Instituto Politécnico do Estado do Rio de Janeiro

Curso de Engenharia da Computação

Aluno: Guilherme Cagide Fialho

Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

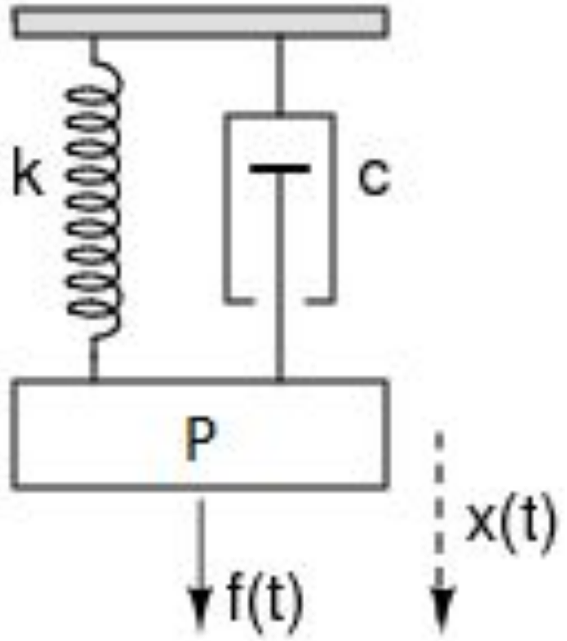
Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Introdução

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

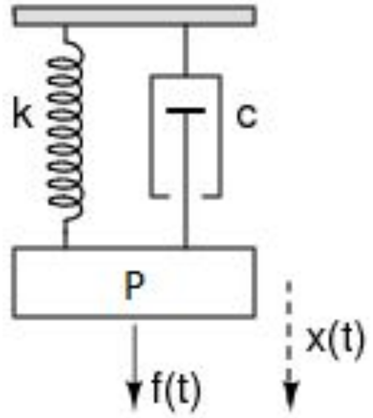
Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Sistema massa-mola-amortecedor



Introdução

Sistema massa-mola-amortecedor é modelado por



$$f(t) = m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + c\frac{dx(t)}{dt} + kx(t)$$

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Atividade 1

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Descrição do modelo abordado

$$f(t) = m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + c\frac{dx(t)}{dt} + kx(t)$$

$$\downarrow$$

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0$$

x -> deslocamento *m -> massa*

$\dot{x}$ -> velocidade *$\ddot{x}$ -> aceleração*

C -> coeficiente de amortecimento *K constante da mola.*

Atividade 1

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

Atividade 1

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Condições iniciais de simulação

Caso	Velocidade Inicial V_0	Posição Inicial X_0
1	5 m/s	0 m
2	0 m/s	2.5 m
3	3.33 m/s	2 m

Atividade 1

Código utilizado para simulação

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

```
// Definição das principais variáveis do sistema físico
m = 10;  // massa
c = 7;   // coeficiente de amortecimento
k = 5;   // constante da mola

// Função que define o sistema de equações diferenciais (EDO) para o modelo massa-mola-amortecedor
function dxdt = sistema(t, x)
  // x(1) representa o deslocamento, x(2) representa a velocidade
  // Esta função retorna a derivada da velocidade e do deslocamento, respectivamente
  dxdt = [x(2); -c/m * x(2) - k/m * x(1)];
endfunction

// Configuração do intervalo de tempo para a simulação
t0 = 0; // Tempo inicial (s)
tf = 20; // Tempo final (s)
t = linspace(t0, tf, 1000); // Cria um vetor de tempo linearmente espaçado para a simulação

// Definição das condições iniciais para cada caso de simulação
condicoes_iniciais = [
  m/5, m/3; // Caso 3: posição inicial (m) e velocidade inicial (m/s)
  m/4, 0;   // Caso 2: posição inicial (m) e velocidade inicial (m/s)
  0, m/2;   // Caso 1: posição inicial (m) e velocidade inicial (m/s)
];

// Cores designadas para cada caso de simulação para facilitar a visualização
cores = ['#007bff', '#dc3545', '#8B4513']; // Azul, vermelho, marrom

// Loop para executar e plotar cada caso de simulação separadamente
for i = 1:3
    x0 = condicoes_iniciais(i, :)'; // Transpõe as condições iniciais para a formatação correta
    sol = ode(x0, t0, t, sistema); // Resolve a EDO usando o método de ODE

    scf(i); // Cria uma nova figura para cada iteração
    plot(t, sol(1, :),  'color', cores(i),  'LineWidth', 2); // Plot do deslocamento x(t)
    xlabel('Tempo (s)'); // Etiqueta do eixo X
    ylabel('Deslocamento x(t)'); // Etiqueta do eixo Y
    title(['Resposta do Sistema para o Caso ', string(i)]); // Título do gráfico
    legend('x(t)', "location", "best"); // Legenda
    xgrid(); // Ativa a grade no gráfico
end

// Preparação do gráfico combinado
scf(); // Cria uma nova figura
clf(); // Limpa a figura atual
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Deslocamento x(t)');
title('Resposta do Sistema para Todos os Casos');
xgrid(); // Ativando a grade

// Execução da simulação para cada caso e plotagem no mesmo gráfico
for i = 1:3
  x0 = condicoes_iniciais(i, :)'; // Condições iniciais para o caso i (transposto para coluna)
  sol = ode(x0, t0, t, sistema); // Resolvendo a equação diferencial

  // Plotando os resultados com cores definidas
  plot(t, sol(1, :), 'color', cores(i), 'LineWidth', 2);
end

// Criar a legenda detalhando cada caso
legend(['Caso 1: x0 = 0, v0 = m/2', 'Caso 2: x0 = m/4, v0 = 0', 'Caso 3: x0 = m/5, v0 = m/3'], "location", "best");
```

Atividade 1

***Início da Resposta**: Parte do repouso com alta velocidade inicial de 5 m/s.*

***Comportamento Inicial:** Resposta energética com alta amplitude inicial.*

***Amplitude Máxima:** 3.87 m no tempo aproximado de 1.179 s.*

***Decaimento:** Redução rápida da amplitude devido ao amortecimento significativo.*

***Amortecimento:** Coeficiente de amortecimento de 7 Ns/m, reduzindo rapidamente às oscilações.*

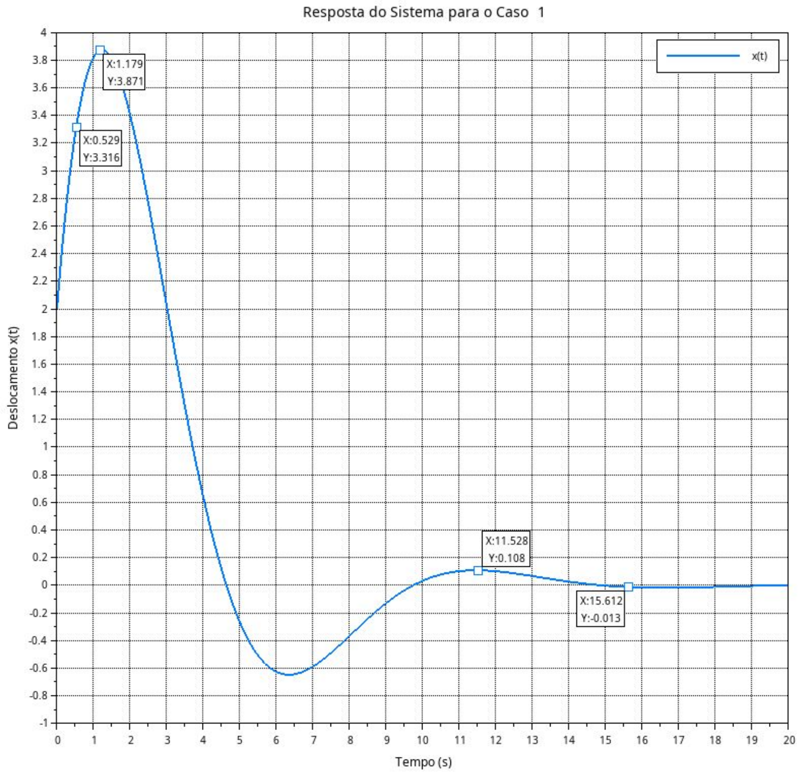
***Estabilização:** O sistema se estabiliza sem oscilações prolongadas.*

***Tempo de Estabilização:** Aproximadamente 15.612 s para alcançar uma amplitude próxima de zero (-0.013 m).*

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Caso 1: Velocidade inicial elevada



Atividade 1

Início da Resposta: Deslocamento inicial de 2.5 m sem impulso de velocidade.

Comportamento Inicial: Oscilações que decaem gradualmente.

Amplitude Inicial Máxima: Começa em 2.4 m.

Mínima Amplitude Inicial: -0.417 m no tempo aproximado de 5.024 s.

Amortecimento: Menor que no Caso 1 com uma transferência de energia mais prolongada.

Oscilações: Amplitude das oscilações decresce mais gradualmente.

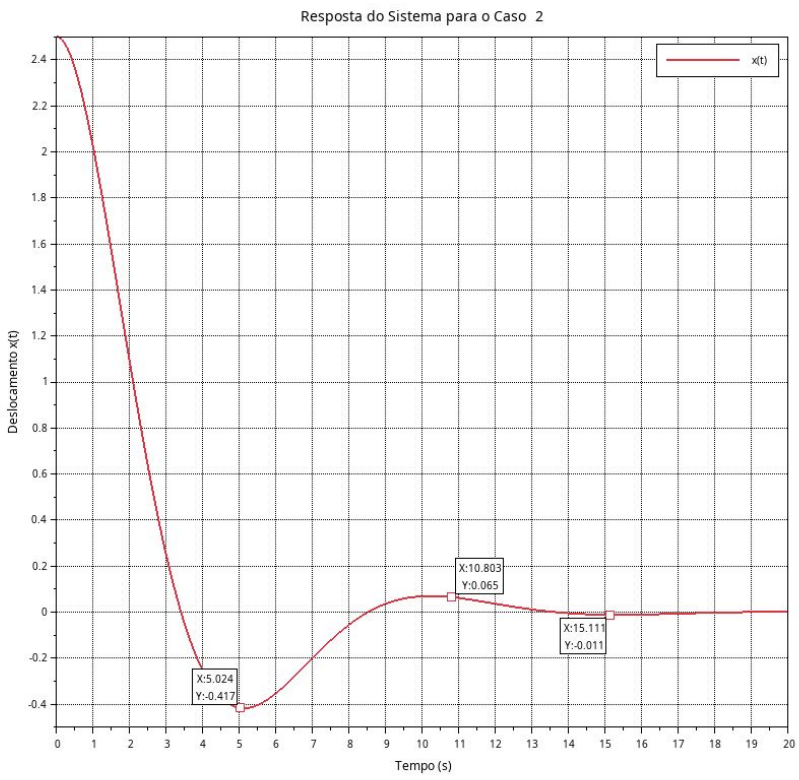
Estabilização: O sistema se aproxima do equilíbrio ao longo do tempo.

Tempo de Estabilização: 15.111 s para uma amplitude próxima de zero (-0.011 m).

