NOME: GUILHERME MENEZES DE AZEVEDO / MATRÍCULA: 202200025804

DISCIPLINA: GRAFOS / TURMA: T02 / DATA 4: 16/07/2024 / DATA 5: 18/07/2024

- ➔ Árvore enraizada: Quando algum vértice é escolhido como especial. (Raiz da árvore (r);
- ➔ Uma árvore não enraizada é tbm uma árvore livre;
- ➔ Dois vértices que possuem o mesmo pai são irmãos;
- ➔ A raiz não possui pai e as folhas não possuem filhos;
- ➔ Nível do vértice: nível (v), ao número de arestas do caminho da raiz r a v;
- ➔ Altura da árvore: Conta-se o vértice iniciante da raiz até a folha com maior nível (Número de Arestas) -> Nível (r) = 0;
- ➔ OBS.: Subárvore parcial: Quando pega um subgrafo sem considerar todos os ramos;
- ➔ Conectivade: Seja G(V,E) um grupo conexo, um corte de vértices de G é um subconjunto minimal de vértices v' ⊆ V cuja remoção o transforma em um grafo trivial;
- ➔ Um corte de arestas de G é um subconjunto minimal de arestas;
- ➔ Se G é um grafo completo k_n, n > 1, então não existe subconjunto próprio de vértices, mas removendo n – 1 vértices resulta no grafo trivial;
- ➔ Conectividade de vértices (c_n): À cardinalidade do menor corte de vértices de G;
- ➔ Articulação: Quando a remoção de um vértice desconecta o grafo (ponte).
- ➔ Lema 2.2.: Cada aresta de G pertence a um bloco do grafo, um vértice de G é articulação sse pertencer a mais de um bloco do grafo;
- ➔ Lema 2.3.: Um vértice é articulação sse existirem vértices w, o qual está contido em todo caminho entre w e u em G;
- ➔ Lema 2.4.: Um grafo é biconexo |v| > 2 sse cada par de vértices está contido em um ciclo;
- ➔ Teorema 2.6.: Seja G um grafo K-conexo, então existe algum ciclo de G passando por cada subconjunto de K vértices;
- ➔ Um grafo é k-conexo sse existirem K caminhos disjuntos!
- ➔ Planaridade: $n + f = m + 2$
- ➔ $m \leq 3n - 6$
- ➔ $m \leq 2n - 4$
- ➔ Os grafos K5 e K3,3 são não planares;

➔ Um grafo será planar sse não contém como subgrafo uma subdivisão de K5 e K3,3;

➔ Ciclos Hamiltonianos: Seja um grafo com pelo menos 3 vértices e tal que $grau\ (v) \geq n/2$, para todo vértice. Então G é hamiltoniano;

➔ 2.3.: Árvores: Um grafo que seja acíclico e conexo;

➔ Se o vértice possuir $grau\ (v) \leq 1$ entao v é uma folha; Caso contrário será um vértice interior;

➔ Um conjunto de arvores é uma floresta;

➔ Todo grafo acíclico é uma floreta;

➔ OBS.: Toda árvore T com n vértices possui exatamente n-1 arestas;

➔ O número de folhas de T varia entre um número minimo de 2 e maximo de n-1 para $n > 2$;

➔ Teorema 2.3.: Um grafo G é uma árvore sse existir um único caminho entre cada par de vértices G;

➔ G é acíclico e a adição de uma aresta produz um grafo contendo exatamente um ciclo;

➔ A excentricidade de um vértice sera o valor maximo da distância entre v, w;

➔ O centro de G é o subconjunto dos vértices de excentricidade mínima;

➔ O centro de um grafo pode possuir no minimo um e no maximo 2 vértices;

➔ Lema 2.1.: Seja T uma árvore com pelo menos 3 vértices. Seja T' a arvore obtida de T pela exclusão de todas as suas folhas. Entao T e T' possuem o mesmo centro;

➔ Teorema 2.5.: O centro de uma arvore T possui um ou dois vértices;

➔ SubGrafoGerador: Tem –se um grafo G1 (V1, E1) e um subgrafo G2 (V2, E2) de G1 tal que V1 = V2;

➔ Quando o subgrafo gerador é uma arvore, ele recebe o nome de arvore geradora (Arvore de espalhamento);

➔ Todo Grafo Conexo G possui arvore Geradora;

➔ Um elo é a aresta que ao adicionar em uma arvore gera um ciclo fundamental que o torna um grafo conexo;

➔ Cada Ciclo do conjunto fundamental possui m-n+1 ciclos simples correspondente aos m-n+1 elos de G;

➔ 2.7.Coloração.: Processo de atribuir cores aos seus vertices adjacentes (conectados por uma aresta) não tenham a mesma cor; C = {C1, C2, ..., Cn}

➔ K-coloração: É uma coloraçao que usa exatamente K cores;

➔ Número Cromático: É o menor número de cores necessário para colorir o Grafo; Ex.: Se um grafo pode ser colorido com 3 cores, então dizemos que seu numero cromatico é 3;

➔ Lema 2.7 (Bicoloridade e Grafos Bipartidos): Um grafo é Bicolorivel sse for bipartido; OBS.: Arvore é um grafo Bipartido;

NOME: GUILHERME MENEZES DE AZEVEDO / MATRÍCULA: 202200025804

DISCIPLINA: GRAFOS / TURMA: T02 / DATA 6: 23/07/2024 / DATA 7: 25/07/2024

- Conceitos Relacionados:
  - Clique: Um conjunto de vértices onde cada par de vértices é adjacente;
  - Conjunto independente: Um conjunto de vértices onde nenhum par de vértices é adjacente;
- Relação entre conceitos:
  - O número cromático de um grafo (G) é pelo menos o tamanho da maior clique de G;
  - Uma K-coloração de G divide V em K subconjuntos disjuntos, cada um sendo um conjunto independente;
- Grafos K-críticos: Um Grafo G é K-critico se X(H) < K;
- Teorema 2.12.: Um grafo é K-crítico se, para todo vértice, o $grau\ (v) \geq k - 1$;
- PROVA.: Suponha que G seja K-Crítico e que exista um vértice com $grau\ (v) < k - 1$; Como G é K-Critico, o grafo G-v é (K-1) colorivel; Se (G-v) pode ser colorido com (K-1) cores, então G tbm pode ser colorido com (k-1) cores, o que é uma contradição;
- 2.8. Grafos Direcionados (Digrafos).: Consistem em um conjunto de vértices e u m conjunto de arestas que são pares ordenados de vértices;
- Cada aresta (v,w) tem direção de v para w, sendo divergente de v e convergente a w;
- Conceitos Análogos:
  - Caminho Simples, Trajeto, ciclo e ciclo simples são definidos de forma semelhante aos grafos não direcionados;
  - Digrafos podem ter ciclos de comprimento 2, onde (v,w) e (w,v) são arestas do mesmo;
  - Caminhos e ciclos em dígrafos devem seguir a direção das arestas;
- O grau de entrada de um vértice é o numero de arestas que chegam a v;
- O grau de saida de v é o numero de arestas que saem de v;
- Fonte: É um vértice com grau de entrada zero;
- Sumidouro (poço): É um vértice com saida zero;
- Grafo subjacente: Removendo as direções das arestas de um dígrafo (D), obtêm-se um multigrafo não direcionado, chamado de grafo subjacente;
- OBS.: Raiz de um dígrafo: Alcança todos os outros;
- Conectividade em Digrafos:
  - Fortemente conexo: Existe um caminho de v para w e de w para v para todo par de vértices (v,w);
  - Unilateralmente conexo: Existe pelo menos um caminho de v apara w ou de w para v para todo par de vértices;
  - Fracamente conexo: Um grafo subjacente é conexo.
- Lema 2.8.: Todo dígrafo acíclico possui pelo menos uma fonte e um sumidouro;
- Fecho Transitivo: É o maior dígrafo que preserva a alcançabilidade de D;
- Redução Transitiva: É o menor dígrafo que preserva a alcançabilidade de D e é conhecido como diagrama de Hasse;
- Conjunto Parcialmente Ordenado: É definido por um conjunto (S, <) e uma relação binaria;
- Árvore Direcionada Enraizada: É um dígrafo com exatamente um vértice raiz de grau de entrada nulo e todos os outros vértices com grau de entrada igual a um. Esse dígrafo é acíclico seu grafo subjacente é uma arvore.