

1 Atividade 1

1.1 Descrição do Modelo

O sistema modelado é um oscilador massa-mola-amortecedor, onde a massa está sujeita à força restauradora de uma mola e ao amortecimento proporcional à velocidade. A equação diferencial que descreve o movimento do sistema é dada por:

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0$$

onde x representa o deslocamento da massa m da sua posição de equilíbrio, \dot{x} é a velocidade, \ddot{x} é a aceleração, C é o coeficiente de amortecimento, e K é a constante da mola. A força de entrada é considerada nula, indicando que não há forças externas atuando sobre o sistema após o instante inicial.

1.2 Parâmetros do Sistema

Os parâmetros utilizados no modelo do sistema são especificados como segue:

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

1.3 Condições Iniciais para a Simulação

As condições iniciais para a simulação são detalhadas na tabela a seguir, baseadas nos parâmetros especificados acima:

Caso	Velocidade Inicial V_0	Posição Inicial X_0
1	5 m/s	0 m
2	0 m/s	2.5 m
3	3.33 m/s	2 m

Esta tabela reflete os valores numéricos para cada caso, facilitando a compreensão e a aplicação direta dos parâmetros na simulação.

1.4 Análise dos Resultados

Cada um dos casos de simulação foi configurado com condições iniciais distintas para explorar como o sistema responde a diferentes estados iniciais de deslocamento e velocidade.

1.4.1 Caso 1: Velocidade Inicial Elevada

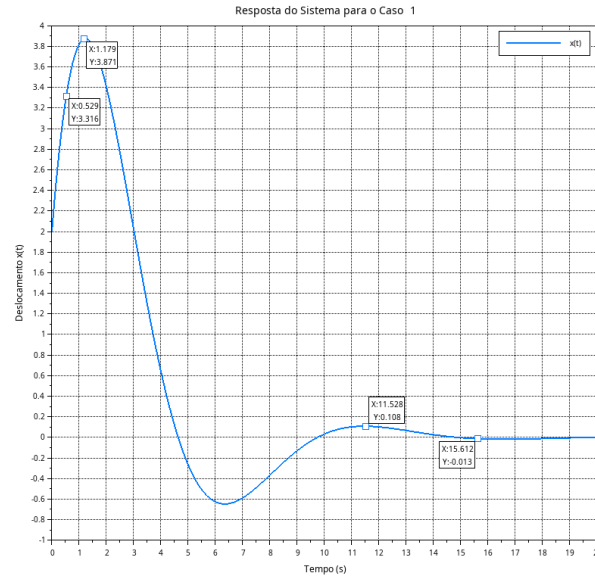


Figure 1: Resposta do sistema para o Caso 1

No Caso 1, o sistema é inicialmente impulsionado com uma alta velocidade (5 m/s), partindo do repouso ($X_0 = 0$). Esta condição inicial leva a uma resposta inicialmente enérgica, onde a massa oscila com uma amplitude elevada, seguida de um rápido decaimento energético devido ao amortecimento significativo ($C = 7 \text{ Ns/m}$). O amortecimento não só reduz a amplitude das oscilações rapidamente, mas também garante que o sistema não persista em um estado de oscilação prolongada, estabilizando-se em um tempo curto.

1.4.2 Caso 2: Deslocamento Inicial Sem Velocidade

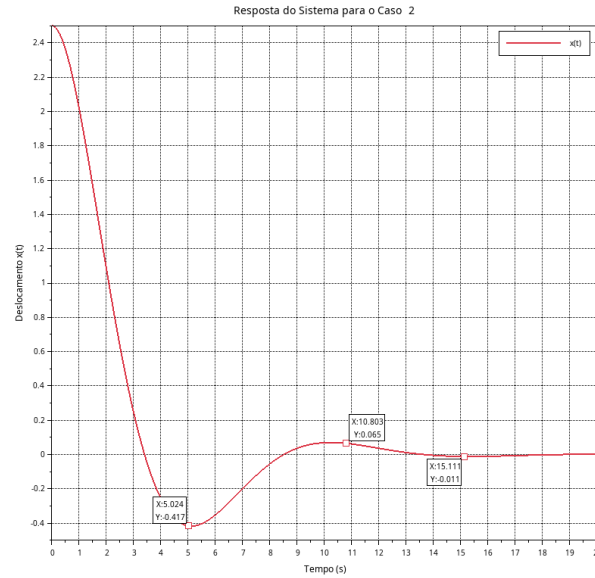


Figure 2: Resposta do sistema para o Caso 2

O Caso 2 é caracterizado por um deslocamento inicial (2.5 m) sem impulso inicial de velocidade ($V_0 = 0$). Aqui, observamos uma resposta típica de um sistema oscilatório subamortecido onde o sistema retorna ao equilíbrio através de oscilações que decaem gradativamente. Este caso destaca como a energia potencial armazenada na mola é convertida em energia cinética e dissipada pelo amortecedor. As oscilações decrescem em amplitude mais gradualmente do que no Caso 1, demonstrando uma transferência de energia mais prolongada antes da estabilização.

