

Ordem dos conectivos:
 $\sim \quad \wedge \quad \vee \quad \underline{\vee} \quad \rightarrow \quad \leftrightarrow$
Tabela Verdade:

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$p \underline{\vee} q$
V	V	V	V	V	V	F
V	F	V	F	F	F	V
F	V	V	F	V	F	V
F	F	F	F	V	V	F

Equivalências Notáveis:

Idempotência: $p \Leftrightarrow p \wedge p$
 $p \Leftrightarrow p \vee p$

Dupla negação: $p \Leftrightarrow \sim \sim p$

Comutativa: $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
 $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

De Morgan: $\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
 $\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

Associatividades: $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
 $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$

Condiciona: $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$

CONTRADIÇÃO

Distributividade: $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
 $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

Contraposição: $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$

1) $p \wedge \sim p$

2) $p \leftrightarrow \sim p$

Bicondiciona: $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
 $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

$\sim p \wedge p \Leftrightarrow c$ (contradição)

$\sim p \vee p \Leftrightarrow t$ (tautologia)

3) $\sim p \wedge (p \wedge \sim q)$

Exportação-Importação: $p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$

$p \vee t \Leftrightarrow t$
 $p \wedge t \Leftrightarrow p$

$p \vee c \Leftrightarrow p$
 $p \wedge c \Leftrightarrow c$

$$\textcircled{+} p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (\sim p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$$

$$\textcircled{+} p \downarrow q \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

$$p \uparrow q \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

$$\begin{aligned} \textcircled{+} p \underline{\vee} q &\Leftrightarrow \sim (p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \sim [(\sim p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)] \\ &\Leftrightarrow \sim (\sim p \vee q) \vee \sim (p \vee \sim q) \\ &\Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) \end{aligned}$$

1) $c \Rightarrow p$

2) $p \Rightarrow T$

3) $p \wedge q \Rightarrow p$ (Simplificação)

4) $p \Rightarrow p \vee q$ (Adição)

5) $(p \rightarrow q) \wedge p$

6) $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$ (Modus Tollens)

7) $(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q$ (Silogismo Disjuntivo)

8) $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$

9) $p \Rightarrow \sim p \rightarrow q$

10) $p \Rightarrow \sim p \rightarrow q$

11) $p \rightarrow q \Rightarrow p \wedge \sim q \rightarrow q$

12) $p \rightarrow q \Leftrightarrow p \wedge \sim q \rightarrow c$ (Redução ao Absurdo)

$$5) (P \rightarrow Q) \wedge P$$

$$11) P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$$

$$12) P \rightarrow Q \Leftrightarrow P \wedge \neg Q \rightarrow C \quad (\text{Redução ao Absurdo})$$

$$6) (P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \Rightarrow \neg P \quad (\text{Modus Tollens})$$

$$13) P \rightarrow Q \Leftrightarrow P \vee Q \rightarrow Q$$

$$14) (P \leftrightarrow Q) \wedge (P \rightarrow \neg Q) \Leftrightarrow \neg P$$

$$15) P \wedge Q \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R) \quad (\text{Exportação e Importação})$$

$$16) (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow R) \Leftrightarrow P \vee Q \rightarrow R$$

$$17) (P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow R) \Leftrightarrow P \rightarrow Q \vee R$$

$$18) (P \rightarrow R) \vee (Q \rightarrow R) \Leftrightarrow P \wedge Q \rightarrow R \vee R$$

$$19) A) \neg P \Leftrightarrow P \downarrow P$$

$$B) P \wedge Q \Leftrightarrow (P \downarrow P) \downarrow (Q \downarrow Q)$$

$$C) P \vee Q \Leftrightarrow (P \downarrow Q) \downarrow (P \downarrow Q)$$

$$D) P \rightarrow Q \Leftrightarrow [(P \downarrow P) \downarrow Q] \downarrow [(P \downarrow P) \downarrow Q]$$

$$20) A) \neg P \Leftrightarrow P \uparrow P$$

$$B) P \wedge Q \Leftrightarrow (P \uparrow Q) \uparrow (P \uparrow Q)$$

$$C) P \vee Q \Leftrightarrow (P \uparrow P) \uparrow (Q \uparrow Q)$$

$$D) P \rightarrow Q \Leftrightarrow P \uparrow (Q \uparrow P)$$

FORMA NORMAL COJUNTIVA:

Diz-se que uma proposição está na forma normal conjuntiva (FNC) se e somente se são verificadas as seguintes condições:

1. Contém, quando muito, os conectivos \sim , \wedge e \vee ;
2. \sim não aparece repetido e não tem alcance sobre \wedge e \vee
3. \vee não tem alcance sobre \wedge

FORMA NORMAL DISJUNTIVA:

Diz-se que uma proposição está na forma normal disjuntiva (FND) se e somente se são verificadas as seguintes condições:

1. Contém, quando muito, os conectivos \sim , \wedge e \vee ;
2. \sim não aparece repetido e não tem alcance sobre \wedge e \vee
3. \wedge não tem alcance sobre \vee

Regras de Inferência:

Adição: $\frac{p}{p \vee q} \quad \frac{p}{q \vee p}$

Simplificação: $\frac{p \wedge q}{p} \quad \frac{p \wedge q}{q}$

Conjunção: $\frac{p}{p \wedge q} \quad \frac{q}{q \wedge p}$

Absorção: $\frac{p \rightarrow q}{p \rightarrow (p \wedge q)}$

Modus Ponens: $\frac{p \rightarrow q}{p} \quad q$

Modus Tollens: $\frac{p \rightarrow q}{\sim q} \quad \sim p$

Silogismo Disjuntivo: $\frac{p \vee q}{\sim p} \quad q \quad \frac{p \vee q}{\sim q} \quad p$

Silogismo Hipotético:

$$\frac{p \rightarrow q}{q \rightarrow r} \quad p \rightarrow r$$

Dilema construtivo:

$$\frac{p \rightarrow q}{r \rightarrow s} \quad \frac{p \vee r}{q \vee s}$$

Dilema Destrutivo:

$$\frac{p \rightarrow q}{r \rightarrow s} \quad \frac{\sim q \vee \sim s}{\sim p \vee \sim r}$$