



Instituto Politécnico do Estado do Rio de Janeiro



Curso de Engenharia da Computação

Aluno: Guilherme Cagide Fialho

Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

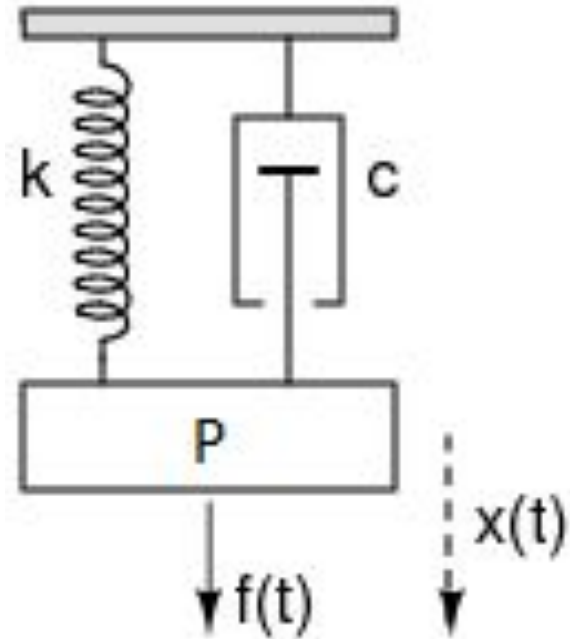
Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Introdução

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Sistema massa-mola-amortecedor

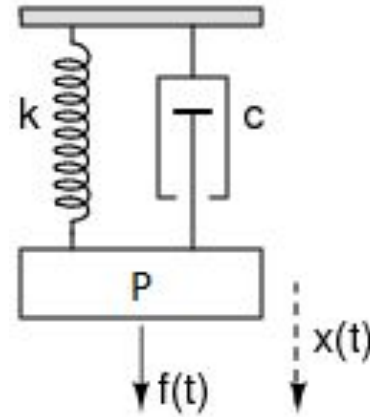


Introdução

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Sistema massa-mola-amortecedor é modelado por



$$f(t) = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t)$$

Atividade 1

Descrição do modelo abordado

$$f(t) = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t)$$



$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0$$

$x \rightarrow$ deslocamento

$m \rightarrow$ massa

$\dot{x} \rightarrow$ velocidade

$\ddot{x} \rightarrow$ aceleração

$C \rightarrow$ coeficiente de amortecimento

K constante da mola.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Atividade 1

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Atividade 1

Condições iniciais de simulação

Caso	Velocidade Inicial V_0	Posição Inicial X_0
1	5 m/s	0 m
2	0 m/s	2.5 m
3	3.33 m/s	2 m

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Atividade 1

Código utilizado para simulação

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

```
1 // Definição das principais variáveis do sistema físico
2 m = 10; // massa
3 c = 7; // coeficiente de amortecimento
4 k = 5; // constante da mola
5
6 // Função que define o sistema de equações diferenciais (EDO) para o modelo massa-mola-amortecedor
7 function dxdt = sistema(t, x)
8     // x(1) representa o deslocamento, x(2) representa a velocidade
9     // Esta função retorna a derivada da velocidade e do deslocamento, respectivamente
10    dxdt = [x(2); -c/m * x(2) - k/m * x(1)];
11 endfunction
12
13 // Configuração do intervalo de tempo para a simulação
14 t0 = 0; // Tempo inicial (s)
15 tf = 20; // Tempo final (s)
16 t = linspace(t0, tf, 1000); // Cria um vetor de tempo linearmente espaçado para a simulação
17
18 // Definição das condições iniciais para cada caso de simulação
19 condicoes_iniciais = [
20     m/5, m/3; // Caso 3: posição inicial (m) e velocidade inicial (m/s)
21     m/4, 0; // Caso 2: posição inicial (m) e velocidade inicial (m/s)
22     0, m/2; // Caso 1: posição inicial (m) e velocidade inicial (m/s)
23 ];
24
25 // Cores designadas para cada caso de simulação para facilitar a visualização
26 cores = ['#007bff', '#dc3545', '#8B4513']; // Azul, vermelho, marrom
27
28 // Loop para executar e plotar cada caso de simulação separadamente
29 for i = 1:3
30     x0 = condicoes_iniciais(i, :); // Transpõe as condições iniciais para a formatação correta
31     sol = ode(x0, t0, t, sistema); // Resolve a EDO usando o método de ODE
32
33     scf(i); // Cria uma nova figura para cada iteração
34     plot(t, sol(1, :), 'color', cores(i), 'LineWidth', 2); // Plot do deslocamento x(t)
35     xlabel('Tempo (s)'); // Etiqueta do eixo X
36     ylabel('Deslocamento x(t)'); // Etiqueta do eixo Y
37     title(['Resposta do Sistema para o Caso ', string(i)]); // Título do gráfico
38     legend('x(t)', "location", "best"); // Legenda
39     xgrid(); // Ativa a grade no gráfico
40 end
41
42 // Preparação do gráfico combinado
43 scf(); // Cria uma nova figura
44 clf(); // Limpa a figura atual
45 xlabel('Tempo (s)');
46 ylabel('Deslocamento x(t)');
47 title('Resposta do Sistema para Todos os Casos');
48 xgrid(); // Ativando a grade
49
50 // Execução da simulação para cada caso e plotagem no mesmo gráfico
51 for i = 1:3
52     x0 = condicoes_iniciais(i, :); // Condições iniciais para o caso i (transposto para coluna)
53     sol = ode(x0, t0, t, sistema); // Resolvendo a equação diferencial
54
55     // Plotando os resultados com cores definidas
56     plot(t, sol(1, :), 'color', cores(i), 'LineWidth', 2);
57 end
58
59 // Criar a legenda detalhando cada caso
60 legend(['Caso 1: x0 = 0, v0 = m/2', 'Caso 2: x0 = m/4, v0 = 0', 'Caso 3: x0 = m/5, v0 = m/3'], "location", "best");
61
```

Atividade 1

Início da Resposta: Parte do repouso com alta velocidade inicial de 5 m/s.

Comportamento Inicial: Resposta energética com alta amplitude inicial.

Amplitude Máxima: 3.87 m no tempo aproximado de 1.179 s.

Decaimento: Redução rápida da amplitude devido ao amortecimento significativo.

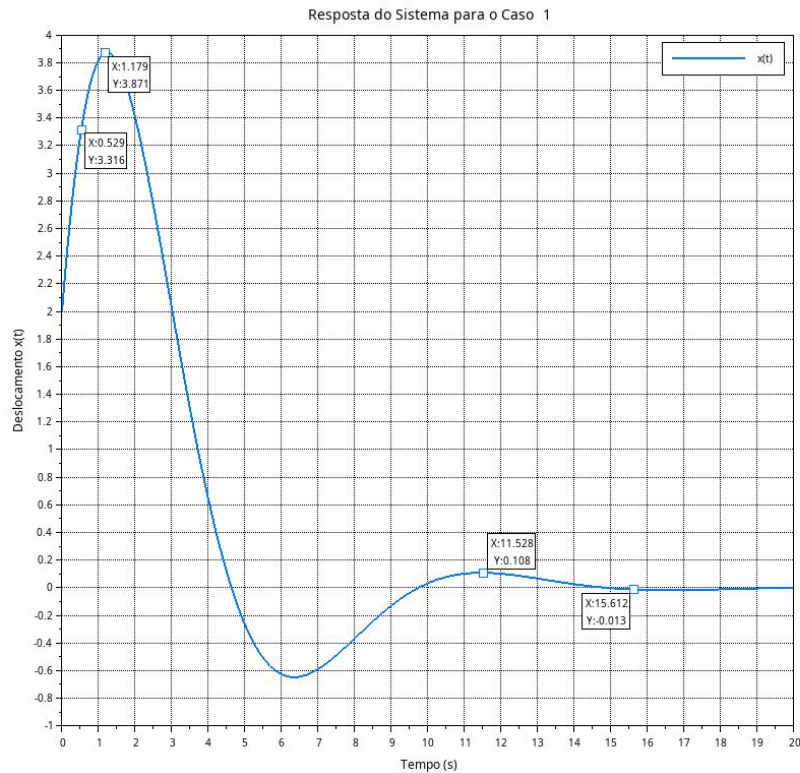
Amortecimento: Coeficiente de amortecimento de 7 Ns/m, reduzindo rapidamente às oscilações.

Estabilização: O sistema se estabiliza sem oscilações prolongadas.

Tempo de Estabilização: Aproximadamente 15.612 s para alcançar uma amplitude próxima de zero (-0.013 m).

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Caso 1: Velocidade inicial elevada



Atividade 1

Início da Resposta: Deslocamento inicial de 2.5 m sem impulso de velocidade.

Comportamento Inicial: Oscilações que decaem gradualmente.

Amplitude Inicial Máxima: Começa em 2.4 m.

Mínima Amplitude Inicial: -0.417 m no tempo aproximado de 5.024 s.

Amortecimento: Menor que no Caso 1 com uma transferência de energia mais prolongada.

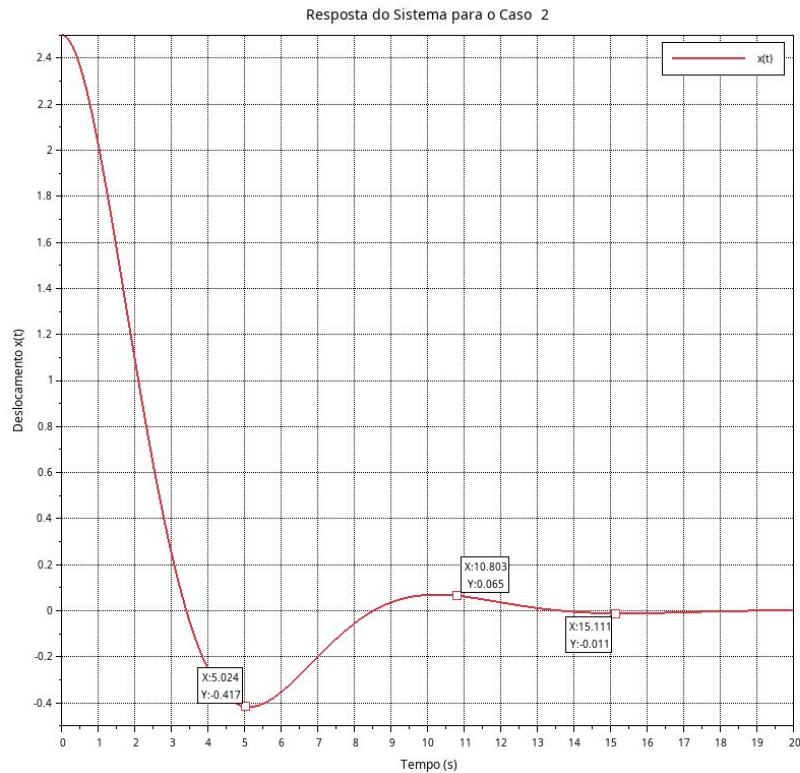
Oscilações: Amplitude das oscilações decresce mais gradualmente.

Estabilização: O sistema se aproxima do equilíbrio ao longo do tempo.

Tempo de Estabilização: 15.111 s para uma amplitude próxima de zero (-0.011 m).

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Caso 2: Deslocamento Inicial Sem Velocidade



Atividade 1

Início da Resposta: Inicia com deslocamento de 2 m e velocidade de 3.33 m/s.

Comportamento Inicial: Dinâmica complexa com interação evidente entre energia cinética e potencial.

Amplitude Máxima: 3.88 m no tempo aproximado de 1.692 s.

Decaimento: Taxa de decaimento ilustra o papel do amortecimento eficiente.

