1 Atividade 1

1.1 Descrição do Modelo

O sistema modelado é um oscilador massa-mola-amortecedor, onde a massa está sujeita à força restauradora de uma mola e ao amortecimento proporcional à velocidade. A equação diferencial que descreve o movimento do sistema é dada por:

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0$$

onde x representa o deslocamento da massa m da sua posição de equilíbrio, $\dot{x}$ é a velocidade, $\ddot{x}$ é a aceleração, C é o coeficiente de amortecimento, e K é a constante da mola. A força de entrada é considerada nula, indicando que não há forças externas atuando sobre o sistema após o instante inicial.

1.2 Parâmetros do Sistema

Os parâmetros utilizados no modelo do sistema são especificados como segue:

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

1.3 Condições Iniciais para a Simulação

As condições iniciais para a simulação são detalhadas na tabela a seguir, baseadas nos parâmetros especificados acima:

Caso	**Velocidade Inicial V_0**	**Posição Inicial X_0**
1	5 m/s	0 m
2	0 m/s	2.5 m
3	3.33 m/s	2 m

Esta tabela reflete os valores numéricos para cada caso, facilitando a compreensão e a aplicação direta dos parâmetros na simulação.

1.4 Código Scilab para simular a resposta do sistema massa-mola-amortecedor

Código Scilab utilizado para as análises que serão feitas subsequentes

```
// Definicao das principais variaveis do sistema fisico
m = 10;  // massa
c = 7;   // coeficiente de amortecimento
k = 5;   // constante da mola

// Funcao que define o sistema de equacoes diferenciais (EDO) para o modelo massa-mola-amortecedor
function dxdt = sistema(t, x)
// x(1) representa o deslocamento, x(2) representa a velocidade
// Esta funcao retorna a derivada da velocidade e do deslocamento, respectivamente
dxdt = [x(2); -c/m * x(2) - k/m * x(1)];
endfunction

// Configuracao do intervalo de tempo para a simulacao
t0 = 0; // Tempo inicial (s)
tf = 20; // Tempo final (s)
t = linspace(t0, tf, 1000); // Cria um vetor de tempo linearmente espacado para a simulacao

// Definicao das condicoes iniciais para cada caso de simulacao
condicoes_iniciais = [
m/5, m/3; // Caso 3: posicao inicial (m) e velocidade inicial (m/s)
m/4, 0;   // Caso 2: posicao inicial (m) e velocidade inicial (m/s)
```

```
0, m/2;   // Caso 1: posicao inicial (m) e velocidade inicial (m/s)
];

// Cores designadas para cada caso de simulacao para facilitar a visualizacao
cores = ['#007bff', '#dc3545', '#8B4513']; // Azul, vermelho, marrom

// Loop para executar e plotar cada caso de simulacao separadamente
for i = 1:3
    x0 = condicoes_iniciais(i, :)'; // Transpoe as condicoes iniciais para a formatacao correta
    sol = ode(x0, t0, t, sistema); // Resolve a EDO usando o metodo de ODE

    scf(i); // Cria uma nova figura para cada iteracao
    plot(t, sol(1, :),  'color', cores(i),  'LineWidth', 2); // Plot do deslocamento x(t)
    xlabel('Tempo (s)'); // Etiqueta do eixo X
    ylabel('Deslocamento x(t)'); // Etiqueta do eixo Y
    title(['Resposta do Sistema para o Caso ', string(i)]); // Titulo do grafico
    legend('x(t)', "location", "best"); // Legenda
    xgrid(); // Ativa a grade no grafico
end

// Preparacao do grafico combinado
scf(); // Cria uma nova figura
clf(); // Limpa a figura atual
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Deslocamento x(t)');
title('Resposta do Sistema para Todos os Casos');
xgrid(); // Ativando a grade

// Execucao da simulacao para cada caso e plotagem no mesmo grafico
for i = 1:3
x0 = condicoes_iniciais(i, :)'; // Condicoes iniciais para o caso i (transposto para coluna)
sol = ode(x0, t0, t, sistema); // Resolvendo a equacao diferencial

// Plotando os resultados com cores definidas
plot(t, sol(1, :), 'color', cores(i), 'LineWidth', 2);
end

// Criar a legenda detalhando cada caso
legend(['Caso 1: x0 = 0, v0 = m/2', 'Caso 2: x0 = m/4, v0 = 0', 'Caso 3: x0 = m/5, v0 = m/3'], "location", "best");
```

