Busca sequencial e *hash*

Estruturas de Dados

Bruno Prado

Departamento de Computação / UFS

Introdução

- Estruturas de dados lineares
  - Conjunto de elementos em sequência
    - Armazenamento
    - Busca
    - Organização
    - ...

Introdução

- Estruturas de dados lineares
  - Conjunto de elementos em sequência
    - Armazenamento
    - Busca
    - Organização
    - ...
  - Regras de operação
    - Lista: encadeamento simples, circular e duplo
    - Fila: *First-In First-Out* (FIFO)
    - Pilha: *Last-In First-Out* (LIFO)

Introdução

- Estruturas de dados lineares
  - Conjunto de elementos em sequência
    - Armazenamento
    - Busca
    - Organização
    - ...
  - Regras de operação
    - Lista: encadeamento simples, circular e duplo
    - Fila: *First-In First-Out* (FIFO)
    - Pilha: *Last-In First-Out* (LIFO)
  - Complexidade
    - Espaço: $\Theta(n)$
    - Tempo: $\Omega(1)$ e $O(n)$

Introdução

- O que é a busca sequencial?
  - Consiste em acessar sequencialmente os dados da estrutura a partir de um elemento inicial, geralmente o primeiro da sequência

Introdução

- O que é a busca sequencial?
  - Consiste em acessar sequencialmente os dados da estrutura a partir de um elemento inicial, geralmente o primeiro da sequência
  - A busca é finalizada com o elemento procurado é encontrado ou não existem mais elementos para serem comparados na estrutura

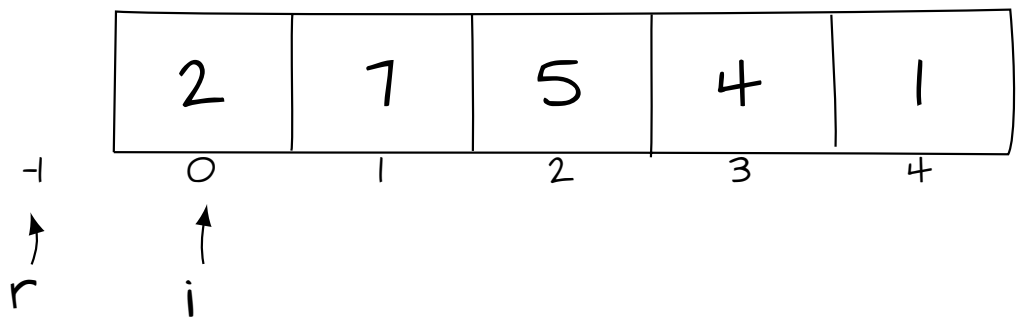
Introdução

- O que é a busca sequencial?
  - Consiste em acessar sequencialmente os dados da estrutura a partir de um elemento inicial, geralmente o primeiro da sequência
  - A busca é finalizada com o elemento procurado é encontrado ou não existem mais elementos para serem comparados na estrutura

É uma estratégia de **força bruta**

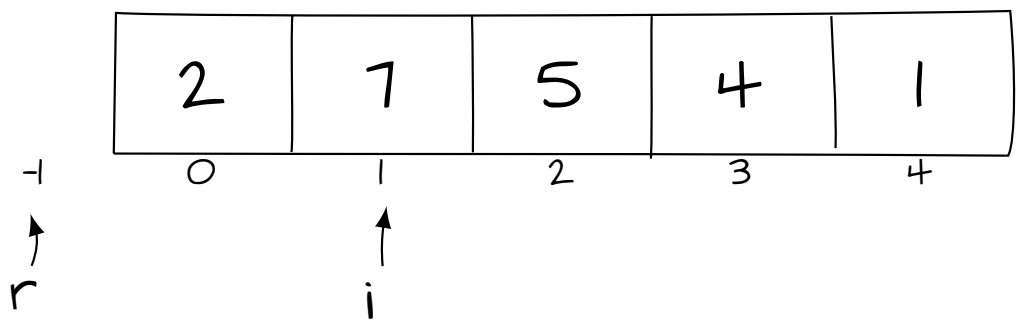
Busca sequencial

- Busca em vetores sem ordenação
  - Parâmetro de busca: 1
  - O índice de resultado *r* possui o valor -1 (não encontrado) e o de busca *i* recebe o valor 0 (inicial)
  - É feita a comparação do elemento da posição *i* com o valor do parâmetro de busca



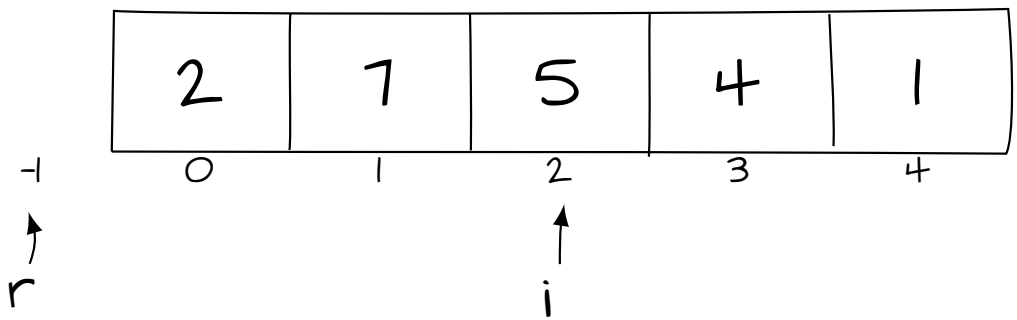
Busca sequencial

- Busca em vetores sem ordenação
  - Parâmetro de busca: 1
  - Como o elemento procurado não foi encontrado na posição, o índice de busca *i* é incrementado e o índice de resultado *r* não é modificado