1.4.3 Caso 3: Velocidade e Deslocamento Iniciais

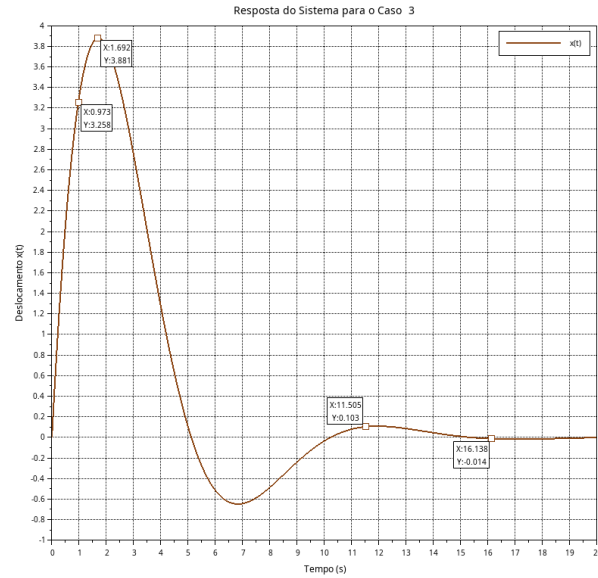


Figure 3: Resposta do sistema para o Caso 3

No Caso 3, o sistema inicia com condições iniciais moderadas tanto de velocidade (3.33 m/s) quanto de deslocamento (2 m). Esta configuração produz uma resposta dinâmica complexa, onde a interação entre energia cinética e potencial é mais evidente. A amplitude inicial é significativa, com uma taxa de decaimento que ilustra eficientemente o papel do amortecimento. As oscilações observadas são mais sustentadas que no Caso 1, mas menos intensas do que no Caso 2, refletindo um equilíbrio entre as energias cinética e potencial no início da simulação.

1.4.4 Comparação Unificada dos Casos

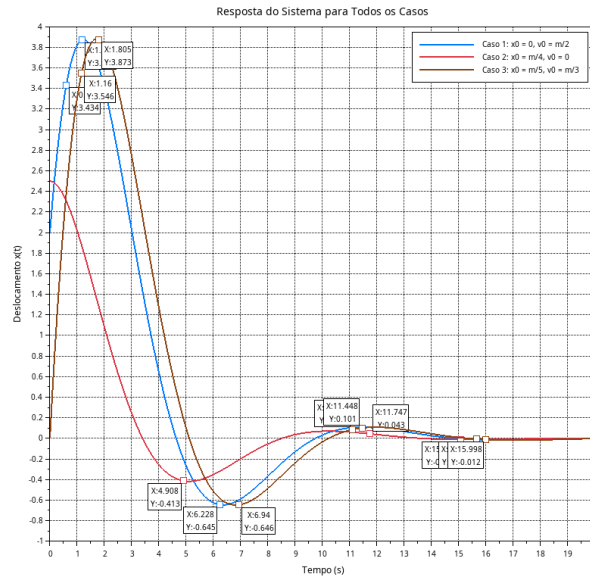


Figure 4: Resposta unificada do sistema para os Casos 1, 2 e 3

A análise unificada dos três casos demonstra de forma clara as diferenças significativas nas respostas do sistema decorrentes de diversas condições iniciais. A seguir, discutiremos detalhadamente cada resposta e suas implicações para a compreensão do comportamento dinâmico do sistema:

- **Caso 1 (Azul Escuro):** Iniciado com uma alta velocidade inicial (5 m/s) e sem deslocamento inicial, este caso exibe a maior amplitude de oscilação observada. A energia cinética inicial é rapidamente convertida em energia potencial pela mola, resultando em oscilações de grande amplitude que são rapidamente amortecidas. Este caso ilustra o efeito de um forte amortecimento, onde a energia é dissipada rapidamente, levando a um retorno rápido à posição de equilíbrio sem oscilações residuais prolongadas. Esta configuração é ideal em situações onde a rápida estabilização após distúrbios é crucial, como em sistemas de suspensão de veículos.
- **Caso 2 (Vermelho):** Com um deslocamento inicial (2.5 m) e sem velocidade inicial, o sistema mostra uma resposta clássica de um oscilador subamortecido. A energia potencial armazenada na mola é convertida gradualmente em energia cinética, com a energia sendo dissipada ao longo do tempo pelo amortecedor. As oscilações decaem suavemente, refletindo uma conversão mais lenta de energia que é típica em aplicações onde é necessário manter uma certa quantidade de movimento ou onde oscilações graduais são preferíveis, como em alguns tipos de sensores mecânicos.
- **Caso 3 (Marrom):** Este caso combina condições iniciais moderadas de velocidade (3.33 m/s) e deslocamento (2 m), resultando numa resposta dinâmica mais complexa que engloba características dos dois primeiros casos. A amplitude inicial é significativa, mas as oscilações são mais controladas e decaem de maneira gradual. Este caso destaca a importância do equilíbrio entre rigidez da mola e amortecimento no projeto de sistemas mecânicos, onde é necessário um compromisso entre estabilidade rápida e manutenção de energia dinâmica.

Esta comparação detalhada destaca não apenas a influência das condições iniciais na resposta do sistema, mas também o papel crítico do amortecimento e da rigidez da mola na determinação da natureza da resposta dinâmica. A análise fornece insights valiosos para o design e a otimização de sistemas mecânicos em engenharia, sublinhando a necessidade de uma seleção cuidadosa de parâmetros de acordo com os requisitos específicos de cada aplicação.

