

Parte 5: Caminho mínimo

Eduardo Freire Nakamura
eduardo.nakamura@fucapi.br

CESF – FUCAPI
Ciência da Computação, Engenharia da
Computação e Sistemas de Informação

Caminho mínimo

- O que é (informalmente)?
 - Consiste na minimização do custo de travessia de um grafo entre dois nós (ou vértices)
 - Custo este dado pela soma dos pesos de cada aresta percorrida

Caminho mínimo

- O que é (formalmente)?
 - Dado um grafo ponderado $G=(V,E)$
 - Função de custo $w: E \rightarrow \mathbb{R}$
 - Dado qualquer elemento $v \in V$, encontrar um caminho P de v para cada $v' \in V$ tal que

$$\sum_{p \in P} w(p)$$

- seja mínimo

Algoritmo de Dijkstra

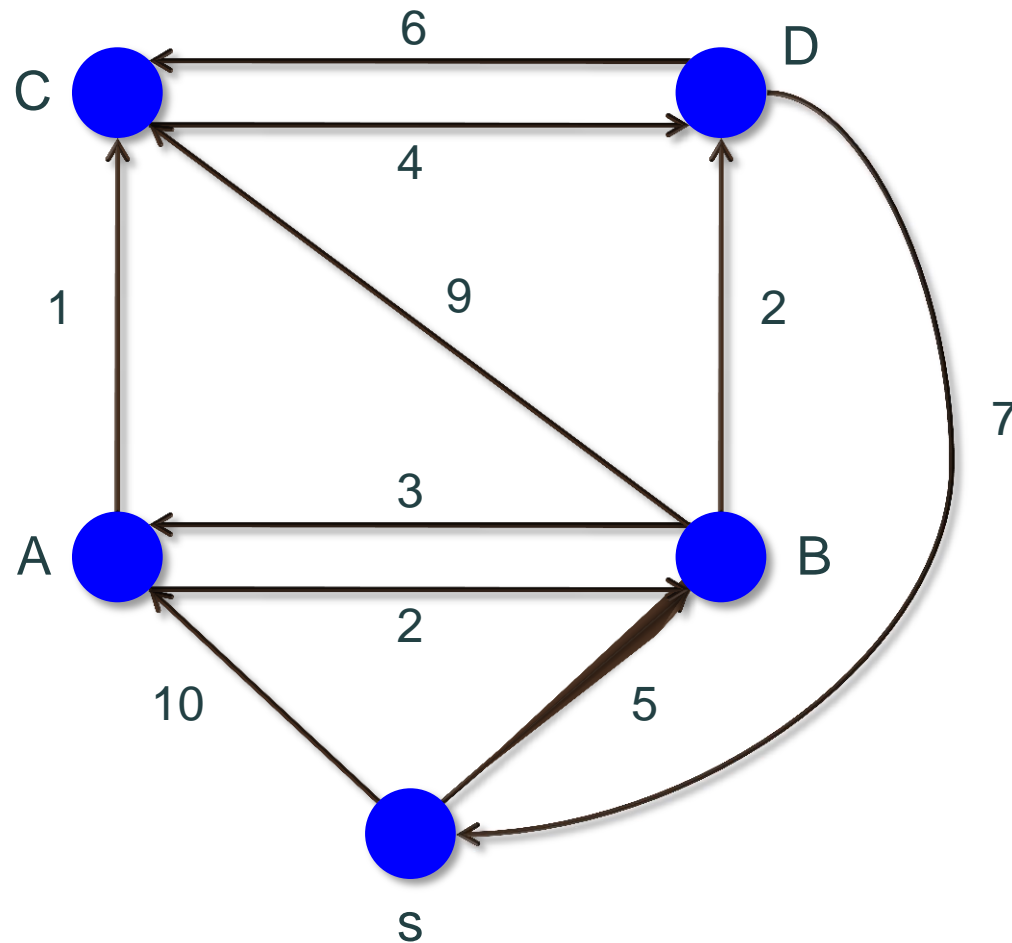
- Soluciona o problema do caminho mais curto
 - Grafo dirigido ou não dirigido com arestas de peso positivo,
 - Tempo $O(V \log V + E)$
- O algoritmo de Dijkstra assemelha-se ao BFS