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Caso 2: Deslocamento Inicial Sem Velocidade



Atividade 1

Início da Resposta: *Inicia com deslocamento de 2 m e velocidade de 3.33 m/s.*

Comportamento Inicial: *Dinâmica complexa com interação evidente entre energia cinética e potencial.*

Amplitude Máxima: *3.88 m no tempo aproximado de 1.692 s.*

Decaimento: *Taxa de decaimento ilustra o papel do amortecimento eficiente.*

Oscilações: *Mais sustentadas que no Caso 1, menos intensas que no Caso 2.*

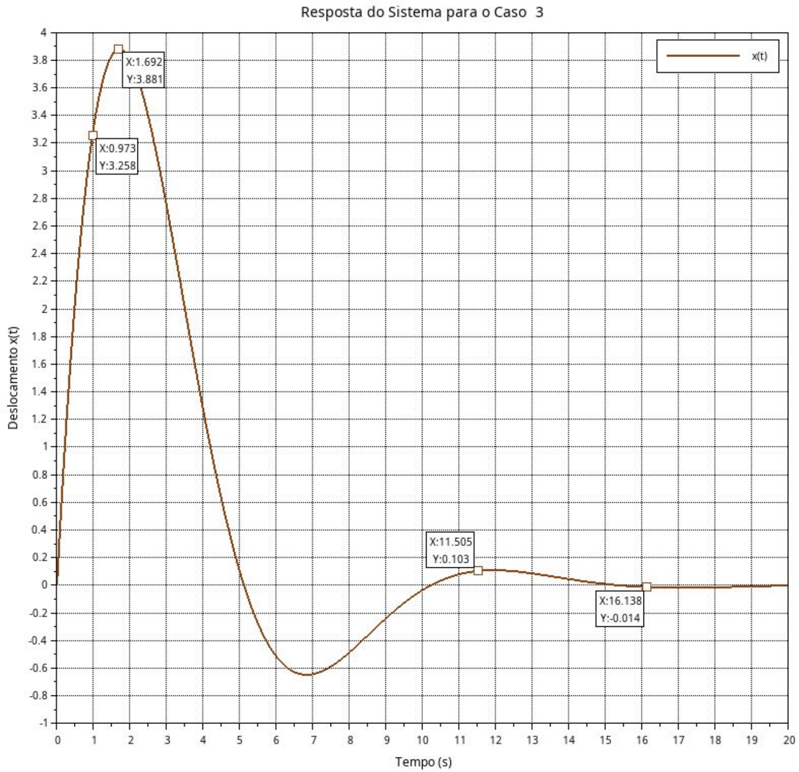
Equilíbrio Energético: *Balanço entre energias cinética e potencial no início da simulação.*

Estabilização: *Amplitude próxima de zero (-0.014 m) atingida aproximadamente aos 16.138 s.*

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Caso 3: Velocidade e Deslocamento Iniciais



Atividade 1

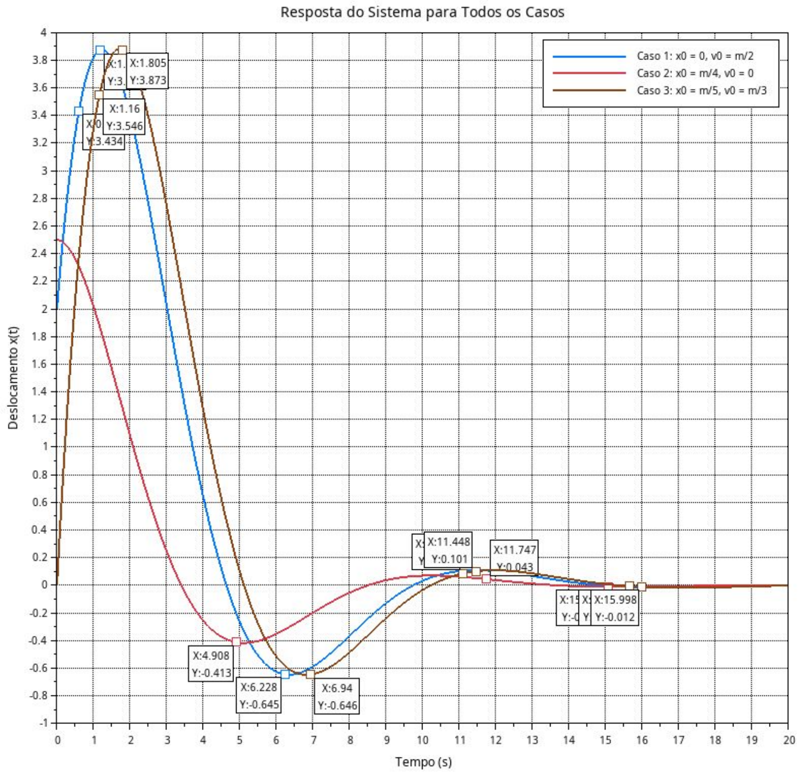
***Caso 1 (Azul Escuro):** Resposta rápida e de alta amplitude, com forte amortecimento levando à estabilização imediata. Ideal para aplicações exigindo rápida estabilização, como sistemas de suspensão de veículos.*

***Caso 2 (Vermelho) e Caso 3 (Marrom):** Respostas mais graduais com oscilações que decaem suavemente, adequadas para aplicações que beneficiam de manutenção de movimento ou oscilações controladas, como alguns sensores mecânicos.*

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Comparação Unificada dos Casos



Atividade 2

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Descrição do modelo abordado

$$f(t) = m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + c\frac{dx(t)}{dt} + kx(t)$$

$$\downarrow$$

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0$$

x -> deslocamento

m -> massa

$\dot{x}$ -> velocidade

$\ddot{x}$ -> aceleração

C -> coeficiente de amortecimento

K constante da mola.

Atividade 2

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

Atividade 2

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

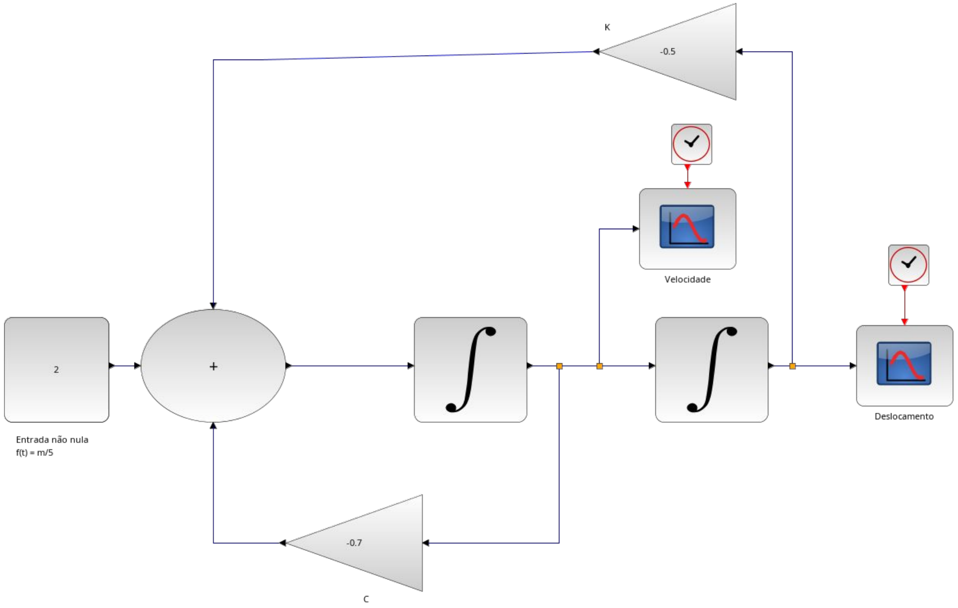
Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Condições iniciais de simulação

Caso	Velocidade Inicial V_0	Posição Inicial X_0
0	$0\,\mathrm{m/s}$	$0\,\mathrm{m}$
1	$5\,\mathrm{m/s}$	$0\,\mathrm{m}$
2	$0\,\mathrm{m/s}$	$2.5\,\mathrm{m}$
3	$3.33\,\mathrm{m/s}$	$2\,\mathrm{m}$

Atividade 2

Modelagem do sistema em diagrama de blocos



Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Atividade 2

Condições Iniciais: *Partida de condições estáticas (Vo = 0 m/s, Xo = 0 m).*

Pico Máximo: *Aproximadamente 4.7 unidades aos 5.1 segundos.*

Tempo de Subida: *Cerca de 5.1 segundos para atingir o pico máximo.*

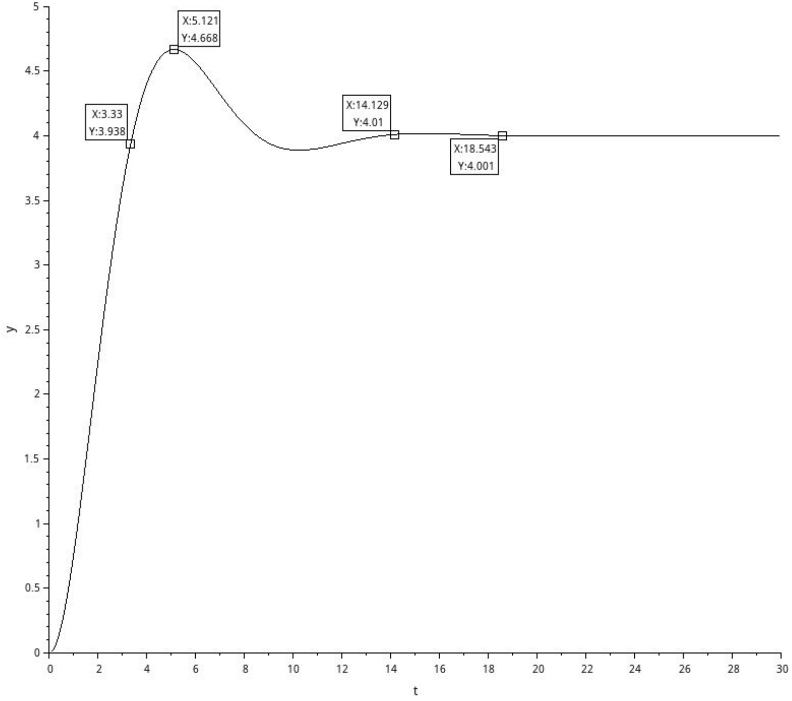
Decaimento: *Oscilações amortecidas que rapidamente reduzem em amplitude.*

Tempo de Estabelecimento: *Cerca de 18 segundos até estabilização dentro de ±2% do valor final.*

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Caso 0: Deslocamento



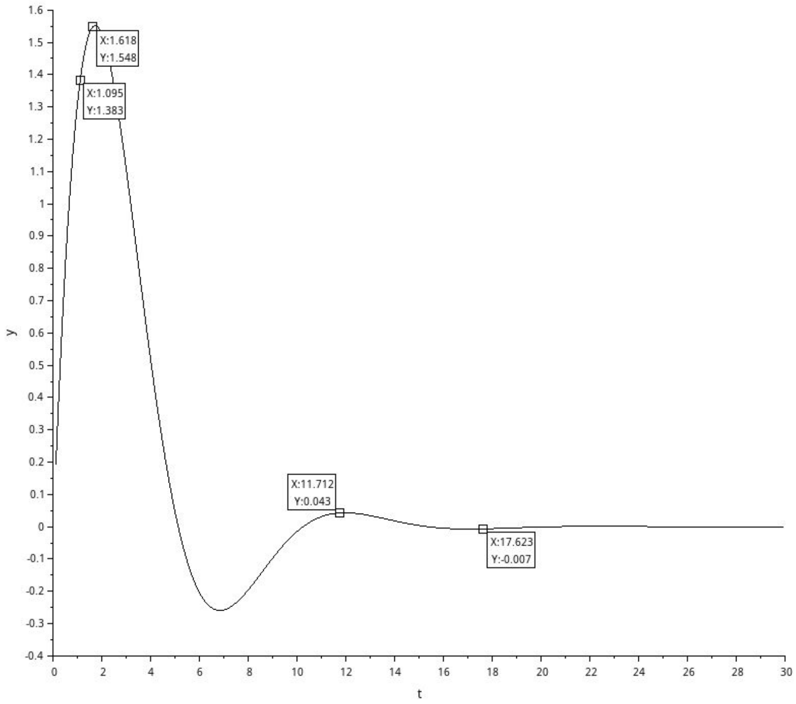
Atividade 2

Pico de Velocidade Negativo: *A velocidade atinge um pico negativo de aproximadamente -1.54 unidades aos 6.2 segundos, indicando um rápido movimento na direção oposta ao deslocamento inicial.*

Comportamento: *A velocidade oscila acima e abaixo de zero após o pico, refletindo uma resposta oscilatória do sistema ao deslocamento inicial.*

Estabilização: *As oscilações de velocidade diminuem progressivamente, com o sistema alcançando uma zona estacionária e estabilizando-se completamente em zero por volta dos 18 segundos.*

Caso 0: Velocidade



Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Atividade 2

Condições Iniciais: *Parte com uma velocidade inicial significativa de 5 m/s e sem deslocamento inicial (Xo = o m).*

Pico de Deslocamento: *Aproximadamente 6.5 unidades ao redor de 2.7 segundos, indicando uma resposta rápida e aguda à velocidade inicial.*

Comportamento Pós Pico: *Após atingir o pico, o deslocamento diminui significativamente, passando abaixo de zero antes de estabilizar.*