1.5 Comentários Gerais e Conclusão

Os gráficos e análises ilustram claramente como as condições iniciais impactam a resposta dinâmica do sistema massa-mola-amortecedor. A energia inicial, seja como deslocamento ou velocidade, define a resposta imediata do sistema, mostrando a complexidade do comportamento de sistemas dinâmicos lineares. Observamos que o amortecimento é essencial para reduzir as oscilações e trazer o sistema de volta ao repouso de maneira eficiente, sublinhando sua importância no design de componentes mecânicos.

A adequação do coeficiente de amortecimento e da rigidez da mola é crucial para otimizar sistemas para suas funções específicas, como a absorção de choques em suspensões de veículos ou a precisão em instrumentos de medição. Além disso, a análise das condições iniciais é vital no planejamento e teste de sistemas mecânicos, onde engenheiros e designers devem antecipar cenários variados de operação.

Este estudo destaca a necessidade de um entendimento profundo das dinâmicas de sistemas para inovação em engenharia, proporcionando uma base sólida para a compreensão dos princípios de mecânica e dinâmica que são fundamentais no design de sistemas controlados e mecanismos em geral.

2 Atividade 2: Simulação com Xcos

2.1 Descrição do Modelo e Ferramentas

Nesta atividade, utilizamos o Xcos, uma ferramenta gráfica do Scilab para a simulação de sistemas dinâmicos. O Xcos permite a construção de diagramas de blocos que facilitam a visualização e implementação do sistema massa-mola-amortecedor com diferentes entradas e condições iniciais.

2.2 Parâmetros do Sistema

O sistema é descrito pelos seguintes parâmetros, que são consistentes com os usados na Atividade 1:

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

2.3 Condições Iniciais de Simulação

As simulações foram executadas sob várias condições iniciais para explorar a resposta do sistema sob diferentes estados iniciais. A seguir estão as condições iniciais utilizadas, incluindo uma condição inicial adicional específica para esta atividade (Caso 0):

Caso	Velocidade Inicial V_0	Posição Inicial X_0
0	0 m/s	0 m
1	5 m/s	0 m
2	0 m/s	2.5 m
3	3.33 m/s	2 m

Esta tabela facilita a referência rápida às condições iniciais para cada caso simulado, permitindo uma comparação mais direta entre os diferentes cenários testados.

2.4 Diagrama de Blocos no Xcos

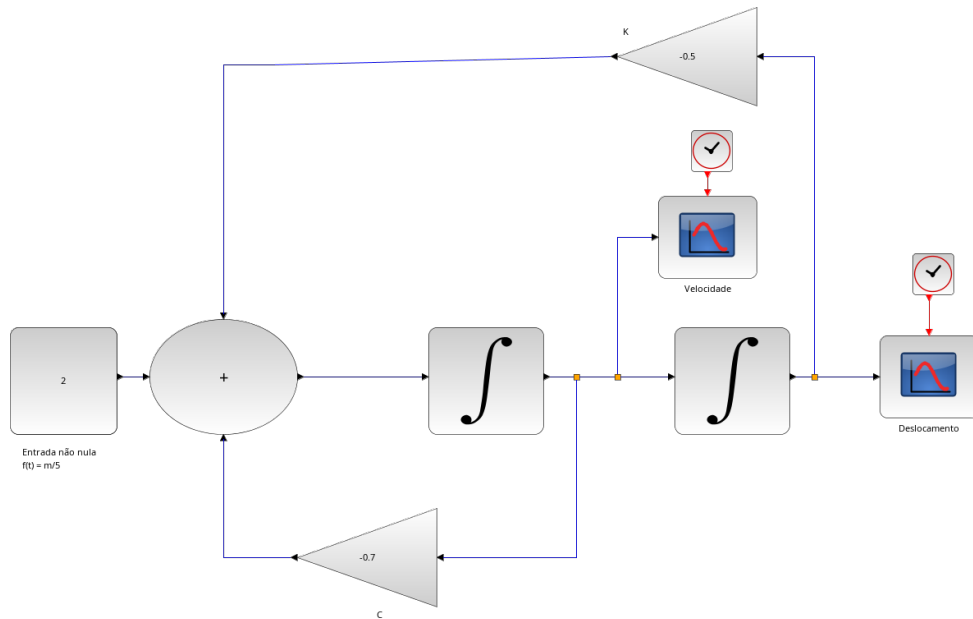


Figure 5: Diagrama de blocos utilizado na simulação no Xcos.

2.5 Resultados e Análise

2.5.1 Análise dos Resultados para o Caso 0

No Caso 0, analisamos a resposta do sistema quando ele parte de condições completamente estáticas ($V_0 = 0 \text{ m/s}$ e $X_0 = 0 \text{ m}$). Esta configuração é vital para avaliar a resposta pura do sistema a uma entrada controlada sem influência inicial de deslocamento ou velocidade.