Algoritmo

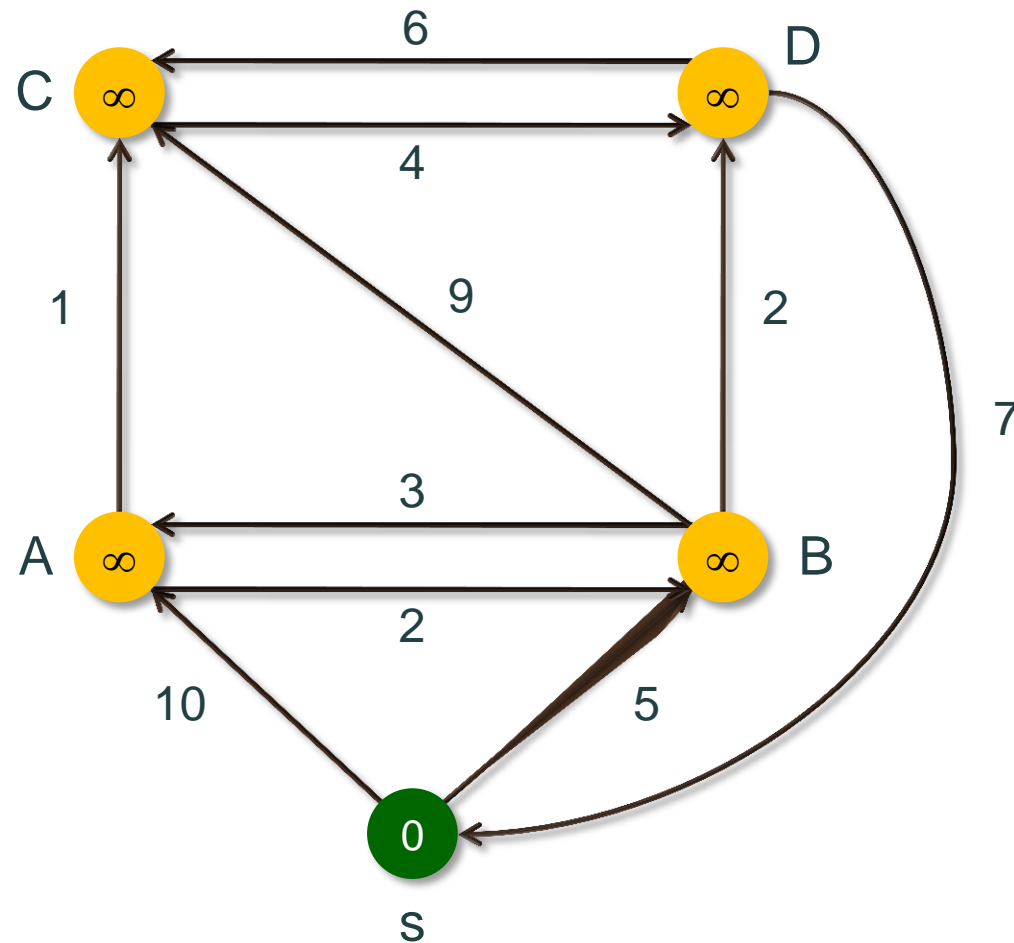
DIJKSTRA(G, w, s)

```
1: for each  $v \in V$  do
2:    $d[v] \leftarrow \infty$ ;
3:    $pai[v] \leftarrow \text{NIL}$ ;
4: end for
5:  $d[s] \leftarrow 0$ ;
6:  $S \leftarrow \emptyset$ ;
7:  $Q \leftarrow V$ ;
8: while  $Q \neq \emptyset$  do
9:    $u \leftarrow$  vizinho mais próximo da raiz;
10:   $S \leftarrow S \cup \{u\}$ ;
11:  for each  $v \in \text{Adj}[u]$  do
12:    if  $d[v] > d[u] + w(u, v)$  then
13:       $d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v)$ ;
14:       $pai[v] \leftarrow u$ ;
15:    end if
16:  end for
17: end while
```

