

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

| | | |
|-----|--|----|
| 1 | INTRODUÇÃO..... | 2 |
| 2 | O SISTEMA DECIMAL..... | 2 |
| 3 | O SISTEMA BINÁRIO..... | 4 |
| 3.1 | CONVERSÃO DE BINÁRIO PARA DECIMAL..... | 5 |
| 3.2 | CONVERSÃO DE DECIMAL PARA BINÁRIO..... | 7 |
| 4 | O SISTEMA OCTAL..... | 8 |
| 4.1 | CONVERSÃO DE OCTAL PARA DECIMAL..... | 9 |
| 4.2 | CONVERSÃO DE DECIMAL PARA OCTAL..... | 10 |
| 5 | O SISTEMA HEXADECIMAL..... | 12 |
| 5.1 | CONVERSÃO DE HEXADECIMAL PARA DECIMAL..... | 12 |
| 5.2 | CONVERSÃO DE DECIMAL PARA HEXADECIMAL..... | 14 |
| 6 | CONVERSÕES ENTRE BINÁRIO, OCTAL E HEXADECIMAL..... | 16 |
| 6.1 | CONVERSÃO BINÁRIO – HEXADECIMAL..... | 16 |
| 6.2 | CONVERSÃO HEXADECIMAL – BINÁRIO..... | 18 |
| 6.3 | CONVERSÃO BINÁRIO – OCTAL..... | 19 |
| 6.4 | CONVERSÃO OCTAL-BINÁRIO..... | 20 |
| 7 | ATIVIDADES..... | 22 |
| 8 | REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 24 |

No material de hoje vamos estudar os Sistemas de Numeração. Atualmente nós utilizamos um sistema de numeração decimal mas, a princípio, a base do sistema de numeração pode ser um número qualquer. Os babilônios antigos usavam um sistema de base 60 cujos vestígios encontramos ainda hoje na medição de ângulos e nos relógios, por exemplo. Vamos estudar aqui os sistemas de numeração Binário, Octal e Hexadecimal.



1 INTRODUÇÃO

Define-se como sistema de numeração o conjunto de símbolos utilizados para a representação de quantidades e as regras que definem a forma de representação.

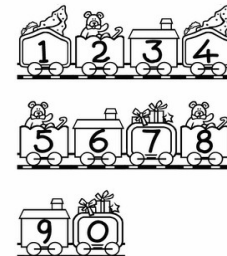
Um sistema de numeração é determinado fundamentalmente pela base, que é o número de símbolos utilizados.

A base é o coeficiente que determina qual o valor de cada símbolo de acordo com sua posição.

Os sistemas de numeração são sistemas posicionais, em que o valor relativo de cada símbolo ou algarismo representa depende do seu valor absoluto e da sua posição em relação a vírgula decimal.

2 O SISTEMA DECIMAL

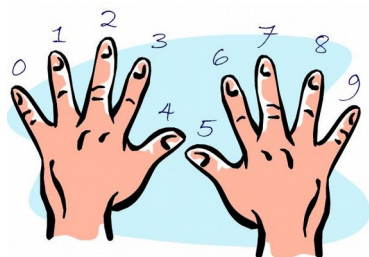
Vamos recordar como funciona o sistema decimal. O sistema de numeração decimal é o que utilizamos no nosso dia a dia e parece que ele é natural sem regras, mas não é assim. Ele tem símbolos e regras que a gente aprende lá no ensino fundamental mas que se tornam tão natural que nem lembramos mais. Vamos então estudá-lo!!!!



O sistema de numeração decimal foi concebido pelos hindus e divulgado no ocidente pelos árabes, por isso, é também chamado de “sistema de numeração indo arábico”.