Deslocamento

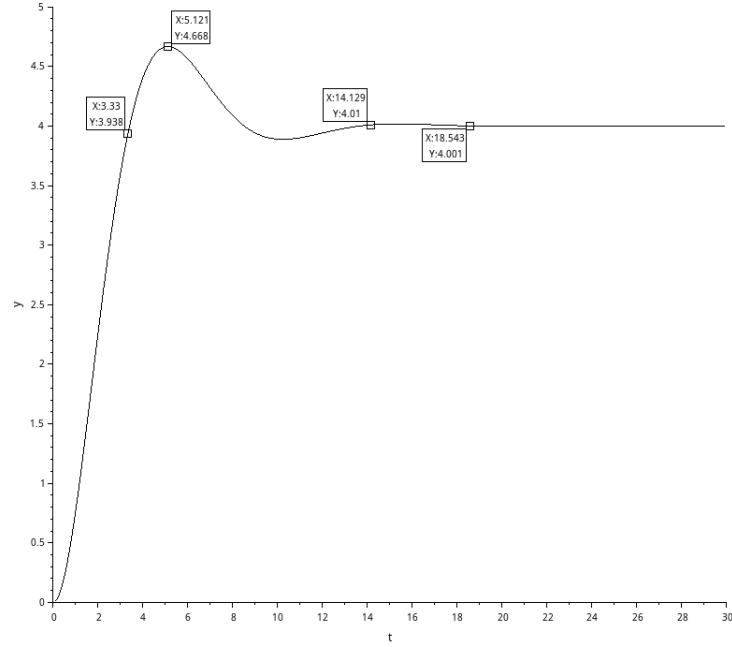


Figure 6: Gráfico de deslocamento para o Caso 0.

O gráfico de deslocamento revela um pico máximo de aproximadamente 4.7 unidades aos 5.1 segundos, marcando o tempo de pico. O tempo de subida, definido como o intervalo para atingir o primeiro pico máximo a partir do repouso, é, portanto, cerca de 5.1 segundos. Após atingir o pico, o sistema exibe oscilações amortecidas que rapidamente reduzem em amplitude. O tempo de estabelecimento, onde as oscilações ficam dentro de uma faixa de $\pm 2\%$ do valor final, é aproximadamente de 18 segundos, após o qual o sistema entra em uma zona estacionária, indicando estabilidade.

Velocidade

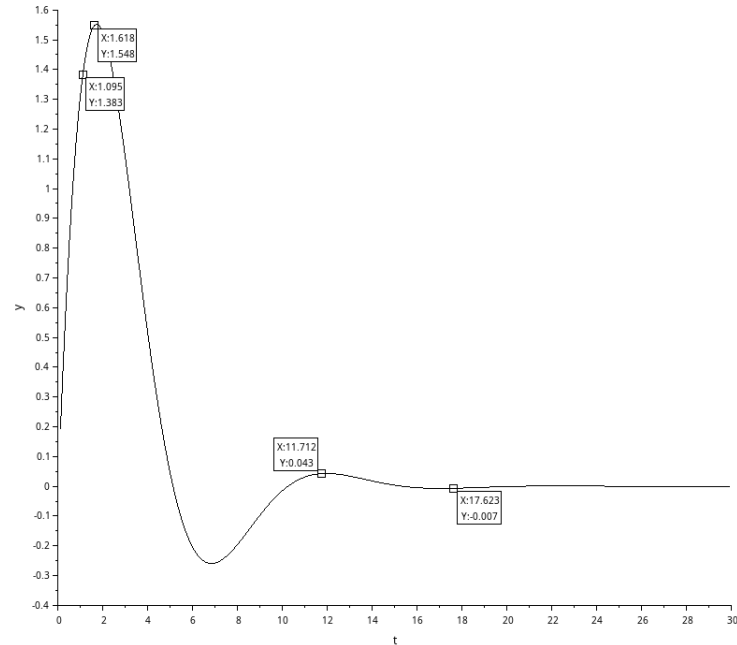


Figure 7: Gráfico de velocidade para o Caso 0.

O gráfico de velocidade reflete a resposta imediata do sistema à força aplicada. A velocidade atinge um pico negativo de cerca de -1.54 unidades em torno de 6.2 segundos, o que corresponde ao tempo de pico para a velocidade. A velocidade oscila abaixo e acima de zero, indicando a resposta oscilatória do sistema ao deslocamento. As oscilações diminuem progressivamente e o sistema alcança a zona estacionária por volta de 18 segundos, estabilizando-se completamente em zero.

Comentários Gerais

A análise do Caso 0 mostra como o sistema responde a um estímulo externo na ausência de condições iniciais de energia. Os parâmetros transitórios, como tempo de subida, pico, e de estabelecimento, juntamente com a observação da zona estacionária, são cruciais para entender a dinâmica do sistema e a eficácia do amortecimento em trazer o sistema de volta ao repouso, minimizando oscilações excessivas. Este caso estabelece uma base comparativa para outros casos com condições iniciais variadas.

2.5.2 Análise dos Resultados para o Caso 1

No Caso 1, analisamos a resposta do sistema quando ele parte com uma velocidade inicial significativa ($V_0 = 5$ m/s) e sem deslocamento inicial ($X_0 = 0$ m). Esta condição inicial permite avaliar como uma energia cinética inicial afeta a resposta dinâmica do sistema, especialmente em termos de deslocamento máximo e oscilações resultantes.