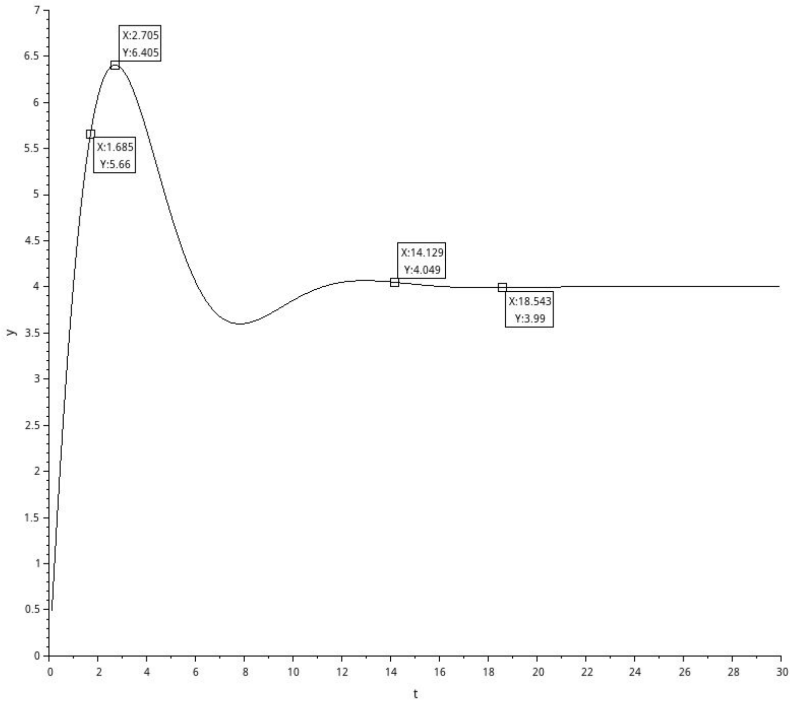
Tempo de Subida: *Rapidamente alcançado, com o pico sendo atingido em cerca de 2.7 segundos.*

Tempo de Estabelecimento: *Cerca de 18 segundos, período após o qual as oscilações permanecem dentro de uma faixa de ±2% do valor estacionário final.*

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Caso 1: Deslocamento



Atividade 2

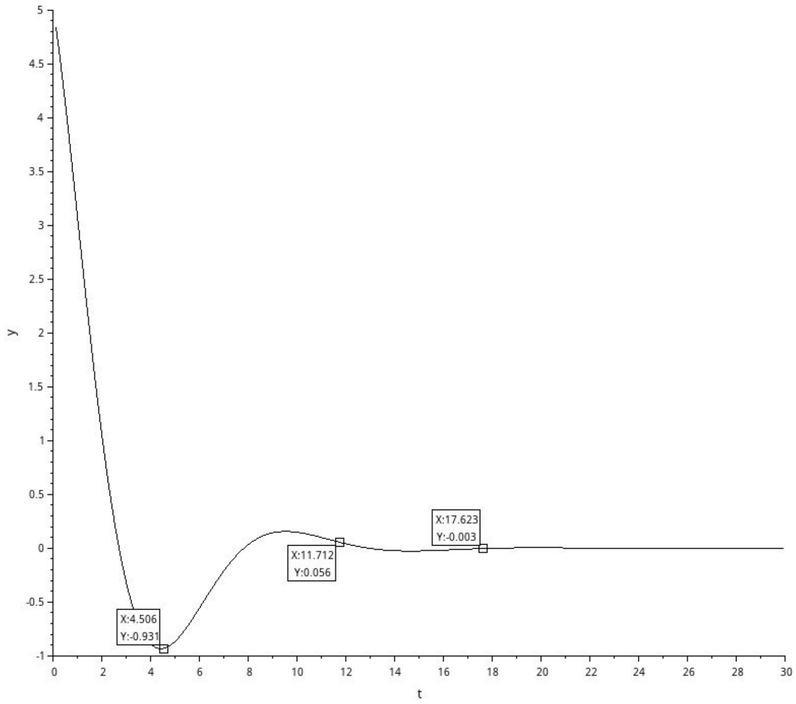
***Pico de Velocidade Negativo:** A velocidade atinge um pico negativo de aproximadamente -1.54 unidades aos 1.68 segundos, refletindo uma resposta rápida ao impulso inicial.*

***Comportamento Pós Pico:** Após o pico, a velocidade oscila e gradualmente se estabiliza, aproximando-se de zero.*

***Estabilização:** O sistema alcança uma zona estacionária por volta de 18 segundos, onde as oscilações de velocidade se tornam mínimas, indicando uma estabilidade semelhante à observada no deslocamento.*

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Caso 1: Velocidade



Atividade 2

***Condições Iniciais:** Parte de um deslocamento inicial de 2.5 m. Pico de Deslocamento: Atinge um pico de cerca de 4.25 m aos 5.2 segundos, refletindo a resposta máxima do sistema.*

***Comportamento Pós Pico**: Após atingir o pico, o deslocamento oscila, passando abaixo e acima do zero, e rapidamente se amortecem.*

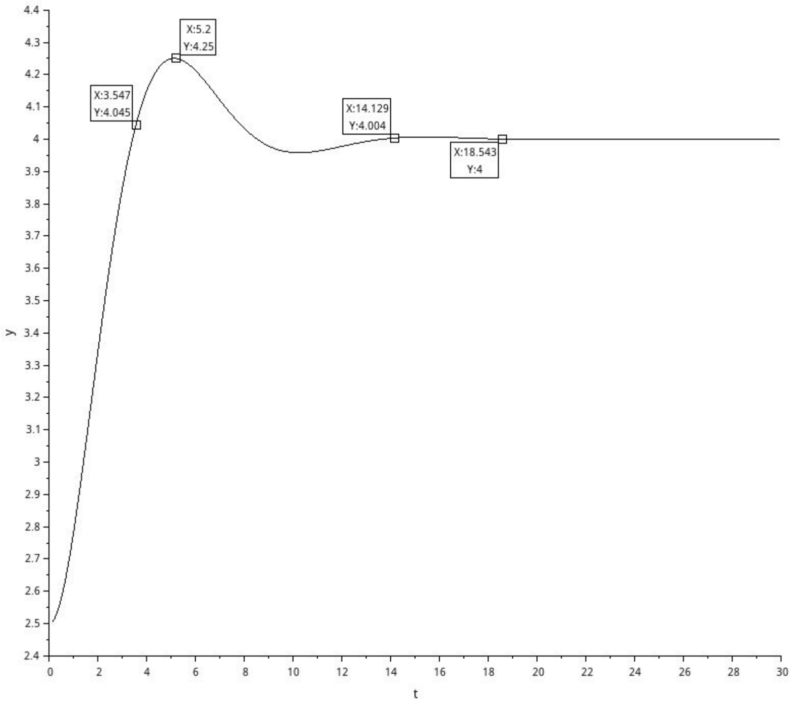
***Estabilização**: As oscilações diminuem e o deslocamento estabiliza-se em torno de zero.*

***Tempo de Estabelecimento**: Cerca de 18 segundos, período após o qual as oscilações permanecem dentro de uma faixa de ±2% do valor final.*

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Caso 2: Deslocamento



Atividade 2

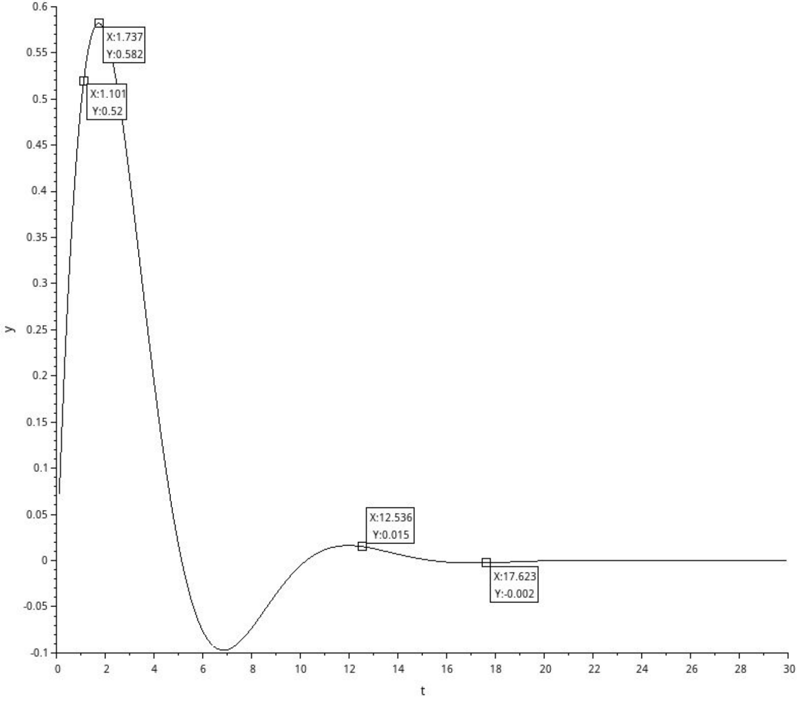
Pico de Velocidade Negativo: *Atinge um pico negativo de aproximadamente -0.52 m/s logo após o início, indicando a velocidade máxima na direção oposta ao deslocamento inicial.*

Comportamento Pós Pico: *A velocidade oscila e diminui em magnitude devido ao amortecimento, refletindo a resposta do sistema à energia cinética inicial.*

Estabilização: *A velocidade gradualmente se aproxima de zero e o sistema alcança uma zona estacionária, demonstrando eficácia do amortecimento em dissipar a energia cinética.*

Tempo de Estabelecimento: *Aproximadamente 18 segundos, período após o qual a velocidade se estabiliza perto de zero.*

Caso 2: Velocidade



Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Atividade 2

Impulso Inicial: *O sistema começa com um impulso significativo.*

Pico de Deslocamento: *Atinge um pico de aproximadamente 5.75 m ao redor de 2.4 segundos, mostrando uma resposta rápida ao impulso inicial.*

Comportamento Pós Pico: *Após o pico, o sistema exibe oscilações que reduzem gradualmente em amplitude devido ao amortecimento.*

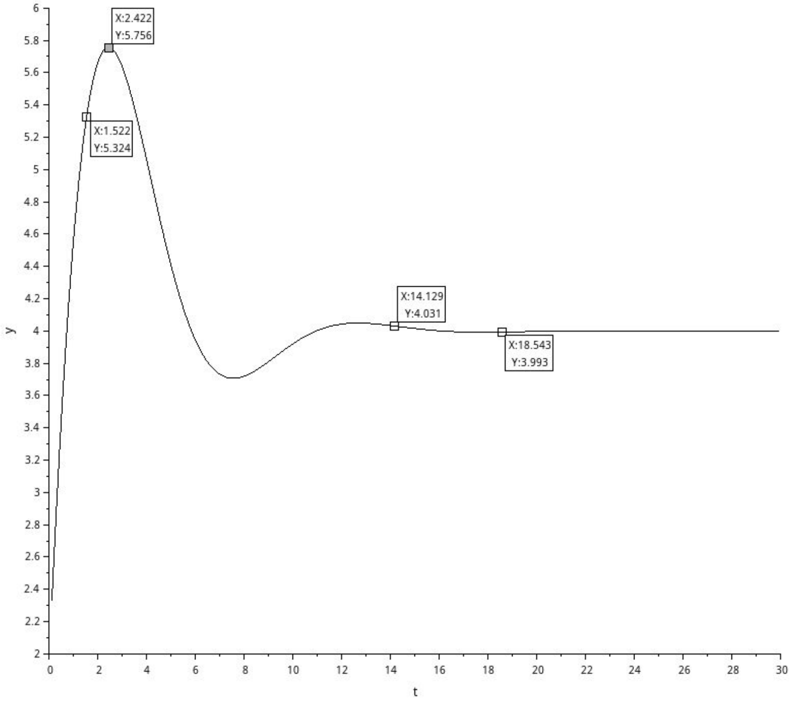
Estabilização: *O sistema estabiliza perto do zero, com oscilações dentro de uma faixa aceitável.*

Tempo de Estabelecimento: *Aproximadamente 18 segundos, momento em que o sistema entra numa zona estacionária.*

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Caso 3: Deslocamento



Atividade 2

Pico de Velocidade: A velocidade inicialmente atinge um pico de aproximadamente 5.32 m/s, refletindo a alta velocidade inicial do sistema.

Comportamento Pós Pico: Após atingir o pico, a velocidade oscila, diminuindo progressivamente devido ao amortecimento.

