UFRR

UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA

Revisão de Matemática

Aula Baseada nos slides do Profº. Eduardo Nakamura- UFAM

Prof. Dr. Herbert Oliveira Rocha
herberthb12@gmail.com

Pisos e Tetos

Usando as definições de Θ, O, Ω, o e ω, mostre que:

a) $n \log n + 5n = \Theta(n \log n)$

b) $2^{n+1} = O(2^n)$

c) $2n^2 - 1 = \Omega(n^2)$

d) $n^2 = o(n^3)$

e) $n^2 = \omega(n)$

f) $n \log n = o(n^2)$

g) $2n^2 \neq o(n^2)$

$$\boxed{\begin{array}{c}\Theta(g(n)) = \{f(n) : \exists \text{ constantes positivas } c_1,\, c_2 \text{ e } n_0, \text{ tais que} \\ 0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)\ \forall\, n > n_0\}\end{array}}$$

Pisos e Tetos

- Piso
  - Para qualquer número real x, denotamos o maior inteiro menor ou igual a x, por $\lfloor x \rfloor$ (piso de x)

- Teto
  - Para qualquer número real x, denotamos o menor inteiro maior ou igual a x, por $\lceil x \rceil$ (teto de x)

Aritmética Modular

- Para quaisquer naturais a e n, o valor de $a \bmod n$ é o resto do quociente a/n :

$$a \bmod n = a - \lfloor a/n \rfloor n$$

- Se $(a \bmod n) = (b \bmod n)$ escrevemos $a \equiv b \pmod{n}$ e dizemos que a é equivalente a b, módulo n .

$$a \equiv b \pmod{n} \Leftrightarrow n \bmod (b-a) = 0$$

Polinômios

- Dado um natural *d*, um polinômio em *n* de grau *d* é uma função na forma

$$p(n) = \sum_{i=0}^{d} a_i n^i$$

- onde $a_0, a_1, \ldots, a_d$ são constantes chamadas de coeficientes do polinômio e $a_d \neq 0$. Em particular

$$p(n) = \sum_{i=0}^{d} a_i n^i = \Theta\left(n^d\right)$$

Exponenciais

- Para todos os valores $a \neq 0$, m e n reais, temos que

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$a^{-1} = 1/a$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(a^m)^n = (a^n)^m$$

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

Vamos praticar

Qual é o conjunto solução da equação exponencial $5^{x+2}=125^{x}$?

Determinar o conjunto solução da equação $3^{x}7^{x}=(441)^{1/4}$.

Vamos praticar

Qual é o conjunto solução da equação exponencial $5^{x+2}=125^x$?

Escrevendo $125^x=(5^3)^x=5^{3x}$ segue que $5^{x+2}=125^x = 5^{3x}$ e deste modo $x+2=3x$ assim $x=1$, logo $S=\{x \text{ em } R: x=1\}$

Determinar o conjunto solução da equação $3^x 7^x=(441)^{1/4}$.

Como $3^x 7^x=21^x$ e $441^{1/4}=21^{2/4}=21^{1/2}$, obtemos $21^x=21^{1/2}$. O conjunto solução é: $S = \{x \text{ em } R : x = 1/2 \}$

Logaritmos

- Utilizaremos a seguinte notação

$$\log n = \log_2 n$$

$$\ln n = \log_e n$$

$$\log^k n = (\log n)^k$$

$$\log \log n = \log(\log n)$$

$$\log a + b = (\log a) + b$$

Logaritmos

- Propriedades

$$a = b^{\log_b a}$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

$$\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b$$

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

$$\log_b a^n = n \log_b a$$

$$\log_b(1/a) = -\log_b a$$

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

Vamos praticar

01.(PUC) Assinale a propriedade válida sempre:

a) log (a . b) = log a . log b

b) log (a + b) = log a + log b

c) log m . a = m . log a

d) log a^m = log m . a

e) log a^m = m . log a

02. (UCS) O valor de $\left(\sqrt{2}^{\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3}}\right)$**é:**

a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{2}$

c) $\sqrt{6}$

d) 2

e) 2^3

Vamos praticar

01. (PUC) Assinale a propriedade válida sempre:

a) log (a . b) = log a . log b

b) log (a + b) = log a + log b

c) log m . a = m . log a

d) log a^m = log m . a

e) log a^m = m . log a

02. (UCS) O valor de $(\sqrt{2}^{\log_{\sqrt{2}}\sqrt{3}})$**é:**

a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{2}$

c) $\sqrt{6}$

d) 2

e) 2^3

Somatórios

$$\sum_{l=1}^{10000} \sum_{i=1}^{n-5} \sum_{j=i+1}^{n/2} \sum_{k=1}^{n} =$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} ia^i$$

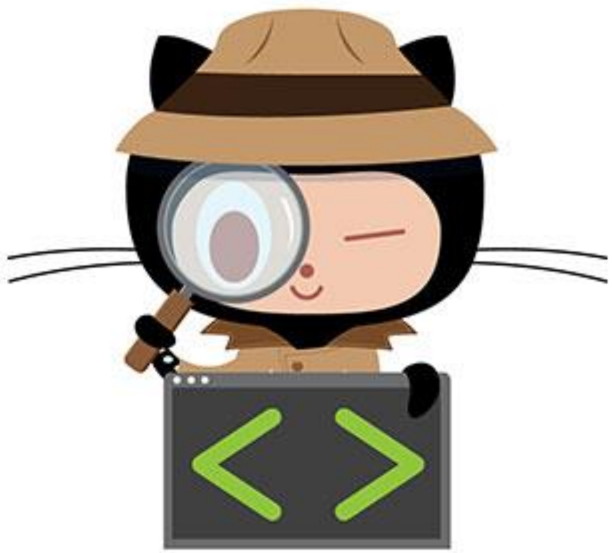
Somatórios

$$\sum_{l=1}^{10000} \sum_{i=1}^{n-5} \sum_{j=i+1}^{n/2} \sum_{k=1}^{n} = \quad 20000n^2 - 100000n$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 \quad = \frac{2n^3+3n^2+n}{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} ia^i \quad = \frac{na^{n+2}-a^{n+1}(n+1)+a}{(1-a)^2} \text{ p/ a!=1}$$

See you



Perguntas?