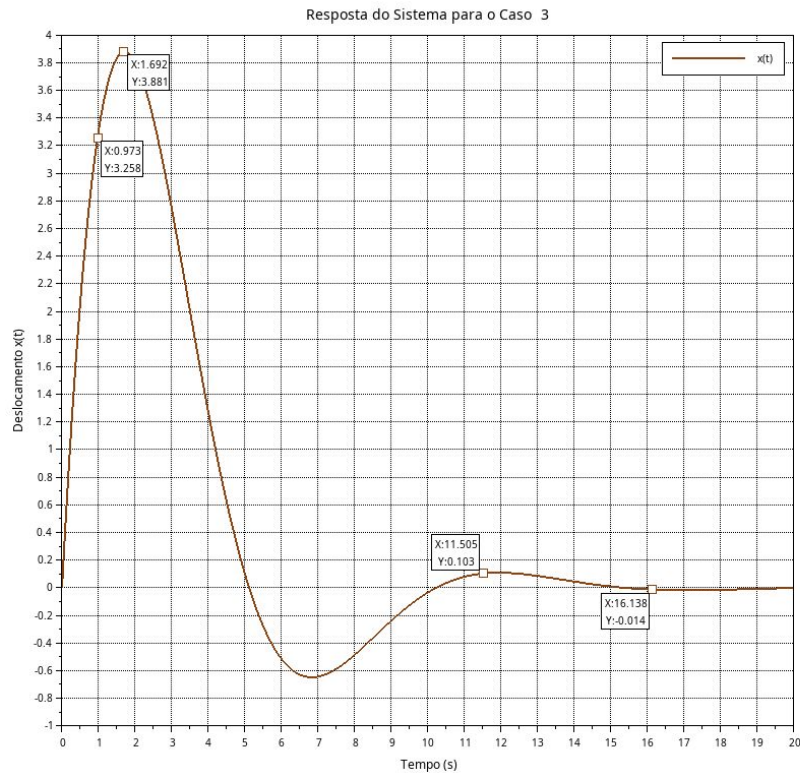
Oscilações: Mais sustentadas que no Caso 1, menos intensas que no Caso 2.

Equilíbrio Energético: Balanço entre energias cinética e potencial no início da simulação.

Estabilização: Amplitude próxima de zero (-0.014 m) atingida aproximadamente aos 16.138 s.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Caso 3: Velocidade e Deslocamento Iniciais



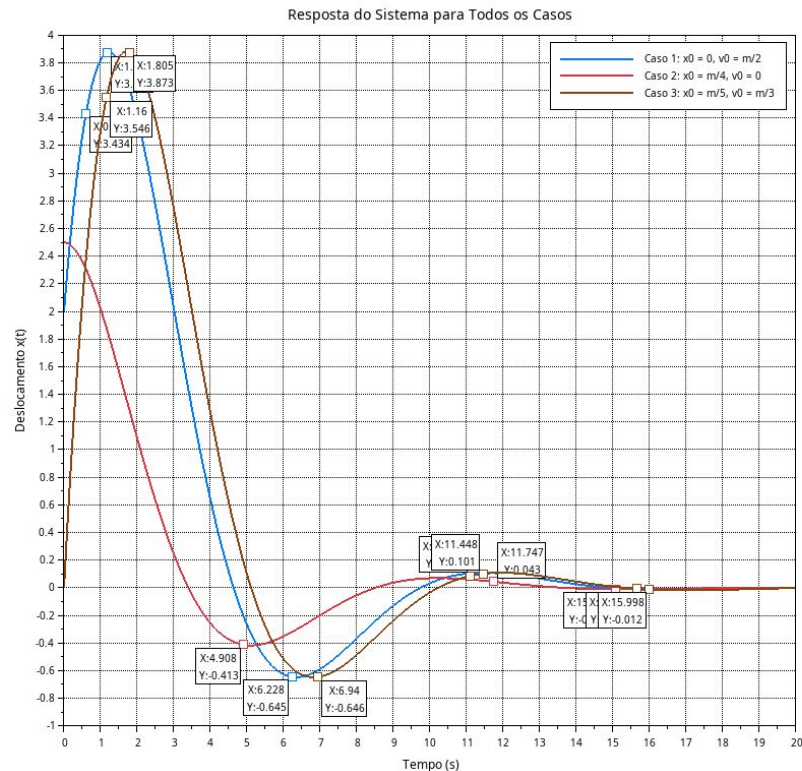
Atividade 1

Caso 1 (Azul Escuro): Resposta rápida e de alta amplitude, com forte amortecimento levando à estabilização imediata. Ideal para aplicações exigindo rápida estabilização, como sistemas de suspensão de veículos.

Caso 2 (Vermelho) e Caso 3 (Marrom): Respostas mais graduais com oscilações que decaem suavemente, adequadas para aplicações que beneficiam de manutenção de movimento ou oscilações controladas, como alguns sensores mecânicos.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Comparação Unificada dos Casos



Atividade 2

Descrição do modelo abordado

$$f(t) = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t)$$



$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0$$

$x \rightarrow$ deslocamento

$m \rightarrow$ massa

$\dot{x} \rightarrow$ velocidade

$\ddot{x} \rightarrow$ aceleração

$C \rightarrow$ coeficiente de amortecimento

K constante da mola.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Atividade 2

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Atividade 2

Condições iniciais de simulação

Caso	Velocidade Inicial V_0	Posição Inicial X_0
0	0 m/s	0 m
1	5 m/s	0 m
2	0 m/s	2.5 m
3	3.33 m/s	2 m

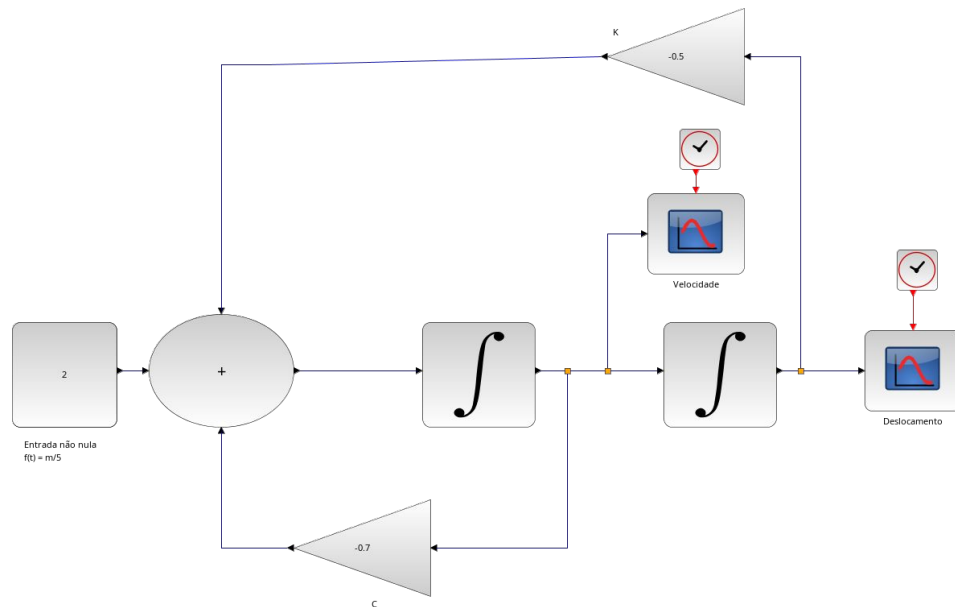
Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Atividade 2

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Modelagem do sistema em diagrama de blocos



Atividade 2

Condições Iniciais: Partida de condições estáticas ($V_0 = 0$ m/s, $X_0 = 0$ m).

Pico Máximo: Aproximadamente 4.7 unidades aos 5.1 segundos.

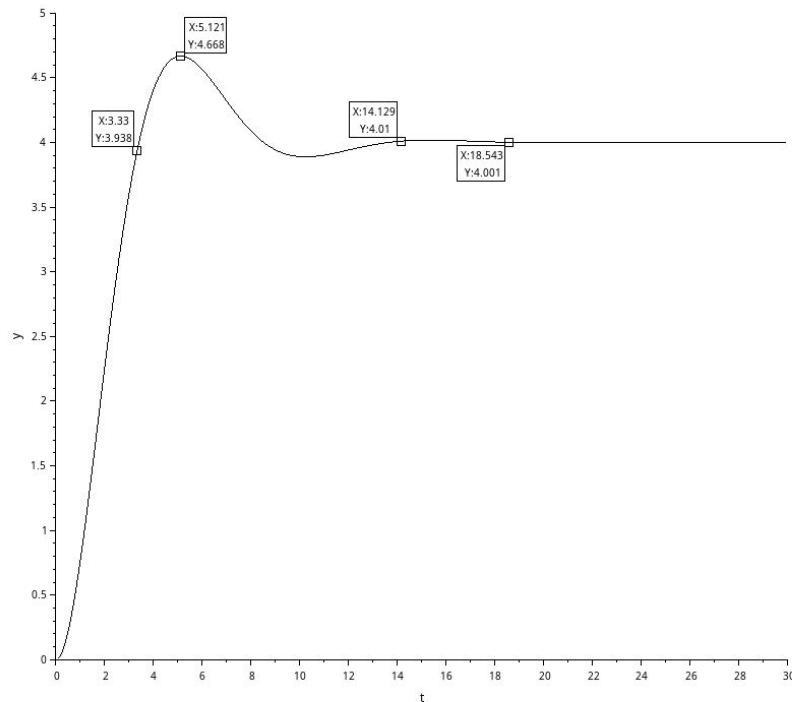
Tempo de Subida: Cerca de 5.1 segundos para atingir o pico máximo.

Decaimento: Oscilações amortecidas que rapidamente reduzem em amplitude.

Tempo de Estabelecimento: Cerca de 18 segundos até estabilização dentro de $\pm 2\%$ do valor final.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Caso 0: Deslocamento



Atividade 2

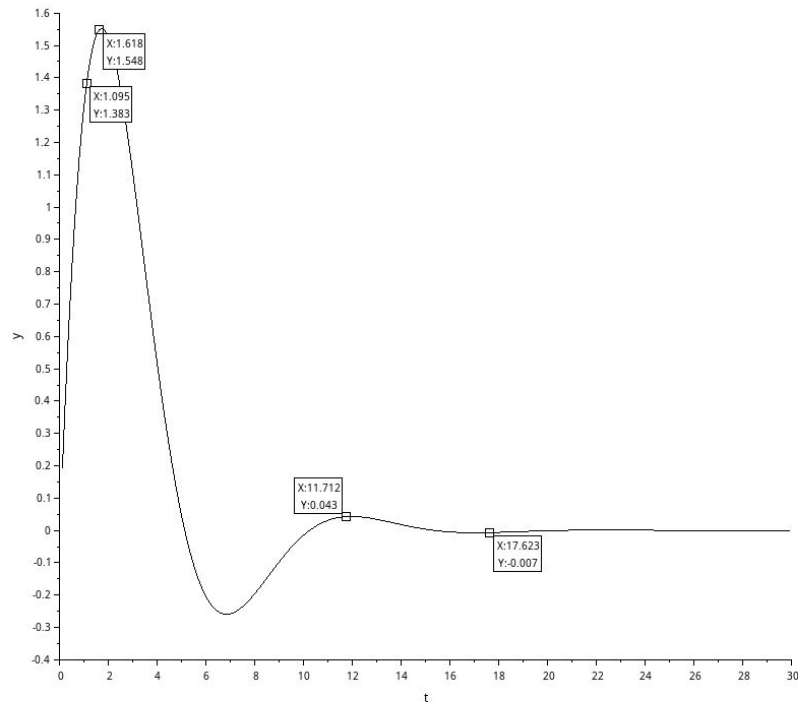
Pico de Velocidade Negativo: A velocidade atinge um pico negativo de aproximadamente -1.54 unidades aos 6.2 segundos, indicando um rápido movimento na direção oposta ao deslocamento inicial.

Comportamento: A velocidade oscila acima e abaixo de zero após o pico, refletindo uma resposta oscilatória do sistema ao deslocamento inicial.

Estabilização: As oscilações de velocidade diminuem progressivamente, com o sistema alcançando uma zona estacionária e estabilizando-se completamente em zero por volta dos 18 segundos.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Caso 0: Velocidade



Atividade 2

Condições Iniciais: Parte com uma velocidade inicial significativa de 5 m/s e sem deslocamento inicial ($X_0 = 0$ m).

Pico de Deslocamento: Aproximadamente 6.5 unidades ao redor de 2.7 segundos, indicando uma resposta rápida e aguda à velocidade inicial.