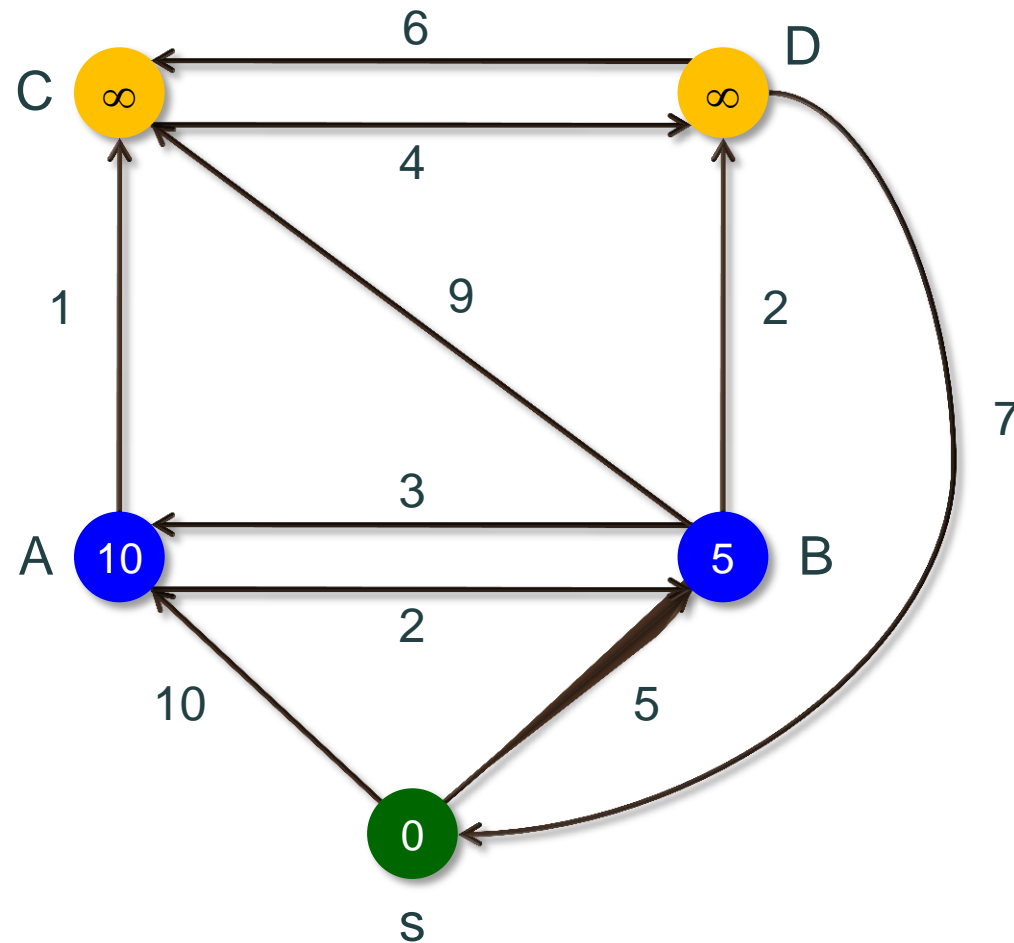
Um exemplo



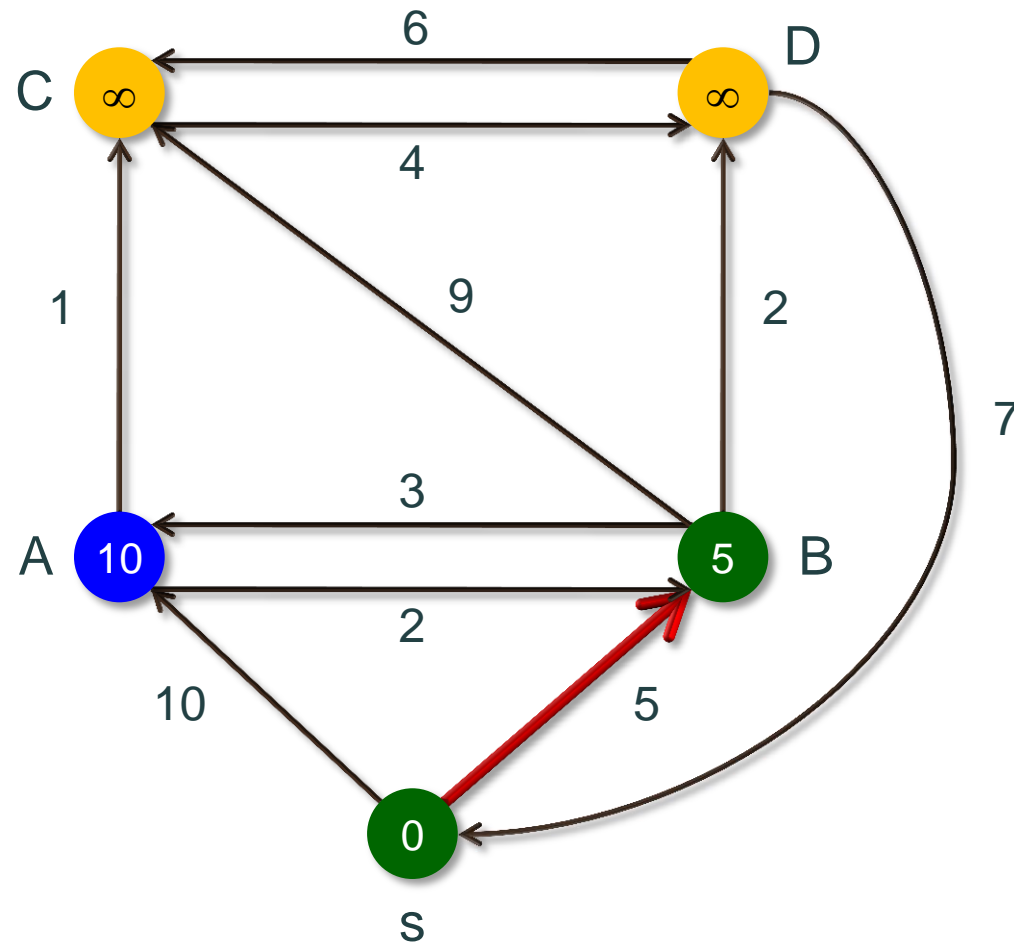
Um exemplo