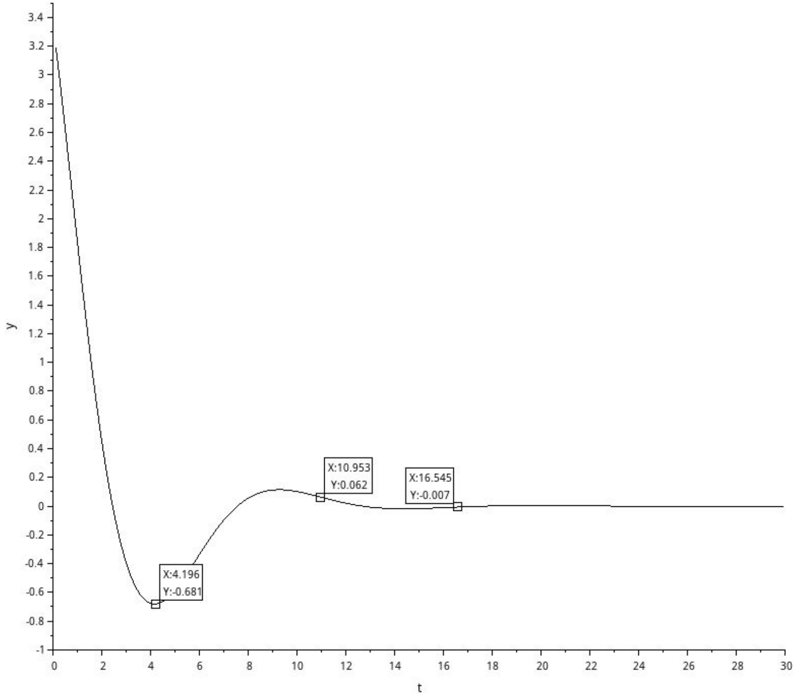
Estabilização: A velocidade se aproxima de zero ao longo do tempo, indicando que o sistema está se estabilizando.

Tempo de Estabelecimento: Cerca de 18 segundos, período após o qual a velocidade se estabiliza em torno de zero.

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Caso 3: Velocidade



Atividade 2

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Comparação dos casos

Caso	Velocidade Inicial V_0	Posição Inicial X_0
0	0 m/s	0 m
1	5 m/s	0 m
2	0 m/s	2.5 m
3	3.33 m/s	2 m

Caso 0: Sistema partindo do repouso sem energia inicial, observando a resposta pura à força aplicada.

Caso 1: Influência de uma velocidade inicial significativa (5 m/s), destacando o impacto da energia cinética nas oscilações e estabilidade.

Caso 2: Efeito de um deslocamento inicial (2.5 m) sem velocidade, focando na conversão de energia potencial em cinética.

Caso 3: Combinação de deslocamento (2 m) e velocidade iniciais (3.33 m/s), mostrando a interação complexa entre as duas formas de energia.

Atividade 3

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

Descrição do modelo

$$m\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = F(t)$$

$$\downarrow$$

$$m(s^2X(s)) + C(sX(s)) + KX(s) = F(s)$$

$$\downarrow$$

$$(ms^2 + Cs + K)X(s) = F(s)$$

Atividade 3

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise do sistema

$$(ms^2 + Cs + K)X(s) = F(s)$$

$$\downarrow$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + Cs + K}$$

$$\downarrow$$

$$G(s) = \frac{1}{10s^2 + 7s + 5}$$

Atividade 3

Código utilizado para função de transferência

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

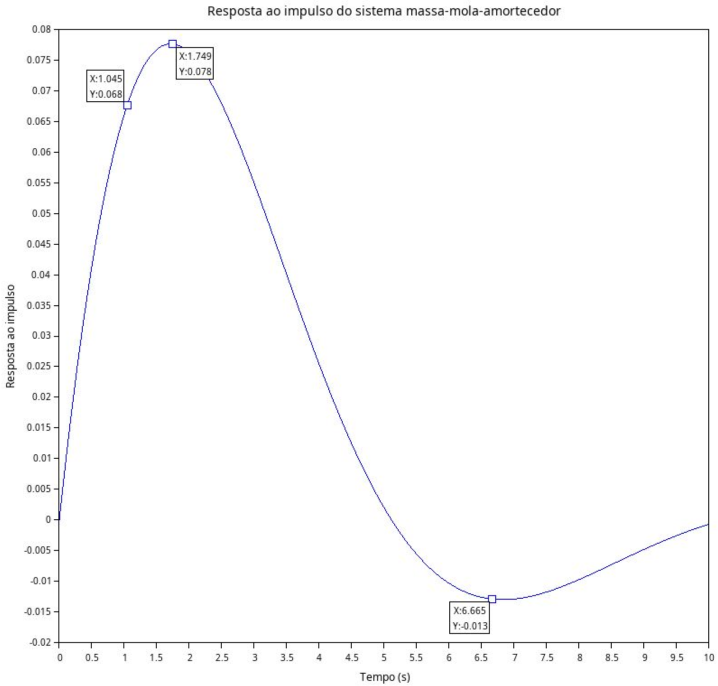
```
// Parâmetros do sistema
m = 10;  // massa
c = 7;   // coeficiente de amortecimento
k = 5;   // constante da mola

// Definindo a função de transferência
s = %s;  // Variável complexa s
G = syslin('c', 1 / (m*s^2 + C*s + K));

// Calculando os polos e exibindo
polos = roots(G.den);
disp("Polos da função de transferência:");
disp(polos);

// Parâmetros do sistema de segunda ordem
wn = sqrt(K / m);
zeta = C / (2 * sqrt(m * K));
Kp = 1 / K;  // Ganho estático para a entrada degrau
disp("Frequência natural não-amortecida (wn): " + string(wn));
disp("Coeficiente de amortecimento (zeta): " + string(zeta));
disp("Ganho estático (Kp): " + string(Kp));

// Plotando a resposta ao impulso do sistema
t = 0:0.01:10;
y = csim('imp', t, G);
plot(t, y);
xlabel("Tempo (s)");
ylabel("Resposta ao impulso");
title("Resposta ao impulso do sistema massa-mola-amortecedor");
```

Atividade 3

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Cálculo dos Pólos e Parâmetros do Sistema



Frequência natural não-amortecida (ω_n): 0.707 rad/s

Coeficiente de amortecimento (ζ): 0.495

Ganho estático (K_p): 0.2

- Polo 1: $-0.35 + 0.614j$
- Polo 2: $-0.35 - 0.614j$

Atividade 4

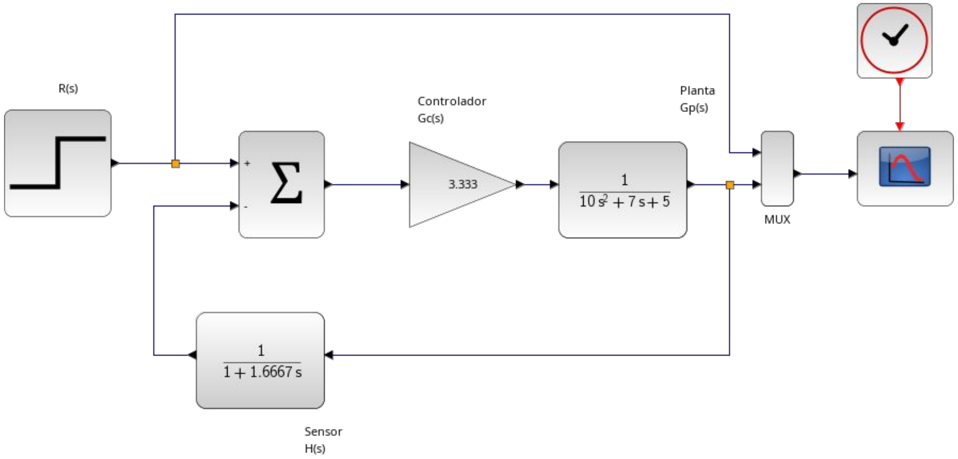
Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

Diagrama de Blocos no XCos do modelo



Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Função de Transferência em Malha Fechada

Ganho do controlador proporcional (K)

$$K = \frac{m}{3}$$

A constante de tempo do sensor (Ts)

$$T_s = \frac{m}{6}$$

$$G_p(s) = \frac{1}{ms^2 + cs + k} = \frac{1}{10s^2 + 7s + 5}$$

$$H_s(s) = \frac{1}{T_s s + 1} = \frac{1}{\frac{10}{6}s + 1}$$

$$G_c(s) = K = \frac{10}{3}$$

Atividade 4

Código utilizado para calcular a FT em malha fechada

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

```
// Definição dos parâmetros
s = poly(0, 's');
m = 10;  // massa
c = 7;   // coeficiente de amortecimento
k = 5;   // constante da mola

// Definição das funções de transferência
K = m / 3;  // Ganho do controlador proporcional
Ts = m / 6;  // Constante de tempo do sensor

// Funções de Transferência
Gp = syslin('c', 1, m*s^2 + c*s + k);  // Planta
Hs = syslin('c', 1, Ts*s + 1);  // Sensor
Gc = syslin('c', K, 1);  // Controlador Proporcional

// Função de Transferência em Malha Fechada C(s)/R(s)
sys = Gc * Gp / (1 + Gc * Gp * Hs);

// Exibição da Função de Transferência em Malha Fechada
disp("Função de Transferência em Malha Fechada C(s)/R(s):");
disp(sys);
```

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Função de Transferência em Malha Fechada

$$C(s)/R(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)H_s(s)}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{0.2 + 0.333333s}{0.5 + 0.92s + 1.3s^2 + s^3}$$

Atividade 4

Código utilizado para análise de Routh-Hurwitz

```
// Definição dos parâmetros
s = poly(0, 's');
m = 10;  // massa
c = 7;   // coeficiente de amortecimento
k = 5;   // constante da mola

// Definição das funções de transferência
K = m / 3;  // Ganho do controlador proporcional
Ts = m / 6;  // Constante de tempo do sensor

// Funções de Transferência
Gp = syslin('c', 1, m*s^2 + c*s + k);  // Planta
Hs = syslin('c', 1, Ts*s + 1);  // Sensor
Gc = syslin('c', K, 1);  // Controlador Proporcional

// Função de Transferência em Malha Fechada C(s)/R(s)
sys = Gc * Gp / (1 + Gc * Gp * Hs);

// Extraindo o denominador da Função de Transferência para Análise de Estabilidade
den = sys.den;

rh_matrix = routh_t(den);

// Exibir a Matriz de Routh-Hurwitz
disp("Matriz de Routh-Hurwitz:");
disp(rh_matrix);
```

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Extração do Denominador da Função de Transferência

$$C(s)/R(s) = \frac{Gc \times Gp}{1 + Gc \times Gp \times Hs}$$

$$\downarrow$$

$$1 + Gc \times Gp \times Hs$$

$$\downarrow$$

$$0.5 + 0.92s + 1.3s^2 + s^3$$

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Cálculo da Matriz de Routh-Hurwitz

Utilizando a função ***routh_t***

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 0.92 \\ s^2 & 1.3 & 0.5 \\ s^1 & 0.5353846 & 0 \\ s^0 & 0.5 & \end{array}$$

Como todos elementos da primeira coluna são positivos, indica uma resposta estável e controlada a primeiro momento

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise de Estabilidade para Diferentes Valores de K

$$G_p(s) = \frac{1}{10s^2 + 7s + 5}$$

$$H_s(s) = \frac{1}{\frac{10}{6}s + 1}$$

Logo:

$$T(s) = \frac{K \cdot G_p(s)}{1 + K \cdot G_p(s) \cdot H_s(s)}$$

$$\downarrow$$

$$T(s) = \frac{K\left(\frac{1}{10s^2+7s+5}\right)}{1 + K\left(\frac{1}{10s^2+7s+5}\right)\left(\frac{1}{\frac{10}{6}s+1}\right)}$$

