Atividade 8 – Introdução a Teoria dos Códigos

Gabarito

1) (6,0) Na palavra binária

011110000000?001110000?001100110010101110000000000?01110

Codificou-se uma data. O sistema utilizado consistiu em escrevê-la primeiro na forma de 6 dígitos decimais seguidos (por exemplo, 290296 quer dizer 29 de Fevereiro de 1996) e passar esse número para a base 2 (no exemplo acima 290296 transforma-se em 1000110110111111000) e em seguida codificar de acordo com a regra:

$$\{0,1\}^2 \to C \subset \{0,1\}^6$$
$$00 \to 000000$$
$$01 \to 001110$$
$$10 \to 111000$$
$$11 \to 110011$$

Na palavra recebida há 3 bits que não se conhecem (foram apagados) e possivelmente outros que estão trocados.

a) Encontre os 3 bits apagados;

01111000000?001110000?0011001100101011100000000000?01110

$$\underbrace{011110}_{erro}\ \underbrace{000000}_{00}\ \underbrace{001110}_{01}\ \underbrace{000000}_{00}\ \underbrace{110011}_{11}\ \underbrace{001010}_{erro}\ \underbrace{111000}_{10}\ \underbrace{000000}_{00}\ \underbrace{001110}_{01}$$

Bits apagados da esquerda para a direita

0, 0 e 0

b) Quantos bits e em que posições estão errados?

$$\underbrace{011110}_{erro}\ \underbrace{000000}_{00}\ \underbrace{001110}_{01}\ \underbrace{000000}_{00}\ \underbrace{110011}_{11}\ \underbrace{001010}_{erro}\ \underbrace{111000}_{10}\ \underbrace{000000}_{00}\ \underbrace{001110}_{01}$$

001110 001110

Resp.: 2 bits, 2ª e 34ª posições

c) De que data se trata?

$$\underbrace{011110}_{01}\underbrace{000000}_{00}\underbrace{001110}_{01}\underbrace{000000}_{00}\underbrace{110011}_{11}\underbrace{001110}_{01}\underbrace{111000}_{10}\underbrace{000000}_{00}\underbrace{001110}_{01}$$

$$= 1 + 2^5 + 2^6 + 2^8 + 2^9 + 2^{12} + 2^{16} = 1 + 32 + 64 + 256 + 512 + 4096 + 65536 =$$
$$= 70497\ (7\ de\ abril\ de\ 1997)$$

2) (2,0) Considere o código $C = \{01101, 00011, 10110, 11000\}$. Usando descodificação por distância mínima, descodifique as seguintes palavras recebidas:

a) 00000
$\rightarrow d(00000, 01101) = 3$
$\rightarrow d(00000, 00011) = 2$
$\rightarrow d(00000, 10110) = 3$
$\rightarrow d(00000, 11000) = 2$

Portanto as palavras recebidas, após a descodificação são 00011 ou 11000 que pertencem a C

b) 01111

$\rightarrow d(01111, 01101) = 1$
$\rightarrow d(01111, 00011) = 2$
$\rightarrow d(01111, 10110) = 3$
$\rightarrow d(01111, 11000) = 4$

Portanto a palavra recebida, após a descodificação é 01101 que pertencem a C

c) 01101

$\rightarrow d(01101, 01101) = 0$
$\rightarrow d(01101, 00011) = 3$
$\rightarrow d(01101, 10110) = 4$
$\rightarrow d(01101, 11000) = 3$

Portanto a palavra recebida, após a descodificação é 01101 que pertencem a C

d) 11001

$\rightarrow d(11001, 01101) = 2$
$\rightarrow d(11001, 00011) = 3$
$\rightarrow d(11001, 10110) = 3$
$\rightarrow d(11001, 11000) = 1$

Portanto a palavra recebida, após a descodificação é 11000 que pertencem a C

3) (2,0) Considere um canal binário com probabilidade de troca de símbolos

$$P(recebido\ 1|enviado\ 0) = 0{,}3 \qquad e \qquad P(recebido\ 0|enviado\ 1) = 0{,}2.$$

