4.8 Condição de paralelismo de duas retas

quinta-feira, 1 de setembro de 2022 11:27

A condição de paralelismo das retas r_1 e r_2 é a mesma dos vetores $\vec{v}_1 = (a_1, b_1, c_1)$ e $\vec{v} = (a_2, b_2, c_2)$, que definem as direções dessas retas, isto é:

$$\vec{v}_1 = m\vec{v}_2$$

ou:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Observações

I) Seja uma reta r_1, que passa por um ponto $A_1(x_1, y_1, z_1)$ e tem a direção de um vetor $\vec{v}_1 = (a_1, b_1, c_1)$, expressa pelas equações:

$$\frac{x - x_1}{a_1} = \frac{y - y_1}{b_1} = \frac{z - z_1}{c_1}$$

Qualquer reta r_2, paralela à reta r_1, tem parâmetros diretores a_2, b_2, c_2 proporcionais aos parâmetros diretores a_1, b_1, c_1 de r_1. Em particular, a_1, b_1, c_1, são parâmetros diretores de qualquer reta paralela à reta r_1. Nestas condições, se $A_2(x_2, y_2, z_2)$ é um ponto qualquer do espaço, as equações da paralela à reta r_1, que passa por A_2, são:

$$\frac{x - x_2}{a_1} = \frac{y - y_2}{b_1} = \frac{z - z_2}{c_1}$$

II) Se as retas r_1 e r_2 forem expressas, respectivamente, pelas equações reduzidas:

$$r_1: \begin{cases} y = m_1 x + n_1 \\ z = p_1 x + q_1 \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2: \begin{cases} y = m_2 x + n_2 \\ z = p_2 x + q_2, \end{cases}$$

cujas direções são dadas, respectivamente pelos vetores:

$$\vec{v}_1 = (1, m_1, p_1)$$
$$\vec{v}_2 = (1, m_2, p_2),$$

a condição de paralelismo permite escrever:

$$\frac{1}{1} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

ou:

$$m_1 = m_2$$
$$p_1 = p_2$$

Assim, por exemplo, as retas

$$r_1: \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = -4x + 5 \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2: \begin{cases} y = 2x + 1 \\ z = -4x \end{cases}$$

são paralelas