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise de Estabilidade para Diferentes Valores de K

$$T(s) = \frac{K\left(\frac{1}{10s^2+7s+5}\right)}{1+K\left(\frac{1}{10s^2+7s+5}\right)\left(\frac{1}{\frac{10}{6}s+1}\right)}$$

$$\downarrow$$

$$T(s) = \frac{5Ks+3K}{3K+50s^3+65s^2+46s+15}$$

Construindo a matriz de Routh-Hurwitz

$$50s^3+65s^2+46s+15+3K$$

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise de estabilidade

$$50s^3 + 65s^2 + 46s + 15 + 3K$$

$$\downarrow$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 50 & 46 \\ s^2 & 65 & 15+3K \\ s^1 & \frac{150K-2240}{65} & 0 \\ s^0 & 15+3K & \end{array}$$

$$\downarrow$$

$$s^1 = \frac{150K - 2240}{65} = 2.3077K - 34.4615$$

Atividade 4

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise de estabilidade

- $s^3 = 50$ é constantemente positivo.
- $s^2 = 65$ é positivo.
- $s^1 = 2.3077K - 34.4615 > 0.$

$$\frac{34.4615}{2.3077} \approx 14.93 \longrightarrow K < 14.93$$

- $s^0 = 15 + 3K > 0 \longrightarrow K > -5$

0 < K < 14.93

Atividade 5

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

Descrição do modelo

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + c\frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = f(t)$$

Atividade 5

Diagrama com base na atividade 4

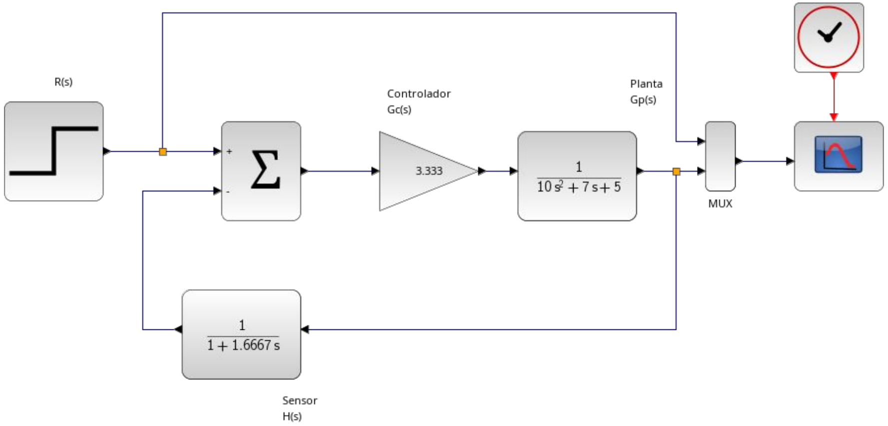
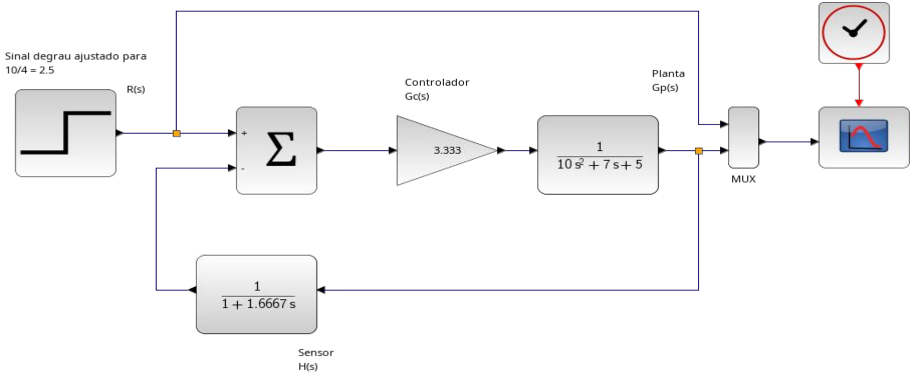


Diagrama de blocos com degrau ajustado



Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Atividade 5

Tempo de Subida: *Aproximadamente 4.8 segundos para atingir 90% do valor final, mostrando uma resposta rápida ao degrau.*

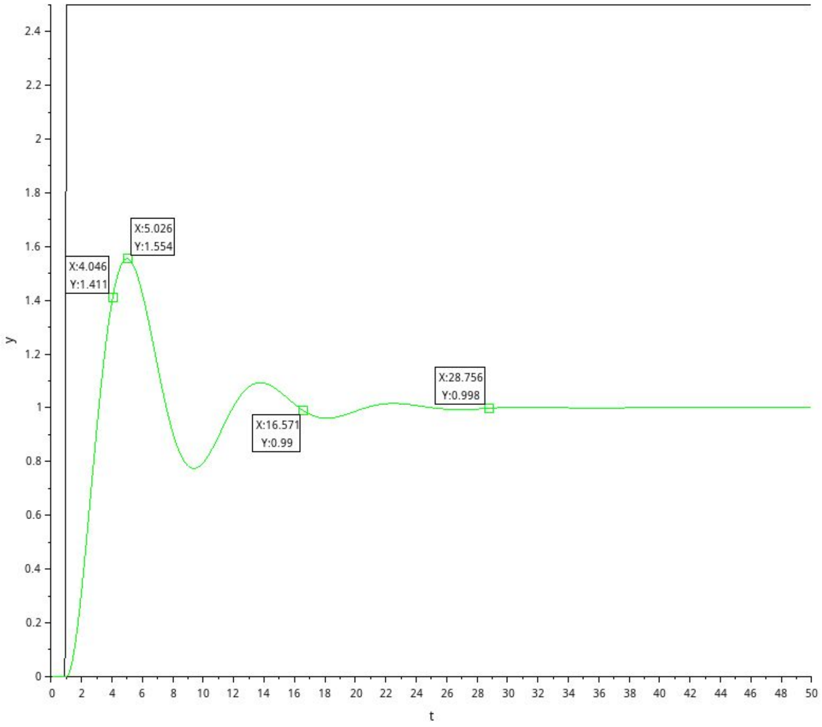
Tempo de Pico: *Primeiro pico significativo de 1.55 unidades atingido em torno de 5 segundos.*

Tempo de Acomodação: *Sistema começa a se estabilizar, com oscilações reduzidas por volta de 28 segundos.*

Zona Estacionária: *Observada após 28 segundos, com a saída constante em cerca de 0.998 unidades.*

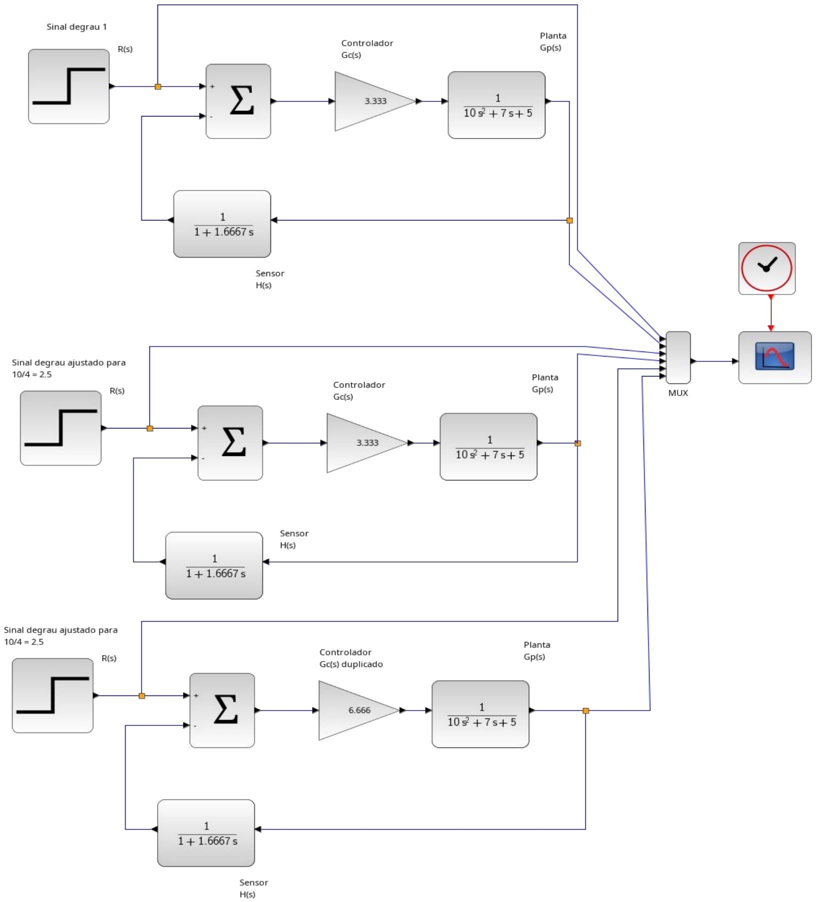
Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Resultado do Diagrama com Degrau ajustado



Atividade 5

Simulação com Diferentes Configurações de Ganho e Amplitude



Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Atividade 5

Verde (Caso Base): *Resposta atenuada, pico máximo de 0.311, acomodação rápida. Mostra controle eficaz de pequenas perturbações.*

Amarelo (A=2.5, Ganho=3.333): *Maior overshoot (1.554), oscilações mais pronunciadas, estabiliza perto de 1.002. Resposta vigorosa mas gerenciável.*

Azul (A=2.5, Ganho=6.666): *Overshoot maior (2.683), oscilações prolongadas, resposta agressiva e menos estável. Ganho mais alto pode introduzir instabilidade.*

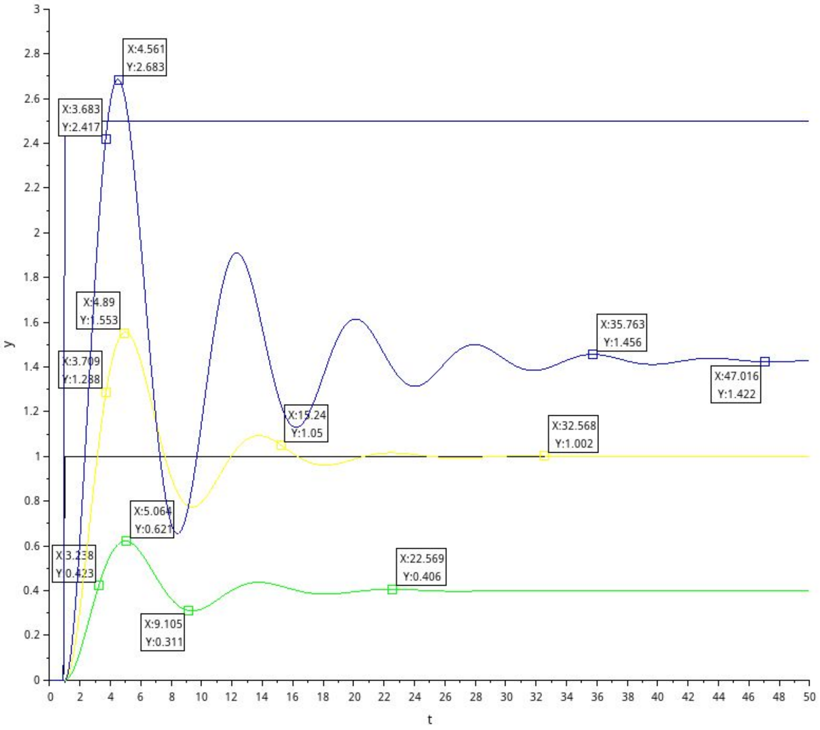
Impacto da Amplitude: *Aumentar a amplitude do degrau de 1 para 2.5 resulta em maior overshoot e tempo de acomodação mais longo.*

Efeitos do Ganho do Controlador: *Dobrar o ganho de 3.333 para 6.666 com alta amplitude aumenta a volatilidade e o overshoot, comprometendo a estabilidade.*

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado da Simulação com Diferentes Configurações de Ganho e Amplitude



Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

PID

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(T)dT + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

$$\downarrow$$

K_p	K_i	K_d
$0,6 \times K_c$	$\frac{2}{P_c}$	$0,125 \times P_c$

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

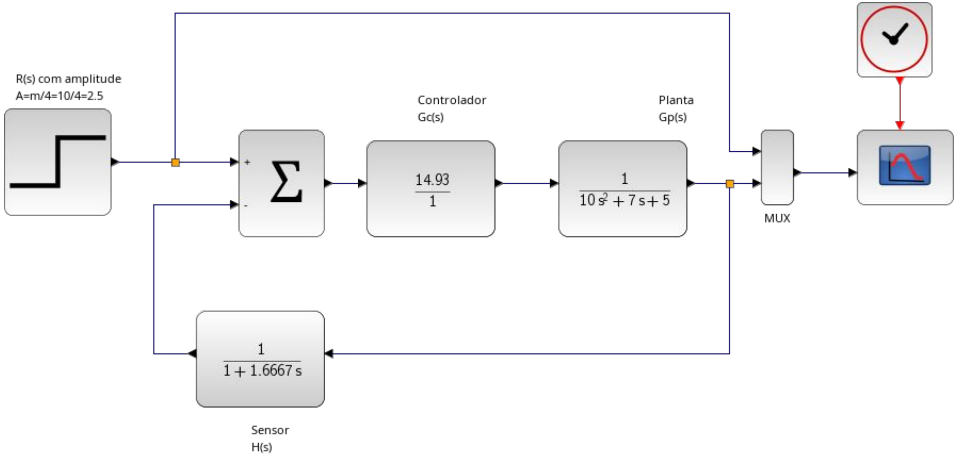
Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise e Controlador PID