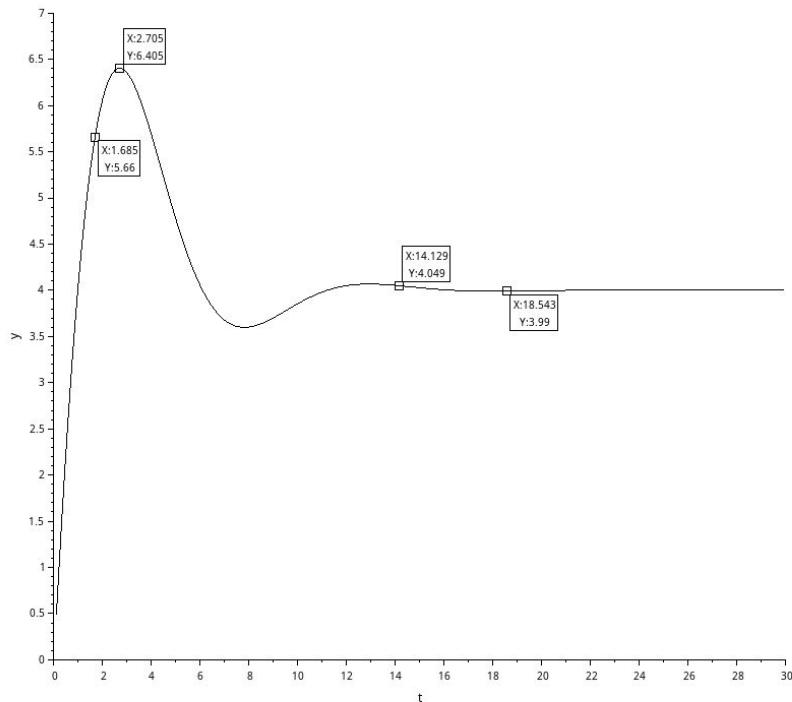
Comportamento Pós Pico: Após atingir o pico, o deslocamento diminui significativamente, passando abaixo de zero antes de estabilizar.

Tempo de Subida: Rapidamente alcançado, com o pico sendo atingido em cerca de 2.7 segundos.

Tempo de Estabelecimento: Cerca de 18 segundos, período após o qual as oscilações permanecem dentro de uma faixa de $\pm 2\%$ do valor estacionário final.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Caso 1: Deslocamento



Atividade 2

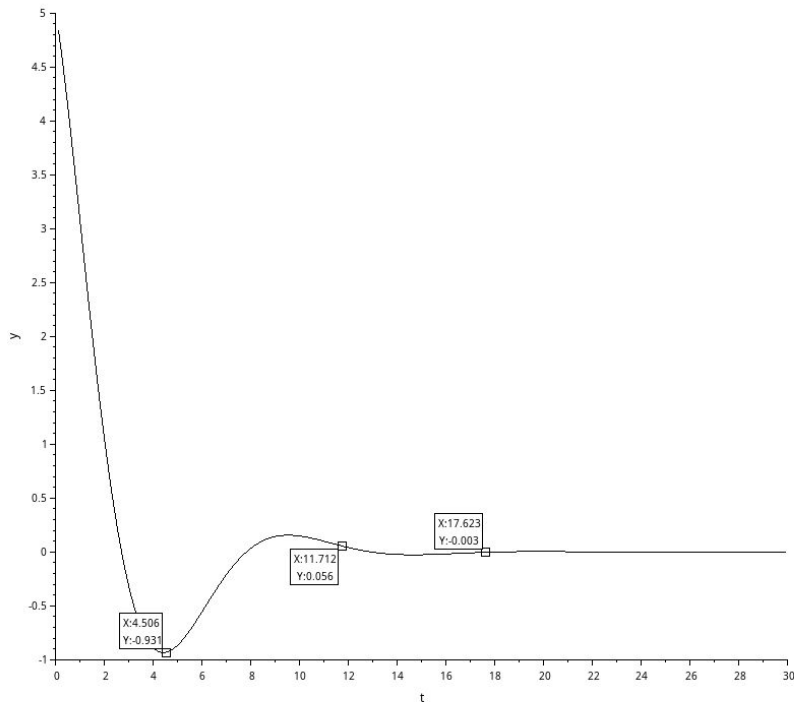
***Pico de Velocidade Negativo:** A velocidade atinge um pico negativo de aproximadamente -1.54 unidades aos 1.68 segundos, refletindo uma resposta rápida ao impulso inicial.*

***Comportamento Pós Pico:** Após o pico, a velocidade oscila e gradualmente se estabiliza, aproximando-se de zero.*

***Estabilização:** O sistema alcança uma zona estacionária por volta de 18 segundos, onde as oscilações de velocidade se tornam mínimas, indicando uma estabilidade semelhante à observada no deslocamento.*

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Caso 1: Velocidade



Atividade 2

Condições Iniciais: Parte de um deslocamento inicial de 2.5 m.
Pico de Deslocamento: Atinge um pico de cerca de 4.25 m aos 5.2 segundos, refletindo a resposta máxima do sistema.

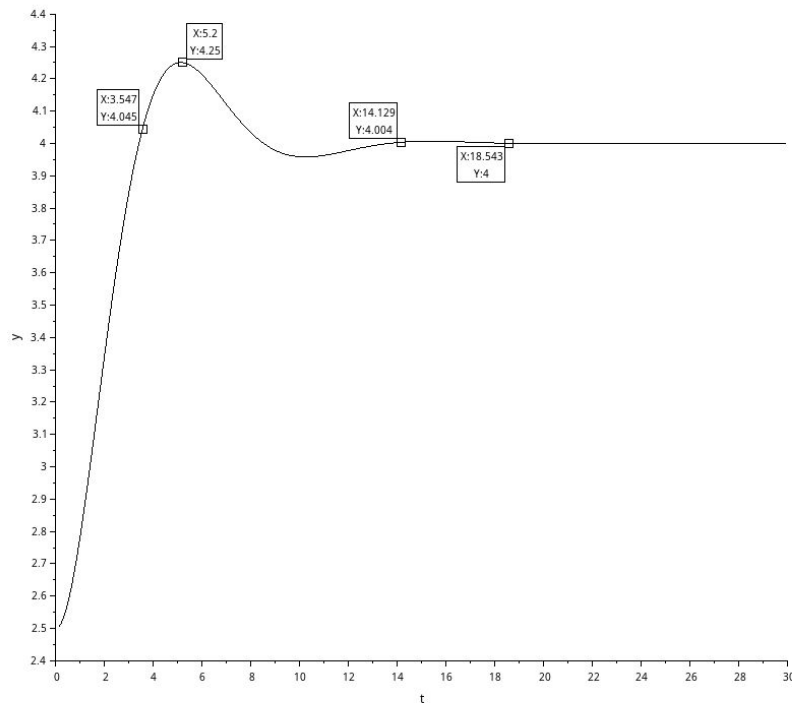
Comportamento Pós Pico: Após atingir o pico, o deslocamento oscila, passando abaixo e acima do zero, e rapidamente se amortecem.

Estabilização: As oscilações diminuem e o deslocamento estabiliza-se em torno de zero.

Tempo de Estabelecimento: Cerca de 18 segundos, período após o qual as oscilações permanecem dentro de uma faixa de $\pm 2\%$ do valor final.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Caso 2: Deslocamento



Atividade 2

Pico de Velocidade Negativo: Atinge um pico negativo de aproximadamente -0.52 m/s logo após o início, indicando a velocidade máxima na direção oposta ao deslocamento inicial.

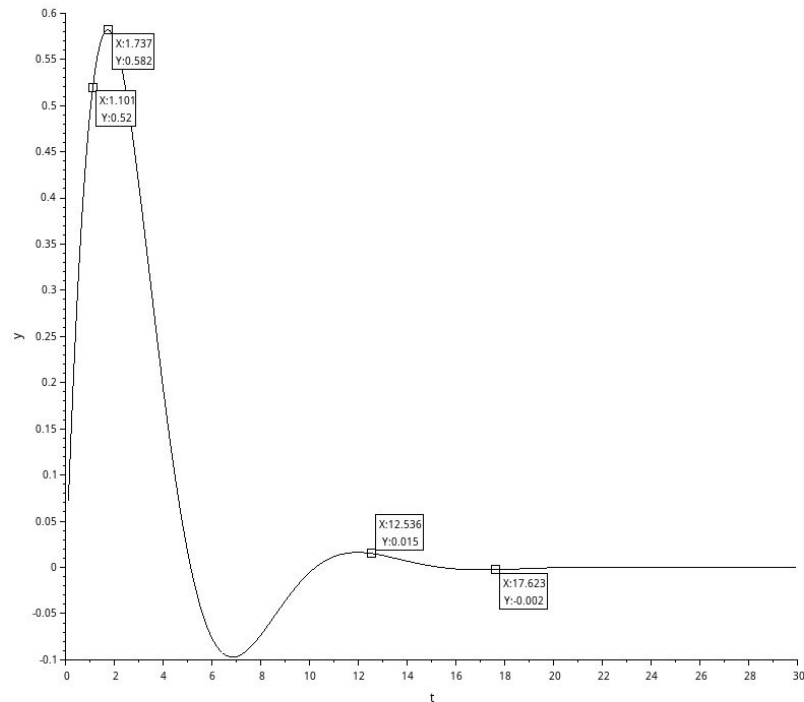
Comportamento Pós Pico: A velocidade oscila e diminui em magnitude devido ao amortecimento, refletindo a resposta do sistema à energia cinética inicial.

Estabilização: A velocidade gradualmente se aproxima de zero e o sistema alcança uma zona estacionária, demonstrando eficácia do amortecimento em dissipar a energia cinética.

Tempo de Estabelecimento: Aproximadamente 18 segundos, período após o qual a velocidade se estabiliza perto de zero.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Caso 2: Velocidade



Atividade 2

Impulso Inicial: O sistema começa com um impulso significativo.

Pico de Deslocamento: Atinge um pico de aproximadamente 5.75 m ao redor de 2.4 segundos, mostrando uma resposta rápida ao impulso inicial.

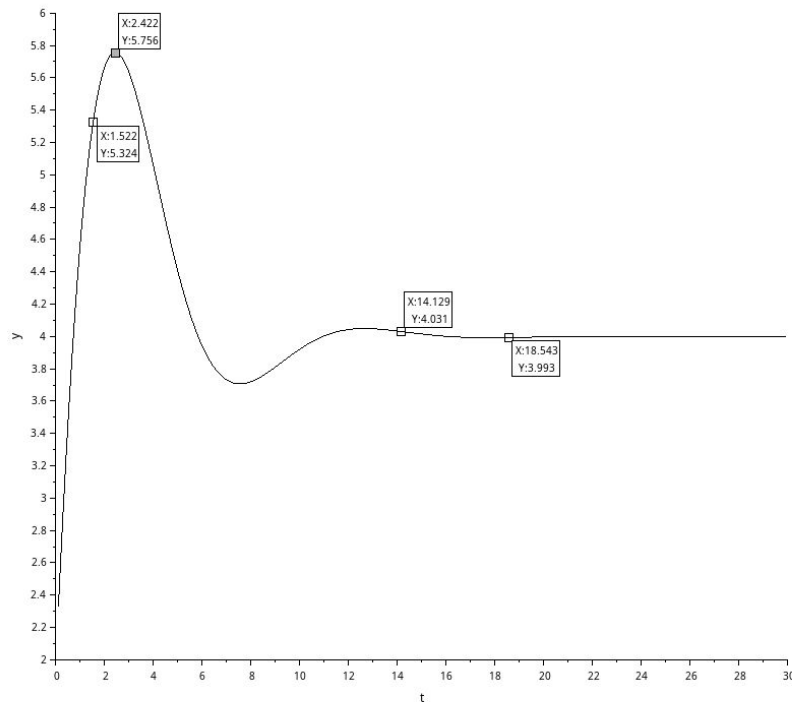
Comportamento Pós Pico: Após o pico, o sistema exibe oscilações que reduzem gradualmente em amplitude devido ao amortecimento.

Estabilização: O sistema estabiliza perto do zero, com oscilações dentro de uma faixa aceitável.

Tempo de Estabelecimento: Aproximadamente 18 segundos, momento em que o sistema entra numa zona estacionária.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Caso 3: Deslocamento



Atividade 2

Pico de Velocidade: A velocidade inicialmente atinge um pico de aproximadamente 5.32 m/s, refletindo a alta velocidade inicial do sistema.