Listing 1: Código Scilab para simular a resposta do sistema massa-mola-amortecedor

1.5 Análise dos Resultados

Cada um dos casos de simulação foi configurado com condições iniciais distintas para explorar como o sistema responde a diferentes estados iniciais de deslocamento e velocidade.

1.5.1 Caso 1: Velocidade Inicial Elevada

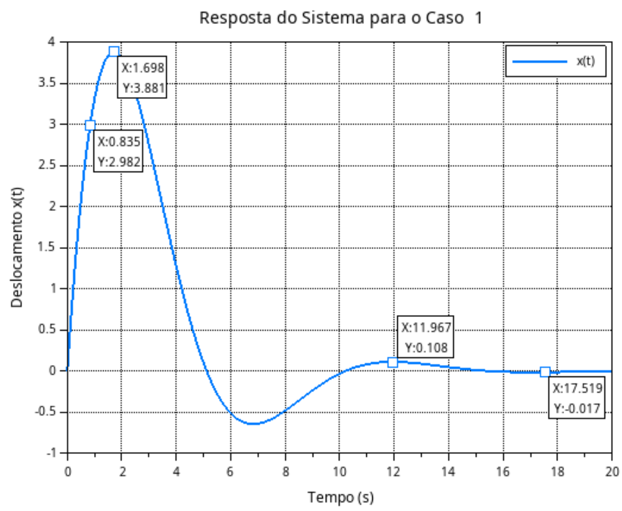

Figura 1: Resposta do sistema para o Caso 1

No Caso 1, o sistema é inicialmente impulsionado com uma alta velocidade (5 m/s), partindo do repouso ($X_0 = 0$). Esta condição inicial provoca uma resposta dinâmica vigorosa, onde a massa oscila com uma amplitude inicialmente elevada. O primeiro pico ocorre aproximadamente aos $1.698\,s$, alcançando uma altura de $3.881\,m$. Este pico representa a conversão máxima da energia cinética inicial em energia potencial. A subsequente queda rápida na amplitude das oscilações, como observado nos pontos seguintes, ilustra o efeito do amortecimento significativo ($C = 7\,$Ns/m). Este amortecimento não só rapidamente reduz a amplitude das oscilações, mas também garante que o sistema estabilize rapidamente, evitando oscilações prolongadas e retornando ao equilíbrio em aproximadamente $17.519\,s$, como indicado pelo deslocamento quase nulo ($-0.017\,m$).

1.5.2 Caso 2: Deslocamento Inicial Sem Velocidade

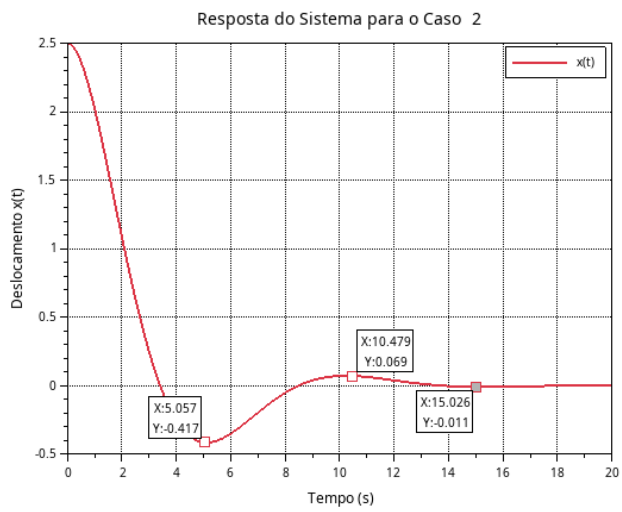

Figura 2: Resposta do sistema para o Caso 2

O Caso 2 é caracterizado por um deslocamento inicial de 2.5 m sem impulso inicial de velocidade ($V_0 = 0$). A resposta do sistema é a de um oscilador subamortecido. Iniciando de um ponto de deslocamento máximo, o sistema mostra uma rápida resposta inicial seguida de oscilações que decaem progressivamente em amplitude. O primeiro pico de deslocamento negativo ocorre aproximadamente aos $5.057\,s$, com um deslocamento de