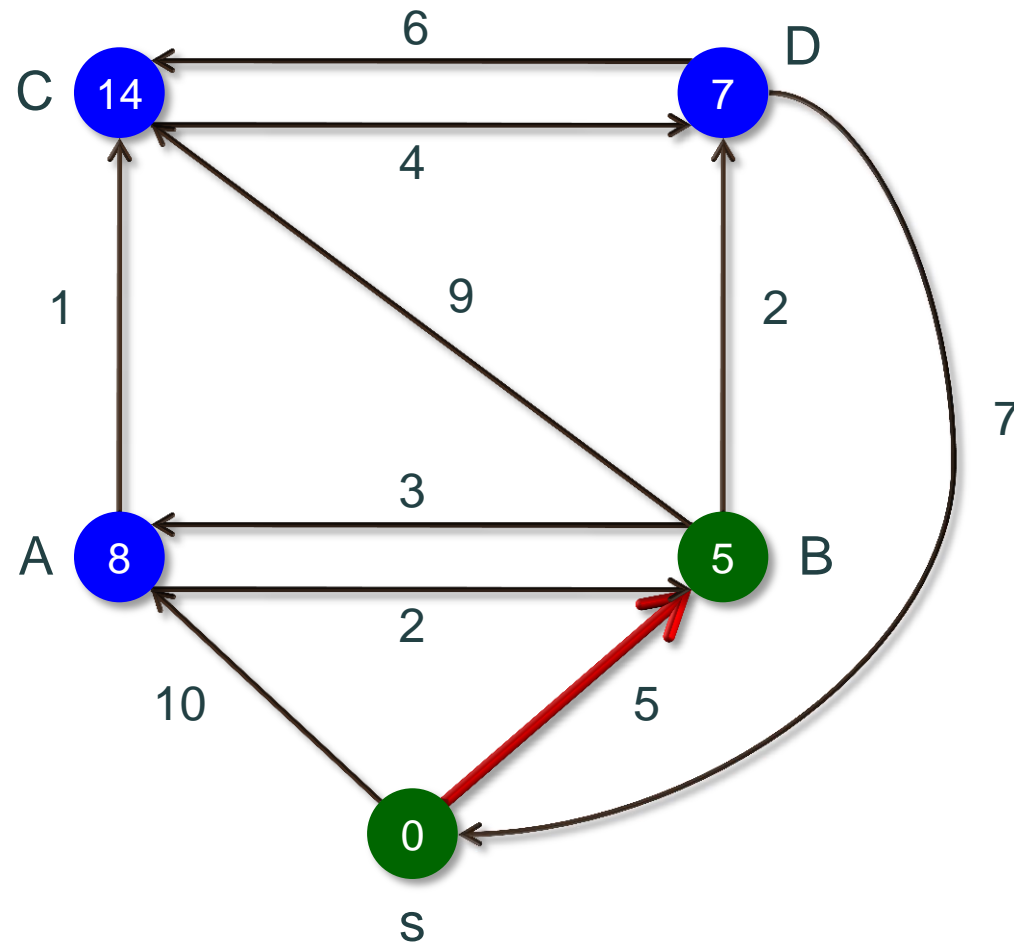
Um exemplo



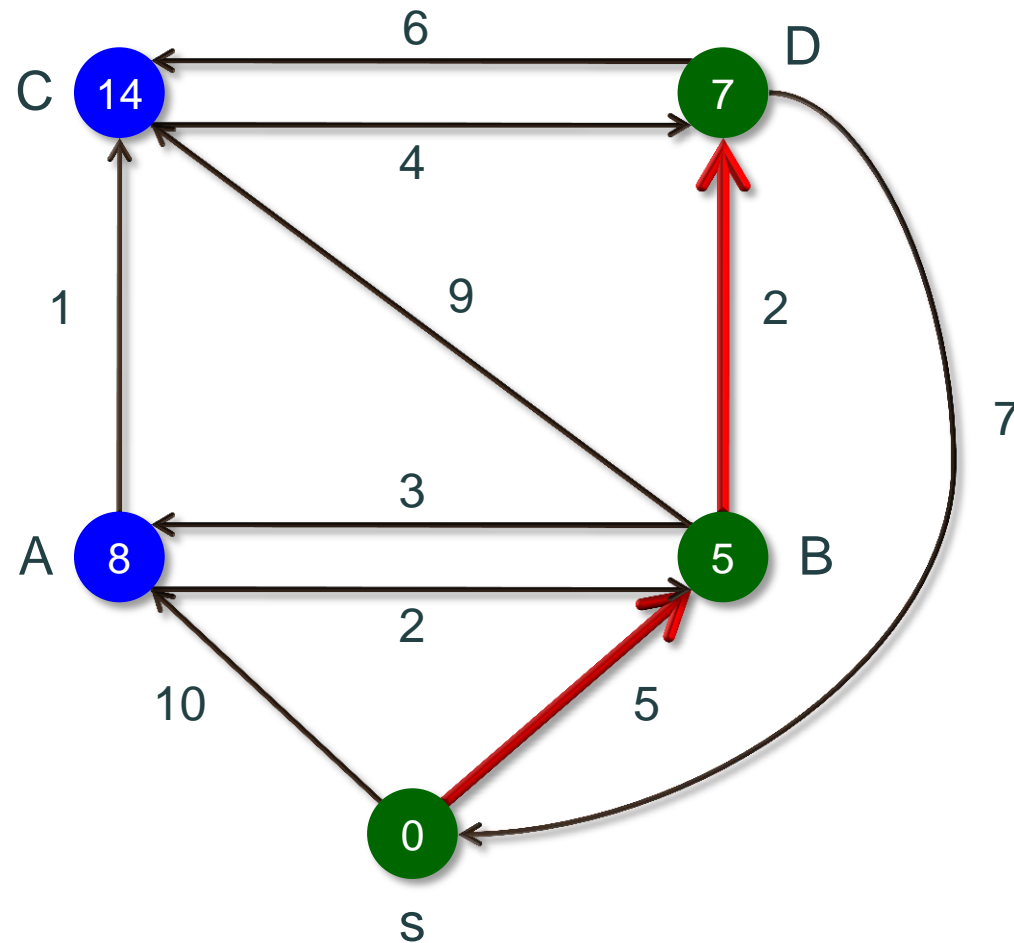
Um exemplo



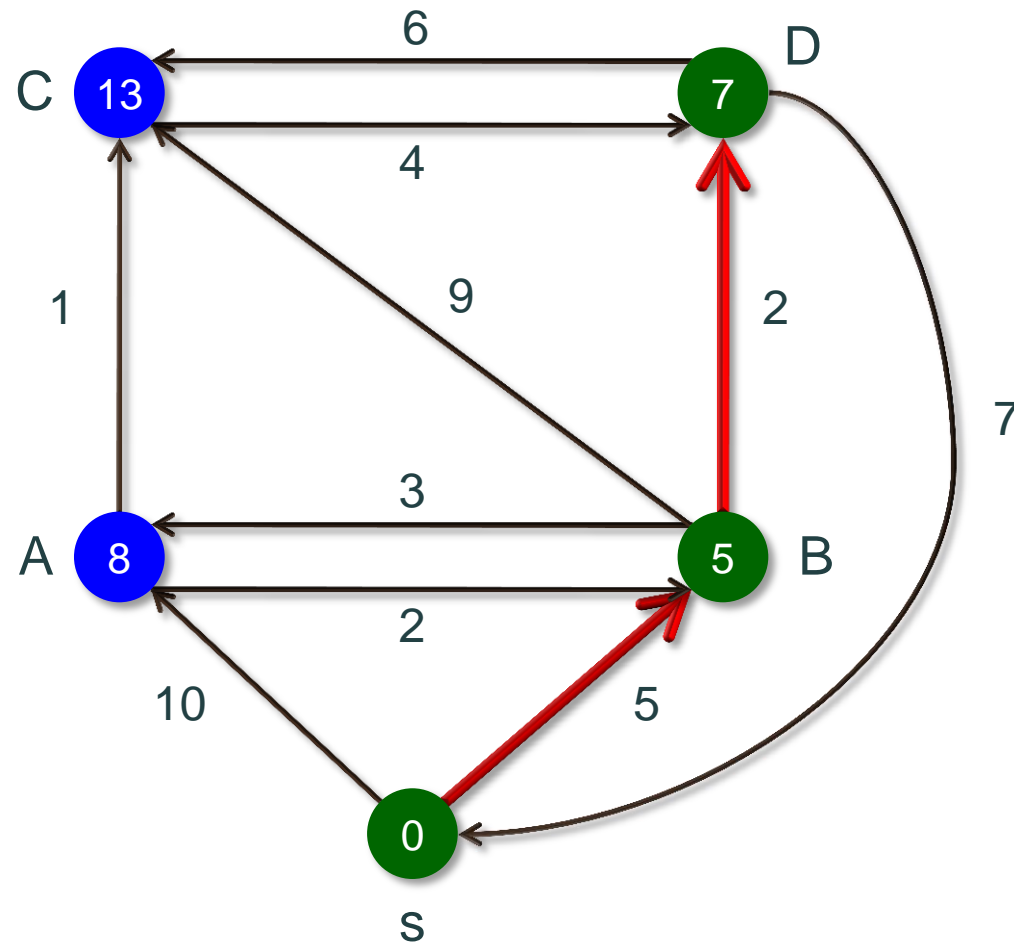
