UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

LABORATÓRIO DE FÍSICA 1

DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE MATEMÁTICA π (PI)

CARLOS AUGUSTO SANTOS DE CARVALHO

GUILHERME MENEZES DE AZEVEDO

NÍCKOLAS FELIPE PAULINO SANTOS

ERLANDSON DA SILVA PESSOA JÚNIOR

BERNARDO SILVA LUZ

09/02/2023

Turma 11

1. INTRODUÇÃO

1.1. O conceito de **π.**

O número π (pi) é um número irracional que possui uma enorme relevância para a matemática principalmente no cálculo de perímetro, área e volume de figuras e sólidos geométricos circulares. Seu valor aproximado é 3,14159265358979323846… uma sequência infinita de números. Seu valor é encontrado quando calculamos a razão entre o comprimento e o diâmetro da circunferência. [1]

1.2. A história de **π.**

A história do π inicia-se na Antiguidade com egípcios, chineses e mesopotâmicos. Ao calcular a razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência concluía-se que sempre se tratava de um mesmo valor. Em registros cuneiformes, esses povos consideravam π igual a três (3) e com o tempo aumentaram o número de casas decimais.

O primeiro estudo científico sobre o valor de π é atribuído a Arquimedes (287/ 212 A.C) em sua obra "*A medida de um círculo",* no qual aproximou melhor o valor desse número. Aproximando a circunferência e polígonos, ele encontrou a aproximação: $3{,}14085 < \pi < 3{,}142857$. [1]

2. OBJETIVO

Este experimento tem como objetivo, determinar o valor de π, para isso medimos o comprimento e o diâmetro de diferentes canos. Além disso, aprender o funcionamento do paquímetro, e ao comparar ele com a fita métrica, entender o conceito de precisão instrumental. Por fim, faz–se necessário, também, calcular os valores das incertezas e do desvio padrão, e com o resultado de tudo gerar um gráfico linear comprimento x diâmetro.

3. MATERIAIS UTILIZADOS

Paquímetro, fita métrica, régua, cortes de canos PVC.

4. EXPERIMENTO

Foram medidos os diâmetros dos cinco cortes de canos PVC com um paquímetro de incerteza de 0.05 mm e seus respectivos perímetros com uma fita métrica de incerteza de 0,5 mm e foi medido o diâmetro do menor cano com uma régua de incerteza de 0,5 mm. Para comparar melhor a diferença dos instrumentos de medida, o diâmetro do menor cano foi medido novamente utilizando uma régua. Essas medições foram registradas em uma tabela e a média das medidas de cada membro foi calculada, incluindo também o cálculo do desvio padrão da média e as incertezas do tipo A, B e C. Finalmente, esses dados coletados foram utilizados para construir uma tabela no programa SciDAVis, que mostra a proximidade dos dados colocados com o valor de pi.

Os valores de π de cada material foram calculados a partir da fórmula:

π = Perímetro / Diâmetro.

Foram usadas essas fórmulas para estimar o valor de π:

■ Tipo A: Estatística

▸ Medidas = ($\underbrace{\text{Valor central}}_{\text{Média}}$ ± Incerteza) unidade

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{n}$$

$$DPM = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left[\frac{(L_i - \bar{L})}{n-1}\right]^2}$$

↓ Desvio Padrão da Média

$\sigma_A = \frac{DPM}{\sqrt{n}}$ σ_B = Incerteza Instrumental

$$\sigma_C = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$$

↳ Incerteza Absoluta!

• Incerteza Relativa = $\frac{\sigma_C}{\text{Valor Central}}$

Erro = $\underset{\text{Valor real de uma grandeza}}{(V_R)}$ − $\underset{\text{Valor que temos}}{(V_n)}$

4.1. Dados Coletados

Os seguintes dados foram coletados em laboratório para se aproximar do valor de π.

Tabela 1. Dados coletados com o paquímetro, com a régua e com a fita métrica.