O quadro ao lado mostra a evolução do sistema de numeração decimal até hoje.

| | | | | | | | | | | |
|----------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| HINDU 300 a.C | - | = | ≡ | 𑆫 | 𑆪 | 𑆩 | 𑆨 | 𑆧 | 𑆦 | 𑆥 |
| HINDU 500 d.C | 𑆧 | 𑆨 | 𑆩 | 𑆪 | 𑆫 | (| 𑆬 | 𑆭 | 𑆮 | 𑆯 |
| ÁRABE 900 d.C | 1 | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ٠ |
| ÁRABE (ESPANHOLA) 1000 d.C | 1 | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ٠ |
| ITALIANO 1400 d.C | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| ATUAL | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |



A base do sistema decimal é o número 10,
com a utilização dos seguintes símbolos:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Como é um sistema posicional, mesmo tendo poucos símbolos, é possível representar todos os números.

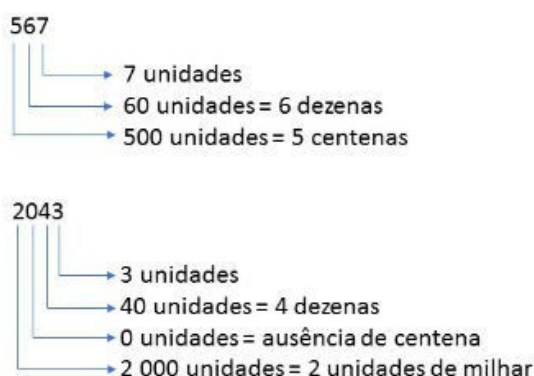
As quantidades são agrupadas de 10 em 10, e recebem as seguintes denominações:

10 unidades = 1 dezena

10 dezenas = 1 centena

10 centenas = 1 unidade de milhar, e assim por diante

Exemplos:



Cada posição representa uma potência de dez.

Assim, 23.457 significa:

$$2 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 7 \times 10^0.$$

Agora já lembramos como funciona o sistema de numeração decimal,
é importante entendermos este, porque todos os outros funcionam
exatamente da mesma forma.



3 O SISTEMA BINÁRIO

O sistema de numeração binário é o sistema de numeração utilizado pelos computadores, tudo é basicamente 0 (não) e 1 (sim), desligado (não) e ligado (sim).

Cabe ao sistema operacional traduzir tudo o que você faz para essa linguagem binária que é passada para o computador, que por sua vez pode fazer o que você quer.



O antigo matemático indiano Pingala apresentou a primeira descrição conhecida de um sistema binário no século III AC, que coincidiu com a descoberta do conceito de zero.

Em 1605 Francis Bacon falou de um sistema em que o alfabeto poderia ser reduzido para sequências de dígitos binários.

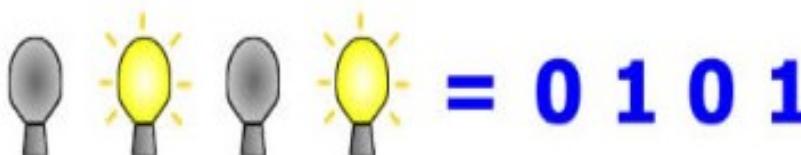
O sistema binário moderno foi documentado na totalidade por Leibniz no século XVII, em seu artigo "Explicação de l'Arithmétique Binaire". Leibniz utilizava a 0 e 1, como o atual sistema de numeração binário.

A base do sistema binário é o número 2, com a utilização dos seguintes símbolos: 0 e 1

É o sistema de numeração utilizado pelos computadores devido sua fácil representação dos circuitos eletrônicos:

0 – ausência de corrente elétrica e

1 – presença de corrente.



Cada posição digital representará uma potência de dois

Na base dois o número 110101 representa:

$$1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$



O fã de informática tem de estar familiarizado com a linguagem - ex. NÚMEROS BINÁRIOS

3.1 CONVERSÃO DE BINÁRIO PARA DECIMAL

Notamos, que a regra básica de formação de um número consiste no somatório de cada dígito multiplicado por uma potência da base relacionada à posição daquele dígito.

