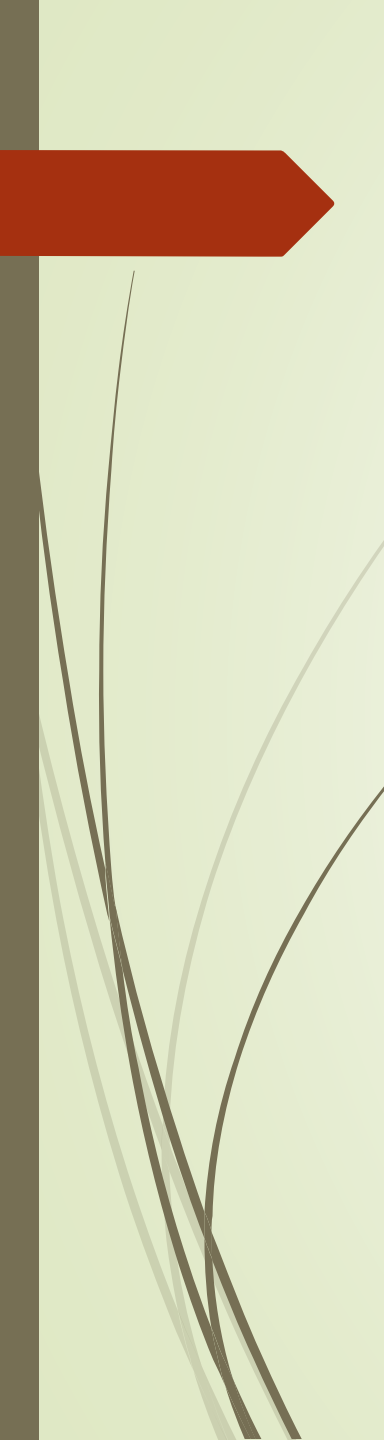
Quanto pode-se repetir os valores: n^k


Quando não se permite repetições:

$$(n)_k = n \times [n - 1] \times [n - 2] \times \dots \times [n - (k - 1)]$$

Essa notação é chamada *fatorial incompleta* e é encontrado em algumas calculadoras como:

$${}_nP_k$$

- 
1. Uma *seqüência de bits* é uma lista de 0s e 1s. Quantas seqüências de *bits* de comprimento k podem ser construídas?
 2. Os aeroportos, embora tendo nomes, têm também códigos de três letras. Por exemplo, o aeroporto que serve Baltimore é BWI, e o aeroporto em Mont Joli, Quebec, Canadá, tem o código YYY. Quantos códigos diferentes são possíveis?
 3. O sistema de ventilação de um carro tem vários controles. O controle do ventilador tem quatro posições: desligado, baixo, médio e alto. A corrente de ar pode ser ajustada de modo a provir do chão, das aberturas ou do degelador. O botão do condicionador de ar pode estar ligado ou desligado. O controle de temperatura tem as posições frio, fresco, aquecido ou quente. E, finalmente, o botão de recirculação pode estar ligado ou desligado.
De quantas maneiras diferentes podemos fixar esses vários controles?





Solução esperada:

1) $n^k \rightarrow 2^k$

2) $n^k \rightarrow 26^3$

3) Ventilador = 4, Corrente ar = 3, condicionador = 2, controle temp = 4, recirculação = 2
192 combinações

- 
- 
4. Meu *compact disc player* tem espaço para 5 CDs; há cinco bandejas numeradas de 1 a 5 em que coloco os CDs. Possuo 100 CDs.
- a) De quantas maneiras o CD player pode ser carregado, se todas as bandejas são ocupadas por CDs?
 - b) De quantas maneiras o CD player pode ser carregado se eu coloco apenas um CD na máquina?
5. O leitor tem três anéis diferentes, e usa todos eles, mas não mais de um anel em cada dedo, e nenhum nos polegares. De quantas maneiras o leitor pode usar seus anéis? (Admita que cada anel se ajuste em qualquer dedo.)

