INSTITUTO FEDERAL
Catarinense
Campus Videira

PROVA DE MATEMÁTICA DISCRETA
Curso: **Bacharelado em Ciência da Computação** – 2ª fase

Gabarito

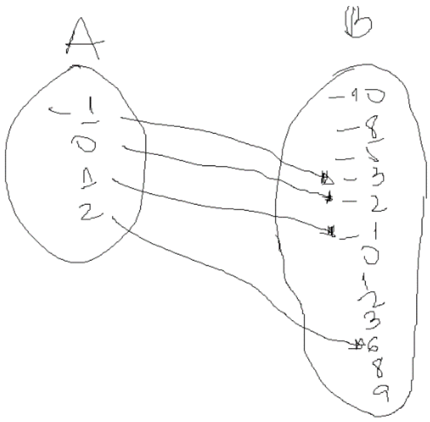
Prova 3

Conteúdos:

Funções
- Relações e Funções
- Composição
- Permutações e Simetrias

1) (1,0) Dado os conjuntos A = { -2, -1, 0, 1, 2} e B = { -10,-8,-5,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3, 6, 8,9} e as relações definidas abaixo, identifique as que são funções;

a) R_1 = {(x,y) ∈ AXB/ $y = x^3 - 2$}

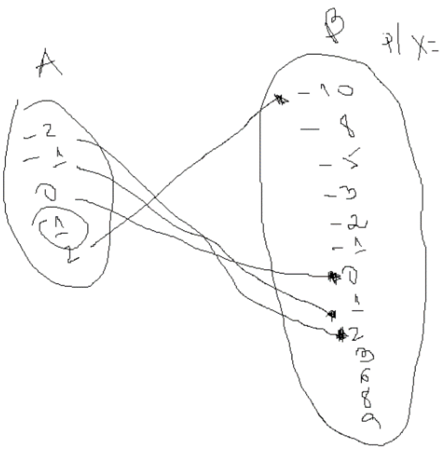


R = {(-1,-3), (0,-2), (1,-1), (2,6)}

é função

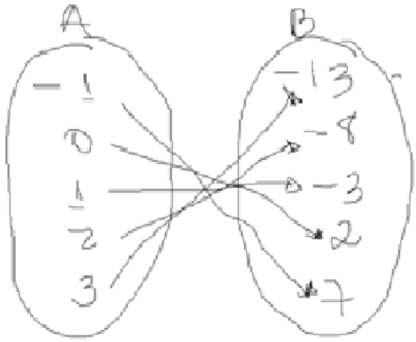
b) R_2 ={(x,y) ∈ AXB/ $y = -x^2 - 3x$}

∃ x=1 ∄ y → Não é função



2) (0,5) Dados os conjuntos A ={ - 1, 0, 1, 2, 3} e B = { -13,-8,-3, 2, 7} e a função f: A→B definida por $y = -5x + 2$ verifique se a função é bijetora e em caso afirmativo determine f^{-1}.

ıu-



Injetora e sobrejetora

$\rightarrow$ bijetora

$f^{-1} = \{(7,-1), (2,0), (-3,1), (-8,2), (-13,3)\}$

$x = -5y+2 \rightarrow x-2 = -5y$

$\rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}}$

3) (2,0) Dada as funções f(x) = 2x – 3, g(x) = -5x + 4 e $h(x) = 3x^2 - 2$ determine:

a) $f \circ g(x) =$

$f(g(x)) = 2.(-5x+4) - 3 = -10x + 8 - 3 = -10x + 5$

b) $f \circ g(3) =$

$f(g(3)) = -25$

c) $g \circ h(x) =$

$g(h(x)) = -5.(3x^2 - 2) + 4 = -15x^2 + 10 + 4 = -15x^2 + 14$

d) $g \circ h(2) =$

$g(h(2)) = -15.2^2 + 14 = -60 + 14 = \boxed{-46}$

e) $f \circ f(1) =$

$f(1) = 2.1 - 3 = -1$

$\rightarrow f(f(1)) = 2.(-1) - 3 = -2 - 3 = \boxed{-5}$

4) (0,5) Dada as funções $f(x) = \lceil x \rceil$ e $g(x) = 3x^2 - 1$ determine:

a) $f_o g(-0,3)$

$g(-0,3) = 3.(-0,3)^2 - 1 = 3.0,09 - 1 = -0,73$

$f(g(-0,3)) = f(-0,73) = \boxed{0}$

b) $f_o g(1,5)$

$g(1,5) = 3.(1,5)^2 - 1 = 6,75 - 1 = 5,75$

$f(5,75) = \lceil 5,75 \rceil = \underline{6}$

5) (1,0) Escreva cada uma das permutações a seguir na forma de ciclos disjuntos:

$a) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 6 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