O algarismo menos significativo (base elevada a zero = 1) localiza-se à direita, ao passo que os mais significativos (maiores potências da base) ficam à esquerda.

Para converter um número binário para decimal, escrevemos cada número multiplicado pela base 2 elevado a posição ele ocupa.

EXEMPLO:

Vamos converter **1 0 0 1 1** de binário para decimal

| | |
|------------------|-------------------------------------|
| 1 0 0 1 1 | |
| | → $1 \times 2^0 = 1 \times 1 = 1$ |
| | → $1 \times 2^1 = 1 \times 2 = 2$ |
| | → $0 \times 2^2 = 0 \times 4 = 0$ |
| | → $0 \times 2^3 = 0 \times 8 = 0$ |
| | → $1 \times 2^4 = 1 \times 16 = 16$ |
| | 19 |

Logo: $(10011)_2 = (19)_{10}$

OUTRO EXEMPLO:

Vamos converter 1 0 1 0 1 1 de binário para decimal

| | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------------------|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | |
| | | | | | | $1 \times 2^0 = 1$ |
| | | | | | | $1 \times 2^1 = 2$ |
| | | | | | | $0 \times 2^2 = 0$ |
| | | | | | | $1 \times 2^3 = 8$ |
| | | | | | | $0 \times 2^4 = 0$ |
| | | | | | | $1 \times 2^5 = 32$ |
| | | | | | | <hr/> 43 |

logo: $(101011)_2 = (43)_{10}$

PRATIQUE:**Converte de binário para decimal**

$$(101)_2 =$$

$$(1111)_2 =$$

$$(10111000)_2 =$$

$$(100001)_2 =$$

$$(10110)_2 =$$

AGORA CONFIRA SE ACERTOU!!!

$$(101)_2 = (5)_{10}$$

$$(1111)_2 = (15)_{10}$$

$$(10111000)_2 = (184)_{10}$$

$$(100001)_2 = (33)_{10}$$

$$(10110)_2 = (22)_{10}$$

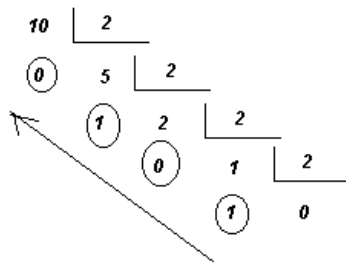
3.2 CONVERSÃO DE DECIMAL PARA BINÁRIO

Para se obter a representação de uma quantidade no sistema decimal em sistema binário, basta efetuar divisões sucessivas do número decimal pela base do sistema, no caso 2.

O resultado será os restos das divisões dispostos na ordem inversa.

EXEMPLO:

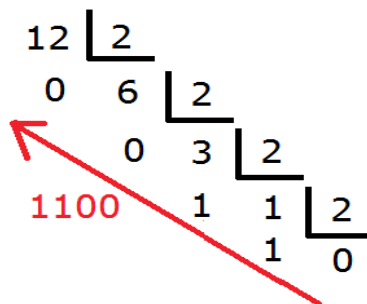
Vamos converter 10 de decimal para binário.



logo: $(10)_{10} = (1010)_2$

OUTRO EXEMPLO:

Vamos converter 12 de decimal para binário.



Logo: $(12)_{10} = (1100)_2$

PRATIQUE:**Converta de decimal para binário**

$$(123)_{10} =$$

$$(54)_{10} =$$

$$(101)_{10} =$$

$$(9050)_{10} =$$

**AGORA CONFIRA
SE ACERTOU!!!**

$$(123)_{10} = (1111011)_2$$

$$(54)_{10} = (110110)_2$$

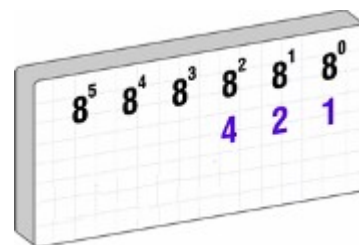
$$(101)_{10} = (1100101)_2$$

$$(9050)_{10} = (10001101011010)_2$$

4 O SISTEMA OCTAL

O sistema octal não é muito conhecido, mas também tem suas aplicações na eletrônica e informática. A principal utilização para números hexadecimal e octal em computação é abreviar longas representações binárias.