Deslocamento

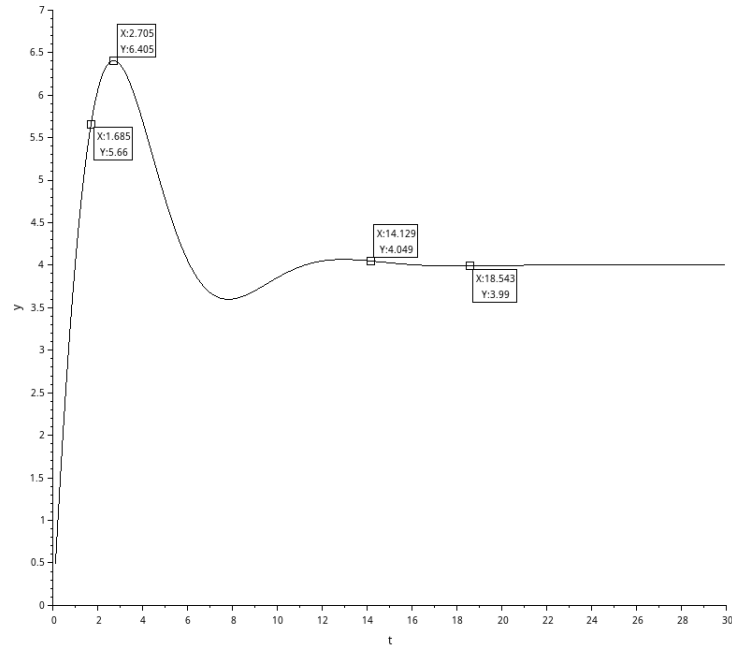


Figure 8: Gráfico de deslocamento para o Caso 1.

O gráfico mostra que o sistema parte de zero e rapidamente atinge um pico de aproximadamente 6.5 unidades ao redor de 2.7 segundos, refletindo uma resposta aguda à velocidade inicial. Esse pico é seguido por uma diminuição significativa, que desce abaixo do zero antes de estabilizar. O tempo de subida é rapidamente alcançado, enquanto o tempo de estabelecimento, onde as oscilações permanecem dentro de uma faixa de $\pm 2\%$ do valor estacionário final, é observado por volta de 18 segundos.

Velocidade

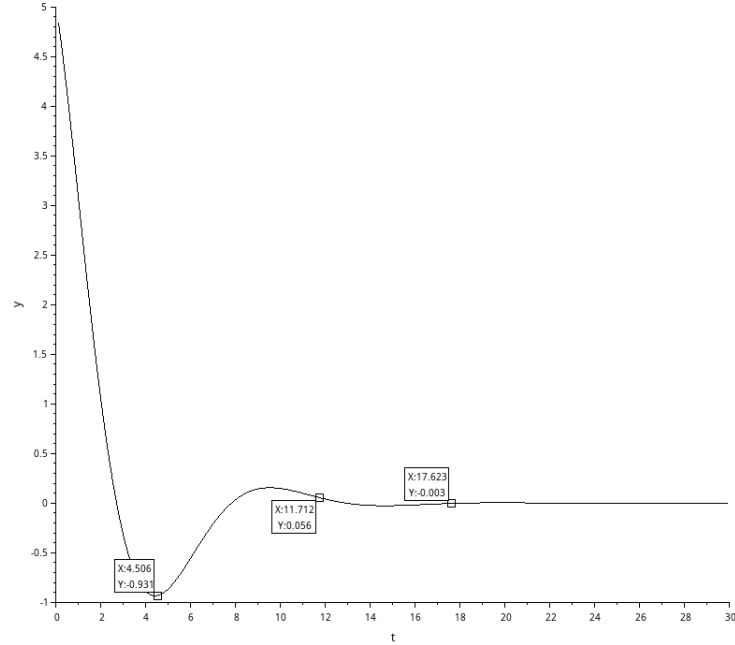


Figure 9: Gráfico de velocidade para o Caso 1.

A velocidade inicialmente picos a uma taxa significativa, refletindo o impulso inicial aplicado. O pico máximo de velocidade ocorre quase simultaneamente com o pico de deslocamento, marcando -1.54 unidades em torno de 1.68 segundos. Após atingir este pico, a velocidade oscila e gradualmente se aproxima de zero, indicando que o sistema está alcançando uma zona estacionária por volta de 18 segundos, semelhante ao observado no deslocamento.

Comentários Gerais

A análise do Caso 1 ilustra como a condição inicial de velocidade influencia a resposta dinâmica do sistema massa-mola-amortecedor. Os parâmetros transitórios, como o tempo de subida e o tempo de pico, são drasticamente diferentes em comparação com o Caso 0, onde não havia energia cinética inicial. Isso destaca a importância de considerar condições iniciais variadas para entender completamente o comportamento do sistema em diferentes cenários de operação. Este caso também reforça o papel crítico do amortecimento na estabilização do sistema após perturbações iniciais.

2.5.3 Análise dos Resultados para o Caso 2

No Caso 2, analisamos a resposta do sistema quando ele parte com um deslocamento inicial ($X_0 = 2.5$ m) e sem velocidade inicial ($V_0 = 0$ m/s). Esta configuração é fundamental para entender como o sistema responde a uma perturbação inicial na posição sem impulso inicial.

