

Teorema Fundamental do Cálculo

Se $f(x)$ é contínua sobre um intervalo fechado $[a, b]$ e se $F(x)$ é qualquer antiderivada de $f(x)$, isto é $\frac{d}{dx} F(x) = f(x)$, ou de maneira equivalente,

$$\int f(x) dx = F(x)$$

então

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Notação para a Integral Definida

limite superior de integração

Simbolo de
Integração
(integral)

$$\int_a^b f(x) dx$$

integrando

Variável de integração
(diferencial)

Limite inferior de integração

INTEGRAL DEFINIDA

Seja f uma função e F uma primitiva de f .

A integral definida de f de a até b é o número real representado por $\int_a^b f(x)dx$ e calculado por $F(b) - F(a)$.

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

E1) Calcule:

$$1) \int_0^3 x^2 dx$$

$$2) \int_{-1}^1 (1-x)^4 dx$$

E1) 1) 9

2) $\frac{32}{5}$

Propriedades da Integral Definida

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

$$\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \cdot \int_a^b f(x)dx$$

$$\int_a^b (g(x) \pm f(x))dx = \int_a^b g(x)dx \pm \int_a^b f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$$

Se $f(x) \leq g(x)$ sobre $[a, b]$, então $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$

E2) Calcule:

$$1) \int_0^1 (x^4 - 3x^3 + 1) dx$$

$$2) \int_{-1}^0 (3x^5 - 3x^2 + 2x) dx$$

$$3) \int_2^5 (2 + 2u + 3u^2) du$$

$$4) \int_1^9 \left(\sqrt{t} - \frac{1}{\sqrt{t}} \right) dt$$

$$5) \int_0^2 x^2 (x - 1) dx$$

$$6) \int_2^1 \frac{t+1}{t^2} dt$$

$$7) \int_1^2 (2x - 4)^5 dx$$

$$8) \int_4^2 (2x - 6)^4 dx$$

$$9) \int_0^1 8x(x^2 + 1)^3 dx$$

$$10) \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{6u+1}} du$$

$$11) \int_1^2 \frac{x^2}{(x^3 + 1)^2} dx$$

E2) 1) $\frac{9}{20}$	2) $-5/2$	3) 144	4) $\frac{40}{3}$	5) $\frac{4}{3}$	6) $-\frac{1}{2} - \ln 2$	7) $-\frac{16}{3}$	8) $-\frac{32}{5}$	9) 15
10) $\frac{4}{3}$	11) $\frac{7}{54}$	12) $\frac{7}{6}$	13) $\frac{13}{2}$	14) $\frac{2}{3}$	15) $2\sqrt{2} - 2$	16) $-\frac{1}{2}$	17) 25	18) $\frac{34}{3}$

Fórmulas de Integração Básica

$$\int dx = \int 1 dx = x + c$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad n \neq -1, n \text{ racional}$$

$$\int \operatorname{sen} x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \operatorname{sen} x + c$$

$$\int \sec^2 x dx = \operatorname{tg} x + c$$

$$\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot g x + c$$

$$\int \sec x \operatorname{tg} x dx = \sec x + c$$

$$\int \operatorname{cosec} x \cot g x dx = -\operatorname{cosec} x + c$$

$$\int e^{kx} dx = \frac{1}{k} e^{kx} + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c, \quad x > 0$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \operatorname{arcsen} \frac{x}{a} + c$$

$$\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$$

$$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arcsec} \frac{x}{a} + c$$

$$\int a^x dx = \left(\frac{1}{\ln a} \right) a^x + c \quad a > 0, a \neq -1$$