	Cano 1 (menor diâmetro)		**Cano 2**	**Cano 3**	**Cano 4**	**Cano 5**
Perímetro (mm):	**(100,5 ± 0,5)**		**(124,5 ± 0,5)**	**(156,5 ± 0,5)**	**(187,5 ± 0,5)**	**(235,5 ± 0,5)**
	Diâmetro					
	Paquímetro (mm)	Régua (mm)	Paquímetro (mm)	Paquímetro (mm)	Paquímetro (mm)	Paquímetro (mm)
Guilherme - Medida 1	(31,75 ± 0,05)	(31,5 ± 0,5)	(39,95 ± 0,05)	(49,90 ± 0,05)	(59,80 ± 0,05)	(74,85 ± 0,05)
Níckolas - Medida 2	(31,80 ± 0,05)	(32,5 ± 0,5)	(40,00 ± 0,05)	(49,95 ± 0,05)	(60,00 ± 0,05)	(74,95 ± 0,05)
Carlos - Medida 3	(31,85 ± 0,05)	(32,5 ± 0,5)	(41,15 ± 0,05)	(50,05 ± 0,05)	(59,75 ± 0,05)	(75,05 ± 0,05)
Bernardo - Medida 4	(31,95 ± 0,05)	(32,5 ± 0,5)	(39,95 ± 0,05)	(49,95 ± 0,05)	(60,00 ± 0,05)	(75,05 ± 0,05)
Erlandson - Medida 5	(31,85 ± 0,05)	(31,5 ± 0,5)	(40,05 ± 0,05)	(50,00 ± 0,05)	(59,95 ± 0,05)	(74,90 ± 0,05)
Média	31,84	32,1	40,22	49,97	59,9	74,96
Desvio Padrão da Medida	0,074162	0,547723	0,521537	0,057008	0,117261	0,089445
Sa	0,033166	0,2449	0,233238	0,025495	0,052441	0,04
sb	0,05	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05
sc	0,06	0,5	0,238537	0,056	0,072457	0,064032
Resultado	(31,84 ± 0,06)	(32,1 ± 0,5)	(40,22 ± 0,24)	(49,97 ± 0,05)	(59,90 ± 0,07)	(74,96 ± 0,06)

5. RESULTADO

Os resultados a partir dos dados coletados estão expostos a seguir dos 5 canos:

$\boxed{\text{Cano 5}}$

$L_1 = 74{,}85$ mm

$L_2 = 74{,}95$ mm

$L_3 = 75{,}05$ mm

$L_4 = 75{,}05$ mm

$L_5 = 74{,}90$ mm

$\boxed{\sigma_B = 0{,}05 \text{ mm}}$

Média $= \bar{L} = 74{,}96$ mm ; $n = 5$ valores

$$DPM = \sqrt{\frac{(L_1-\bar{L})^2 + (L_2-\bar{L})^2 + (L_3-\bar{L})^2 + (L_4-\bar{L})^2 + (L_5-\bar{L})^2}{n-1}}$$

$$\boxed{DPM \cong 0{,}089}$$

Incerteza relativa $= \dfrac{0{,}06}{74{,}96} = 0{,}08\%$

$$\sigma_A = \frac{DPM}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}089}{\sqrt{5}} \simeq 0{,}04$$

$$\sigma_C = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \Rightarrow \boxed{\sigma_C \cong 0{,}06}$$

Diâmetro $= (74{,}96 \pm 0{,}06)$ mm

- Perímetro $= (235{,}5 \pm 0{,}5)$ mm

$$\pi_{\text{cano }5} = \frac{\text{Perímetro}}{\text{Diâmetro}} \cong 3{,}141675$$

Cano 4

$L_1 = 59{,}80$ mm

$L_2 = 60{,}00$ mm

$L_3 = 59{,}75$ mm

$L_4 = 60{,}00$ mm

$L_5 = 59{,}95$ mm

$\boxed{\sigma_B = 0{,}05 \text{ mm}}$

Média $= \bar{L} = 59{,}90$ mm ; $n = 5$ valores

$$DPM = \sqrt{\frac{(L_1-\bar{L})^2 + (L_2-\bar{L})^2 + (L_3-\bar{L})^2 + (L_4-\bar{L})^2 + (L_5-\bar{L})^2}{n-1}}$$

$$\boxed{DPM \cong 0{,}117}$$

Incerteza Relativa $= \dfrac{0{,}07}{59{,}90} = 0{,}116\%$

$$\sigma_A = \frac{DPM}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}117}{\sqrt{5}} \cong 0{,}052$$

$$\sigma_C = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \Rightarrow \boxed{\sigma_C \cong 0{,}07}$$