Se for usado o código binário {000,101,111} para enviar uma mensagem através desse canal, descodifique, usando máxima verossimilhança, as palavras recebidas:

a) 010

$$P(010|000) =$$
$$P(recebido\ 0|enviado\ 0).P(recebido\ 1|enviado\ 0).P(recebido\ 0|enviado\ 0) =$$
$$= 0{,}5.0{,}3.0{,}5 = 0{,}075 = 7{,}5\%$$

$$P(010|101) =$$
$$P(recebido\ 0|enviado\ 1).P(recebido\ 1|enviado\ 0).P(recebido\ 0|enviado\ 1) =$$
$$= 0{,}2.0{,}3.0{,}2 = 0{,}012 = 1{,}2\%$$

$$P(010|111) =$$
$$P(recebido\ 0|enviado\ 1).P(recebido\ 1|enviado\ 1).P(recebido\ 0|enviado\ 1) =$$
$$= 0{,}2.0{,}5.0{,}2 = 0{,}02 = 2\%$$

Portanto, após a descodificação por máxima verossimilhança a mensagem enviada foi 0000.

b) 011

$$P(011|000) =$$
$$P(recebido\ 0|enviado\ 0).P(recebido\ 1|enviado\ 0).P(recebido\ 1|enviado\ 0) =$$
$$= 0{,}5.0{,}3.0{,}3 = 0{,}045 = 4{,}5\%$$

$$P(011|101) =$$
$$P(recebido\ 0|enviado\ 1).P(recebido\ 1|enviado\ 0).P(recebido\ 1|enviado\ 1) =$$
$$= 0{,}2.0{,}3.0{,}5 = 0{,}03 = 3\%$$

$$P(011|111) =$$
$$P(recebido\ 0|enviado\ 1).P(recebido\ 1|enviado\ 1).P(recebido\ 1|enviado\ 1) =$$
$$= 0{,}2.0{,}5.0{,}5 = 0{,}05 = 5\%$$

Portanto, após a descodificação por máxima verossimilhança a mensagem enviada foi 111.

c) 001

$$P(001|000) =$$
$$P(recebido\ 0|enviado\ 0).P(recebido\ 0|enviado\ 0).P(recebido\ 1|enviado\ 0) =$$
$$= 0{,}5.0{,}5.0{,}3 = 0{,}075 = 7{,}5\%$$

$$P(001|101) =$$
$$P(recebido\ 0|enviado\ 1).P(recebido\ 0|enviado\ 0).P(recebido\ 1|enviado\ 1) =$$
$$= 0{,}2.0{,}5.0{,}5 = 0{,}05 = 5\%$$

$$P(001|111) =$$
$$P(recebido\ 0|enviado\ 1).P(recebido\ 0|enviado\ 1).P(recebido\ 1|enviado\ 1) =$$
$$= 0{,}2.0{,}2.0{,}5 = 0{,}02 = 2\%$$

Portanto, após a descodificação por máxima verossimilhança a mensagem enviada foi 000.

d) 110

$$P(110|000) =$$
$$P(recebido\ 1|enviado\ 0).P(recebido\ 1|enviado\ 0).P(recebido\ 0|enviado\ 0) =$$
$$= 0{,}3.0{,}3.0{,}5 = 0{,}045 = 4{,}5\%$$

$$P(110|101) =$$
$$P(recebido\ 1|enviado\ 1).P(recebido\ 1|enviado\ 0).P(recebido\ 0|enviado\ 1) =$$
$$= 0{,}5.0{,}3.0{,}2 = 0{,}03 = 3\%$$

$$P(110|111) =$$
$$P(recebido\ 1|enviado\ 1).P(recebido\ 1|enviado\ 1).P(recebido\ 0|enviado\ 1) =$$
$$= 0{,}5.0{,}5.0{,}2 = 0{,}05 = 5\%$$

Portanto, após a descodificação por máxima verossimilhança a mensagem enviada foi 111.