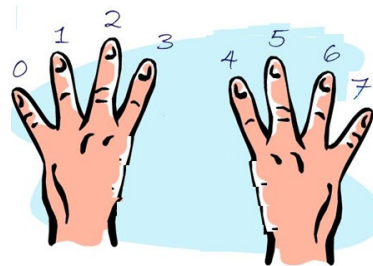
Apesar de não ser muito utilizada é importante conhecermos.



Sistema Octal é um sistema de numeração cuja base é 8, ou seja, utiliza 8 símbolos para a representação de quantidade.

A base do sistema octal é o número 8, com a utilização dos seguintes símbolos:

0 1 2 3 4 5 6 7



Cada posição representará uma potência de oito

EXEMPLO:

Na base oito número 421 representa:

$$4 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 1 \times 8^0$$

4.1 CONVERSÃO DE OCTAL PARA DECIMAL

Para converter um número octal para decimal, escrevemos cada número multiplicado pela base 8 elevado a posição que o número ocupa.

EXEMPLO:

Por exemplo temos o octal 153, a fórmula ficaria

$$1 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 3 \times 8^0$$

Que resulta em 107.

OUTRO EXEMPLO:

Vamos converter 764 de octal para decimal

| | |
|--------------|---------------------------|
| 7 6 4 | |
| 7 | 4 x 8 ⁰ = 4 |
| 6 | 6 x 8 ¹ = 48 + |
| 7 | 7 x 8 ² = 448 |
| | 500 |

logo: (764)₈ = (500)₁₀

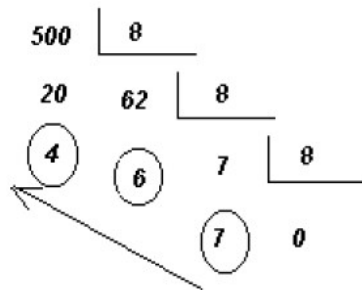
PRATIQUE:**Converta de octal para decimal** $(123)_8$ $(73)_8$ $(101)_8$ $(82)_8$ $(157)_8$ **AGORA CONFIRA
SE ACERTOU!!!** $(123)_8 = (83)_{10}$ $(73)_8 = (59)_{10}$ $(101)_8 = (65)_{10}$ $(82)_8 = \text{impossível pois não existe o símbolo 8 no sistema de numeração octal}$ $(157)_8 = (111)_{10}$ **4.2 CONVERSÃO DE DECIMAL PARA OCTAL**

Para se obter a representação de uma quantidade no sistema decimal em sistema octal, basta efetuar divisões sucessivas do número decimal pela base do sistema, no caso 8.

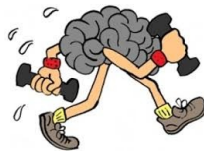
O resultado será os restos das divisões dispostos na ordem inversa.

EXEMPLO:

Vamos converter 500 de decimal para octal.



logo: $(500)_{10} = (764)_8$

PRATIQUE:

Converte de decimal para octal

$(1234)_{10}$

$(58)_{10}$

$(9)_{10}$

$(124)_{10}$

**AGORA CONFIRA
SE ACERTOU!!!**



$(1234)_{10} = (2322)_8$

$(58)_{10} = (72)_8$

$(9)_{10} = (11)_8$

$(124)_{10} = (174)_8$

5 O SISTEMA HEXADECIMAL

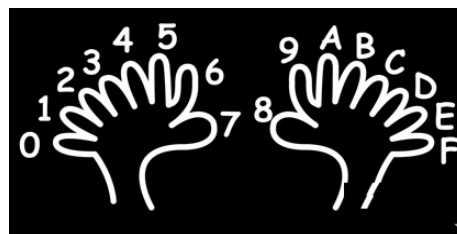
Agora veremos o sistema de numeração hexadecimal.