Ganho crítico (Kc) obtido na atividade 4 -> 14.93

Além disso, ao caso da atividade 5, onde passamos a utilizar o Degrau como A = m/4, para nosso caso referenciou 2.5 por conta do m=10

Diagrama do Ganho crítico

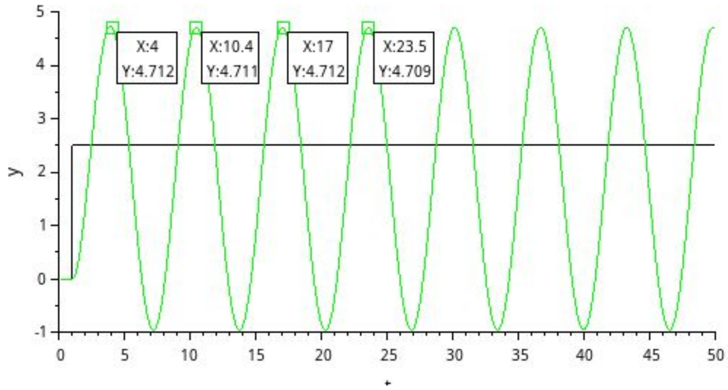


Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado do Diagrama do Ganho Crítico



Determinação do período crítico

$$P_c = t_2 - t_1 = 16.894 - 9.98 = 6.914\,\text{s}$$

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Determinação dos parâmetros do Controlador PID

Ganho Proporcional (Kp)

$$K_p = 0.6 \times K_c = 0.6 \times 14.93 = 8.958$$

Ganho Integral (Ki)

$$K_i = \frac{2}{P_c} = \frac{2}{6.914} \approx 0.289$$

Ganho Derivativo (Kd)

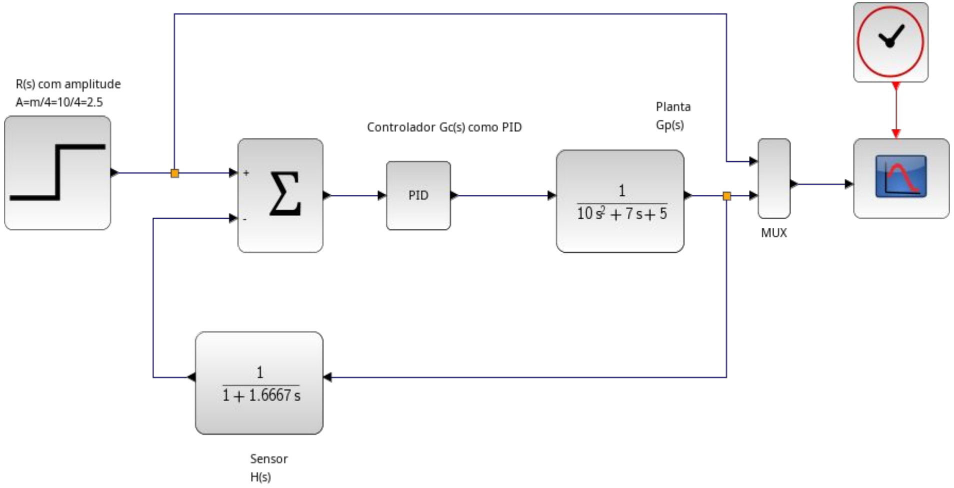
$$K_d = 0.125 \times P_c = 0.125 \times 6.914 = 0.864$$

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Diagrama utilizando Controlador PID



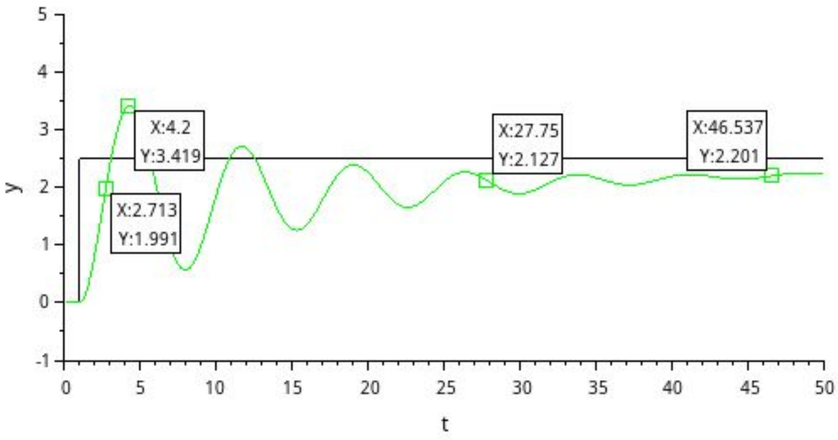
$$K_p = 8.958,\ K_i = 0.289,\ \text{e}\ K_d = 0.864$$

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado do Diagrama utilizando Controlador PID



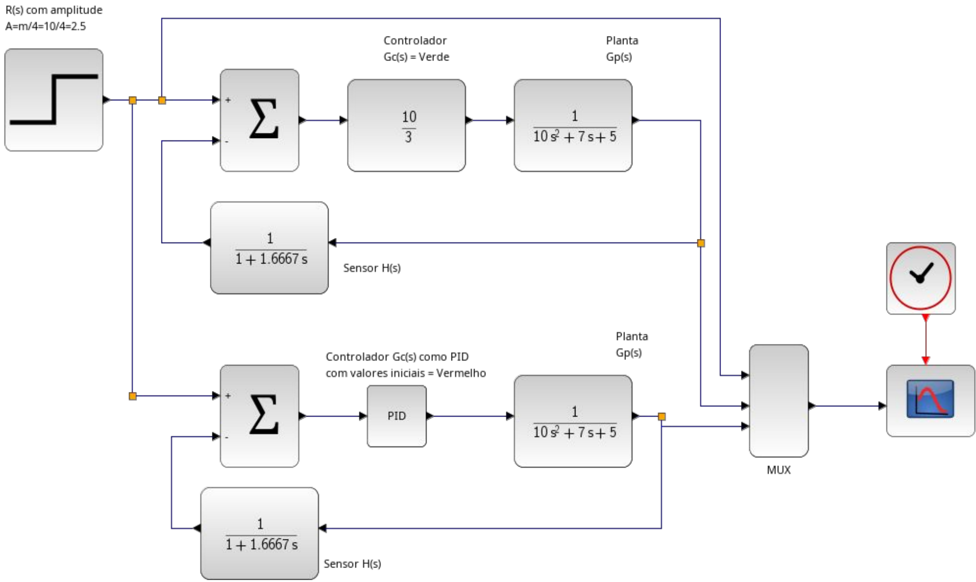
$$K_p = 8.958,\ K_i = 0.289,\ \text{e}\ K_d = 0.864$$

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

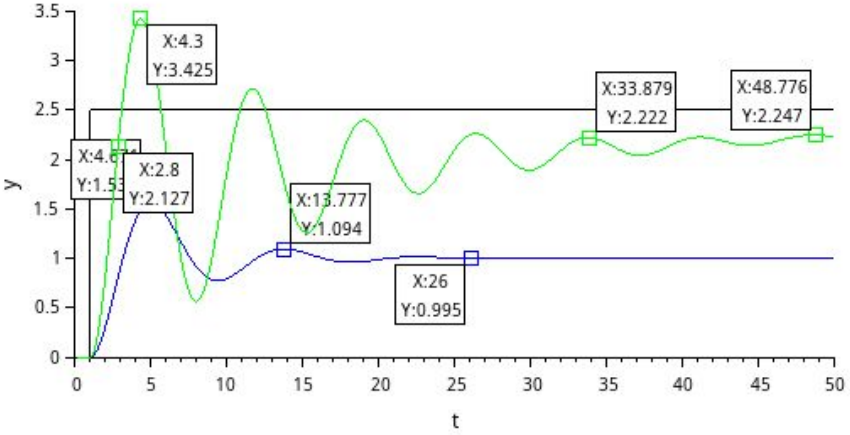
Diagrama com Controlador Proporcional e PID Ajustado



$$K_p = 8.958, K_i = 0.289, \text{ e } K_d = 0.864$$

Atividade 6

Resultado do Diagrama com Controlador Proporcional e PID Ajustado



$$K_p = 8.958,\ K_i = 0.289, \text{ e } K_d = 0.864$$

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

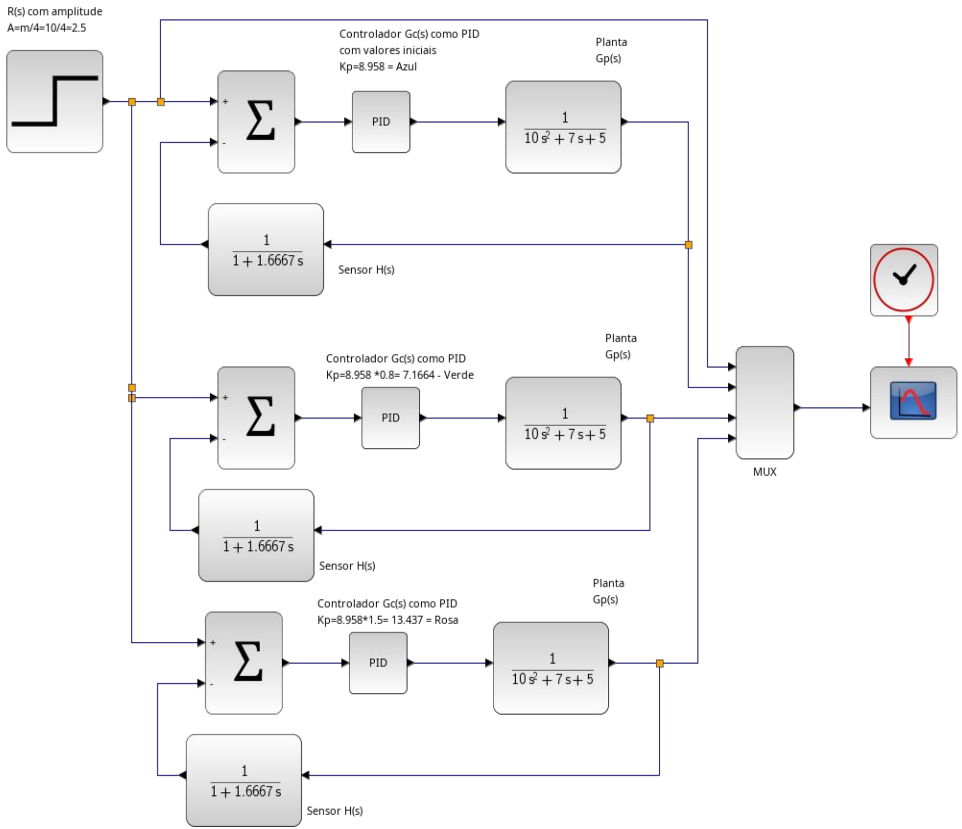
Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Diagrama com Teste de Ajuste de Parâmetros do Kp do Controlador PID

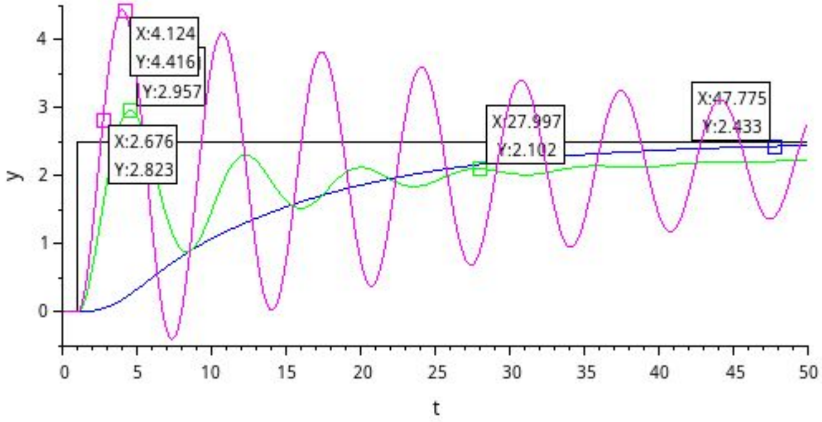


Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado do Diagrama com Teste de Ajuste de Parâmetros do Kp do Controlador PID