Deslocamento

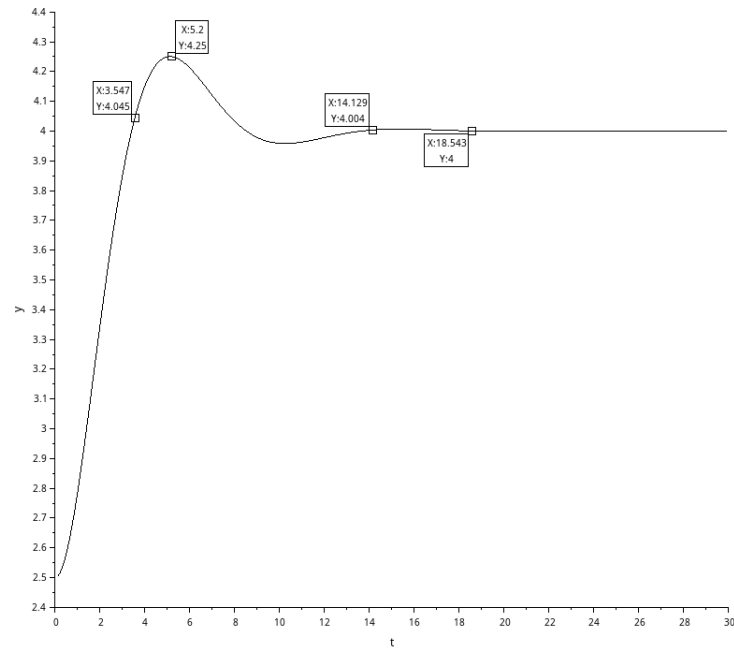


Figure 10: Gráfico de deslocamento para o Caso 2.

O gráfico de deslocamento mostra que o sistema parte de um deslocamento inicial de 2.5 m, rapidamente atinge um pico de cerca de 4.25 m aos 5.2 segundos, indicando a resposta máxima do sistema ao ser liberado. Após esse pico, o sistema exibe oscilações que rapidamente se amortecem, com o deslocamento oscilando abaixo e acima do zero, estabilizando-se finalmente em torno do zero. O tempo de estabelecimento, onde as oscilações permanecem dentro de uma faixa de $\pm 2\%$ do valor final, é aproximadamente de 18 segundos.

Velocidade

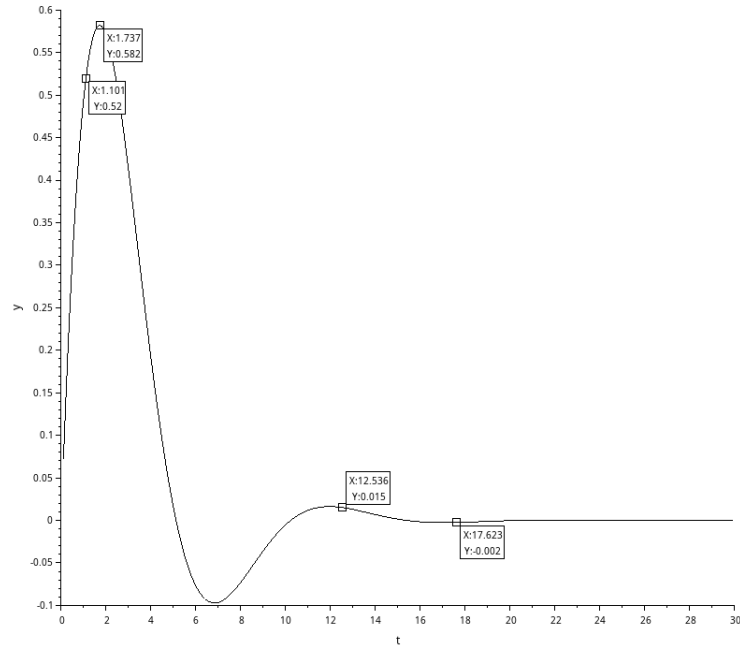


Figure 11: Gráfico de velocidade para o Caso 2.

A velocidade inicialmente aumenta à medida que o sistema se move de volta para a posição de equilíbrio, atingindo um pico negativo de -0.52 m/s logo após o início, correspondente à velocidade máxima ao passar pelo equilíbrio na direção oposta ao deslocamento inicial. A velocidade então oscila, diminuindo em magnitude devido ao amortecimento, até estabilizar-se em zero. O sistema atinge uma zona estacionária com velocidade quase nula, demonstrando a eficácia do amortecimento em dissipar a energia cinética inicialmente induzida pelo deslocamento.

Comentários Gerais

O Caso 2 destaca a resposta do sistema a um teste de posição, com deslocamento inicial sem velocidade inicial. Os resultados mostram claramente como a energia potencial armazenada é convertida em energia cinética, e como o amortecimento é crucial para a estabilização do sistema. Este caso também é importante para verificar a eficácia do sistema em retornar ao repouso sem oscilações residuais prolongadas, essencial em aplicações práticas onde respostas rápidas e estabilizadas são necessárias.

2.5.4 Análise dos Resultados para o Caso 3

No Caso 3, analisamos a resposta do sistema quando ele parte com uma velocidade inicial ($V_0 = 3.33$ m/s) e um deslocamento inicial ($X_0 = 2$ m). Esta combinação de condições iniciais é significativa para explorar a resposta dinâmica sob energia cinética e potencial simultâneas.