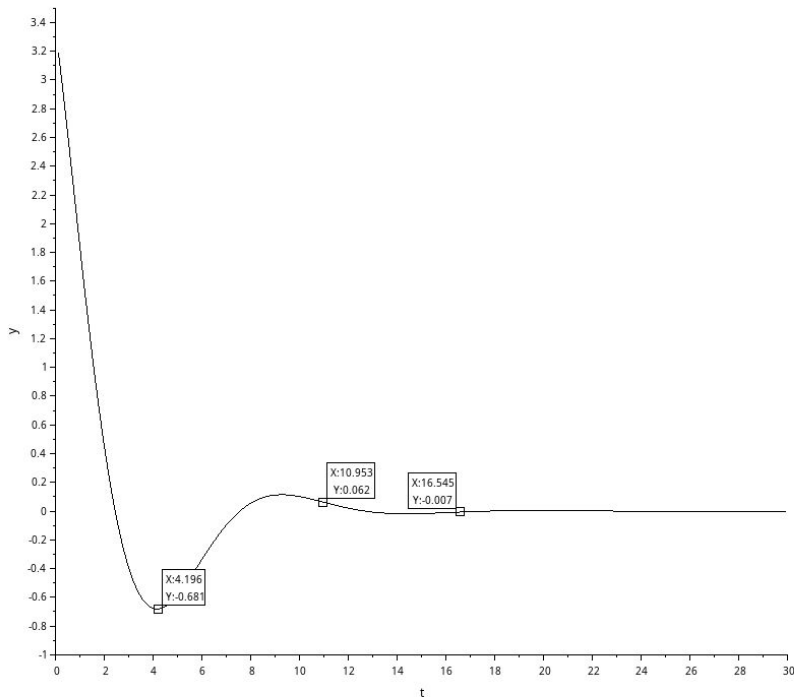
Comportamento Pós Pico: Após atingir o pico, a velocidade oscila, diminuindo progressivamente devido ao amortecimento.

Estabilização: A velocidade se aproxima de zero ao longo do tempo, indicando que o sistema está se estabilizando.

Tempo de Estabelecimento: Cerca de 18 segundos, período após o qual a velocidade se estabiliza em torno de zero.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Caso 3: Velocidade



Atividade 2

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Comparação dos casos

Caso	Velocidade Inicial V_0	Posição Inicial X_0
0	0 m/s	0 m
1	5 m/s	0 m
2	0 m/s	2.5 m
3	3.33 m/s	2 m

Caso 0: Sistema partindo do repouso sem energia inicial, observando a resposta pura à força aplicada.

Caso 1: Influência de uma velocidade inicial significativa (5 m/s), destacando o impacto da energia cinética nas oscilações e estabilidade.

Caso 2: Efeito de um deslocamento inicial (2.5 m) sem velocidade, focando na conversão de energia potencial em cinética.

Caso 3: Combinação de deslocamento (2 m) e velocidade iniciais (3.33 m/s), mostrando a interação complexa entre as duas formas de energia.

Atividade 3

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

Descrição do modelo

$$m\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = F(t)$$

↓

$$m(s^2X(s)) + C(sX(s)) + KX(s) = F(s)$$

↓

$$(ms^2 + Cs + K)X(s) = F(s)$$

Atividade 3

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise do sistema

$$(ms^2 + Cs + K)X(s) = F(s)$$



$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + Cs + K}$$



$$G(s) = \frac{1}{10s^2 + 7s + 5}$$

Atividade 3

Código utilizado para função de transferência

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

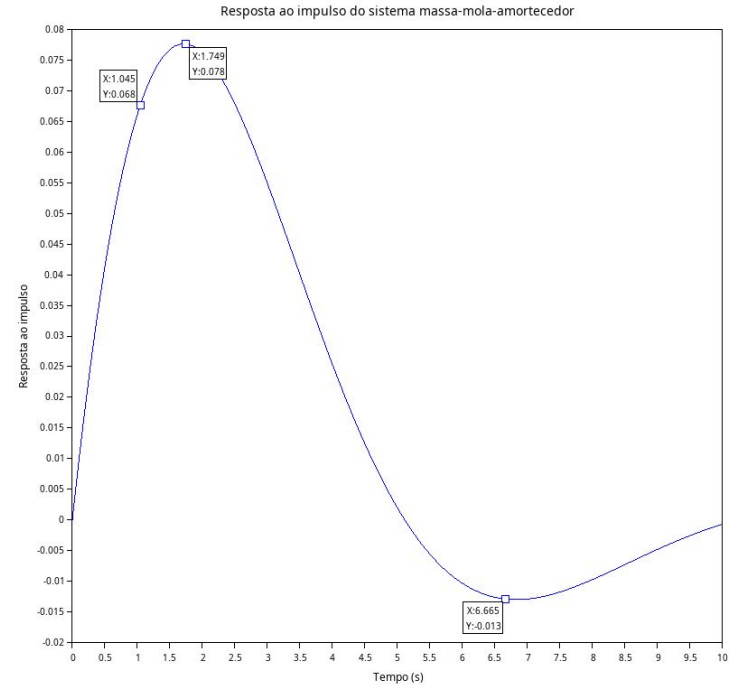
```
1 // Parâmetros do sistema
2 m = 10; // massa
3 c = 7; // coeficiente de amortecimento
4 k = 5; // constante da mola
5
6 // Definindo a função de transferência
7 s = %s; // Variável complexa s
8 G = syslin('c', 1 / (m*s^2 + C*s + K));
9
10 // Calculando os polos e exibindo
11 polos = roots(G.den);
12 disp("Polos da função de transferência:");
13 disp(polos);
14
15 // Parâmetros do sistema de segunda ordem
16 wn = sqrt(K / m);
17 zeta = C / (2 * sqrt(m * K));
18 Kp = 1 / K; // Ganho estático para a entrada degrau
19 disp("Frequência natural não-amortecida (wn): " + string(wn));
20 disp("Coeficiente de amortecimento (zeta): " + string(zeta));
21 disp("Ganho estático (Kp): " + string(Kp));
22
23 // Plotando a resposta ao impulso do sistema
24 t = 0:0.01:10;
25 y = csim('imp', t, G);
26 plot(t, y);
27 xlabel("Tempo (s)");
28 ylabel("Resposta ao impulso");
29 title("Resposta ao impulso do sistema massa-mola-amortecedor");
30
```

Atividade 3

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Cálculo dos Pólos e Parâmetros do Sistema



Frequência natural não-amortecida (ω_n): 0.707 rad/s

Coefficiente de amortecimento (ζ): 0.495

- Polo 1: $-0.35 + 0.614j$

Ganho estático (K_p): 0.2

- Polo 2: $-0.35 - 0.614j$

Atividade 4

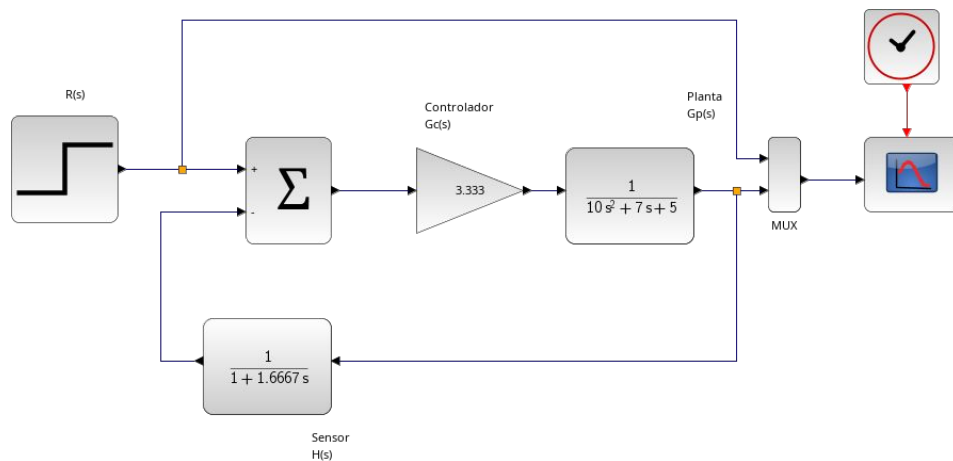
Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

Diagrama de Blocos no XCos do modelo



Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Função de Transferência em Malha Fechada

Ganho do controlador proporcional (K)

$$K = \frac{m}{3}$$

A constante de tempo do sensor (T_s)

$$T_s = \frac{m}{6}$$

$$G_p(s) = \frac{1}{ms^2 + cs + k} = \frac{1}{10s^2 + 7s + 5}$$

$$H_s(s) = \frac{1}{T_s s + 1} = \frac{1}{\frac{10}{6}s + 1}$$

$$G_c(s) = K = \frac{10}{3}$$

Atividade 4

Código utilizado para calcular a FT em malha fechada

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

```
1 // Definição dos parâmetros
2 s = poly(0, 's');
3 m = 10; // massa
4 c = 7; // coeficiente de amortecimento
5 k = 5; // constante da mola
6
7 // Definição das funções de transferência
8 K = m / 3; // Ganho do controlador proporcional
9 Ts = m / 6; // Constante de tempo do sensor
10
11 // Funções de Transferência
12 Gp = syslin('c', 1, m*s^2 + c*s + k); // Planta
13 Hs = syslin('c', 1, Ts*s + 1); // Sensor
14 Gc = syslin('c', K, 1); // Controlador Proporcional
15
16 // Função de Transferência em Malha Fechada C(s)/R(s)
17 sys = Gc * Gp / (1 + Gc * Gp * Hs);
18
19 // Exibição da Função de Transferência em Malha Fechada
20 disp("Função de Transferência em Malha Fechada C(s)/R(s):");
21 disp(sys);
```

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Função de Transferência em Malha Fechada

$$C(s)/R(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)H_s(s)}$$



$$\frac{0.2 + 0.3333333s}{0.5 + 0.92s + 1.3s^2 + s^3}$$

Atividade 4

Código utilizado para análise de Routh-Hurwitz

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

```
1 // Definição dos parâmetros
2 s = poly(0, 's');
3 m = 10; // massa
4 c = 7; // coeficiente de amortecimento
5 k = 5; // constante da mola
6
7 // Definição das funções de transferência
8 K = m / 3; // Ganho do controlador proporcional
9 Ts = m / 6; // Constante de tempo do sensor
10
11 // Funções de Transferência
12 Gp = syslin('c', 1, m*s^2 + c*s + k); // Planta
13 Hs = syslin('c', 1, Ts*s + 1); // Sensor
14 Gc = syslin('c', K, 1); // Controlador Proporcional
15
16 // Função de Transferência em Malha Fechada C(s)/R(s)
17 sys = Gc * Gp / (1 + Gc * Gp * Hs);
18
19 // Extraíndo o denominador da Função de Transferência para Análise de Estabilidade
20 den = sys.den;
21
22 rh_matrix = routh_t(den);
23
24 // Exibir a Matriz de Routh-Hurwitz
25 disp("Matriz de Routh-Hurwitz:");
26 disp(rh_matrix);
27
```

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Extração do Denominador da Função de Transferência

$$C(s)/R(s) = \frac{G_c \times G_p}{1 + G_c \times G_p \times Hs}$$

↓

$$1 + G_c \times G_p \times Hs$$

↓

$$0.5 + 0.92s + 1.3s^2 + s^3$$

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Cálculo da Matriz de Routh-Hurwitz

Utilizando a função ***routh_t***

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 0.92 \\ s^2 & 1.3 & 0.5 \\ s^1 & 0.5353846 & 0 \\ s^0 & 0.5 & \end{array}$$

Como todos elementos da primeira coluna são positivos, indica uma resposta estável e controlada a primeiro momento

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise de Estabilidade para Diferentes Valores de K

$$G_p(s) = \frac{1}{10s^2 + 7s + 5}$$

$$H_s(s) = \frac{1}{\frac{10}{6}s + 1}$$

Logo:

$$T(s) = \frac{K \cdot G_p(s)}{1 + K \cdot G_p(s) \cdot H_s(s)}$$

↓

$$T(s) = \frac{K \left(\frac{1}{10s^2 + 7s + 5} \right)}{1 + K \left(\frac{1}{10s^2 + 7s + 5} \right) \left(\frac{1}{\frac{10}{6}s + 1} \right)}$$