De agora em diante não estranharemos mais em ver um número representado como por exemplo: 23A5F ou de olhar para FACA e entender que pode ser a representação de um número.



A base do sistema Hexadecimal é o número 16, com a utilização dos seguintes símbolos:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F



Os valores absolutos de A, B, C, D, E e F são, respectivamente, 10, 11, 12, 13, 14 e 15.

Cada posição representará uma potência de dezesseis

EXEMPLO:

Na base 16 o número 4AF representa:

$$4 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 15 \times 16^0$$

5.1 CONVERSÃO DE HEXADECIMAL PARA DECIMAL

Para converter um número hexadecimal para decimal, escrevemos cada número multiplicado pela base 16 elevado a posição que o número ocupa.

EXEMPLO

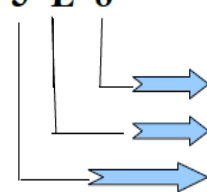
Temos o hexadecimal AC9, a fórmula ficaria

$$10 \times 16^2 + 12 \times 16^1 + 9 \times 16^0$$

Que resulta em 2761

OUTRO EXEMPLO:

Vamos converter 3E8 de hexadecimal para decimal

| | |
|---|--------------------------|
| 3 E 8 | |
|  | $8 \times 16^0 = 8$ |
| | $14 \times 16^1 = 224$ + |
| | $3 \times 16^2 = 768$ |
| | <hr/> |
| | 1000 |

Logo: $(3E8)_{16} = (1000)_{10}$

PRATIQUE:

Converte de hexadecimal para decimal

$(ABC)_{16}$

$(F01)_{16}$

$(101)_{16}$

$(2AG)_{16}$

$(1B6)_{16}$

**AGORA CONFIRA
SE ACERTOU!!!**



$$(ABC)_{16} = (2748)_{10}$$

$$(F01)_{16} = (3841)_{10}$$

$$(101)_{16} = (257)_{10}$$

$(2AG)_{16}$ = impossível pois g não é um símbolo do sistema de numeração hexadecimal

$$(1B6)_{16} = (438)_{10}$$

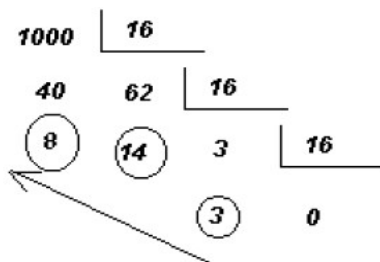
5.2 CONVERSÃO DE DECIMAL PARA HEXADECIMAL

Para se obter a representação de uma quantidade no sistema decimal em sistema hexadecimal, basta efetuar divisões sucessivas do número decimal pela base do sistema, no caso 16.

O resultado será os restos das divisões dispostos na ordem inversa.

EXEMPLO:

Vamos converter 1000 de decimal para hexadecimal.



Logo: $(1000)_{10} = (3E8)_{16}$

PRATIQUE:

Converta de decimal para hexadecimal

$(1234)_{10}$

$(59)_{10}$

$(12)_{10}$

$(1011)_{10}$

**AGORA CONFIRA
SE ACERTOU!!!**



$(1234)_{10} = (4D2)_{16}$

$(59)_{10} = (3B)_{16}$

$(12)_{10} = (C)_{16}$

$(1011)_{10} = (3F3)_{16}$

6 CONVERSÕES ENTRE BINÁRIO, OCTAL E HEXADECIMAL

A tabela ao lado mostra a equivalência entre os sistemas de numeração decimal, binário, octal e hexadecimal.