Um exemplo



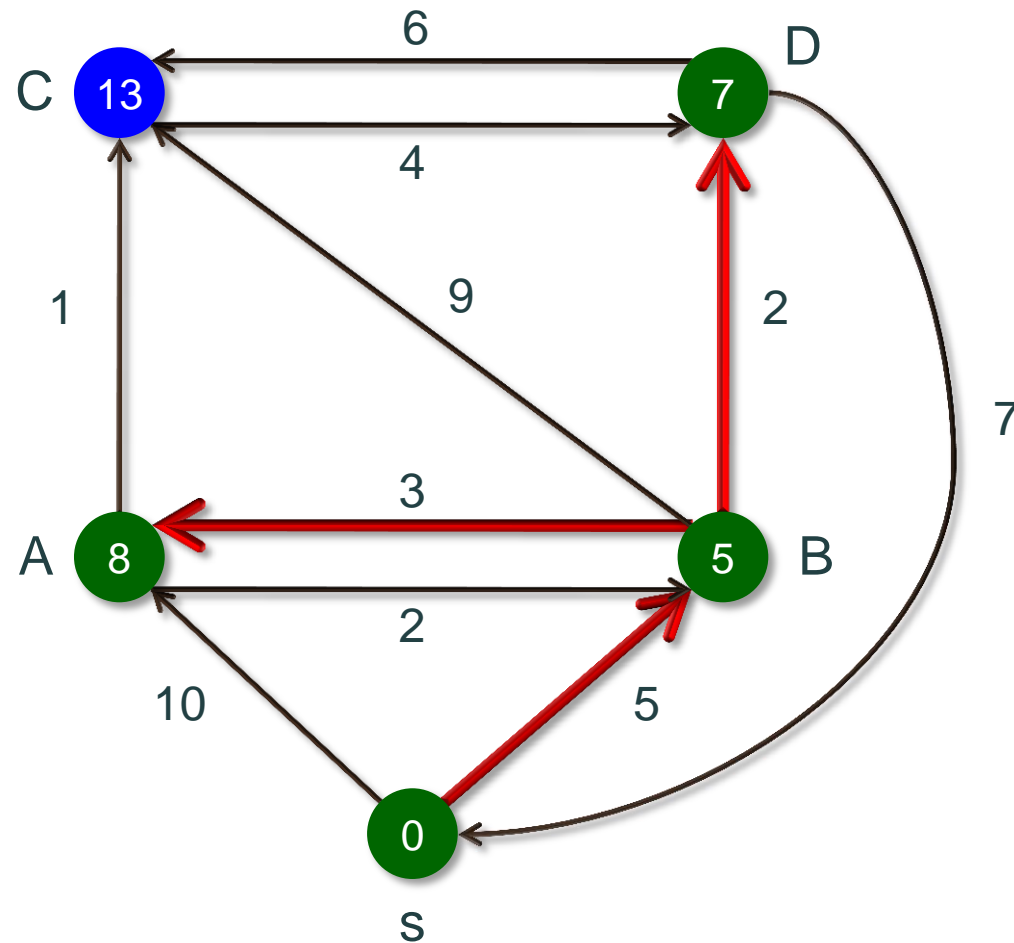
Um exemplo



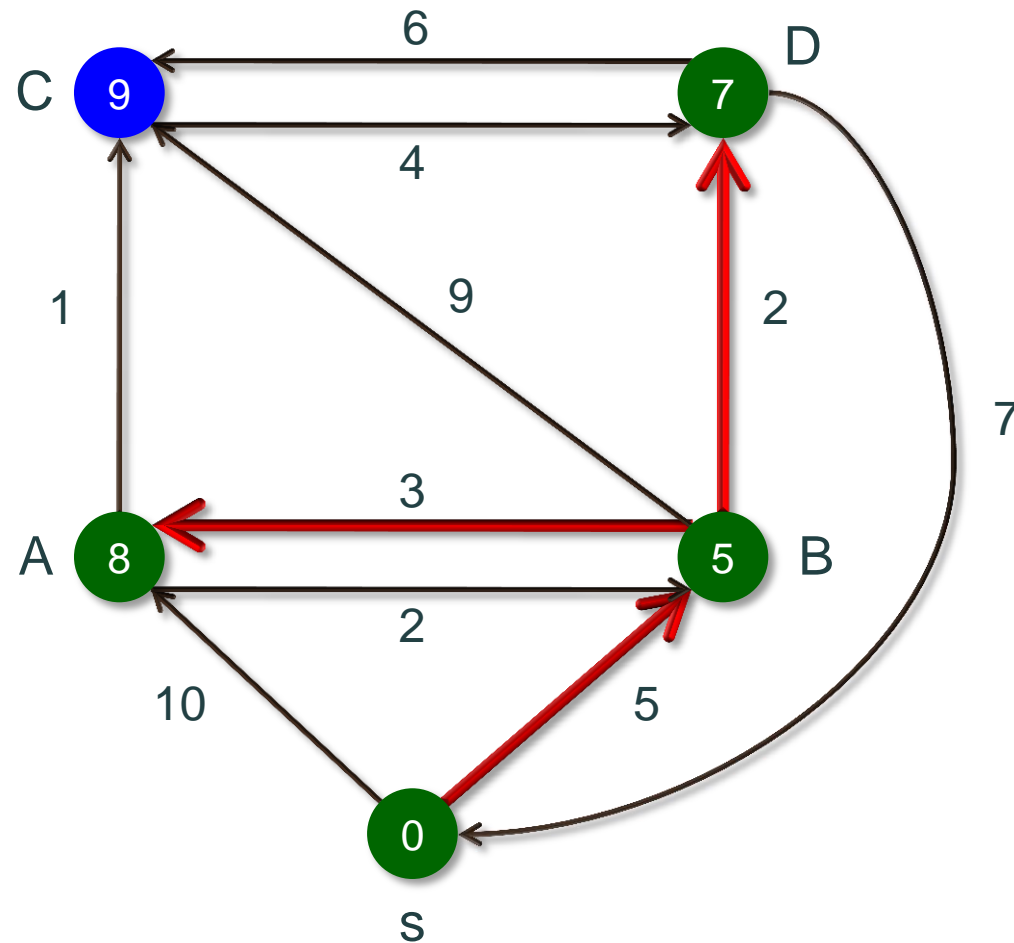
Um exemplo