Diâmetro $= (59{,}90 \pm 0{,}07)$ mm

- Perímetro $= (187{,}5 \pm 0{,}5)$ mm

$$\pi_{cano\,4} = \frac{\text{PERÍMETRO}}{\text{DIÂMETRO}} \cong 3{,}130217$$

$\boxed{\text{Cano 3}}$

$L_1 = 49,9$ mm

$L_2 = 49,95$ mm

$L_3 = 50,05$ mm

$L_4 = 49,95$ mm

$L_5 = 50,00$ mm

$\boxed{\sigma_B = 0,05 \text{ mm}}$

Média $= \bar{L} = 49,97$ mm ; $n = 5$ valores

$$DPM = \sqrt{\frac{(L_1-\bar{L})^2 + (L_2-\bar{L})^2 + (L_3-\bar{L})^2 + (L_4-\bar{L})^2 + (L_5-\bar{L})^2}{n-1}}$$

$\boxed{DPM \cong 0,057}$

Incerteza Relativa $= \frac{0,05}{49,97} \cong 0,1\%$

$$\sigma_A = \frac{DPM}{\sqrt{n}} = \frac{0,057}{\sqrt{5}} \cong 0,025$$

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \Rightarrow \boxed{\sigma_c \cong 0,05}$$

DIÂMETRO $= (49,97 \pm 0,05)$ mm

- Perímetro $= (156,5 \pm 0,5)$ mm

$$\pi_{cano\,3} = \frac{\text{PERÍMETRO}}{\text{DIÂMETRO}} \cong 3,131879$$

$\boxed{\text{Caso 2}}$

$L_1 = 39{,}95\ mm$
$L_2 = 40{,}00\ mm$
$L_3 = 41{,}15\ mm$
$L_4 = 39{,}95\ mm$
$L_5 = 40{,}05\ mm$

$\boxed{\sigma_B = 0{,}05\ mm}$

Média $= \bar{L} = \underline{40{,}22\ mm}$; $n = 5$ valores

$$DPM = \sqrt{\frac{(L_1-\bar{L})^2 + (L_2-\bar{L})^2 + (L_3-\bar{L})^2 + (L_4-\bar{L})^2 + (L_5-\bar{L})^2}{n-1}}$$

$\boxed{DPM \cong 0{,}52}$

Incerteza Relativa $= \frac{0{,}24}{40{,}22} \cong 0{,}596\%$

$$\sigma_A = \frac{DPM}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}52}{\sqrt{5}} \cong 0{,}2332$$

$$\sigma_C = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \Rightarrow \boxed{\sigma_C \cong 0{,}2385}$$

DIÂMETRO $= (40{,}22 \pm 0{,}24)\ mm$

- Perímetro $= (124{,}5 \pm 0{,}5)\ mm$

$$\pi_{caso\,2} = \frac{\text{PERÍMETRO}}{\text{DIÂMETRO}} \cong 3{,}095474$$

$\boxed{\text{Cano 1}}$

Usando Paquímetro

$L_1 = 31,75$ mm

$L_2 = 31,80$ mm

$L_3 = 31,85$ mm

$L_4 = 31,95$ mm

$L_5 = 31,85$ mm

$\boxed{\sigma_B = 0,05 \text{ mm}}$

Média $= \bar{L} = 31,84$ mm ; $n = 5$ valores

$$DPM = \sqrt{\frac{(L_1-\bar{L})^2 + (L_2-\bar{L})^2 + (L_3-\bar{L})^2 + (L_4-\bar{L})^2 + (L_5-\bar{L})^2}{n-1}}$$

$\boxed{DPM \cong 0,074}$

Incerteza relativa $= \dfrac{0,06}{31,84} \cong 0,188\%$

$$\sigma_A = \frac{DPM}{\sqrt{n}} = \frac{0,074}{\sqrt{5}} \cong 0,033166$$

$$\sigma_C = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \Rightarrow \boxed{\sigma_C \cong 0,06}$$

Diâmetro $= (31,84 \pm 0,06)$ mm

- Perímetro $= (100,5 \pm 0,5)$ mm

$$\pi_{\text{cano } 1} = \frac{\text{PERÍMETRO}}{\text{DIÂMETRO}} \cong 3,156407$$