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise de Estabilidade para Diferentes Valores de K

$$T(s) = \frac{K \left(\frac{1}{10s^2 + 7s + 5} \right)}{1 + K \left(\frac{1}{10s^2 + 7s + 5} \right) \left(\frac{1}{\frac{10}{6}s + 1} \right)}$$

↓

$$T(s) = \frac{5Ks + 3K}{3K + 50s^3 + 65s^2 + 46s + 15}$$

Construindo a matriz de Routh-Hurwitz

$$50s^3 + 65s^2 + 46s + 15 + 3K$$

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Análise de estabilidade

$$50s^3 + 65s^2 + 46s + 15 + 3K$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 50 & 46 \\ s^2 & 65 & 15 + 3K \\ s^1 & \frac{150K - 2240}{65} & 0 \\ s^0 & 15 + 3K & \end{array}$$

$$s^1 = \frac{150K - 2240}{65} = 2.3077K - 34.4615$$

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise de estabilidade

- $s^3 = 50$ é constantemente positivo.
- $s^2 = 65$ é positivo.
- $s^1 = 2.3077K - 34.4615 > 0$

$$\downarrow$$
$$\frac{34.4615}{2.3077} \approx 14.93 \longrightarrow K < 14.93$$

- $s^0 = 15 + 3K > 0 \longrightarrow K > -5$

$$0 < K < 14.93$$

Atividade 5

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

Descrição do modelo

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = f(t)$$

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Atividade 5

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Diagrama com base na atividade 4

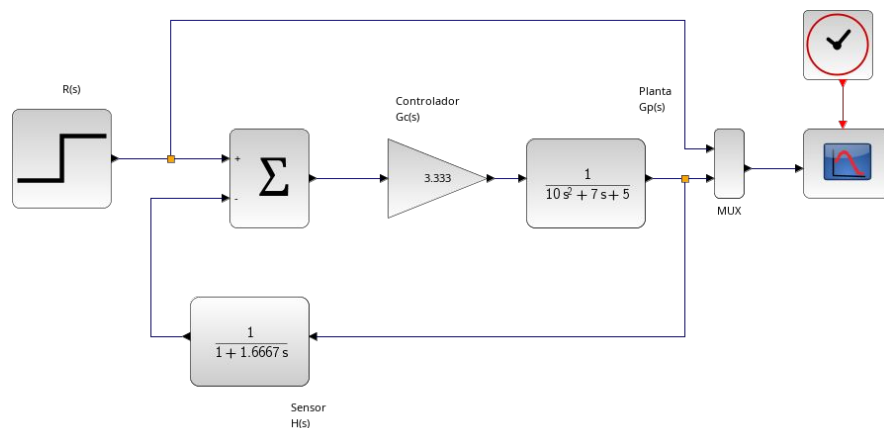
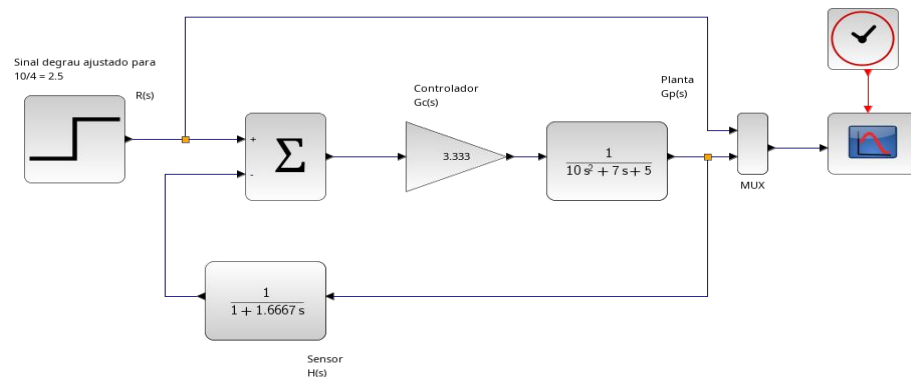


Diagrama de blocos com degrau ajustado



Atividade 5

Tempo de Subida: Aproximadamente 4.8 segundos para atingir 90% do valor final, mostrando uma resposta rápida ao degrau.

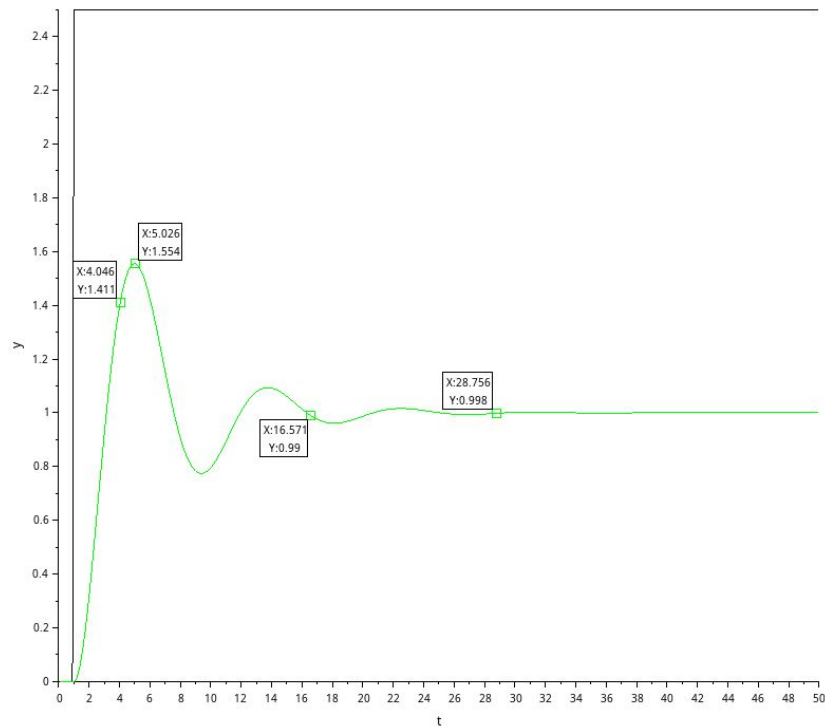
Tempo de Pico: Primeiro pico significativo de 1.55 unidades atingido em torno de 5 segundos.

Tempo de Acomodação: Sistema começa a se estabilizar, com oscilações reduzidas por volta de 28 segundos.

Zona Estacionária: Observada após 28 segundos, com a saída constante em cerca de 0.998 unidades.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Resultado do Diagrama com Degrau ajustado

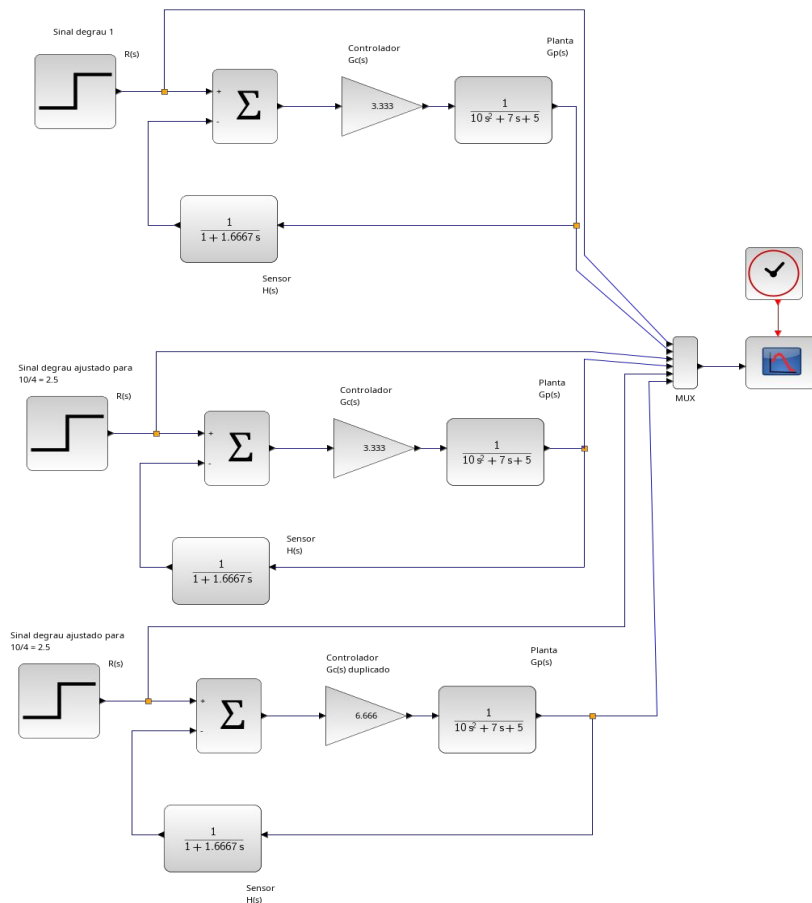


Atividade 5

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Simulação com Diferentes Configurações de Ganho e Amplitude



Atividade 5

Verde (Caso Base): Resposta atenuada, pico máximo de 0.311, acomodação rápida. Mostra controle eficaz de pequenas perturbações.

Amarelo ($A=2.5$, Ganho=3.333): Maior overshoot (1.554), oscilações mais pronunciadas, estabiliza perto de 1.002. Resposta vigorosa mas gerenciável.

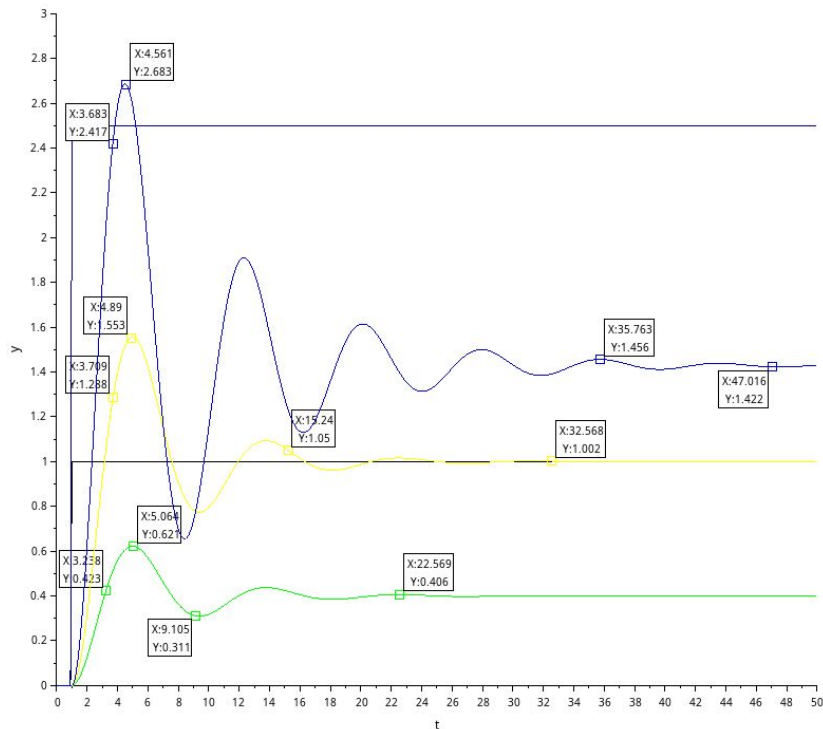
Azul ($A=2.5$, Ganho=6.666): Overshoot maior (2.683), oscilações prolongadas, resposta agressiva e menos estável. Ganho mais alto pode introduzir instabilidade.

Impacto da Amplitude: Aumentar a amplitude do degrau de 1 para 2.5 resulta em maior overshoot e tempo de acomodação mais longo.