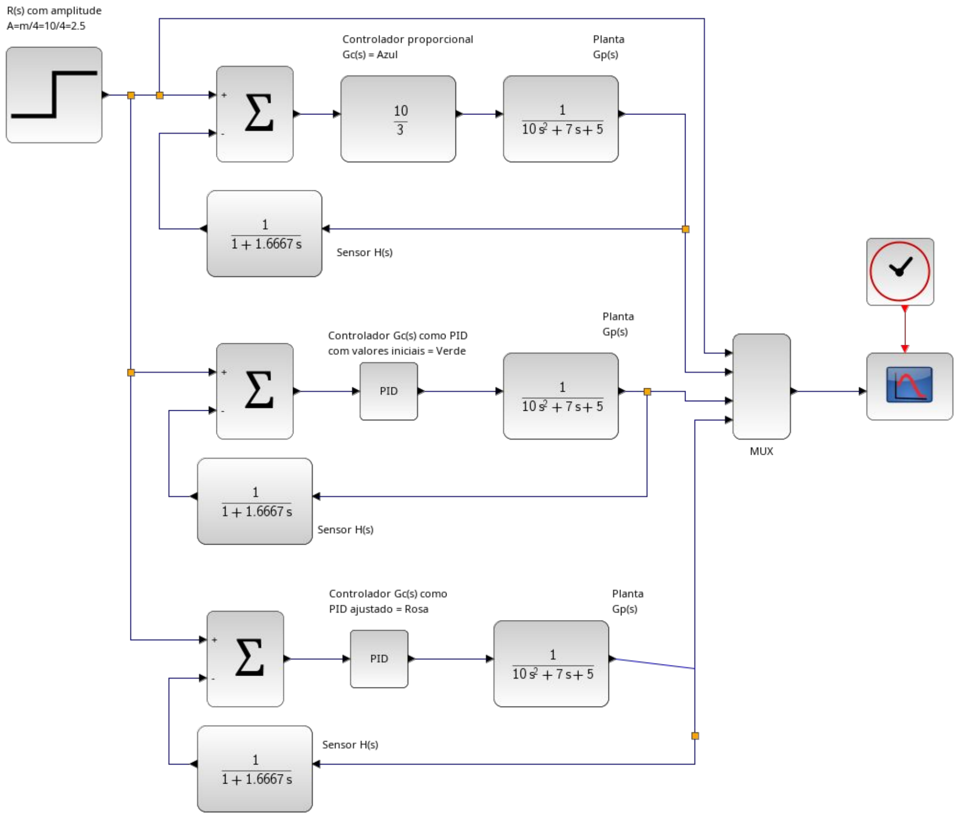
Reduzir Kp para 7.1664 melhora a estabilidade e diminui o overshoot, mas torna a resposta inicial um pouco mais lenta.

O **controlador proporcional responde rapidamente**, mas não elimina o erro estacionário.

O **PID ajustado equilibra rapidez e estabilidade**, sendo ideal para aplicações industriais. A implementação do novo Kp será monitorada para garantir desempenho ótimo.

Atividade 6

Diagrama de Comparação entre Controlador Proporcional, PID com Dados Iniciais e PID Ajustado



Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

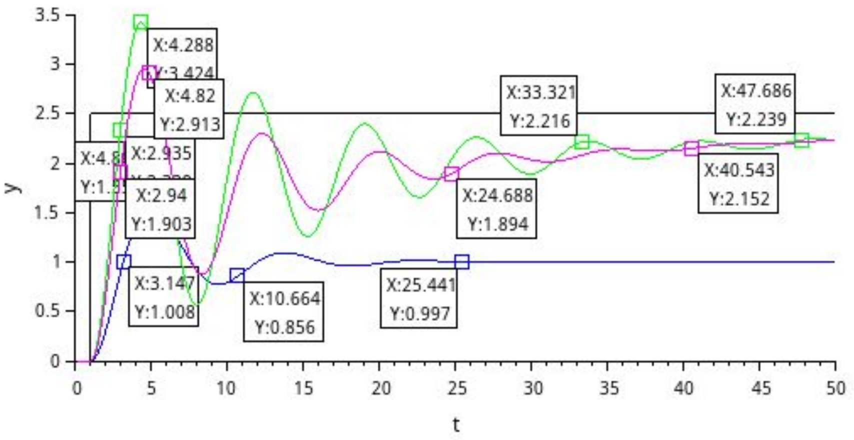
Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Atividade 6

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado do Diagrama de Comparação entre Controlador Proporcional, PID com Dados Iniciais e PID Ajustado



Controlador Proporcional (Azul): Oferece resposta rápida, mas falha em eliminar o erro de estado estacionário, estabilizando abaixo do valor de referência.

PID com Valores Iniciais (Verde): Apresenta overshoot significativo e oscilações antes de estabilizar, mas atinge e mantém o valor desejado devido à ação integral.

PID Ajustado (Rosa): Redução de Kp para 7.1664 melhora a estabilidade e diminui o overshoot, alcançando o estado estacionário com menos oscilações e maior precisão.

Atividade 7

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise do Lugar Geométrico das Raízes (LGR)

- Análise gráfica que mostra a trajetória das raízes de uma equação característica à medida que um parâmetro varia.
- Fornece insights sobre a estabilidade do sistema.
- Ajuda a entender as dinâmicas de resposta do sistema massa-mola-amortecedor.

Atividade 7

Código utilizado para simular a resposta do sistema massa-mola-amortecedor (LGR)

```
// Definição dos parâmetros
M = 10;
C = 7;
K = 5;

// Função de transferência
num = 1;
den = [M, C, K];

// Sistema
sys = syslin('c', num, den);

// Configuração da cor para o plot do LGR
clf();
sgrid();
evans(sys, 3000, 'red');

```

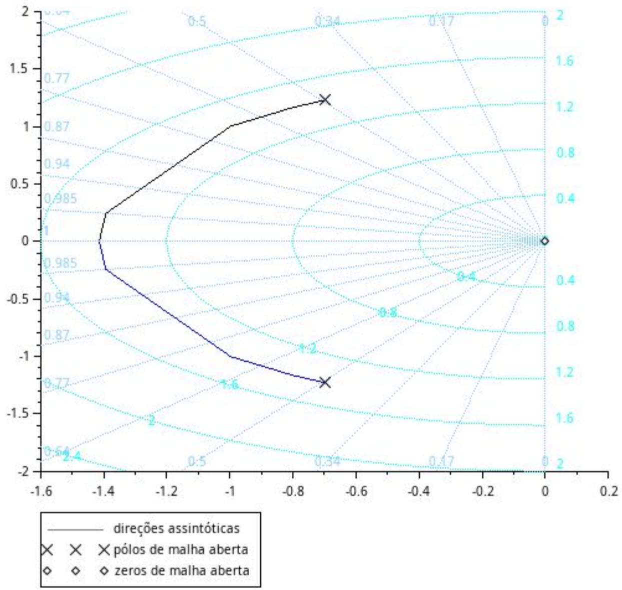
Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Atividade 7

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado obtido da Análise do Lugar Geométrico das Raízes (LGR)



Pólos e Simetria: Pólos em $s=-0.7$ e $s=-1.2$ indicam estabilidade sem oscilações, assim como a simetria e pólos reais negativos sugerem amortecimento subcrítico

Estabilidade e Assíntotas: Duas assíntotas verticais calculadas em +-90° e pólos se movem verticalmente com aumento do ganho, mantendo estabilidade.

Pólos no semiplano esquerdo confirmam estabilidade em malha aberta.

Atividade 8

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise do Diagrama de Bode

- Análise gráfica que representa a resposta em frequência de um sistema.
- Fornece insights sobre a margem de ganho e margem de fase, estabilidade e desempenho do sistema
- Ajuda a entender como o sistema massa-mola-amortecedor responde a diferentes frequências. e a relação entre a frequência de entrada e amplitude da saída

Atividade 8

Código utilizado para simular a resposta do sistema massa-mola-amortecedor (Bode)

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

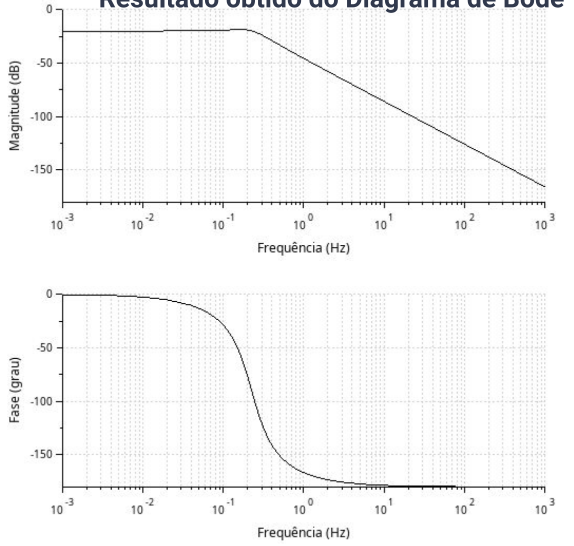
```
// Definicao dos parametros
M = 10;
C = 7;
K = 5;

// Funcao de transferencia
num = 1;  // Numerador é um polinômio constante
den = [M, C, K];  // Coeficientes do denominador
den_poly = poly(den, 's', 'coeff');  // Criação do polinômio do denominador

// Sistema
sys = syslin('c', num, den_poly);  // Correção na criação do sistema

// Diagrama de Bode
clf();
bode(sys);

```

Atividade 8

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado obtido do Diagrama de Bode



Magnitude: *Decresce com o aumento da frequência, indicando comportamento de filtro passa-baixa, sem pico de ressonância, sugerindo bom amortecimento.*

Fase: *Inicia em 0 graus e decresce até -180 graus em altas frequências, a fase cruza -180 graus aproximadamente em 100 Hz*

Margem de Ganho: *Positiva, magnitude abaixo de 0 dB quando a fase é -180 graus*

Margem de Fase: *Positiva, fase acima de -180 graus quando a magnitude é 0 dB.*

Logo o sistema é estável, capaz de tolerar variações de ganho e fase sem perder a estabilidade.