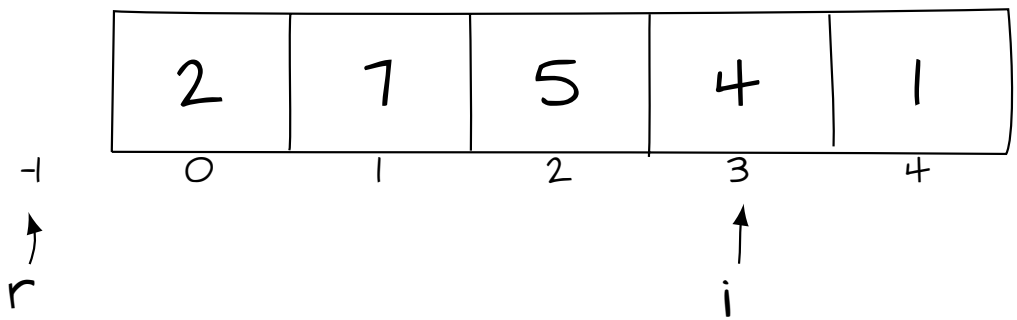
Busca sequencial

- Busca em vetores sem ordenação
  - Parâmetro de busca: 1
  - Como o elemento procurado não foi encontrado na posição, o índice de busca *i* é incrementado e o índice de resultado *r* não é modificado



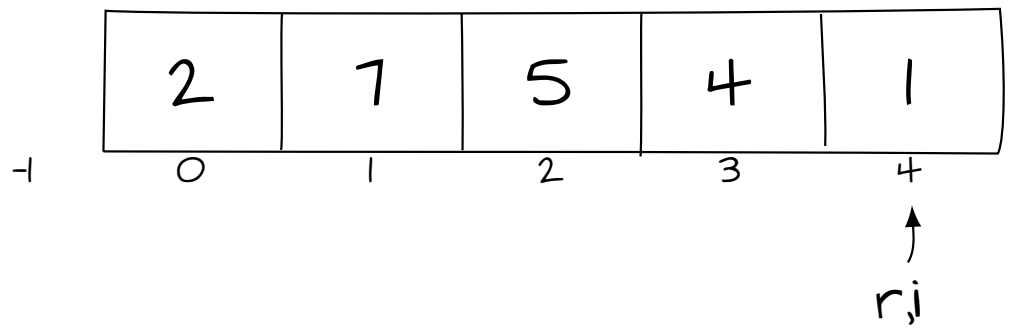
Busca sequencial

- Busca em vetores sem ordenação
  - Parâmetro de busca: 1
  - Como o elemento procurado não foi encontrado na posição, o índice de busca *i* é incrementado e o índice de resultado *r* não é modificado



Busca sequencial

- Busca em vetores sem ordenação
  - Parâmetro de busca: 1
  - O elemento procurado é encontrado na posição 4 e o índice de resultado *r* recebe o valor do *i*



Busca sequencial

- Implementação em C

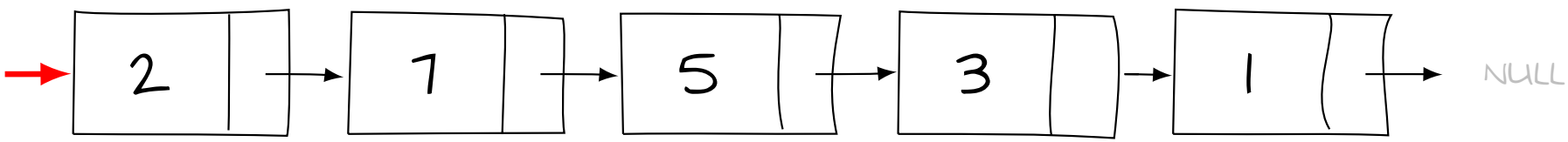
```
1  // Padrão de tipos por tamanho
2  #include <stdint.h>
3  // Função de busca sequencial em vetor
4  int32_t bseqv(uint32_t* V, uint32_t n, uint32_t x) {
5      // Índice de resultado
6      int32_t r = -1;
7      // Iterações de 0 -> n - 1
8      for(int32_t i = 0; i < n && r == -1; i++)
9          // Comparação de valor
10         if(V[i] == x)
11             // Atualização de índice
12             r = i;
13     // Retornando resultado
14     return r;
15 }
```

Busca sequencial

- Análise de complexidade
  - Espaço: $\Theta(n)$
  - Tempo: $\Omega(1) \leq bseqv(n) \leq O(n)$

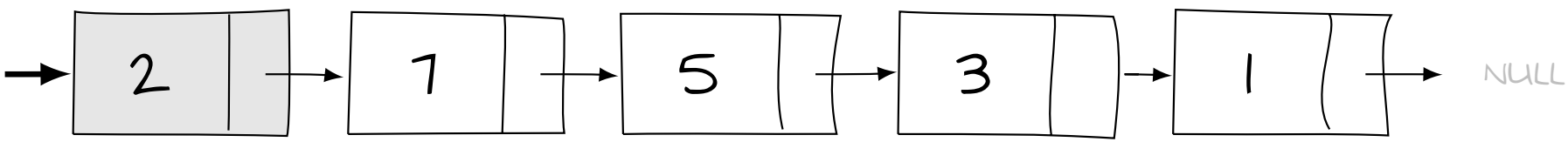
Busca sequencial

- Busca em listas
  - Parâmetro de busca: 13
  - A busca tem início acessando a cabeça da lista que contém a referência para o primeiro elemento



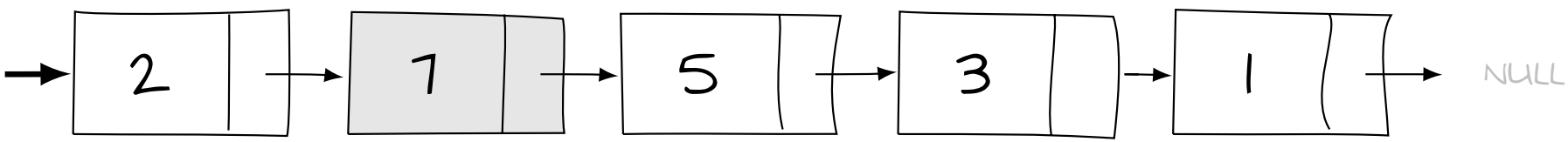
Busca sequencial

- Busca em listas
  - Parâmetro de busca: 13
  - É feito o acesso ao próximo elemento da lista para comparação com o valor do parâmetro de busca até que o elemento seja encontrado ou que não existam mais elementos na lista



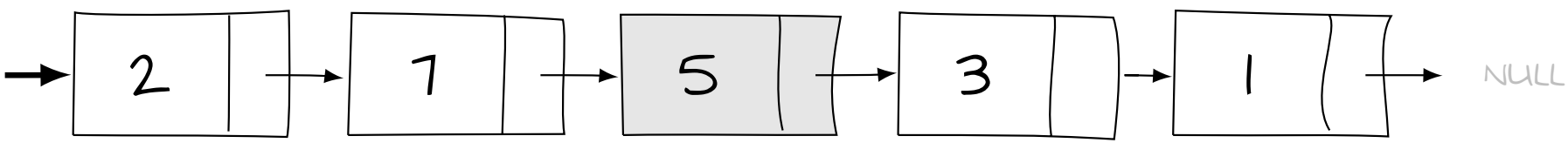
Busca sequencial

- Busca em listas
  - Parâmetro de busca: 13
  - É feito o acesso ao próximo elemento da lista para comparação com o valor do parâmetro de busca até que o elemento seja encontrado ou que não existam mais elementos na lista



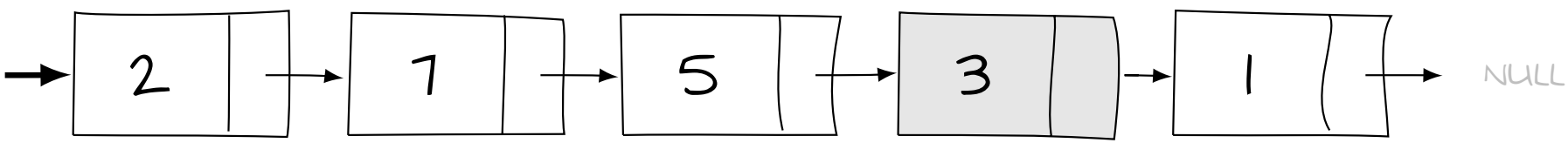
Busca sequencial

- Busca em listas
  - Parâmetro de busca: 13
  - É feito o acesso ao próximo elemento da lista para comparação com o valor do parâmetro de busca até que o elemento seja encontrado ou que não existam mais elementos na lista



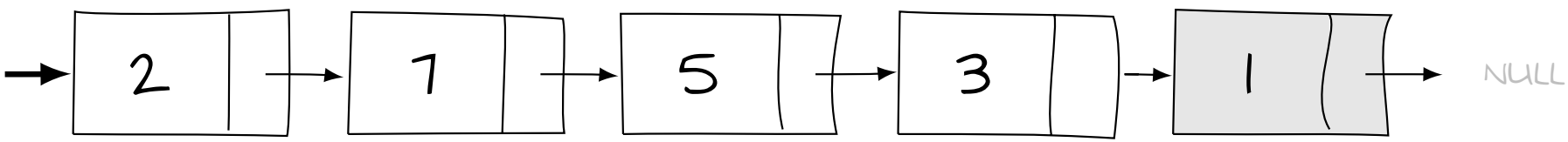
Busca sequencial

- Busca em listas
  - Parâmetro de busca: 13
  - É feito o acesso ao próximo elemento da lista para comparação com o valor do parâmetro de busca até que o elemento seja encontrado ou que não existam mais elementos na lista



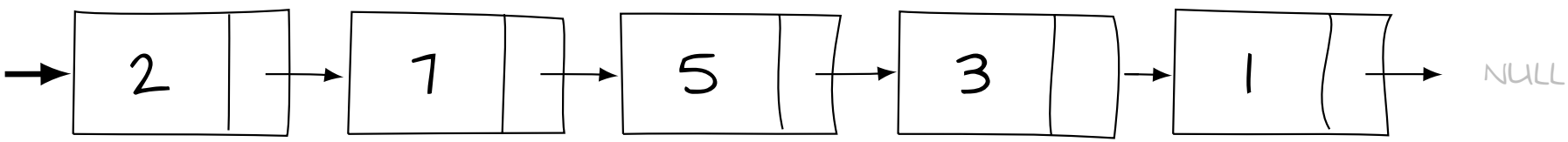
Busca sequencial

- Busca em listas
  - Parâmetro de busca: 13
  - É feito o acesso ao próximo elemento da lista para comparação com o valor do parâmetro de busca até que o elemento seja encontrado ou que não existam mais elementos na lista



Busca sequencial

- Busca em listas
  - Parâmetro de busca: 13
  - O elemento procurado não é encontrado, sendo retornada uma referência nula pela função de busca



Busca sequencial

- Implementação em C

```
1  // Padrão de tipos por tamanho
2  #include <stdint.h>
3  // Função de busca sequencial em lista
4  elemento* bseql(lista L, uint32_t x) {
5      // Ajustando ponteiros
6      elemento* i = L.L, * r = NULL;
7      // Iterações de cabeça -> cauda
8      while(i != NULL && r == NULL) {
9          // Comparação de valor
10         if(i->E == x)
11             // Atualização de referência
12             r = i;
13         // Próximo elemento da lista
14         i = i->P;
15     }
16     // Retornando resultado
17     return r;
18 }
```

Busca sequencial

- Análise de complexidade
  - Espaço: $\Theta(n)$
  - Tempo: $\Omega(1) \leq bseql(n) \leq O(n)$

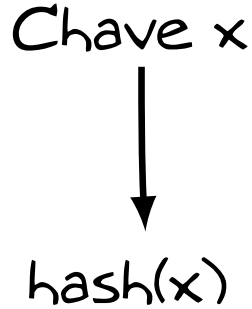
Hash

- O que é uma estratégia de busca com *hash*?
  - É o cálculo em tempo constante do índice em que um determinado elemento foi armazenado
  - O valor do parâmetro de busca é aplicado em uma função *hash* que mapeia o elemento procurado no vetor, permitindo seu acesso direto sem busca

Chave x

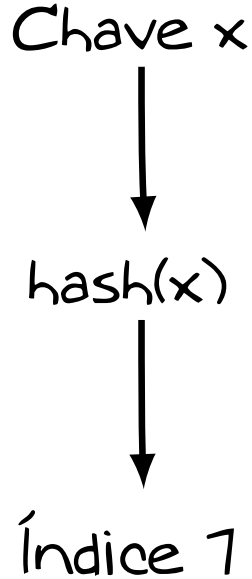
Hash

- O que é uma estratégia de busca com *hash*?
  - É o cálculo em tempo constante do índice em que um determinado elemento foi armazenado
  - O valor do parâmetro de busca é aplicado em uma função *hash* que mapeia o elemento procurado no vetor, permitindo seu acesso direto sem busca



Hash

- O que é uma estratégia de busca com *hash*?
  - É o cálculo em tempo constante do índice em que um determinado elemento foi armazenado
  - O valor do parâmetro de busca é aplicado em uma função *hash* que mapeia o elemento procurado no vetor, permitindo seu acesso direto sem busca



Hash

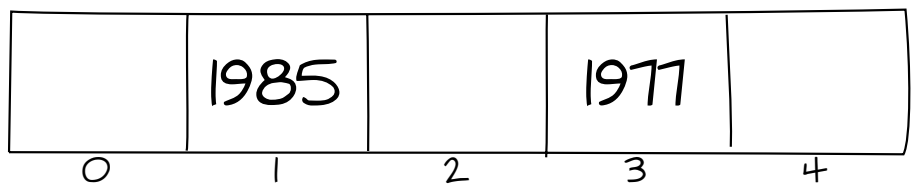
- O que é uma estratégia de busca com *hash*?
  - Não é prática a utilização de uma função injetora
    - Considere cadeias de caracteres utilizando somente letras minúsculas, com até 100 caracteres
    - Calculando as possíveis combinações de texto são possíveis até $26^{100} \approx 3.14 \times 10^{141}$ mapeamentos distintos

Hash

- O que é uma estratégia de busca com *hash*?
  - Não é prática a utilização de uma função injetora
    - Considere cadeias de caracteres utilizando somente letras minúsculas, com até 100 caracteres
    - Calculando as possíveis combinações de texto são possíveis até $26^{100} \approx 3.14 \times 10^{141}$ mapeamentos distintos
  - A solução mais adequada para uma função *hash* é o mapeamento das entradas em um espaço de valores com tamanho fixo e reduzido
    - Determinação do tamanho do vetor
    - Tipo de tratamento de colisões

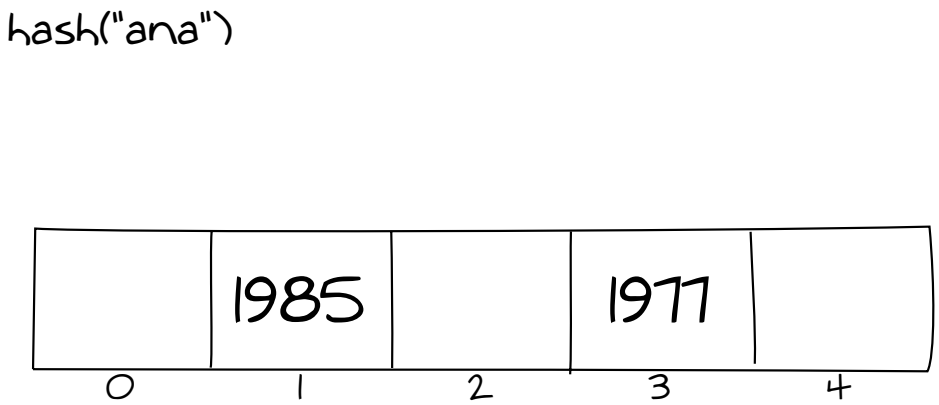
Hash

- O que é uma função *hash*?
  - É o mapeamento de um conjunto de dados em índices de um vetor de tamanho limitado
  - A aplicação desta função permite o armazenamento e acesso associativo dos dados em tempo constante



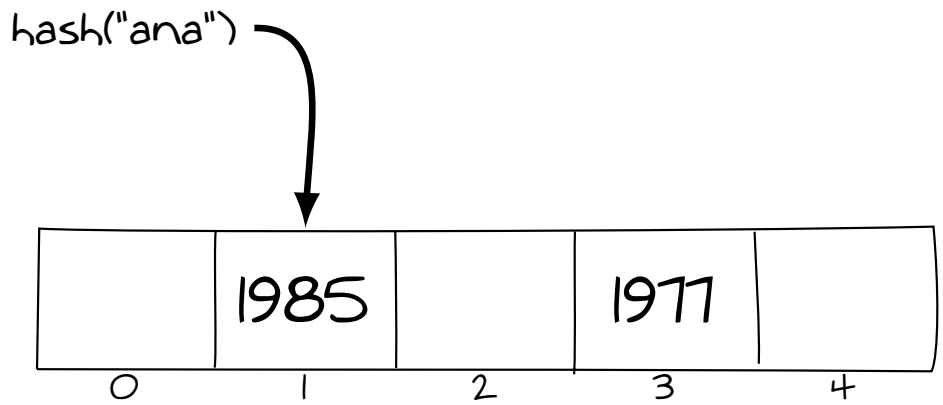
Hash

- O que é uma função *hash*?
  - É o mapeamento de um conjunto de dados em índices de um vetor de tamanho limitado
  - A aplicação desta função permite o armazenamento e acesso associativo dos dados em tempo constante



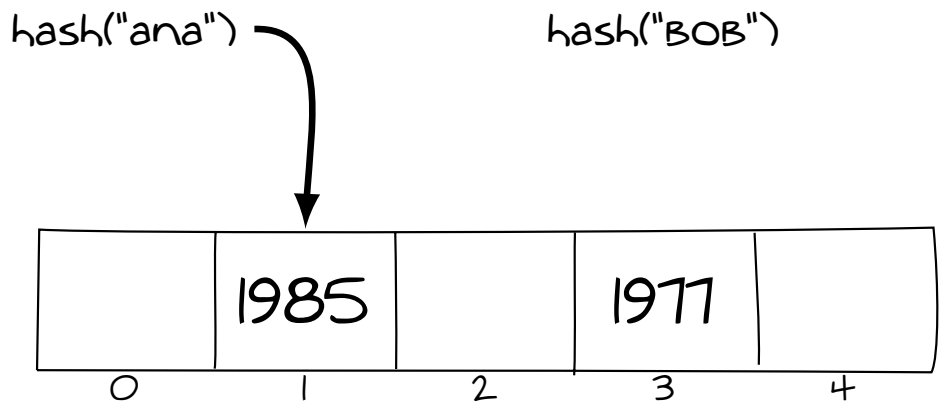
Hash

- O que é uma função *hash*?
  - É o mapeamento de um conjunto de dados em índices de um vetor de tamanho limitado
  - A aplicação desta função permite o armazenamento e acesso associativo dos dados em tempo constante



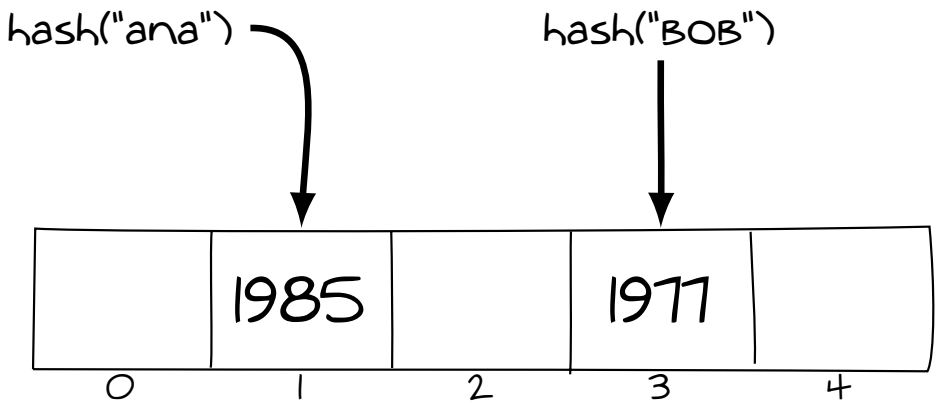
Hash

- O que é uma função *hash*?
  - É o mapeamento de um conjunto de dados em índices de um vetor de tamanho limitado
  - A aplicação desta função permite o armazenamento e acesso associativo dos dados em tempo constante



Hash

- O que é uma função *hash*?
  - É o mapeamento de um conjunto de dados em índices de um vetor de tamanho limitado
  - A aplicação desta função permite o armazenamento e acesso associativo dos dados em tempo constante



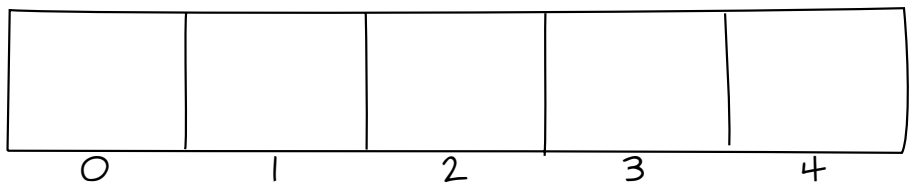
Hash

- Definições de uma função *hash* H
  - Possuir idealmente um comportamento injetivo, nunca mapeando duas entradas distintas em uma mesmo índice do vetor
  - Utilizar uma função F com distribuição uniforme dos dados, reduzindo a chance de colisões de posições
  - Calcular valores de mapeamento limitados ao tamanho T do vetor

$$H(x) = F(x) \ mod \ T$$

Hash

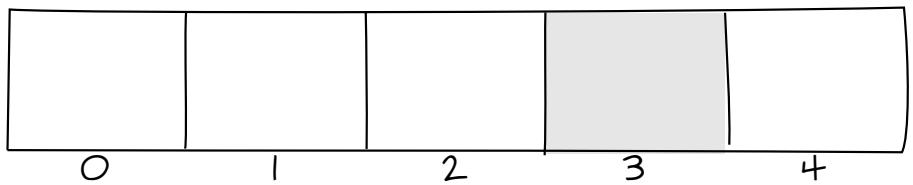
- Mapeando os elementos no vetor
  - Função *hash* $H(x) = 33x \bmod 5$
  - É feita a alocação de um vetor com 5 posições



$$H(n) = 33 \times x \; mod \; 5$$

Hash

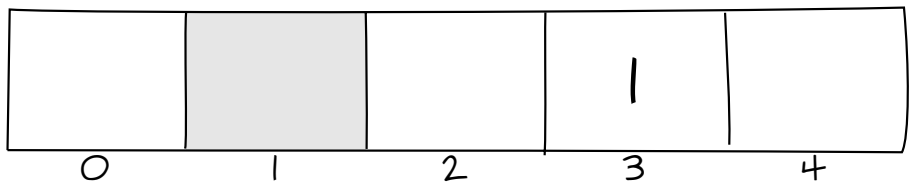
- Mapeando os elementos no vetor
  - Função *hash* $H(x) = 33x \bmod 5$
  - É calculado o índice para o elemento de valor 1



$$H(1) = 33 \times 1 \; mod \; 5 = 3$$

Hash

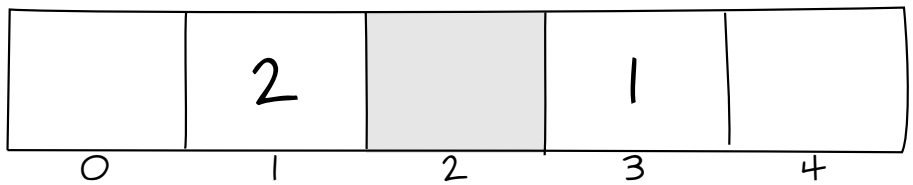
- Mapeando os elementos no vetor
  - Função *hash* $H(x) = 33x \bmod 5$
  - É calculado o índice para o elemento de valor 2



$$H(2) = 33 \times 2 \; mod \; 5 = 1$$

Hash

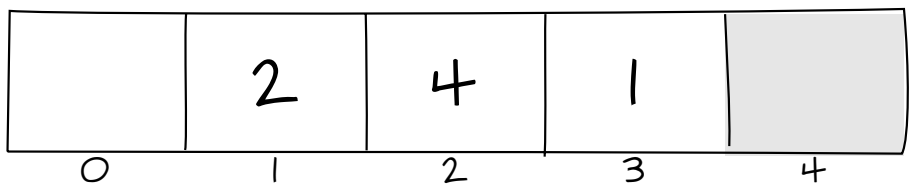
- Mapeando os elementos no vetor
  - Função *hash* $H(x) = 33x \bmod 5$
  - É calculado o índice para o elemento de valor 4



$$H(4) = 33 \times 4 \; mod \; 5 = 2$$

Hash

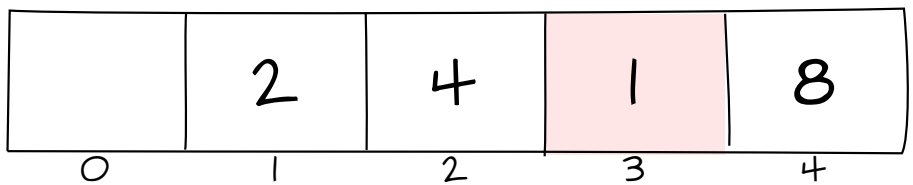
- Mapeando os elementos no vetor
  - Função *hash* $H(x) = 33x \bmod 5$
  - É calculado o índice para o elemento de valor 8



$$H(8) = 33 \times 8 \; mod \; 5 = 4$$

Hash

- Mapeando os elementos no vetor
  - Função *hash* $H(x) = 33x \bmod 5$
  - É calculado o índice para o elemento de valor 16

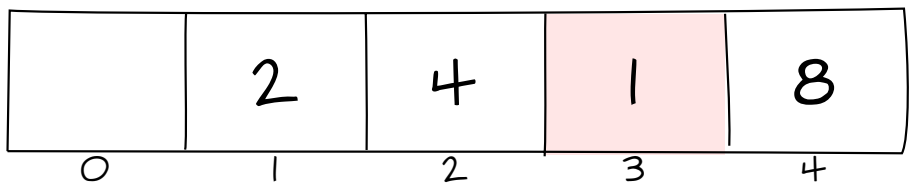


$$H(16) = 33 \times 16 \; mod \; 5 = 3$$

Hash

- Mapeando os elementos no vetor
  - Função *hash* $H(x) = 33x \bmod 5$
  - É calculado o índice para o elemento de valor 16

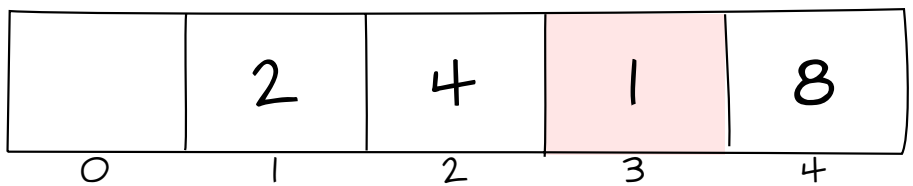
Colisão de mapeamento!



$$H(16) = 33 \times 16 \; mod \; 5 = 3$$

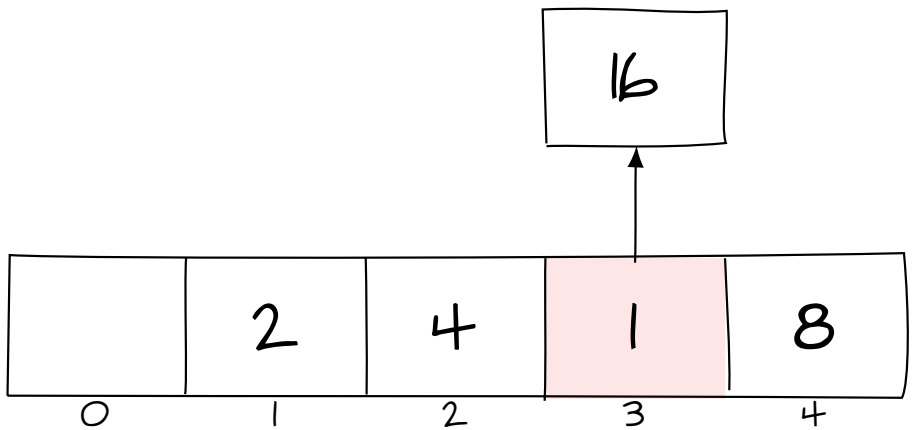
Hash

- Endereçamento fechado
  - O tratamento de colisão é feito através da utilização de uma estrutura de dados auxiliar que permita o ajuste incremental de capacidade
  - Se uma estrutura de lista for utilizada, cada posição do vetor é a cabeça de uma lista, sendo inseridos novos elementos em caso de colisão



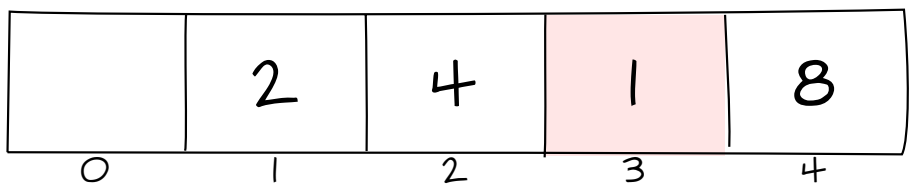
Hash

- Endereçamento fechado
  - O tratamento de colisão é feito através da utilização de uma estrutura de dados auxiliar que permita o ajuste incremental de capacidade
  - Se uma estrutura de lista for utilizada, cada posição do vetor é a cabeça de uma lista, sendo inseridos novos elementos em caso de colisão



Hash

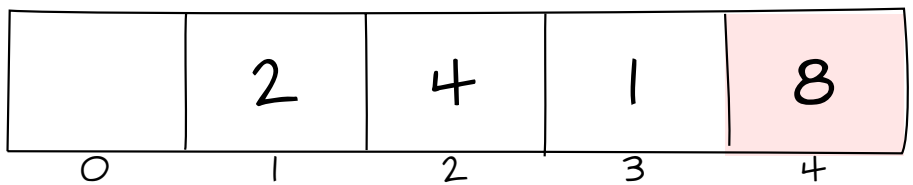
- Endereçamento aberto
  - Técnica de *linear probing*
  - Função *hash* auxiliar $LP(x, i) = H(x) + i \bmod T$, com $i = 0, 1, \ldots, T - 1$
  - É feito um novo cálculo de mapeamento utilizando a função *hash* auxiliar, evitando que espaço adicional seja alocado para o armazenamento dos elementos



$$LP(16, 0) = (H(16) + 0) \; mod \; 5 = 3$$

Hash

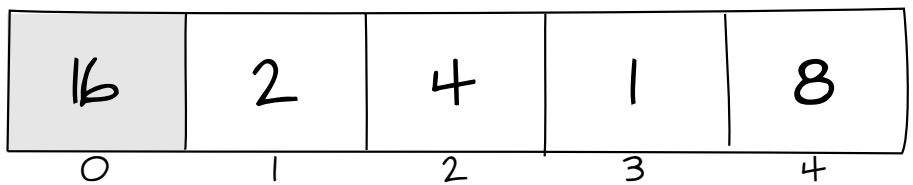
- Endereçamento aberto
  - Técnica de *linear probing*
  - Função *hash* auxiliar $LP(x, i) = H(x) + i \bmod T$, com $i = 0, 1, \ldots, T - 1$
  - É feito um novo cálculo de mapeamento utilizando a função *hash* auxiliar, evitando que espaço adicional seja alocado para o armazenamento dos elementos



$$LP(16, 1) = (H(16) + 1) \; mod \; 5 = 4$$

Hash

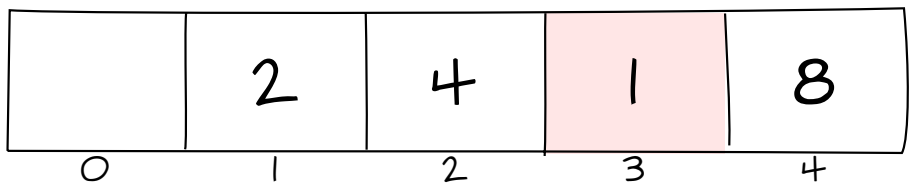
- Endereçamento aberto
  - Técnica de *linear probing*
  - Função *hash* auxiliar $LP(x, i) = H(x) + i \bmod T$, com $i = 0, 1, \ldots, T - 1$
  - É feito um novo cálculo de mapeamento utilizando a função *hash* auxiliar, evitando que espaço adicional seja alocado para o armazenamento dos elementos



$$LP(16, 2) = (H(16) + 2) \; mod \; 5 = 0$$

Hash

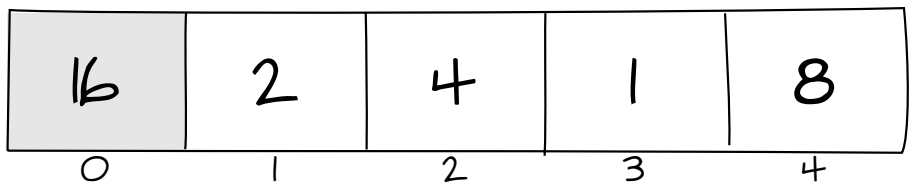
- Endereçamento aberto
  - Técnica de *double hashing*
  - Função *hash* duplo $DH(x, i) = H_1(x) + iH_2(x) \bmod T$
  - É aplicada uma função secundária de *hash* para deslocar o resultado para outra posição do vetor



$$DH(16, 0) = (33 \times 16 + 0 \times 7 \times 16) \; mod \; 5 = 3$$

Hash

- Endereçamento aberto
  - Técnica de *double hashing*
  - Função *hash* duplo $DH(x, i) = H_1(x) + iH_2(x) \bmod T$
  - É aplicada uma função secundária de *hash* para deslocar o mapeamento para outro índice do vetor



$$DH(16, 1) = (33 \times 16 + 1 \times 7 \times 16) \; mod \; 5 = 0$$

Hash

- Análise de complexidade
  - Espaço: $\Theta(n)$
  - Tempo: $\Omega(1)$ e $O(n)$
- Considerações
  - O tempo é constante desde que os dados estejam uniformemente distribuídos e a capacidade do vetor não seja muito utilizado, permitindo que o número de colisões seja reduzido
  - É recomendável a utilização de números primos para definir o tamanho do vetor, reduzindo assim as chances de colisões nos mapeamentos

Hash

- Aplicações
  - Checagem de integridade de dados
  - Criptografia
  - Memória cache
  - Tabela de símbolos de compilador
  - ...

Exercício

- A empresa de tecnologia Poxim Tech está criando um engenho de busca experimental para retornar ocorrências de texto em uma interface web
  - De acordo com o valor de chave gerado pelo texto é feito o mapeamento da requisição de busca para um dos servidores dedicados, utilizando um cálculo de *checksum* com 8 bits para cada um dos caracteres
  - Para atender as solicitações em tempo real, cada um dos servidores só é capaz de atender um número máximo de requisições ao mesmo tempo, sendo feita uma realocação do servidor por *double hashing* definida por $H_1(x) = 7919 \times checksum(x) \bmod T$ e $H_2(x) = 104729 \times checksum(x) + 123 \bmod T$
  - Todos os padrões pesquisados são compostos somente por letras e números com até 100 caracteres

Exercício

- Função de *checksum* com 8 bits
  - Realiza a operação de ou-exclusivo ou *xor* ($\oplus$) com os valores numéricos ASCII dos caracteres

$$\begin{aligned} \mathit{checksum}(\text{"}\mathit{ufs}\text{"}) &= \mathit{'u'} \oplus \mathit{'f'} \oplus \mathit{'s'} \\ &= 117 \oplus 102 \oplus 115 \\ &= 96 \end{aligned}$$

Probabilidade de duas strings diferentes gerarem o mesmo valor numérico é de $\frac{1}{2^8} \approx 0,4\%$

Exercício

- Formato do arquivo de entrada
  - [#*Servidores*] [*Capacidade máxima*]
  - [#n]
  - [#m_1] [P_1] [P_2] ... [P_{m_1}]
  - ...
  - [#m_n] [P_1] [P_2] ... [P_{m_n}]

```
1 3 2
2 5
3 1 ufs
4 3 a b c
5 2 cd ef
6 2 e d
7 1 hash
```

Exercício

- Formato do arquivo de saída
  - É exibido o servidor alocado para realização da busca e os padrões de texto que estão sendo processados, além da realocação das requisições quando um servidor já atingiu o limite de operações

```
1 [S0] ufs
2 [S0] ufs, a b c
3 [S2] cd ef
4 [S2] cd ef, e d
5 S0->S1
6 [S1] hash
```