Efeitos do Ganho do Controlador: Dobrar o ganho de 3.333 para 6.666 com alta amplitude aumenta a volatilidade e o overshoot, comprometendo a estabilidade.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Resultado da Simulação com Diferentes Configurações de Ganho e Amplitude



Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

PID

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(T) dT + K_d \frac{de(t)}{dt}$$



K_p	K_i	K_d
$0,6 \times K_c$	$\frac{2}{P_c}$	$0,125 \times P_c$

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

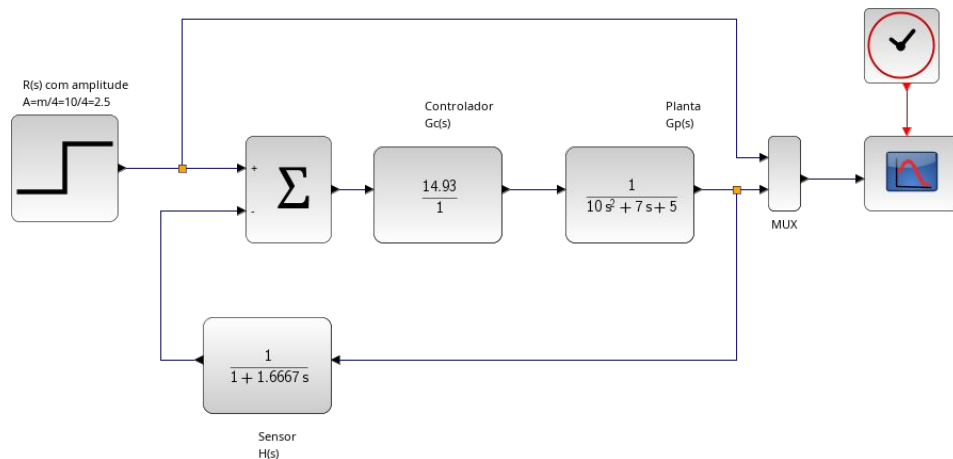
Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise e Controlador PID

Ganho crítico (K_c) obtido na atividade 4 -> 14.93

Além disso, ao caso da atividade 5, onde passamos a utilizar o Degrau como $A = m/4$, para nosso caso referenciou 2.5 por conta do $m=10$

Diagrama do Ganho crítico

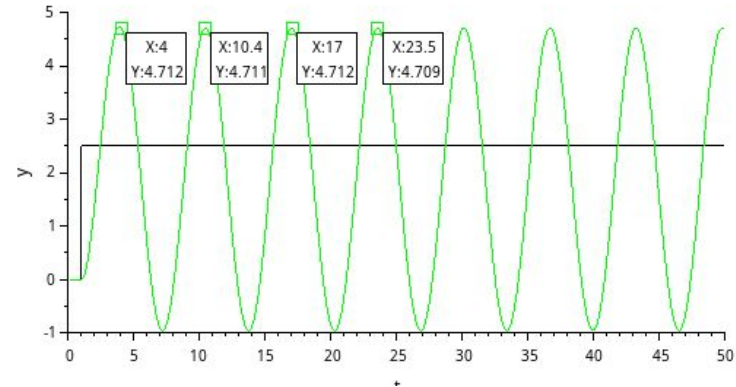


Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado do Diagrama do Ganho Crítico



Determinação do período crítico

$$P_c = t_2 - t_1 = 16.894 - 9.98 = 6.914s$$

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Determinação dos parâmetros do Controlador PID

Ganho Proporcional (K_p)

$$K_p = 0.6 \times K_c = 0.6 \times 14.93 = 8.958$$

Ganho Integral (K_i)

$$K_i = \frac{2}{P_c} = \frac{2}{6.914} \approx 0.289$$

Ganho Derivativo (K_d)

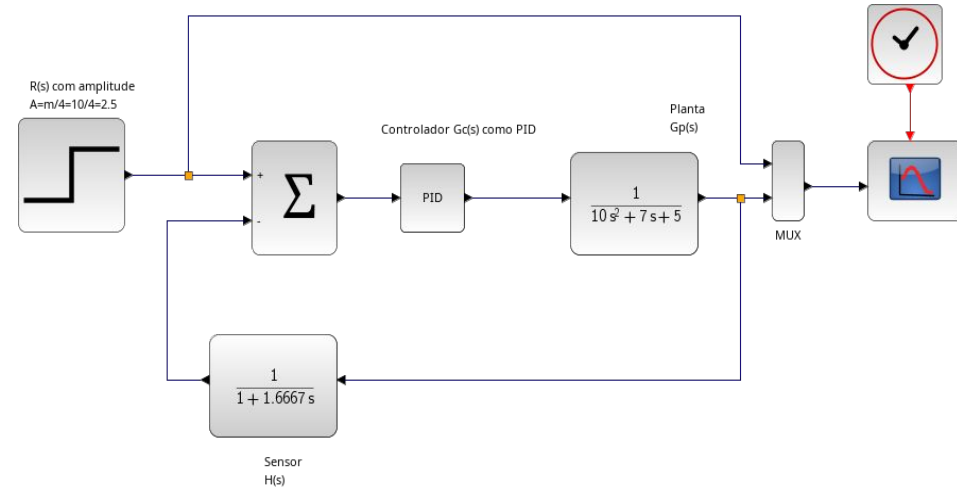
$$K_d = 0.125 \times P_c = 0.125 \times 6.914 = 0.864$$

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Diagrama utilizando Controlador PID



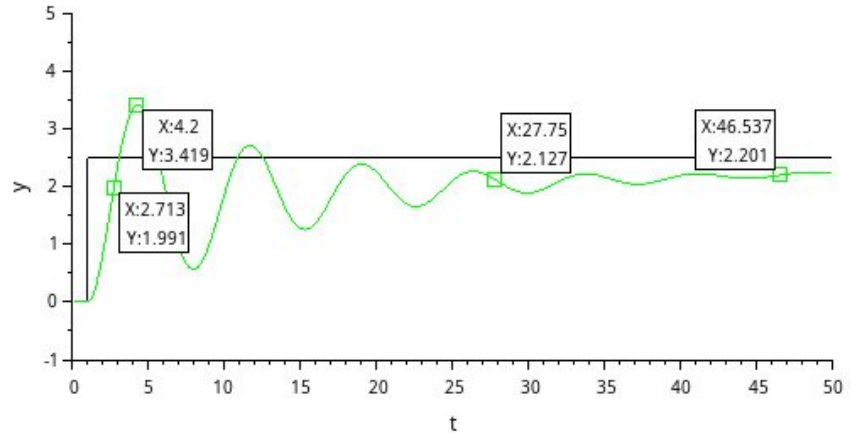
$$K_p = 8.958, K_i = 0.289, \text{ e } K_d = 0.864$$

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado do Diagrama utilizando Controlador PID



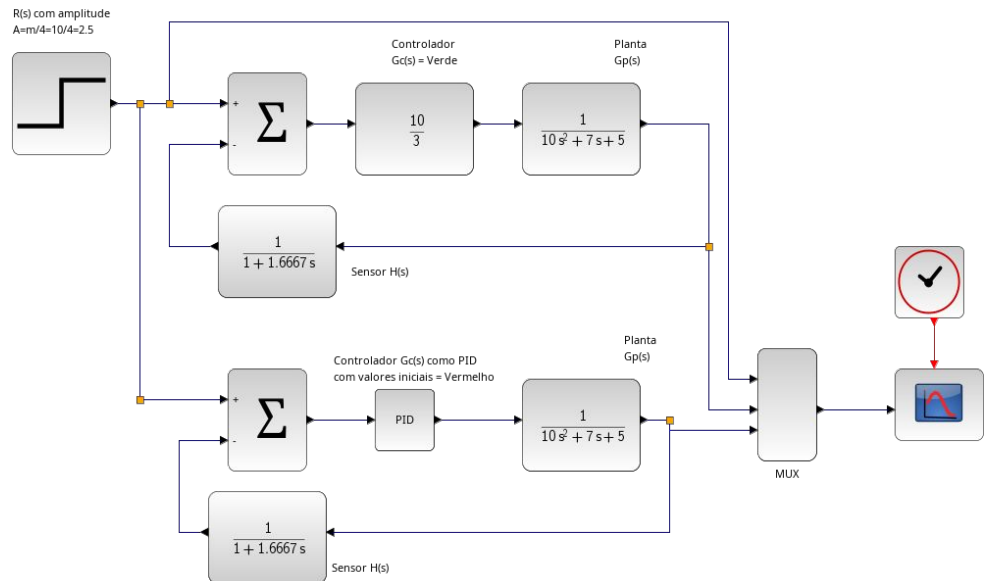
$$K_p = 8.958, K_i = 0.289, \text{ e } K_d = 0.864$$

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Diagrama com Controlador Proporcional e PID Ajustado



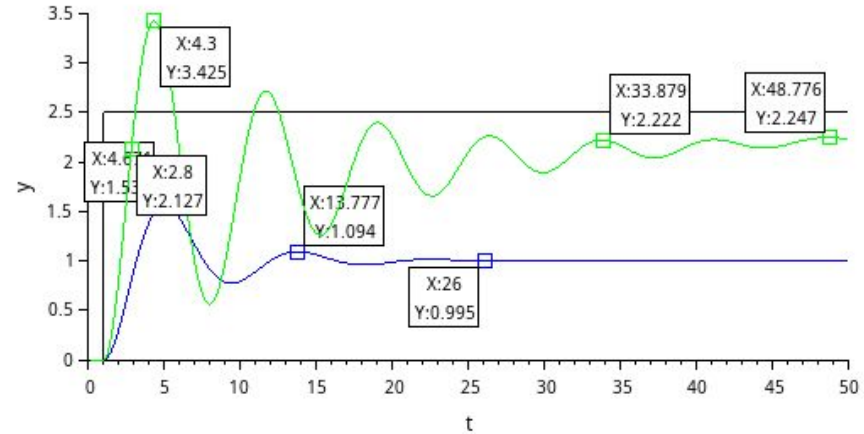
$$K_p = 8.958, K_i = 0.289, \text{ e } K_d = 0.864$$

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado do Diagrama com Controlador Proporcional e PID Ajustado



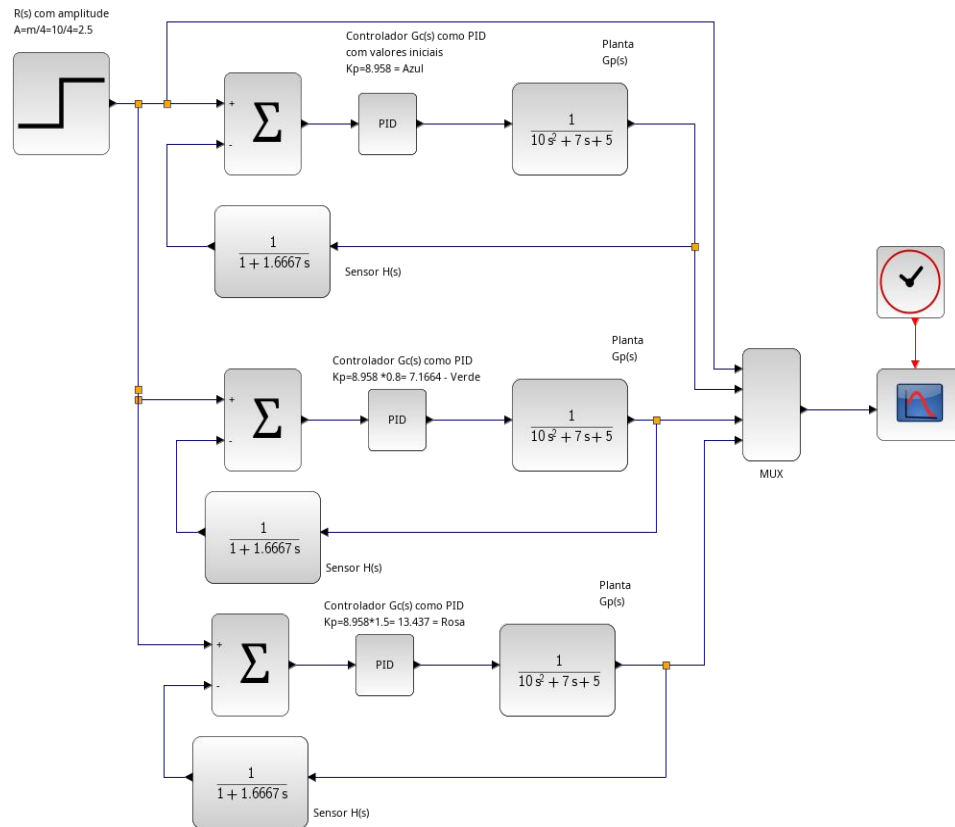
$$K_p = 8.958, K_i = 0.289, \text{ e } K_d = 0.864$$

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Diagrama com Teste de Ajuste de Parâmetros do Kp do Controlador PID

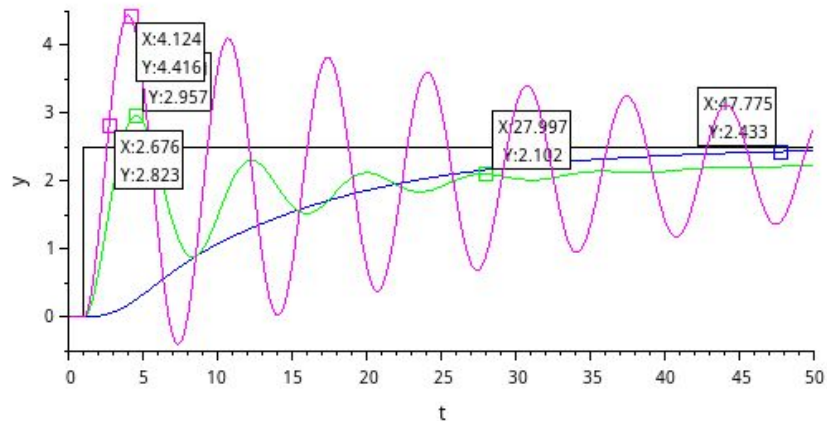


Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado do Diagrama com Teste de Ajuste de Parâmetros do Kp do Controlador PID



Reduzir Kp para 7.1664 melhora a estabilidade e diminui o overshoot, mas torna a resposta inicial um pouco mais lenta.

