

4.14 Ponto que divide um segmento de reta numa razão dada

quinta-feira, 1 de setembro de 2022 11:38

Dados os pontos $P_1(x_1, y_1, z_1)$ e $P_2(x_2, y_2, z_2)$, diz-se que um ponto $P(x, y, z)$ divide o segmento de reta P_1P_2 na razão r (Fig. 4.14-a) se:

$$\overrightarrow{P_1P} = r \overrightarrow{P_2P},$$

isto é, se:

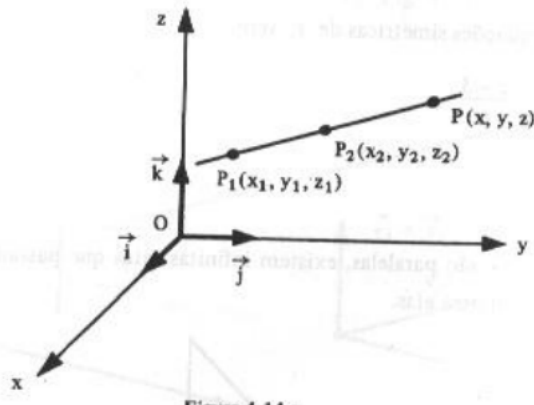
$$(x - x_1)\vec{i} + (y - y_1)\vec{j} + (z - z_1)\vec{k} = r(x - x_2)\vec{i} + r(y - y_2)\vec{j} + r(z - z_2)\vec{k}$$

ou:

$$x - x_1 = r(x - x_2)$$

$$y - y_1 = r(y - y_2)$$

$$z - z_1 = r(z - z_2)$$



Das equações (4.14), vem:

$$x = \frac{x_1 - rx_2}{1 - r}$$

$$y = \frac{y_1 - ry_2}{1 - r}$$

$$z = \frac{z_1 - rz_2}{1 - r}$$

(x, y, z) são as coordenadas do ponto P que divide o segmento de reta P_1P_2 na razão r .

Exemplo

Dados os pontos $P_1(2, 4, 1)$ e $P_2(3, 0, 5)$, determinar o ponto $P(x, y, z)$ que divide o segmento P_1P_2 na razão $r = -\frac{1}{3}$.

1) O fato de a razão ser negativa significa que o ponto P está situado entre P_1 e P_2 (Fig. 4.14-b):

$$\overrightarrow{P_1P} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{P_2P}.$$



Figura 4.14-b

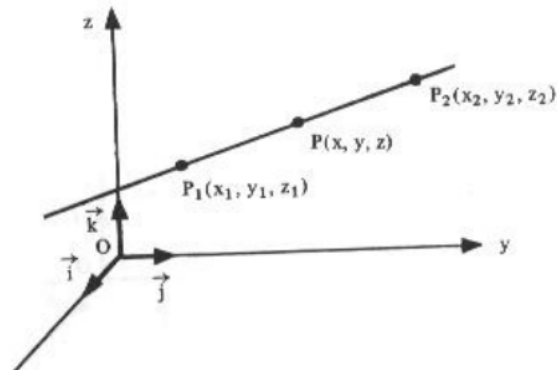
O ponto que divide o segmento P_1P_2 na razão $r = -\frac{1}{3}$ é $P(\frac{9}{4}, 3, 2)$.

4.14.1 Ponto que Divide um Segmento de Reta ao Meio

No caso de o ponto P dividir o segmento de reta P_1P_2 ao meio (Fig. 4.14-c), deve-se ter:

$$\overrightarrow{P_1P} = -\overrightarrow{P_2P},$$

isto é, $r = -1$.



Neste caso:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z = \frac{z_1 + z_2}{2}$$