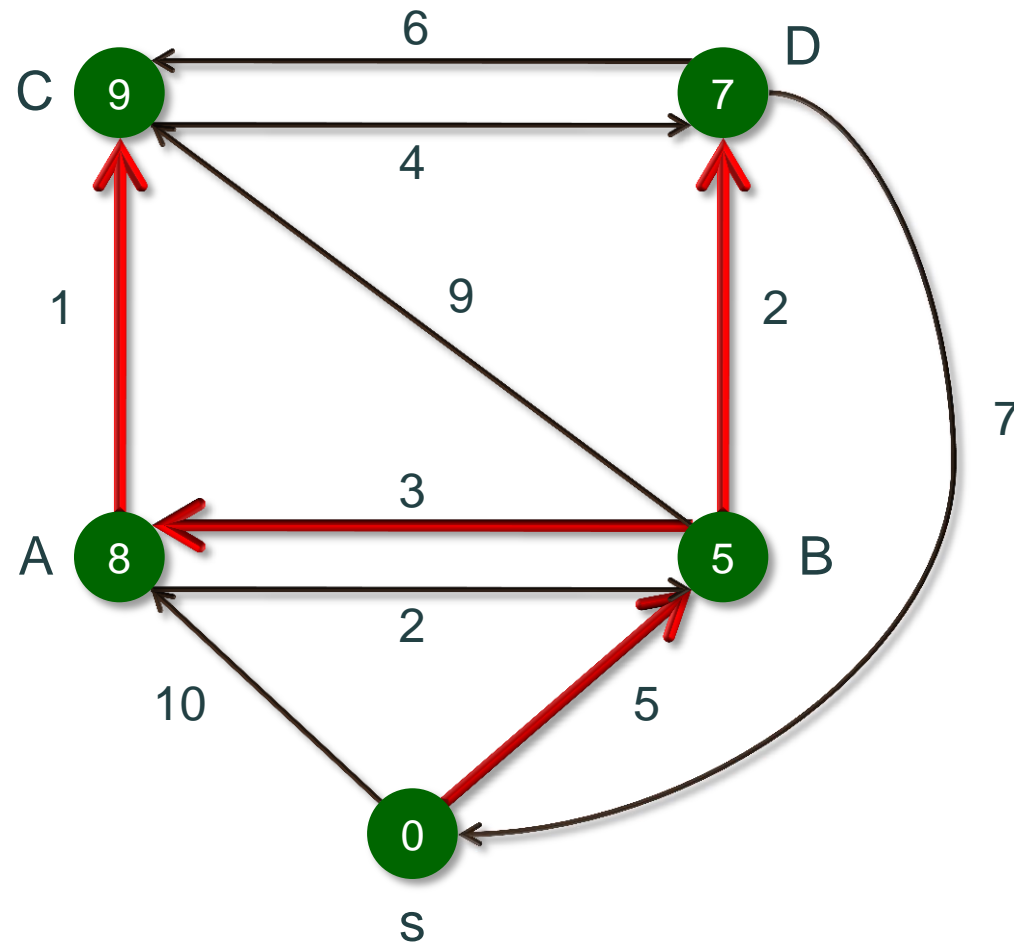
Um exemplo



Um exemplo



Um exemplo



Exercício

- Execute o algoritmo de Dijkstra sobre o grafo do exemplo usando como raiz o vértice B, A e D.
- Faça a análise de complexidade do algoritmo de Dijkstra.
- Forneça um exemplo simples de um grafo com 3 nós, com aresta(s) negativa(s) para o qual o algoritmo de Dijkstra gere uma resposta incorreta.