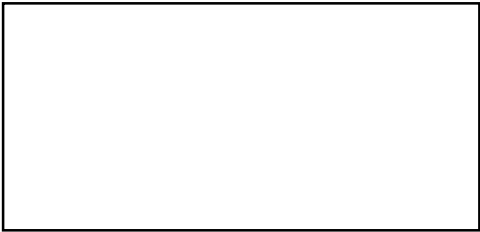


- Árvore enraizada: Quando algum vértice é escolhido como especial. (Raiz da árvore (r);
- Uma árvore não enraizada é tbm uma árvore livre;
- Dois vértices que possuem o mesmo pai são irmãos;
- A raiz não possui pai e as folhas não possuem filhos;
- Nível do vértice: **nível (v), ao número de arestas do caminho da raiz r a v;**
- Altura da árvore: **Conta-se o vértice iniciante da raiz até a folha com maior nível (Número de Arestas) -> Nível (r) = 0;**
- OBS.: Subárvore parcial: Quando pega um subgrafo sem considerar todos os ramos;
- Conectividade: Seja $G(V,E)$ um grupo conexo, um corte de vértices de G é um subconjunto minimal de vértices $v' \subseteq V$ cuja remoção o transforma em um grafo trivial;
- Um corte de arestas de G é um subconjunto minimal de arestas;
- Se G é um grafo completo k_n , $n > 1$, então não existe subconjunto próprio de vértices, mas removendo $n - 1$ vértices resulta no grafo trivial;
- Conectividade de vértices (c_n): **A cardinalidade do menor corte de vértices de G ;**

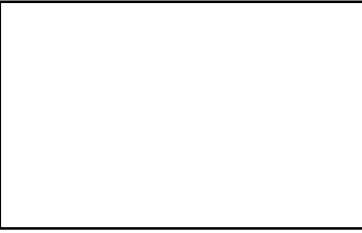


- Articulação: **Quando a remoção de um vértice desconecta o grafo (ponte).**
- Lema 2.2.: Cada aresta de G pertence a um bloco do grafo, um vértice de G é articulação sse pertencer a mais de um bloco do grafo;
- Lema 2.3.: Um vértice é articulação sse existirem vértices w , o qual está contido em todo caminho entre w e u em G ;
- Lema 2.4.: Um grafo é biconexo $|v| > 2$ sse cada par de vértices está contido em um ciclo;
- Teorema 2.6.: Seja G um grafo K -conexo, então existe algum ciclo de G passando por cada subconjunto de K vértices;
- Um grafo é k -conexo sse existirem K caminhos disjuntos!
- Planaridade: $n + f = m + 2$
- $m \leq 3n - 6$
- $m \leq 2n - 4$
- Os grafos K_5 e $K_{3,3}$ são não planares;

- Um grafo será planar sse não contém como subgrafo uma subdivisão de K_5 e $K_{3,3}$;
- Ciclos Hamiltonianos: Seja um grafo com pelo menos 3 vértices e tal que $\text{grau}(v) \geq n/2$, para todo vértice. Então G é hamiltoniano;
- 2.3.: Árvores: Um grafo que seja acíclico e conexo;
- Se o vértice possuir $\text{grau}(v) \leq 1$ então v é uma folha; Caso contrário será um vértice interior;
- Um conjunto de arvores é uma floresta;
- Todo grafo acíclico é uma floresta;
- OBS.: Toda árvore T com n vértices possui exatamente $n-1$ arestas;
- O número de folhas de T varia entre um número minimo de 2 e maximo de $n-1$ para $n > 2$;
- Teorema 2.3.: Um grafo G é uma árvore sse existir um único caminho entre cada par de vértices G ;
- G é acíclico e a adição de uma



- aresta produz um grafo contendo exatamente um ciclo;
- **A excentricidade de um vértice sera o valor maximo da distância entre v , w ;**
 - O centro de G é o subconjunto dos vértices de excentricidade mínima;
 - **O centro de um grafo pode possuir no minimo um e no maximo 2 vértices;**



- Lema 2.1.: Seja T uma árvore com pelo menos 3 vértices. Seja T' a arvore obtida de T pela exclusão de todas as suas folhas. Entao T e T' possuem o mesmo centro;
- Teorema 2.5.: O centro de uma arvore T possui um ou dois vértices;



- SubGrafoGerador: Tem -se um grafo $G_1(V_1, E_1)$ e um subgrafo $G_2(V_2, E_2)$ de G_1 tal que $V_1 = V_2$;
- Quando o subgrafo gerador é uma arvore, ele recebe o nome de arvore geradora (Arvore de espalhamento);
- Todo Grafo Conexo G possui arvore Geradora;
- **Um elo é a aresta que ao adicionar em uma arvore gera um ciclo fundamental que o torna um grafo conexo;**