$= (1,3,4,6)\,(2)\,(5)$

$b)\ f = \{(1,3), (2,5), (3,1)(4,2), (5,4), (6,6)\}$

$= (1,3)\,(2,5,4)\,(6)$

6) (2,0) Encontre o resultado das composições a seguir:

$a) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 4 & 6 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 5 \end{bmatrix} = (1,2,3,4,6,5)$$

$b)\{(1,2),(2,1),(3,4),(4,3),(5,5)\} \circ \{(1,5),(2,3),(3,4),(4,2),(5,1)\}$

$$= \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,1),(5,2)\}$$

$$= (1,5,2,4)(3)$$

$c)\ (1)(2,3,4)(5) \circ (1,3,5)(2,4)$

$$= (1,4,3,5)(2)$$

d) (1,2) (3) (4) (5,6) ∘ (1,2,3) (4,5)

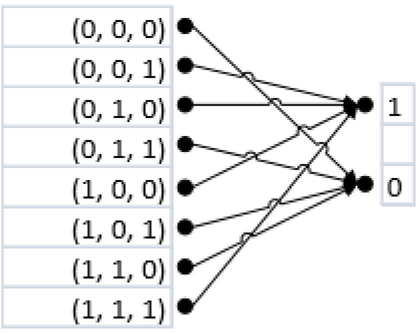
$$= (1)(2,3)(4,6,?)$$

$\nexists$ solução

7) (0,5) A tabela verdade de um arranjo de portas lógicas pode ser considerado uma função, veja o exemplo:

Entrada			Saída
x_1	x_2	x_3	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Tabela verdade



Representação gráfica

Para esse exemplo, a função é $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3)\ mod\ 2$. Onde mod representa resto da divisão. Represente através de tabela o resultado das seguintes expressões:

a) $f(x_1, x_2, x_3) = (-3x_1 + 2x_2 - 2x_3)\ mod\ 2$

$f(0,0,0) = 0 \bmod 2$	0
$f(0,0,1) = -2 \bmod 2$	0
$f(0,1,0) = 2 \bmod 2$	0
$f(0,1,1) = 0 \bmod 2$	0
$f(1,0,0) = -3 \bmod 2$	1
$f(1,0,1) = -5 \bmod 2$	1
$f(1,1,0) = -1 \bmod 2$	1
$f(1,1,1) = -3 \bmod 2$	1

b) $f(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 . x_2 - 2x_3)\ mod\ 2$

$f(0,0,0) = 0 \bmod 2$	0
$f(0,0,1) = -2 \bmod 2$	0
$f(0,1,0) = 0 \bmod 2$	0
$f(0,1,1) = -2 \bmod 2$	0
$f(1,0,0) = 0 \bmod 2$	0
$f(1,0,1) = -2 \bmod 2$	0
$f(1,1,0) = 3 \bmod 2$	1
$f(1,1,1) = -1 \bmod 2$	1

8) (1,5) Sejam $\pi, \sigma \in S_9$ dadas por

$$\pi = (1,5,3,9,6,2,4,7,8)$$
$$\sigma = (1,3)(2,4,5)(6,7)(8,9)$$

Calcule:

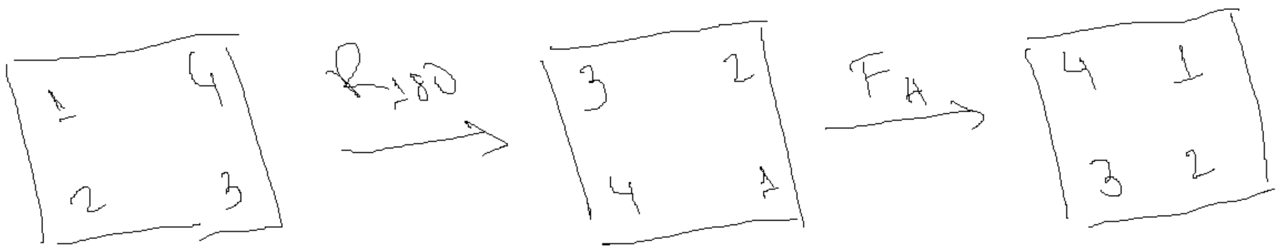
a) $\pi \circ \sigma$

$$=(1,9)(2,7)(3,5,4)(6,8)$$

b) $\sigma \circ \pi$

$$=(1,2,5)(3,8)(4,6)(7,9)$$

9) (1,0) Por meio de simetrias entre quadrados resolva por ilustrações (figuras) ou por cálculo de permutações a seguinte composição $F_H{}^\circ R_{180}$.



$$(1,2)(3,4)\circ(1,3)(2,4)=(1,4)(2,3)$$

$$F_H \circ R_{180} = F_V$$