O **controlador proporcional responde rapidamente**, mas não elimina o erro estacionário.

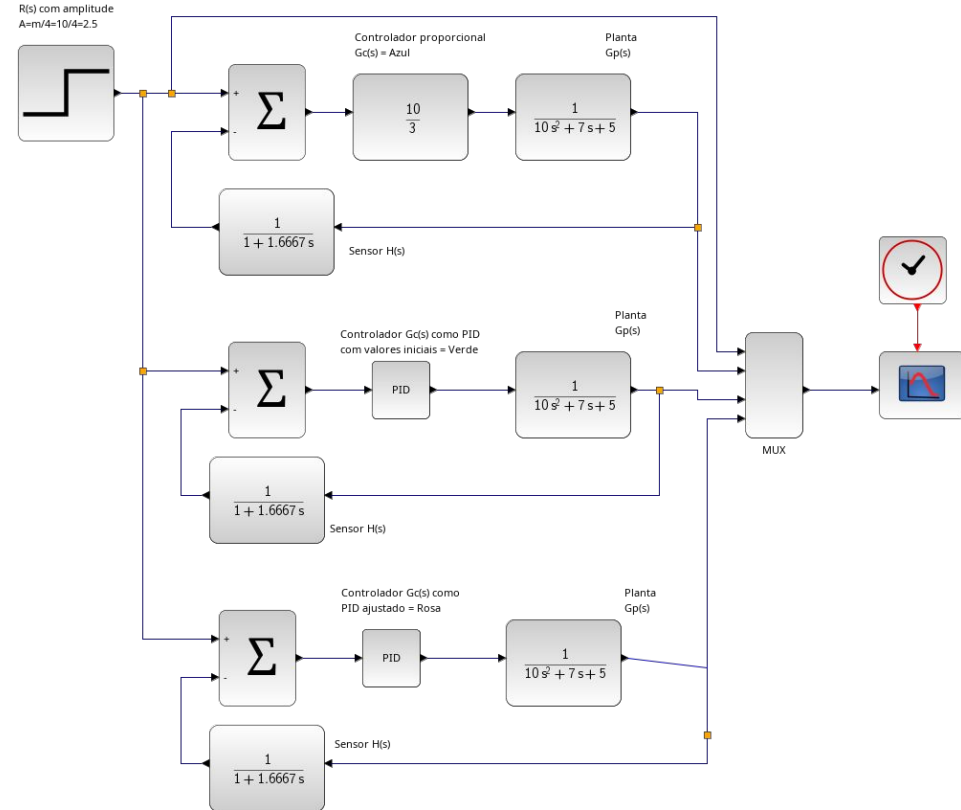
O **PID ajustado equilibra rapidez e estabilidade**, sendo ideal para aplicações industriais. A implementação do novo Kp será monitorada para garantir desempenho ótimo.

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Diagrama de Comparação entre Controlador Proporcional, PID com Dados Iniciais e PID Ajustado

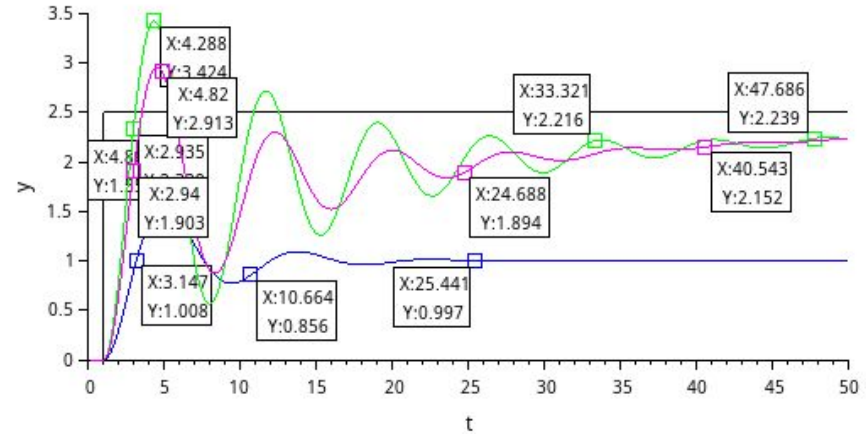


Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado do Diagrama de Comparação entre Controlador Proporcional, PID com Dados Iniciais e PID Ajustado



Atividade 7

Análise do Lugar Geométrico das Raízes (LGR)

- Análise gráfica que mostra a trajetória das raízes de uma equação característica à medida que um parâmetro varia.
- Fornece insights sobre a estabilidade do sistema.
- Ajuda a entender as dinâmicas de resposta do sistema massa-mola-amortecedor.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Atividade 7

Código utilizado para simular a resposta do sistema massa-mola-amortecedor (LGR)

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab



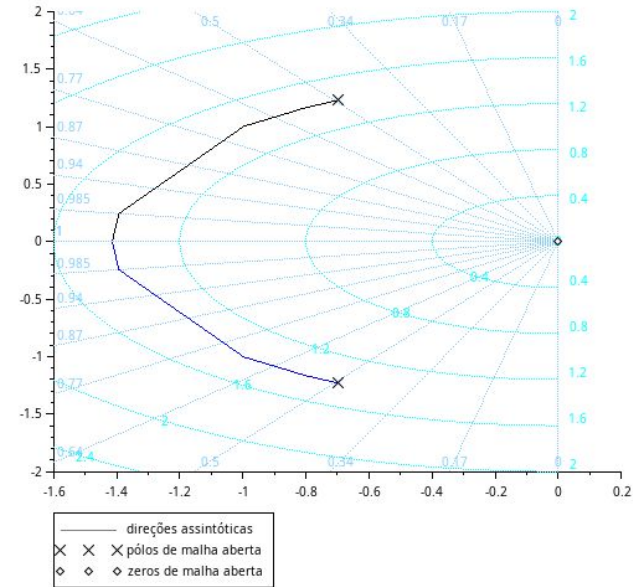
```
1 // Definição dos parâmetros
2 M = 10;
3 C = 7;
4 K = 5;
5
6 // Função de transferência
7 num = 1;
8 den = [M, C, K];
9
10 // Sistema
11 sys = syslin('c', num, den);
12
13 // Configuração da cor para o plot do LGR
14 clf();
15 sgrid();
16 evans(sys, 3000, 'red');
17
```

Atividade 7

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado obtido da Análise do Lugar Geométrico das Raízes (LGR)



Pólos e Simetria: Pólos em $s = -0.7$ e $s = -1.2$ indicam estabilidade sem oscilações, assim como a simetria e pólos reais negativos sugerem amortecimento subcrítico

Estabilidade e Assíntotas: Duas assíntotas verticais calculadas em $\pm 90^\circ$ e pólos se movem verticalmente com aumento do ganho, mantendo estabilidade.

Pólos no semiplano esquerdo confirmam estabilidade em malha aberta.

Atividade 8

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise do Diagrama de Bode

- Análise gráfica que representa a resposta em frequência de um sistema.
- Fornece insights sobre a margem de ganho e margem de fase, estabilidade e desempenho do sistema
- Ajuda a entender como o sistema massa-mola-amortecedor responde a diferentes frequências. e a relação entre a frequência de entrada e amplitude da saída

Atividade 8

Código utilizado para simular a resposta do sistema massa-mola-amortecedor (Bode)

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

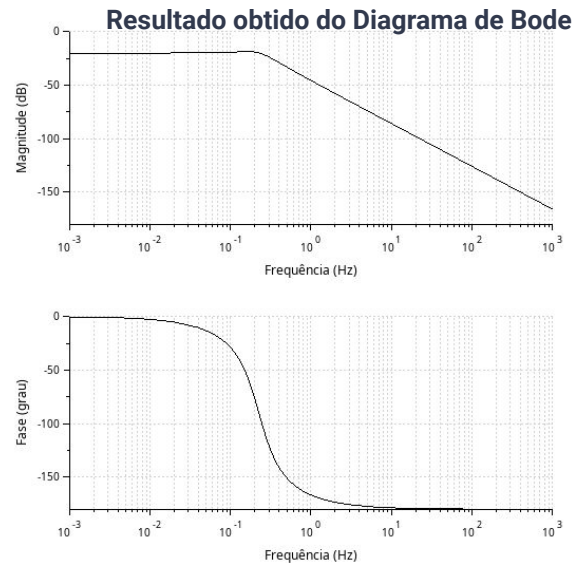
Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

```
1 // Definicao dos parametros
2 M = 10;
3 C = 7;
4 K = 5;
5
6 // Funcao de transferencia
7 num = 1; // Numerador é um polinômio constante
8 den = [M, C, K]; // Coeficientes do denominador
9 den_poly = poly(den, 's', 'coeff'); // Criação do polinômio do denominador
10
11 // Sistema
12 sys = syslin('c', num, den_poly); // Correção na criação do sistema
13
14 // Diagrama de Bode
15 clf();
16 bode(sys);
17
```

Atividade 8

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab



Magnitude: Decresce com o aumento da frequência, indicando comportamento de filtro passa-baixa, sem pico de ressonância, sugerindo bom amortecimento.

Fase: Inicia em 0 graus e decresce até -180 graus em altas frequências, a fase cruza -180 graus aproximadamente em 100 Hz

Margem de Ganho: Positiva, magnitude abaixo de 0 dB quando a fase é -180 graus

Margem de Fase: Positiva, fase acima de -180 graus quando a magnitude é 0 dB.

Logo o sistema é estável, capaz de tolerar variações de ganho e fase sem perder a estabilidade.

