

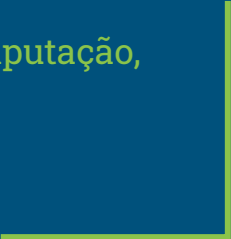


Lógica Proposicional



Prof^a. Maely Moraes

Livro base: Souza, João Nunes, Lógica para Ciência da Computação,
Editora Campus, 9^a tiragem.





Lógica Proposicional



Relações semânticas entre os
conectivos da Lógica Proposicional



Conjuntos de Conectivos Completos

- Definição 5.1 (conjunto de conectivos completo)

Seja Ψ um conjunto de conectivos.

Ψ é um conjunto completo se as condições a seguir são satisfeitas.

Dada uma fórmula H do tipo

$$\neg P_1, (P_1 \vee P_2), (P_1 \wedge P_2), \\ (P_1 \rightarrow P_2) \text{ ou } (P_1 \leftrightarrow P_2),$$

então é possível determinar uma outra fórmula G , tal que:

G é equivalente a H ,

G contém apenas conectivos do conjunto Ψ e os símbolos P_1 e P_2 presentes em H .

Conjuntos de Conectivos Completos

- Proposição 5.1 (Equivalência entre \rightarrow e os conectivos \neg, \vee)

O conectivo \rightarrow pode ser expresso semanticamente pelos conectivos \neg e \vee .

$$(P \rightarrow Q) \text{ equivale a } (\neg P \vee Q)$$

-
- **Proposição 5.2 (Equivalência entre \wedge e os conectivos \neg , \vee)**

O conectivo \wedge pode ser expresso semanticamente pelos conectivos \neg e \vee .

$$(P \wedge Q) \text{ equivale a } \neg(\neg P \vee \neg Q)$$

-
- **Proposição 5.3 (Equivalência entre \leftrightarrow e os conectivos \neg , \vee)**

O conectivo \leftrightarrow pode ser expresso semanticamente pelos conectivos \neg e \vee .

$$(P \leftrightarrow Q)$$

equivale a

$$\neg (\neg (\neg P \vee Q) \vee \neg (\neg Q \vee P))$$

-
- **Proposição 5.4 (conjunto de conectivos completo)**

O conjunto $\{\neg, \vee\}$ é completo.

-
- **Proposição 5.5 (regra de substituição)** Sejam E_g , E_h , G e H fórmulas da Lógica Proposicional tais que:

G e H são subfórmulas de E_g e E_h respectivamente.

E_h é obtida de E_g substituindo todas as ocorrências da fórmula G em E_g por H .

Se

G equivale a H ,

então

E_g equivale a E_h .

Relação semântica entre conectivos

- **Proposição 5.7 (relação semântica entre conectivos)**

Seja E uma fórmula da Lógica Proposicional.

Então existe uma fórmula E_1 ,

equivalente a E ,

que possui apenas os conectivos \neg e \vee

e os símbolos proposicionais e de verdade presentes em E .

Relação semântica entre conectivos

- **Definição 5.2 (conectivo nand)**

O conectivo nand é definido pela correspondência:

$$(P \text{ nand } Q) = (\neg(P \wedge Q))$$

Relação semântica entre conectivos

- **Proposição 5.8 (equivalência entre \neg e $\{nand\}$)**

O conectivo \neg pode ser expresso semanticamente pelo conectivo $nand$.

$\neg P$ equivale a $(P \text{ } nand \text{ } P)$

- **Proposição 5.9 (equivalência entre \vee e $\{nand\}$)**

O conectivo \vee pode ser expresso semanticamente pelo conectivo $nand$.

$$\begin{aligned} & (P \vee Q) \\ & \text{equivale a} \\ & (P \text{ nand } P) \text{ nand } (Q \text{ nand } Q) \end{aligned}$$

-
- **Proposição 5.10 (conjunto de conectivo completo)**
O conjunto {nand} é completo.

- **Proposição 5.11 (relação semântica entre conectivos)**

Seja E uma fórmula qualquer da Lógica Proposicional.

*E pode ser expressa,
equivalentemente,
utilizando apenas o conectivo nand
e os símbolos proposicionais e de verdade presentes
em E .*

- **Definição 5.3 (conectivo *nor*)**

O conectivo nor é definido pela correspondência:

$$(P \text{ nor } Q) = (\neg (P \vee Q))$$

-
- **Proposição 5.12 (conjunto de conectivo completo)**

O conjunto $\{nor\}$ é completo.

- **Proposição 5.13 (relação semântica entre conectivos)**

*Seja E uma fórmula qualquer da Lógica Proposicional.
 E pode ser expressa,
equivalentemente,
utilizando apenas o conectivo **nor** e os símbolos
proposicionais e de verdade presentes em E .*

Redefinição do alfabeto da Lógica Proposicional

- **Definição 5.4 (alfabeto na forma simplificada)** *O alfabeto da Lógica Proposicional é constituído por:*
 - *símbolos de pontuação: (,);*
 - *símbolo de verdade: false;*
 - *símbolos proposicionais: $P, Q, R, S, P_1, Q_1, R_1, S_1, P_2, Q_2, \dots$;*
 - *conectivos proposicionais: \neg, \vee .*

Formas normais

- Definição 5.5 (literal)

Um literal, na Lógica Proposicional, é um símbolo proposicional ou sua negação.

Formas normais

- **Definição 5.6 (forma normal)**

Há dois tipos de formas normais:

- *Uma fórmula H está na forma normal disjuntiva (fnd) se é uma disjunção de conjunção de literais.*
- *Uma fórmula H está na forma normal conjuntiva (fnc) se é uma conjunção de disjunção de literais.*