| Decimal | Binário | Octal | Hexad ecimal |
|---------|---------|-------|--------------|
| 0 | 0000 | 0 | 0 |
| 1 | 0001 | 1 | 1 |
| 2 | 0010 | 2 | 2 |
| 3 | 0011 | 3 | 3 |
| 4 | 0100 | 4 | 4 |
| 5 | 0101 | 5 | 5 |
| 6 | 0110 | 6 | 6 |
| 7 | 0111 | 7 | 7 |
| 8 | 1000 | 10 | 8 |
| 9 | 1001 | 11 | 9 |
| 10 | 1010 | 12 | A |
| 11 | 1011 | 13 | B |
| 12 | 1100 | 14 | C |
| 13 | 1101 | 15 | D |
| 14 | 1110 | 16 | E |
| 15 | 1111 | 17 | F |

6.1 CONVERSÃO BINÁRIO – HEXADECIMAL

A conversão Binário – Hexadecimal é feita transformando-se grupos de quatro dígitos binários, no sentido da direita para a esquerda, diretamente em números hexadecimais.

Caso o último grupo à esquerda não possua 4 dígitos, deve-se completar com zeros.

EXEMPLO:

Converter o número 10100110 de binário para hexadecimal:

| | |
|------|------|
| 1010 | 0110 |
| A | 6 |

Logo: $(10100110)_2 = (A6)_{16}$

OUTRO EXEMPLO:

Converter o número 110011 de bíparo para hexadecimal:

| | |
|------|------|
| 0011 | 0011 |
| 3 | 3 |

Logo: $(110011)_2 = (33)_{16}$

PRATIQUE:

Converte de Binário – Hexadecimal

$(1100100)_2$

$(110011001100)_2$

$(10101100)_2$

$(1110101100)_2$

**AGORA CONFIRA
SE ACERTOU!!!**



$(1100100)_2 = (64)_{16}$

$(110011001100)_2 = (CCC)_{16}$

$(10101100)_2 = (AC)_{16}$

$(1110101100)_2 = (3AC)_{16}$

6.2 CONVERSÃO HEXADECIMAL – BINÁRIO

A conversão de números Hexadecimais em Binários é feita transformando-se os símbolos Hexadecimais diretamente em números binários de 4 dígitos.

Os zeros à esquerda do último grupo da esquerda podem ser omitidos, pois não valem nada.

EXEMPLO:

Converter o número 10D de hexadecimal para binário:

| | | |
|------|------|------|
| 1 | 0 | D |
| 0001 | 0000 | 1101 |

Logo: $(10D)_{16} = (100001101)_2$

PRATIQUE:



Converta de Hexadecimal para Binário

$(8B)_{16}$

$(101)_{16}$

$(ABC)_{16}$

$(357)_{16}$

**AGORA CONFIRA
SE ACERTOU!!!**



$(8B)_{16} = (10001011)_2$

$(101)_{16} = (100000001)_2$

$(ABC)_{16} = (101010111100)_2$

$(357)_{16} = (1101010111)_2$

6.3 CONVERSÃO BINÁRIO – OCTAL

A conversão Binário – octal é feita transformando-se grupos de três dígitos binários, no sentido da direita para a esquerda, diretamente em números octais.

Caso o último grupo à esquerda não possua 3 dígitos, deve-se completar com zeros.

EXEMPLO:

Converter o número 1110010 de binário para octal:

$\begin{array}{ccc} \underline{1} & \underline{110} & \underline{010} \\ 1 & 6 & 2 \end{array}$

logo: $(1110010)_2 = (162)_8$

OUTRO EXEMPLO:

Converter o número 10001 de binário para octal:

$\begin{array}{cc} \underline{10} & \underline{001} \\ 2 & 1 \end{array}$

Logo: $(10001)_2 = (21)_8$

PRATIQUE:

Converte de Binário – Octal

$(100011111)_2$

$(101100)_2$

$(10111000)_2$

$(1010101)_2$

**AGORA CONFIRA
SE ACERTOU!!!**



$$(100011111)_2 = (437)_8$$

$$(101100)_2 = (54)_8$$

$$(10111000)_2 = (270)_8$$

$$(1010101)_2 = (125)_8$$

6.4 CONVERSÃO OCTAL-BINÁRIO

A conversão de números octais em Binários é feita transformando-se os símbolos octais diretamente em números binários de 3 dígitos.