Atividade 9

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise do Diagrama de Nyquist

- Análise gráfica que mapeia a resposta complexa da função de transferência ao longo de uma gama de frequências no plano complexo.
- Fornece insights sobre a estabilidade em malha fechada, margem de estabilidade antes que ganhos adicionais possam induzir instabilidade.
- Ajuda a entender como o sistema massa-mola amortecedor se comporta em diferentes frequências e a relação entre a resposta do sistema e a proximidade da curva ao ponto crítico (-1) no plano complexo

Atividade 9

Código utilizado para simular a resposta de
Nyquist com os polos

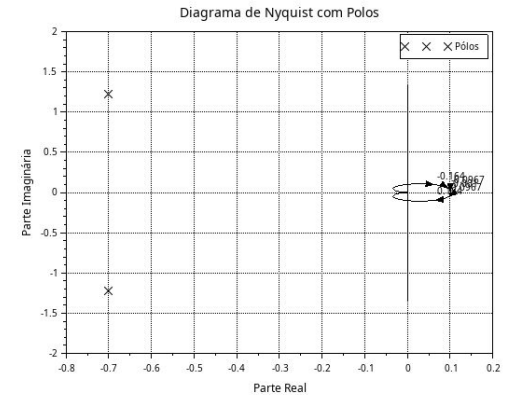
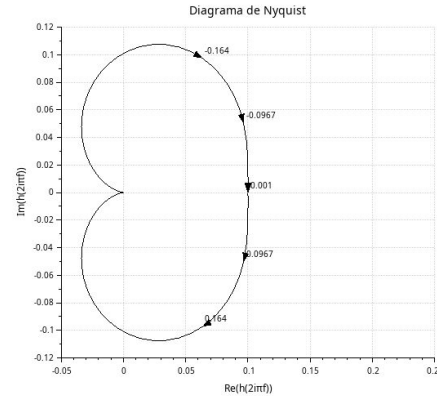
Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

```
1 // Definição dos parâmetros
2 M = 10;
3 C = 7;
4 K = 5;
5
6 // Função de transferência
7 num = 1; // Numerador é um polinômio constante
8 den = [M, C, K]; // Coeficientes do denominador
9 den_poly = poly(den, 's', 'coeff'); // Criação do polinômio do denominador
10
11 // Sistema
12 sys = syslin('c', num, den_poly); // Correção na criação do sistema
13
14 // Diagrama de Nyquist
15 clf();
16 nyquist(sys);
17
18 // Parte 2 do código onde ele fornece outra visualização
19
20 // Definição dos parâmetros
21 M = 10;
22 C = 7;
23 K = 5;
24
25 // Função de transferência
26 num = 1; // Numerador é um polinômio constante
27 den = [M, C, K]; // Coeficientes do denominador
28 den_poly = poly(den, 's', 'coeff'); // Criação do polinômio do denominador
29
30 // Sistema
31 sys = syslin('c', num, den_poly); // Criação do sistema
32
33 // Limpa a figura atual
34 clf();
35
36 // Diagrama de Nyquist
37 nyquist(sys); // Gera o diagrama de Nyquist
38
39 // Plotagem dos Polos e Zeros
40 plzr(sys); // Plota polos e zeros
41
42 // Definindo os limites de zoom para garantir que os polos sejam visíveis
43 zoom_rect([-0.8 -2 0.2 2]); // Ajusta a visualização para um intervalo que inclua os polos
44
45 // Adicionais: Configuração do Gráfico
46 xgrid(); // Adiciona grade ao gráfico
47 xtitle('Diagrama de Nyquist com Polos', 'Parte Real', 'Parte Imaginária'); // Título e labels dos eixos
48
```


Atividade 9

Resultado obtido do Diagrama de Bode



Estabilidade do Sistema: A curva não encircla o ponto -1, confirmando a estabilidade em malha fechada, a proximidade da curva ao ponto crítico indica margem de estabilidade antes que ganhos adicionais induzam instabilidade.

Pólos e Curva Nyquist: A curva está distante dos pólos do sistema, comprovando que o sistema não atingirá instabilidade sob condições normais de operação.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Atividade 10

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

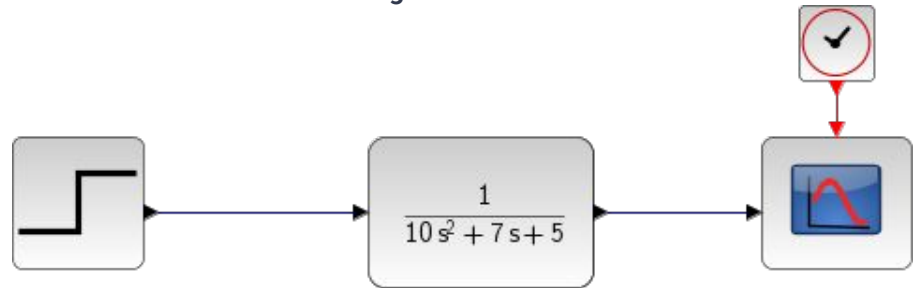
Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Identificação de Sistemas

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

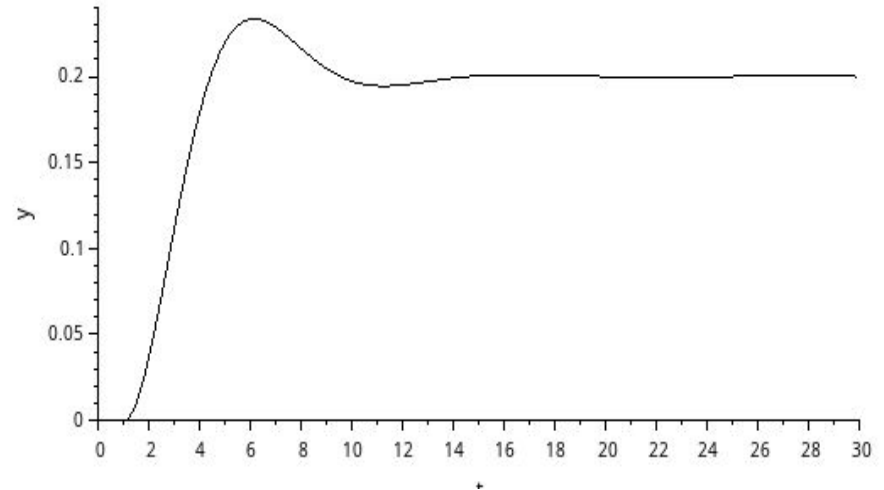
Diagrama de Blocos



Atividade 10

Identificação de Sistemas

Resultado do Diagrama de Blocos



Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

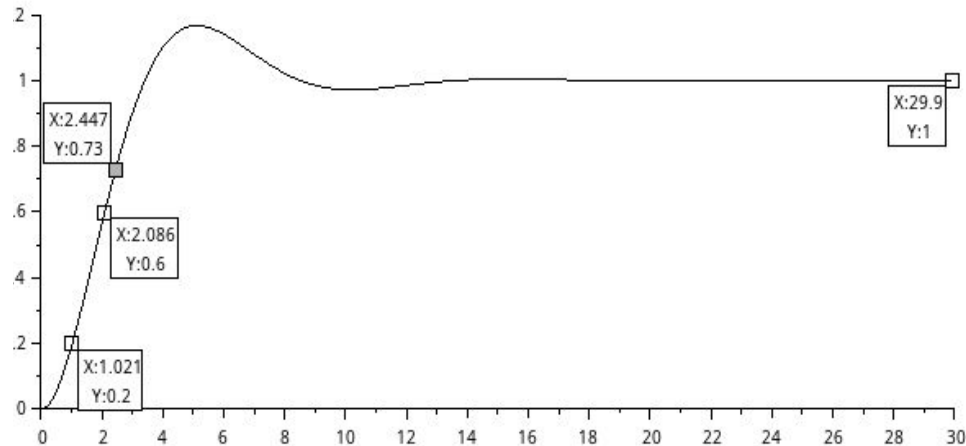
Atividade 10

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Identificação de Sistemas

Para otimizar a análise e assegurar os resultados sejam imediatamente interpretados adotamos o degrau com amplitude 5



- $X = 1.022, Y = 0.2$ (20% do valor final).
- $X = 2.094, Y = 0.6$ (60% do valor final).
- $X = 2.449, Y = 0.73$ (73% do valor final).
- $X = 29.9, Y = 1$ (100% do valor final).

Atividade 10

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

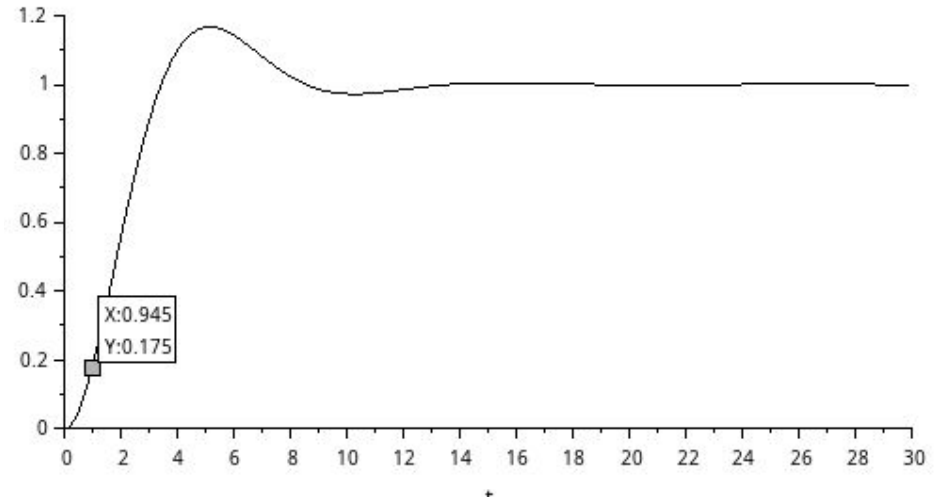
Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Identificação de Sistemas

Cálculo da constante de tempo

$$\tau = 0.5 \cdot \frac{t_{73}}{1.3} = 0.5 \cdot \frac{2.449}{1.3} \approx 0.9419 \text{ segundos}$$

Identificando a constante de tempo $T(73)$



Atividade 10

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

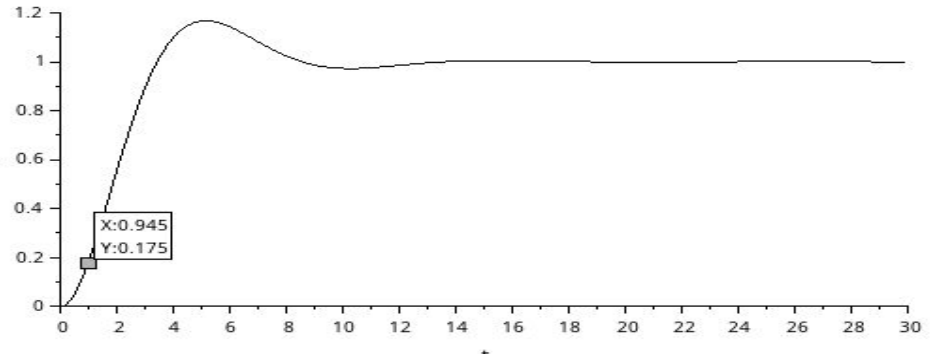
Identificação de Sistemas

Como uma limitação significativa do Método de Harriot com sua aplicabilidade ncipalmente a sistemas sobreamortecidos, no entanto o sistema é subamortecido

Além disso temos a aplicação do método com base no valor da razão Y/KM deve ser maior que 0,26 após a normalização da resposta do degrau unitário (foi realizado com degrau de amplitude 5)

$$Y/KM = 0,175 < 0,26$$

Logo: não é adequado o método de Harriot para essa configuração especifica



Atividade 10

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Identificação de Sistemas

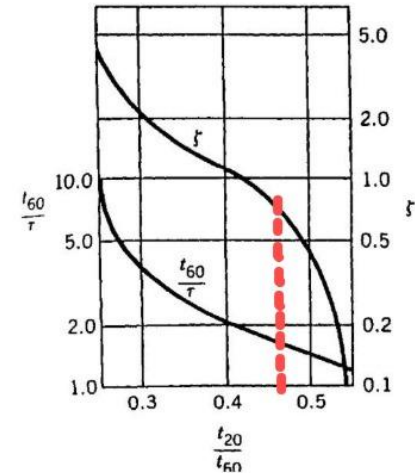
Método de Smith

Análise de Razão Temporal:

$$\frac{t_{20}}{t_{60}} = \frac{1.022}{2.086} \approx 0.461706$$

Interpretação Gráfica

Por conta do método de Smith ter sido baseado em uma análise de interpretação gráfica, a precisão dos valores podem ter sido comprometidas, o que não é confiável para uma conclusão assertiva



$$\tau = \frac{t_{60}}{1.8} = \frac{2.086}{1.8} \approx 1.159 \text{ segundos}$$

$$G(s) = \frac{Kp}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1} = \frac{Kp}{(1.159)^2 s^2 + 2\zeta(1.159)s + 1}$$

FIM



Instituto Politécnico do Estado do Rio de Janeiro

Curso de Engenharia da Computação

Disciplina: Modelagem e Controle de
Sistemas

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab