



Gabarito

Prova 1

Conteúdos:

Teoria dos conjuntos:

- Listas
- Fatorial
- Subconjuntos
- Quantificadores
- Operações sobre conjuntos

Questão 1 (1,0): As placas de licença de carros no Brasil consistem em sete elementos: os três primeiros são letras maiúsculas (A-Z) e o últimos quatro são algarismos (0-9).

a) Quantas placas de licença, com as iniciais BRA são possíveis?

$$\underline{BRA} \cdot \underline{10} \cdot \underline{10} \cdot \underline{10} \cdot \underline{10} = 10^4 = \underline{10\,000}$$

b) Quantas placas de licença são possíveis, se nenhum elemento pode ser repetido na mesma placa?

$$\underline{26} \underline{25} \underline{24} \cdot \underline{10} \underline{9} \underline{8} \underline{7} = \underline{78\,624\,000}$$

Questão 2 (1,0): Um número de telefone (nos Estados Unidos e no Canadá) é composto de 10 algarismos, onde o primeiro algarismo não pode ser 0 nem 1. Quantos números de telefones são possíveis?

$$\underline{8} \cdot \underline{10^9} = \underline{8\,000\,000\,000}$$

Questão 3 (2,0): Considere a palavra SOFTWARE.

a) Quantos são os anagramas dessa palavra?

$$\underline{P_8 = 8! = 40\,320}$$

b) Quantos começam com a letra S?

$$\frac{1}{5} \cdot 7! = 5040$$

c) Quantos terminam por vogal?

$$7! \cdot 3 = 15120$$

d) Quantos apresentam as letras WARE juntas e nessa ordem?

$$5! = 120$$

e) Quantos apresentam as letras WARE juntas e em qualquer ordem?

$$5! \cdot 4! = 2880$$

Questão 4 (1,0): Calcule os seguintes produtos:

$$a) \prod_{k=1}^4 (5k-1) = 4 \cdot 9 \cdot 14 \cdot 19 = 9576$$

$$b) \prod_{k=1}^5 (3k+2) = 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot 17 = 104720$$

Questão 5 (1,0): Complete cada expressão a seguir escrevendo \in ou \subseteq :

$$a) 2 \subseteq \{1,2,3\}$$

$$b) \{2\} \subseteq \{1,2,3\}$$

$$c) \{2\} \in \{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$$

$$d) \emptyset \subseteq \{1,2,3\}$$

$$e) \mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$$

$$f) \{2\} \subseteq \mathbb{Z}$$

$$g) \{2\} \in 2^{\mathbb{Z}}$$

Questão 6 (1,0): Seja $x \in \mathbb{Z}$, determine o valor verdade, como verdadeiro (V) ou falso (F), de cada uma das seguintes proposições:

- a) $\forall x(|x| = x)$ F, pois $|-2| = 2$ e $-2 \neq 2$
 b) $\exists x(x^2 = x)$ \checkmark
 c) $\exists x(|x| = 0)$ \checkmark
 d) $\exists x(x + 2 = x)$ F, pois $2 \neq 0$
 e) $\forall x(x + 1 > x)$ \checkmark

Questão 7 (1,0): Qual a cardinalidade dos seguintes conjuntos:

- a. \emptyset
 b. $\{\emptyset\}$
 c. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}, \emptyset\}\}$

- d. $\{x \in \mathbb{Z}: \text{tal que } x^2 < 15\}$
 e. $2^{\{x \in \mathbb{N}: \text{tal que } 2|x \text{ e } x < 7\}}$

- a) 0
 b) 1
 c) 3
 d) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \rightarrow \text{Card.} = 7$
 e) $2^{\{0, 2, 4, 6\}} \rightarrow \text{Card.} = 16$

Questão 8 (1,0):

Sejam $A = \{2, 3, 5, 6\}$ e $B = \{1, 3, 4\}$ e $C = \{x \in \mathbb{Z}: 2 \leq x \leq 4\}$, encontre:

- a) $A \cup \emptyset = A$ $C = \{2, 3, 4\}$
 b) $A \cap B \cap C = \{3\} \cap C = \{3\}$
 c) $B - C = \{1\}$
 d) $2^{B \cap C} = 2^{\{3, 4\}} = \{\emptyset, \{3\}, \{4\}, \{3, 4\}\}$

Questão 9 (1,0): Seja o conjunto $A = \{2, 4, 8\}$, determine o conjunto potência de A , denotado por 2^A .

$$2^A = \{\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{8\}, \{2, 4\}, \{2, 8\}, \{4, 8\}, \{2, 4, 8\}\}$$