$-0.417\,m$. Esta condição inicial destaca como a energia potencial armazenada na mola é inicialmente convertida em energia cinética, que é gradualmente dissipada pelo amortecedor. As oscilações subsequentes mostram uma diminuição gradativa na amplitude, com o sistema aproximando-se do equilíbrio em torno de $15.026\,s$, ilustrando uma transferência de energia mais prolongada e uma estabilização gradual em comparação ao Caso 1.

1.5.3 Caso 3: Velocidade e Deslocamento Iniciais

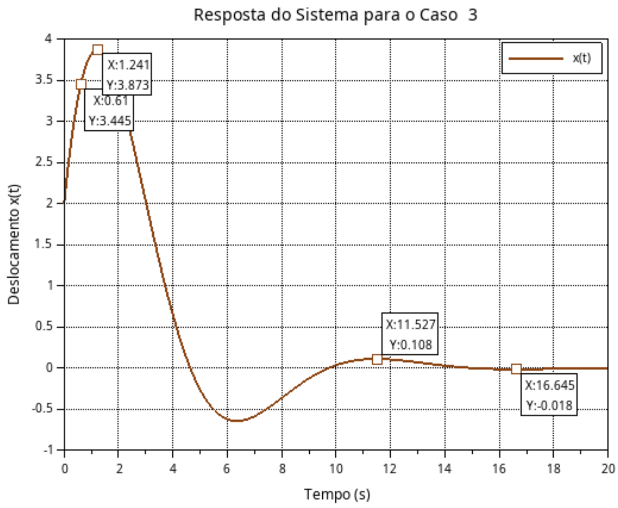

Figura 3: Resposta do sistema para o Caso 3

No Caso 3, o sistema inicia com condições iniciais moderadas tanto de velocidade (3.33 m/s) quanto de deslocamento (2 m). Esta configuração produz uma resposta dinâmica complexa, onde a interação entre energia cinética e potencial é claramente visível. O primeiro pico de amplitude ocorre em $t \approx 1.241\,s$ com um deslocamento de $3.873\,m$, ilustrando a conversão da energia cinética inicial em potencial. Posteriormente, as oscilações decrescem rapidamente em amplitude devido ao amortecimento significativo, estabilizando-se próximo de zero em $t \approx 16.645\,s$. As oscilações são mais persistentes e menos intensas do que nos outros casos, refletindo um equilíbrio dinâmico entre as energias cinética e potencial ao longo da simulação.

1.5.4 Comparação Unificada dos Casos

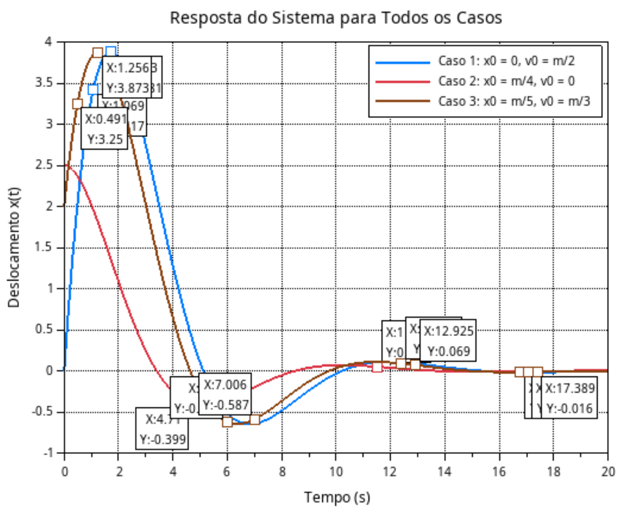

Figura 4: Resposta unificada do sistema para os Casos 1, 2 e 3

A análise unificada dos três casos demonstra de forma clara as diferenças significativas nas respostas do sistema decorrentes de diversas condições iniciais. A seguir, discutiremos detalhadamente cada resposta e suas implicações para a compreensão do comportamento dinâmico do sistema:

- **Caso 1 (Azul Escuro)**: Iniciado com uma alta velocidade inicial (5 m/s) e sem deslocamento inicial, este caso exibe a maior amplitude de oscilação observada, com um pico inicial em $t \approx 1.256\,s$ e $x \approx 3.873\,m$. A energia cinética inicial é rapidamente convertida em energia potencial pela mola, resultando em oscilações de grande amplitude que são rapidamente amortecidas, aproximando-se de um estado de equilíbrio em $t \approx 17.389\,s$. Este caso ilustra o efeito de um forte amortecimento, onde a energia é dissipada rapidamente, levando a um retorno rápido à posição de equilíbrio sem oscilações residuais prolongadas.
- **Caso 2 (Vermelho)**: Com um deslocamento inicial (2.5 m) e sem velocidade inicial, o sistema mostra uma resposta clássica de um oscilador subamortecido. A energia potencial armazenada na mola é convertida gradualmente em energia cinética, com a energia sendo dissipada ao longo do tempo pelo amortecedor. As oscilações decaem suavemente, com a primeira oscilação significativa cruzando o zero em $t \approx 7.006\,s$ e um deslocamento de $-0.587\,m$, refletindo uma conversão mais lenta de energia que é típica em aplicações onde é necessário manter uma certa quantidade de movimento ou onde oscilações graduais são preferíveis.
- **Caso 3 (Marrom)**: Este caso combina condições iniciais moderadas de velocidade (3.33 m/s) e deslocamento (2 m), resultando numa resposta dinâmica mais complexa que engloba características dos dois primeiros casos. A amplitude inicial é significativa, com um pico inicial em $t \approx 1.241\,s$ e $x \approx 3.873\,m$. As oscilações são mais controladas e decaem de maneira gradual, aproximando-se de um estado estável em $t \approx 16.645\,s$. Este caso destaca a importância do equilíbrio entre rigidez da mola e amortecimento no projeto de sistemas mecânicos, onde é necessário um compromisso entre estabilidade rápida e manutenção de energia dinâmica.

Esta comparação detalhada destaca a influência das condições iniciais na resposta do sistema e também o papel crítico do amortecimento e da rigidez da mola na determinação da natureza da resposta dinâmica. A análise fornece insights valiosos para o design e a otimização de sistemas mecânicos em engenharia, sublinhando a necessidade de uma seleção cuidadosa de parâmetros de acordo com os requisitos específicos de cada aplicação.

1.6 Comentários Gerais e Conclusão

Os gráficos e análises ilustram claramente como as condições iniciais impactam a resposta dinâmica do sistema massa-mola-amortecedor. A energia inicial, seja como deslocamento ou velocidade, define a resposta imediata do sistema, mostrando a complexidade do comportamento de sistemas dinâmicos lineares. Observamos que o amortecimento é essencial para reduzir as oscilações e trazer o sistema de volta ao repouso de maneira eficiente, sublinhando sua importância no design de componentes mecânicos.

A adequação do coeficiente de amortecimento e da rigidez da mola é crucial para otimizar sistemas para suas funções específicas, como a absorção de choques em suspensões de veículos ou a precisão em instrumentos de medição. Além disso, a análise das condições iniciais é vital no planejamento e teste de sistemas mecânicos, onde engenheiros e designers devem antecipar cenários variados de operação.

Este estudo destaca a necessidade de um entendimento profundo das dinâmicas de sistemas para inovação em engenharia, proporcionando uma base sólida para a compreensão dos princípios de mecânica e dinâmica que são fundamentais no design de sistemas controlados e mecanismos em geral.