Os zeros à esquerda do último grupo da esquerda podem ser omitidos, pois não valem nada.

EXEMPLO:

Converter o número 77 de octal para binário:

$$\begin{array}{cc} 7 & 7 \\ \underbrace{}_{111} & \underbrace{}_{111} \end{array}$$

$$\text{Logo: } (77)_8 = (111111)_2$$

OUTRO EXEMPLO:

Converter o número 123 de octal para binário:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ \underbrace{}_{00} & \underbrace{}_{01} & \underbrace{}_{01} \\ 001 & 010 & 011 \end{array}$$

$$\text{Logo: } (123)_8 = (1010011)_2$$

PRATIQUE:

Converte de Octal para Binário

$(71)_8$

$(321)_8$

$(137)_8$

$(11)_8$

**AGORA CONFIRA
SE ACERTOU!!!**



$(71)_8 = (111001)_2$

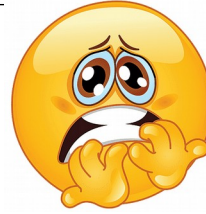
$(321)_8 = (11010001)_2$

$(137)_8 = (1011111)_2$

$(11)_8 = (1001)_2$

7 ATIVIDADES

Como faremos a avaliação deste conteúdo?



A avaliação deste conteúdo será de enviarem pelo siga as atividades respondidas mas não basta o resultado, enviem junto fotos com o desenvolvimento.

ATENÇÃO: vocês devem postar essa atividade lá no SIGA na aba TAREFAS

Bem tranquilo né?

1) Transforme de:

Binário para Decimal: 110110

Decimal para Binário: 39

Octal para Decimal: 326

Decimal para Octal: 86

Hexadecimal para Decimal: A1D

Decimal para Hexadecimal: 302

Binário para Hexadecimal: 11100110111

Hexa para Binário: C10A

Binário para Octal: 11110110

Octal para Binário: 1201

2) Preencha a tabela com os valores faltantes:

| Binário | Octal | Decimal | Hexadecimal |
|-----------|-------|---------|-------------|
| 110001111 | | | |
| | 76 | | |
| | | 796 | |
| | | | A01 |

8 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Gersting, J. L. Fundamentos matemáticos para a ciência da computação: um tratamento moderno de matemática discreta. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.
- FOROUZAN, Behrouz A.; MOSHARRAF, Firouz. Fundamentos da ciência da computação. São Paulo, SP: Cengage Learning, c2012. xiv, 560 p.
- Norton, P. Introdução à Informática. São Paulo: Makron Bocks, 1996.
- DALE, Nell; LEWIS, John. Ciência da computação. 4. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, c2011. xx, 436 p.
- SILBERSCHATZ, Abraham; GALVIN, Peter Baer; GAGNE, Greg. Fundamentos de sistemas operacionais: princípios básicos. Rio de Janeiro: LTC, 2013. xvi, 432 p.
- MONTEIRO, Mário A - Introdução a Organização de Computadores - 5 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2007.
- CAPRON, H.L; JOHNSON, J.A. Introdução à Informática - 8 ed. São Paulo - SP - Pearson Prentice Hall, 2004.
- FIDELI, Ricardo Daniel; POLLONI, Enrico Giulio Franco; PERES, Fernando Eduardo - Introdução à Ciência da Computação - 2 ed. São Paulo - Cengage Learning, 2010.