Cano 1

Usando Régua

$L_1 = 31,5$ mm

$L_2 = 32,5$ mm

$L_3 = 32,5$ mm

$L_4 = 32,5$ mm

$L_5 = 31,5$ mm

$\boxed{\sigma_B = 0,5 \text{ mm}}$

Média $= \bar{L} = 32,1$ mm ; $n = 5$ valores

$$DPM = \sqrt{\frac{(L_1-\bar{L})^2+(L_2-\bar{L})^2+(L_3-\bar{L})^2+(L_4-\bar{L})^2+(L_5-\bar{L})^2}{n-1}}$$

$$\boxed{DPM \cong 0,547}$$

Incerteza relativa $= \frac{0,5}{32,1} \cong 1,55\%$

$$\sigma_A = \frac{DPM}{\sqrt{n}} = \frac{0,547}{\sqrt{5}} \cong 0,2449$$

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \Rightarrow \boxed{\sigma_c \cong 0,5}$$

Diâmetro $= (32,1 \pm 0,5)$ mm

- Perímetro $= (100,5 \pm 0,5)$ mm

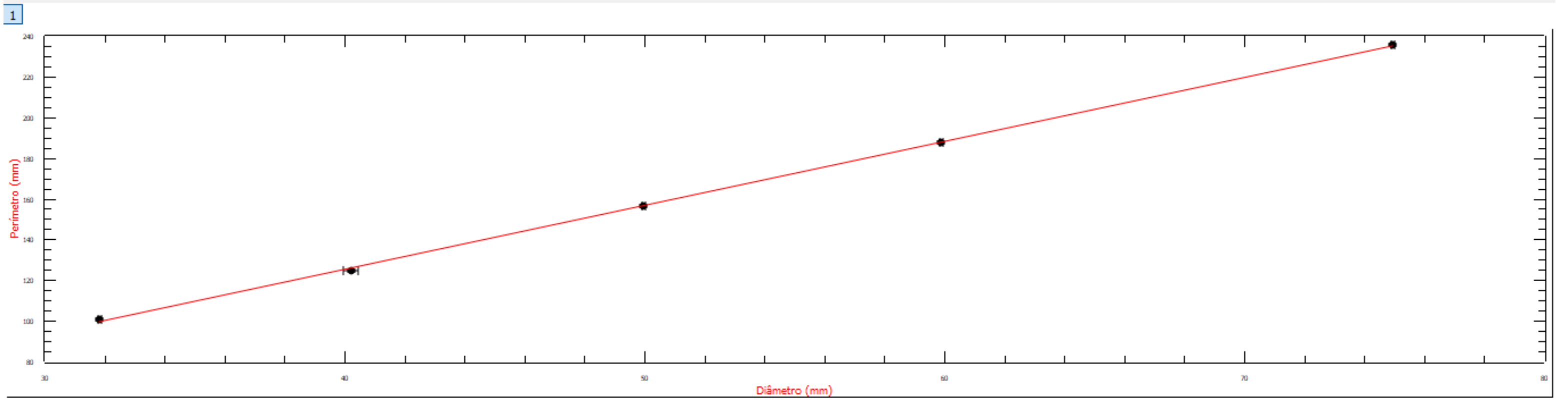
$$\pi_{\text{cano 1 régua}} = \frac{\text{PERÍMETRO}}{\text{DIÂMETRO}} \cong 3,130841$$

5.1. Gráfico no SciDavies com Aproximação Linear dos dados coletados

Colocando nas abscissas os diâmetros dos respectivos canos e nas ordenadas os perímetros dos respectivos canos e as incertezas dos diâmetros e as incertezas dos perímetros conseguimos exprimir o seguinte gráfico com aproximação linear:

[quinta-feira, 9 de fevereiro de 2023 07:55:57 Hora oficial do Brasil	Plot: "Graph1"]
Linear Regression fit of dataset: Table1_3, using function: A*x+B
Y standard errors: Associated dataset (Table1_4)
From x = 31,84 to x = 74,96
B (y-intercept) = -0,802644523065567 +/- 0,793998229550803
A (slope) = 3,14731294567841 +/- 0,0148285581319998

Chi^2 = 12,126418837283
R^2 = 0,999730887626556



6. CONCLUSÃO

Em relação aos fatos matemáticos e gráficos podemos concluir que conseguimos encontrar uma boa aproximação linear de $\pi = 3,14 \pm 0,01$ e adquirimos a habilidade de estimar aproximadamente valores em medições pelo paquímetro, pela fita métrica e pela régua com o intuito de realizar novos experimentos futuros com mais experiência.

7. REFERÊNCIAS

[1] Raul Rodrigues de Oliveira, Número pi (π), disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/>, acesso em 04/02/2023;