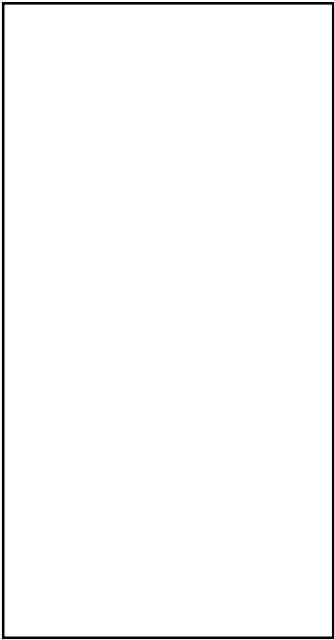
- Cada Ciclo do conjunto fundamental possui $m-n+1$ ciclos simples correspondente aos $m-n+1$ elos de G ;
- 2.7.Coloração.: **Processo de atribuir cores aos seus vertices adjacentes (conectados por uma aresta) não tenham a mesma cor; $C = \{C_1, C_2, ..., C_n\}$**
- K -coloração: É uma coloração que usa exatamente K cores;
- Número Cromático: **É o menor número de cores necessário para colorir o Grafo;** Ex.: Se um grafo pode ser colorido com 3 cores, então dizemos que seu numero cromatico é 3;



- Lema 2.7 (Bicoloridade e Grafos Bipartidos): Um grafo é Bicolorivel sse for bipartido; OBS.: Arvore é um grafo Bipartido;

- Conceitos Relacionados:
 - Clique: Um conjunto de vértices onde cada par de vértices é adjacente;
 - Conjunto independente: Um conjunto de vértices onde nenhum par de vértices é adjacente;
- Relação entre conceitos:
 - O número cromático de um grafo (G) é pelo menos o tamanho da maior clique de G;
 - Uma K-coloração de G divide V em K subconjuntos disjuntos, cada um sendo um conjunto independente;
- Grafos K-críticos: Um Grafo G é K-crítico se $\chi(H) < K$;
-
- Teorema 2.12.: Um grafo é K-crítico se, para todo vértice, o grau $(v) \geq k - 1$;
- PROVA.: Suponha que G seja K-Crítico e que exista um vértice com grau $(v) < k - 1$; Como G é K-Crítico, o grafo G-v é (K-1) colorível; Se (G-v) pode ser colorido com (K-1) cores, então G tbm pode ser colorido com (k-1) cores, o que é uma contradição;
- 2.8. Grafos Direcionados (Digrafos).: Consistem em um conjunto de vértices e um conjunto de arestas que são pares ordenados de vértices;
- Cada aresta (v,w) tem direção de v para w, sendo divergente de v e convergente a w;
- Conceitos Análogos:
 - Caminho Simples, Trajeto, ciclo e ciclo simples são definidos de forma semelhante aos grafos não direcionados;
 - Digrafos podem ter ciclos de comprimento 2, onde (v,w) e (w,v) são arestas do mesmo;
 - Caminhos e ciclos em dígrafos devem seguir a direção das arestas;
- O grau de entrada de um vértice é o numero de arestas que chegam a v;
- O grau de saída de v é o numero de arestas que saem de v;
- Fonte: É um vértice com grau de entrada zero;
- Sumidouro (poço): É um vértice com saída zero;

- Grafo subjacente: Removendo as direções das arestas de um dígrafo (D), obtêm-se um multigrafo não direcionado, chamado de grafo subjacente;
- OBS.: Raiz de um dígrafo: Alcança todos os outros;
- Conectividade em Digrafos:
 - Fortemente conexo: Existe um caminho de v para w e de w para v para todo par de vértices (v,w);
 - Unilateralmente conexo: Existe pelo menos um caminho de v para w ou de w para v para todo par de vértices;
 - Fracamente conexo: Um grafo subjacente é conexo.
- Lema 2.8.: Todo dígrafo acíclico possui pelo menos uma fonte e um sumidouro;
- Fecho Transitivo: É o maior dígrafo que preserva a alcançabilidade de D;
- Redução Transitiva: É o menor dígrafo que preserva a alcançabilidade de D e é conhecido como diagrama de Hasse;
- Conjunto Parcialmente Ordenado: É definido por um conjunto (S, <) e uma relação binária;



- Árvore Direcionada Enraizada: É um dígrafo com exatamente um vértice raiz de grau de entrada nulo e todos os outros vértices com grau de entrada igual a um. Esse dígrafo é acíclico seu grafo subjacente é uma árvore.