Deslocamento

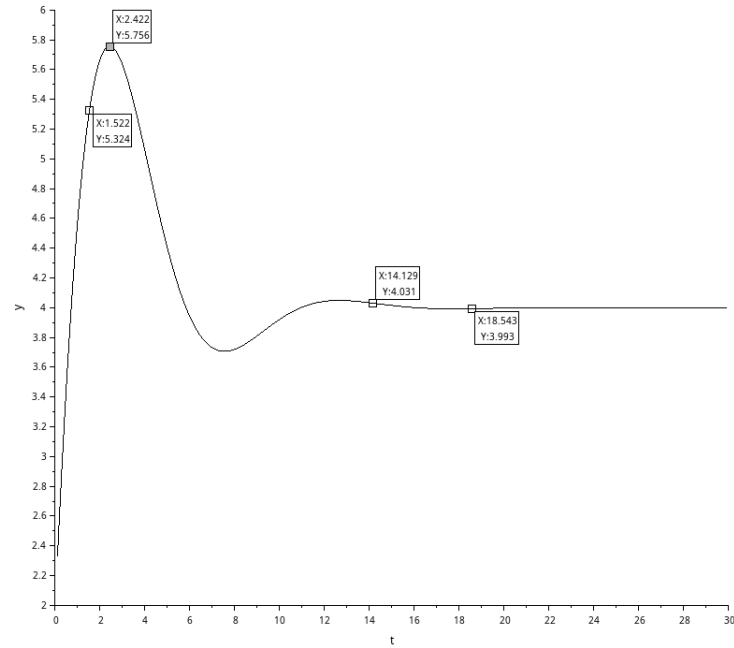


Figure 12: Gráfico de deslocamento para o Caso 3.

O gráfico de deslocamento mostra que o sistema começa com um impulso inicial que o leva a um pico de aproximadamente 5.75 m ao redor de 2.4 segundos. Após esse pico, o sistema exibe oscilações que reduzem gradualmente em amplitude devido ao amortecimento. O sistema estabiliza perto do zero, com o tempo de estabelecimento aproximadamente em 18 segundos, onde as oscilações ficam dentro de uma faixa aceitável indicando uma zona estacionária.

Velocidade

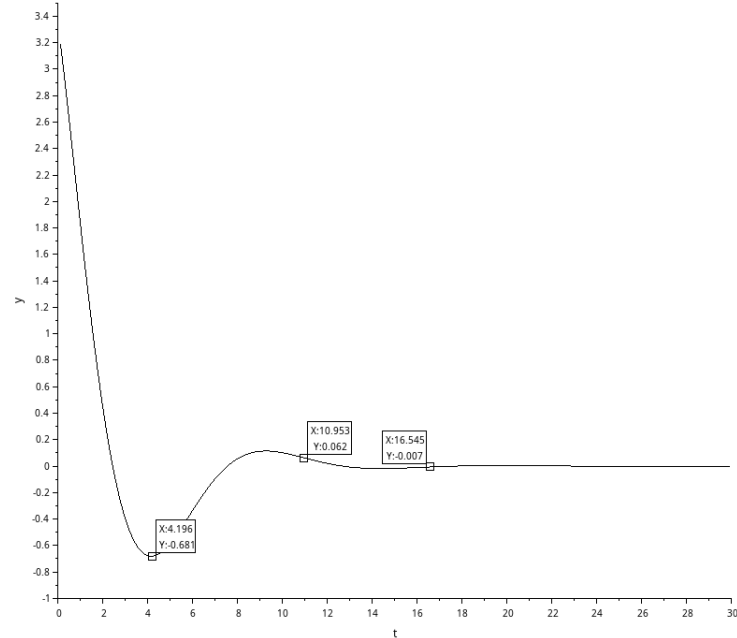


Figure 13: Gráfico de velocidade para o Caso 3.

A velocidade inicialmente mostra uma rápida ascensão, atingindo um pico de aproximadamente 5.32 m/s. Essa alta velocidade inicial contribui para o rápido pico de deslocamento observado. A velocidade então oscila, diminuindo progressivamente até estabilizar-se em torno de zero. A estabilização final da velocidade é alcançada em torno de 18 segundos, refletindo a eficácia do amortecimento e a interação entre as forças restauradoras e o amortecimento.

Comentários Gerais

O Caso 3 oferece uma perspectiva complexa sobre a dinâmica do sistema quando energias cinética e potencial são ambas significativas desde o início. As oscilações observadas e a subsequente estabilização demonstram como diferentes tipos de energia inicial influenciam a resposta do sistema e a eficácia do amortecimento em controlar a resposta até a estabilidade. Este caso é particularmente útil para entender a resposta do sistema em condições iniciais variadas e complexas, sendo essencial para aplicações práticas onde o sistema pode ser sujeito a perturbações iniciais múltiplas.

2.6 Conclusão Geral dos Casos Estudados

Ao longo desta atividade, analisamos as respostas do sistema massa-mola-amortecedor sob várias condições iniciais, abrangendo os Casos 0 a 3. Cada caso foi projetado para ilustrar aspectos diferentes da dinâmica do sistema, considerando diferentes combinações de deslocamento e velocidade iniciais.

Observações Gerais

Os casos estudados mostraram uma ampla gama de comportamentos dinâmicos:

- **Caso 0** serviu como um ponto de referência, onde o sistema partiu do repouso sem energia inicial, permitindo observar a resposta pura à força aplicada.

- **Caso 1** demonstrou a influência de uma velocidade inicial significativa, ilustrando como a energia cinética influencia as oscilações e a estabilidade subsequente do sistema.
- **Caso 2** focou no efeito de um deslocamento inicial sem velocidade, enfatizando a conversão de energia potencial em energia cinética e vice-versa.
- **Caso 3** combinou tanto deslocamento quanto velocidade iniciais, mostrando a interação complexa entre as duas formas de energia desde o início da simulação.

Durante as simulações, os parâmetros do sistema foram mantidos constantes para garantir a consistência dos resultados, permitindo uma comparação direta entre os diferentes casos. Os resultados foram meticulosamente analisados para observar o comportamento transiente e a estabilidade a longo prazo, utilizando métricas como tempo de subida, tempo de pico e tempo de estabelecimento. As oscilações foram avaliadas para determinar a eficácia do amortecimento em dissipar a energia e estabilizar o sistema.

Conclusões da Análise

Esta atividade sublinhou a importância de compreender a dinâmica de sistemas massa-mola-amortecedor em várias configurações iniciais. As simulações forneceram insights valiosos sobre como diferentes condições iniciais afetam a resposta do sistema e como o design adequado do amortecimento e da rigidez da mola é crucial para o comportamento desejado. A abordagem utilizada garantiu que todas as premissas da atividade fossem cumpridas, fornecendo uma base sólida para futuras investigações e aplicações práticas dos princípios estudados.

3 Atividade 3

3.1 Descrição do Modelo e Análise de Sistema

Nesta atividade, desenvolvemos e analisamos a função de transferência de um sistema massa-mola-amortecedor, utilizando os seguintes parâmetros específicos, essenciais para entender a dinâmica do sistema:

- Massa (m): 10 kg, que influi diretamente na inércia do sistema, afetando como o sistema responde a forças externas.
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m, crucial para atenuar as oscilações e determinar a rapidez com que o sistema atinge um estado de equilíbrio.
- Constante da mola (K): 5 N/m, que define a rigidez do sistema e afeta a frequência das oscilações naturais.

A função de transferência modelada é expressa por:

$$G(s) = \frac{1}{10s^2 + 7s + 5}$$

3.2 Cálculo dos Polos e Parâmetros do Sistema

Os polos da função de transferência são essenciais para entender como o sistema responde a estímulos externos:

- Polo 1: $-0.35 + 0.614j$
- Polo 2: $-0.35 - 0.614j$

Estes polos indicam uma resposta oscilatória amortecida, característica de um sistema subamortecido devido à sua parte real negativa e parte imaginária não nula.

Os parâmetros do sistema de segunda ordem são determinados como segue:

- Frequência natural não-amortecida (ω_n): 0.707 rad/s, que descreve a frequência natural de oscilação do sistema na ausência de amortecimento.

- Coeficiente de amortecimento (ζ): 0.495, refletindo a eficácia do amortecimento em reduzir as oscilações.
- Ganho estático (K_p): 0.2, representando a resposta do sistema em estado estacionário a uma entrada de degrau unitário.

3.3 Resposta ao Impulso

Utilizando o software Scilab, simulamos a resposta ao impulso do sistema, como ilustrado abaixo. A resposta apresenta um pico inicial significativo seguido por um decaimento exponencial das oscilações, um comportamento típico de sistemas subamortecidos.

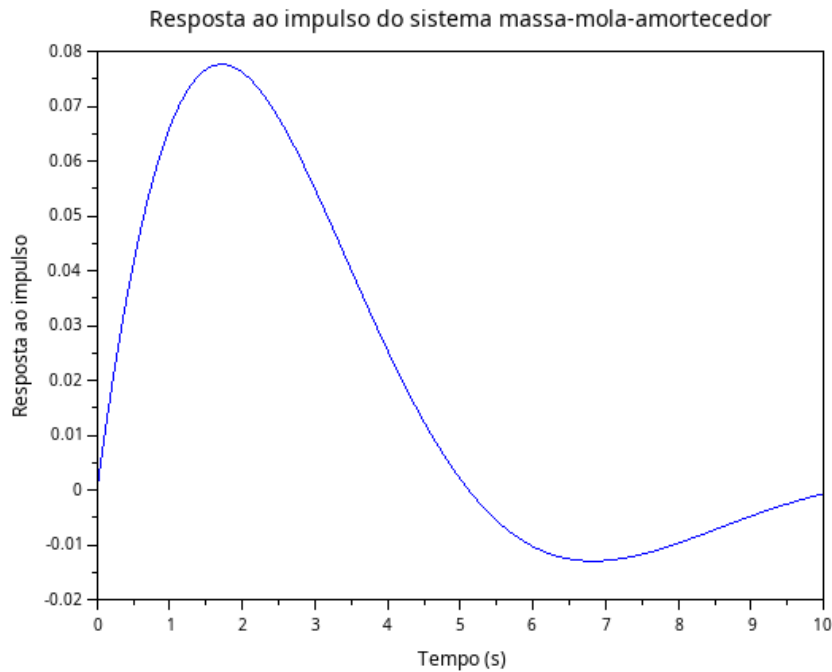


Figure 14: Resposta ao impulso do sistema massa-mola-amortecedor

3.4 Discussão

A análise dos polos e dos parâmetros do sistema demonstra que ele é bem projetado para equilibrar uma resposta rápida com oscilações controladas, minimizando as oscilações excessivas sem comprometer a agilidade da resposta. Esta característica é crucial para sistemas de controle que exigem precisão e estabilidade.

3.5 Conclusões

Esta atividade ofereceu uma visão profunda sobre como os parâmetros físicos — massa, amortecimento e rigidez — influenciam a resposta dinâmica de um sistema. Estes insights são fundamentais para o design e a análise de sistemas de controle adequados, que são essenciais em aplicações práticas onde a precisão e estabilidade são críticas.