4.4 Equações simétricas da reta

quinta-feira, 1 de setembro de 2022 11:17

Das equações paramétricas (4.2), supondo $abc \neq 0$, vem:

$$t = \frac{x - x_1}{a}$$

$$t = \frac{y - y_1}{b}$$

$$t = \frac{z - z_1}{c}$$

logo:

$$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$$

Estas equações são denominadas *equações simétricas* ou normais de uma reta que passa por um ponto $A(x_1, y_1, z_1)$ e tem a direção do vetor $\vec{v} = (a, b, c)$.

Observação

Se a reta é determinada pelos pontos $A(x_1, y_1, z_1)$ e $B(x_2, y_2, z_2)$, suas equações simétricas são:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} \qquad (4.4\text{-II})$$

pois um vetor diretor é:

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1,\ y_2 - y_1,\ z_2 - z_1),$$

4.4.1 Condição para que Três Pontos Estejam em Linha Reta

A condição para que três pontos $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$ e $A_3(x_3, y_3, z_3)$ estejam em linha reta é que os vetores $\overrightarrow{A_1A_2}$ e $\overrightarrow{A_1A_3}$ sejam colineares, isto é:

$$\overrightarrow{A_1A_2} = m\overrightarrow{A_1A_3}, \text{ para algum } m \in \mathbb{R}$$

ou:

$$\frac{x_2 - x_1}{x_3 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{y_3 - y_1} = \frac{z_2 - z_1}{z_3 - z_1} \qquad (4.4.1)$$