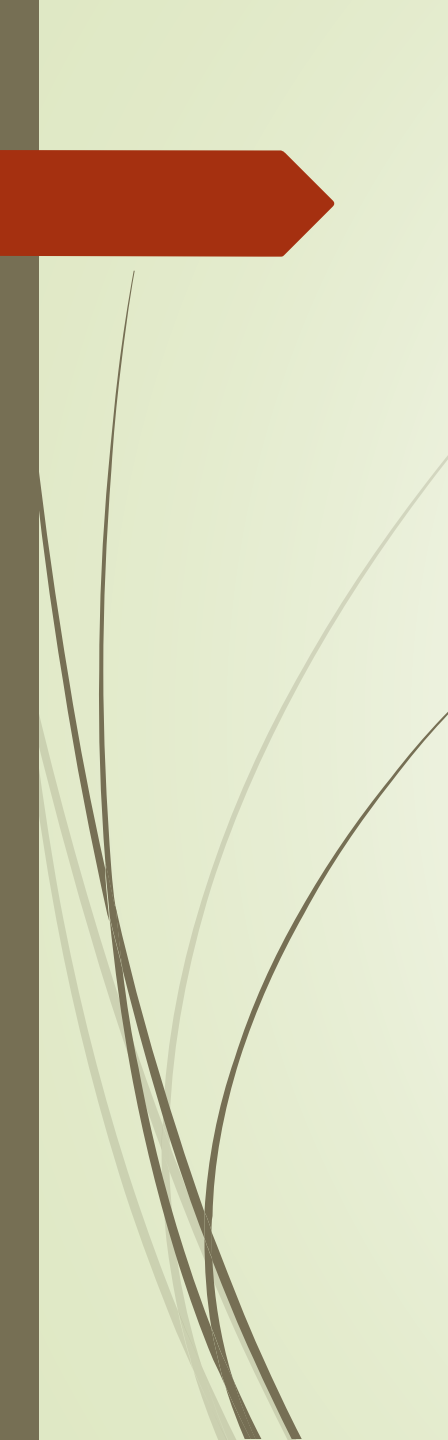
Solução esperada:

1)

- a) De quantas maneiras o CD player pode ser carregado, se todas as bandejas são ocupadas por CDs? $(n)_k = (100)_5 = {}_{100}P_5 = 100P_5 = 9.034.502.400$
- b) De quantas maneiras o CD player pode ser carregado se eu coloco apenas um CD na máquina? $100 \times 5 = 500$

2)

$${}_{100}P_k = {}_8P_3 = 336$$

- 
6. De quantas maneiras podem uma torre preta e uma torre branca ser colocadas em um tabuleiro de xadrez, de maneira que nenhuma esteja em posição de ataque à outra? (Em outras palavras, elas não podem estar ambas na mesma linha ou na mesma coluna do tabuleiro. O tabuleiro padrão de xadrez tem 8×8 casas.)
 7. As placas de licença de carros em certo estado dos Estados Unidos consistem em seis elementos: os três primeiros são letras maiúsculas (A-Z) e os últimos três são algarismos (0-9).
 - a) Quantas placas de licença são possíveis?
 - b) Quantas placas de licença são possíveis, se nenhum elemento pode ser repetido na mesma placa?
 8. Um número de telefone (nos Estados Unidos e no Canadá) é composto de 10 algarismos, onde o primeiro algarismo não pode ser nem 0 nem 1. Quantos números de telefone são possíveis?

Solução esperada:

- 6) De quantas maneiras podem uma torre preta e uma torre branca ser colocadas em um tabuleiro de xadrez, de maneira que nenhuma esteja em posição de ataque à outra? (Em outras palavras, elas não podem estar ambas na mesma linha ou na mesma coluna do tabuleiro. O tabuleiro padrão de xadrez tem 8×8 casas.)

Primeira torre = 64 posições

Segunda torre = $64 - (8+7) = 48$

Resultado = 3072

- 7) a) Quantas placas de licença são possíveis? $n^k \rightarrow 26^3 \times 10^3 = 17.576.000$
b) Quantas placas de licença são possíveis, se nenhum elemento pode ser repetido na mesma placa? ${}_nP_k = {}_{26}P_3 \times {}_{10}P_3 = 11.232.000$

- 8) Um número de telefone (nos Estados Unidos e no Canadá) é composto de 10 algarismos, onde o primeiro algarismo não pode ser nem 0 nem 1. Quantos números de telefone são possíveis?

$n^k \rightarrow 10^9 \times 8$

9. Um número de inscrição no Seguro Social dos Estados Unidos é composto de nove algarismos. O(s) primeiro(s) algarismo(s) pode(m) ser 0.

- a) Quantos números do Seguro Social são possíveis?
- b) Quantos deles são pares?
- c) Quantos têm todos os algarismos pares?
- d) Quantos podem ser lidos igualmente para trás e para a frente (por exemplo, 122070221)?
- e) Quantos não têm nenhum de seus algarismos igual a 8?
- f) Quantos têm ao menos um algarismo igual a 8?
- g) Quantos têm exatamente um 8?

A palavra *caractere* (*elemento*) significa uma letra ou um algarismo.

10. Um sistema de computador permite atribuir nomes aos arquivos utilizando qualquer combinação de maiúsculas (A-Z) e de algarismos (0-9), mas o número de caracteres no nome do arquivo deve ser no máximo oito (e deve haver ao menos um caractere no nome do arquivo). Por exemplo, x23, w, 4AA e ABCD1234 são nomes de arquivo válidos, mas w-23 e WONDERFUL não são válidos (o primeiro tem um elemento inadequado, e o segundo é demasiadamente longo). Quantos nomes de arquivo diferentes são possíveis nesse sistema?

9. Um número de inscrição no Seguro Social dos Estados Unidos é composto de nove algarismos. O(s) primeiro(s) algarismo(s) pode(m) ser 0.
- a) Quantos números do Seguro Social são possíveis? 10^9
 - b) Quantos deles são pares? $10^9/2$
 - c) Quantos têm todos os algarismos pares? 5^9
 - d) Quantos podem ser lidos igualmente para trás e para frente (por exemplo, 122070221)? 10^5
 - e) Quantos não têm nenhum de seus algarismos igual a 8? 9^9
 - f) Quantos têm ao menos um algarismo igual a 8? $10^9 - 9^9 = 61257951$

São todas as possibilidades do item a exceto o item e (9^9) que atendem a condição de ter ao menos um algarismo igual a 8.

- g) Quantos têm exatamente um 8? $9 \cdot 9^8 = 9^9$

10. Um sistema de computador permite atribuir nomes aos arquivos utilizando qualquer combinação de maiúsculas (A-Z) e de algarismos (0-9), mas o número de caracteres no nome do arquivo deve ser no máximo oito (e deve haver ao menos um caractere no nome do arquivo). Por exemplo, X23, W, 4AA e ABDD1234 são nomes de arquivo válidos, mas W-23 e WONDERFUL não são válidos (o primeiro tem um elemento inadequado, e o segundo é demasiadamente longo).

Quantos nomes de arquivo diferentes são possíveis nesse sistema?

A palavra caractere (elemento) significa uma letra ou um algarismo.

1º caracteres = (26 caracteres + 10 números) = 36 sinais

2º até 8º caracteres = (26 caracteres + 10 números + 1 nulo) = 37 sinais x 7

⇒ 36×37^7

11. Quantos números de cinco algarismos existem que não tenham dois algarismos consecutivos iguais? Por exemplo, podemos considerar 12104 e 12397, mas não 6321 (não tem cinco algarismos) nem 43356 (tem dois 3 consecutivos).

Nota: O primeiro algarismo não pode ser 0.

12. Um cadeado tem os algarismos 0 a 9 dispostos em círculo em sua face. Uma combinação para esse cadeado tem comprimento de quatro algarismos. Em virtude de sua mecânica interna, dois algarismos consecutivos na combinação não podem ser iguais, nem ser adjacentes na face do cadeado. Por exemplo, 0-2-7-1 é uma combinação válida, mas nem 0-4-4-7 (algarismo 4 repetido), nem 3-0-9-5 (0-9 algarismos adjacentes) são permitidas.

Quantas combinações são possíveis?



13. Uma prateleira contém 20 livros. De quantas maneiras diferentes esses livros podem ser dispostos na prateleira?

Solução Esperada:

11. Quantos números de cinco algarismos existem que não tenham dois algarismos consecutivos iguais? Por exemplo, podemos considerar 12104 e 12397, mas não 6321 (não tem cinco algarismos) nem 43356 (tem dois 3 consecutivos).

Nota: O primeiro algarismo não pode ser 0.

1º caracteres = 9 números

2º até 5º caracteres = 9 números

$$= 9^5 = 65610$$

12)

1º caracteres = 10 números

2º até 4º caracteres = 8 números

$$= 10 * 8^3 = 5120$$

13. Uma prateleira contém 20 livros. De quantas maneiras diferentes esses livros podem ser dispostos na prateleira?

$${}_{n-k}P_k \rightarrow {}_{20}P_{20} \text{ ou } 20!$$