Atividade 9

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Análise do Diagrama de Nyquist

- Análise gráfica que mapeia a resposta complexa da função de transferência ao longo de uma gama de frequências no plano complexo.
- Fornece insights sobre a estabilidade em malha fechada, margem de estabilidade antes que ganhos adicionais possam induzir instabilidade.
- Ajuda a entender como o sistema massa-mola amortecedor se comporta em diferentes frequências e a relação entre a resposta do sistema e a proximidade da curva ao ponto crítico (-1) no plano complexo

Atividade 9

Código utilizado para simular a resposta de Nyquist com os polos

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

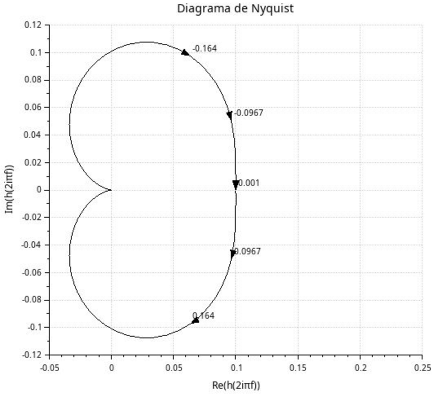
```
// Definicao dos parametros
M = 10;
C = 7;
K = 5;

// Funcao de transferencia
num = 1;  // Numerador é um polinômio constante
den = [M, C, K];  // Coeficientes do denominador
den_poly = poly(den, 's', 'coeff');  // Criação do polinômio do denominador

// Sistema
sys = syslin('c', num, den_poly);  // Correção na criação do sistema

// Diagrama de Nyquist
clf();
nyquist(sys);

// Parte 2 do código onde ele fornece outra visualização

// Definição dos parâmetros
M = 10;
C = 7;
K = 5;

// Função de transferência
num = 1;  // Numerador é um polinômio constante
den = [M, C, K];  // Coeficientes do denominador
den_poly = poly(den, 's', 'coeff');  // Criação do polinômio do denominador

// Sistema
sys = syslin('c', num, den_poly);  // Criação do sistema

// Limpa a figura atual
clf();

// Diagrama de Nyquist
nyquist(sys);  // Gera o diagrama de Nyquist

// Plotagem dos Polos e Zeros
plzr(sys);  // Plota polos e zeros

// Definindo os limites de zoom para garantir que os polos sejam visíveis
zoom_rect([-0.8 -2 0.2 2]);  // Ajusta a visualização para um intervalo que inclua os polos

// Adicionais: Configuração do Gráfico
xgrid();  // Adiciona grade ao gráfico
xtitle('Diagrama de Nyquist com Polos', 'Parte Real', 'Parte Imaginária');  // Título e labels dos eixos

```

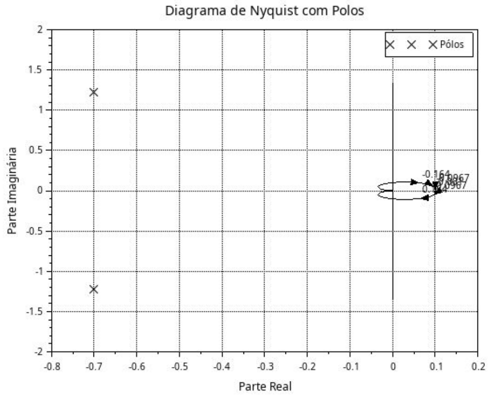
Atividade 9

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Resultado obtido do Diagrama de Bode





Estabilidade do Sistema: *A curva não encircla o ponto -1, confirmando a estabilidade em malha fechada, a proximidade da curva ao ponto crítico indica margem de estabilidade antes que ganhos adicionais induzam instabilidade.*

Pólos e Curva Nyquist: *A curva está distante dos pólos do sistema, comprovando que o sistema não atingirá instabilidade sob condições normais de operação.*

Atividade 10

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

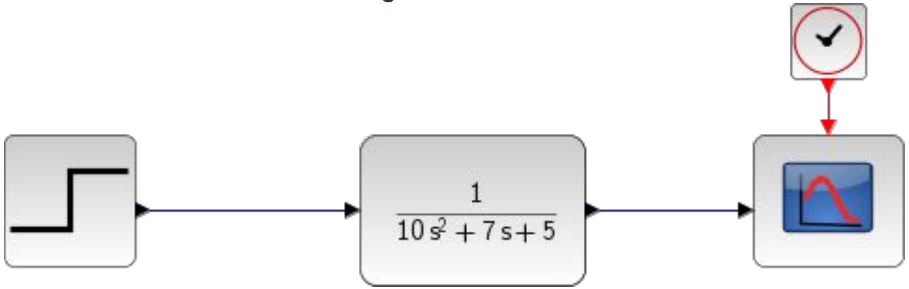
Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Identificação de Sistemas

Parâmetros do sistema

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

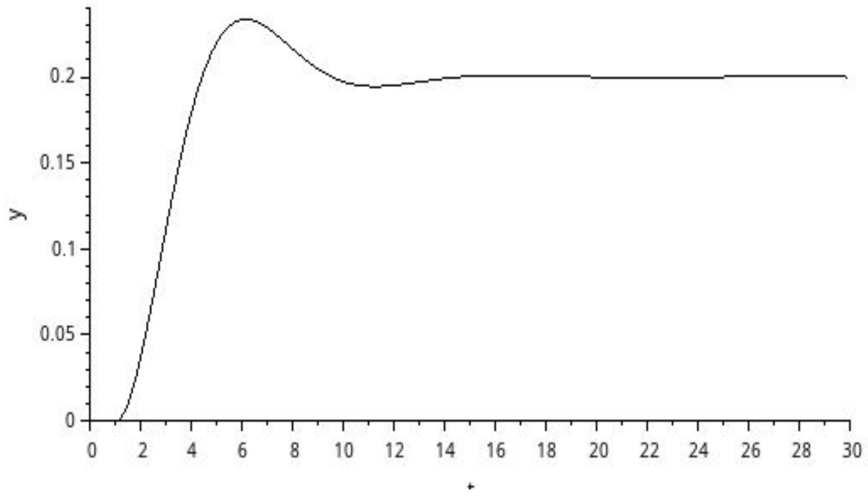
Diagrama de Blocos



Atividade 10

Identificação de Sistemas

Resultado do Diagrama de Blocos



Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

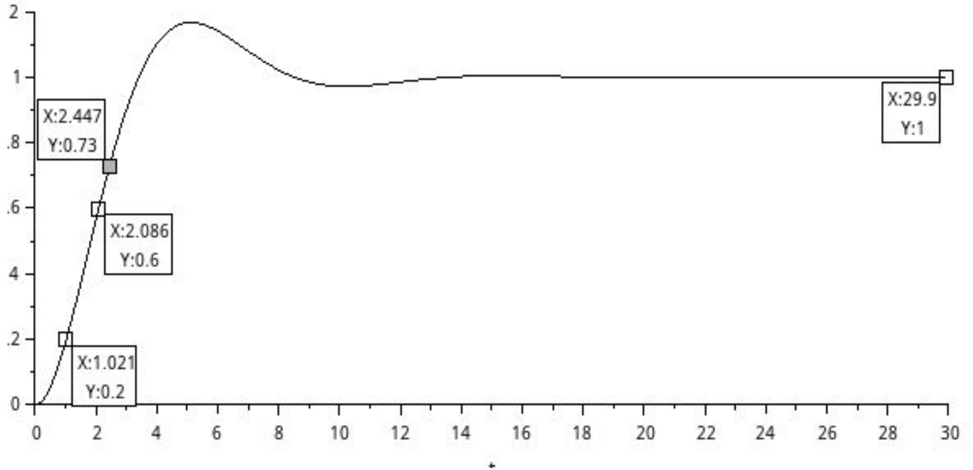
Atividade 10

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Identificação de Sistemas

Para otimizar a análise e assegurar os resultados sejam imediatamente interpretados adotamos o degrau com amplitude 5



- $X = 1.022, Y = 0.2$ (20% do valor final).
- $X = 2.094, Y = 0.6$ (60% do valor final).
- $X = 2.449, Y = 0.73$ (73% do valor final).
- $X = 29.9, Y = 1$ (100% do valor final).

Atividade 10

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

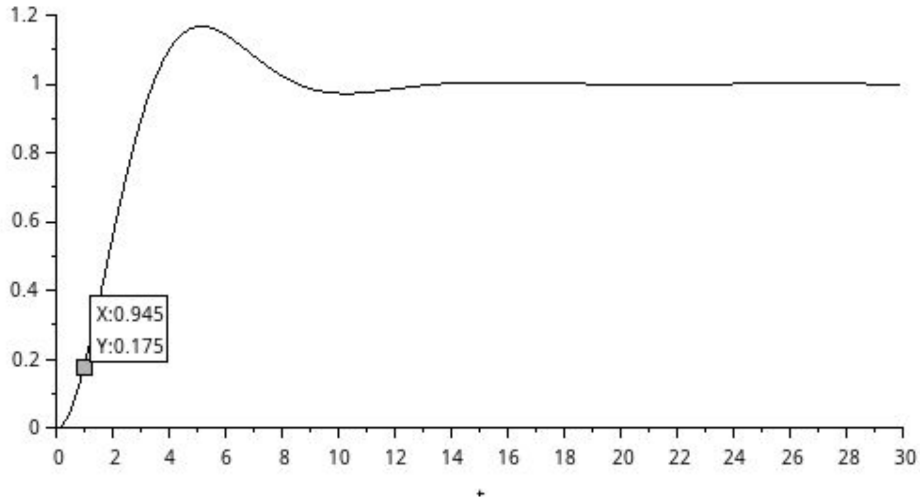
Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Identificação de Sistemas

Cálculo da constante de tempo

$$\tau = 0.5 \cdot \frac{t_{73}}{1.3} = 0.5 \cdot \frac{2.449}{1.3} \approx 0.9419 \text{ segundos}$$

Identificando a constante de tempo T(73)



Atividade 10

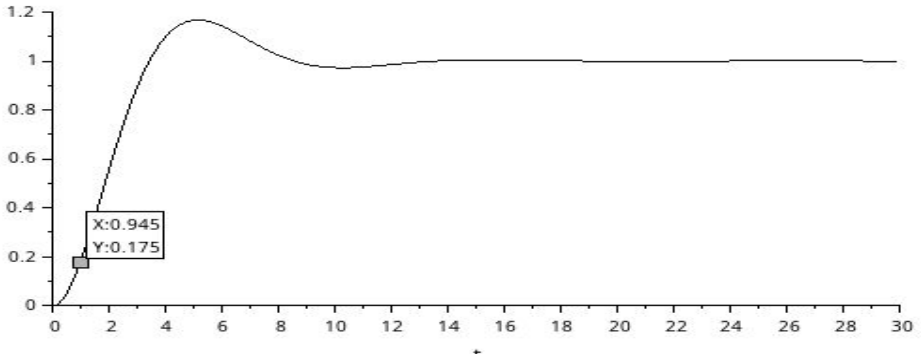
Identificação de Sistemas

Como uma limitação significativa do Método de Harriot com sua aplicabilidade ncipalmente a sistemas sobreamortecidos, no entanto o sistema é subamortecido

Além disso temos a aplicação do método com base no valor da razão Y/KM deve ser maior que 0,26 após a normalização da resposta do degrau unitário (foi realizado com degrau de amplitude 5)

Y/KM = 0,175 < 0,26

Logo: não é adequado o método de Harriot para essa configuração especifica



Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Atividade 10

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

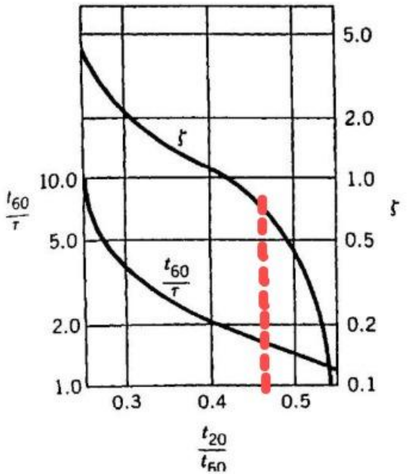
Identificação de Sistemas

Método de Smith

Análise de Razão Temporal:

$$\frac{t_{20}}{t_{60}} = \frac{1.022}{2.086} \approx 0.461706$$

Interpretação Gráfica



$$\tau = \frac{t_{60}}{1.8} = \frac{2.086}{1.8} \approx 1.159 \text{ segundos}$$

$$G(s) = \frac{Kp}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1} = \frac{Kp}{(1.159)^2 s^2 + 2\zeta(1.159)s + 1}$$

Atividade 10

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Identificação de Sistemas

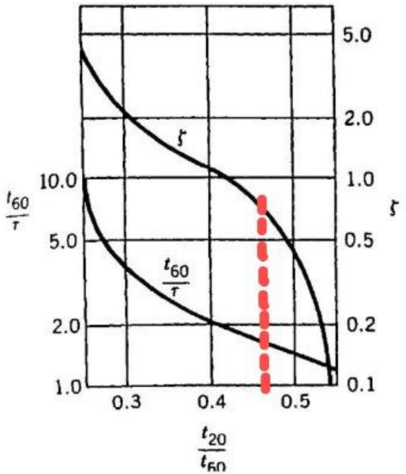
Método de Smith

Analíse de Razão Temporal:

$$\frac{t_{20}}{t_{60}} = \frac{1.022}{2.086} \approx 0.461706$$

Interpretação Gráfica

Por conta do método de Smith ter sido baseado em uma análise de interpretação gráfica, a precisão dos valores podem ter sidos comprometidas, o que não é confiável para uma conclusão assertiva



$$\tau = \frac{t_{60}}{1.8} = \frac{2.086}{1.8} \approx 1.159 \text{ segundos}$$

$$G(s) = \frac{Kp}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1} = \frac{Kp}{(1.159)^2 s^2 + 2\zeta(1.159)s + 1}$$

FIM

Aluno: Guilherme Cagide Fialho
Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Instituto Politécnico do Estado do Rio de Janeiro

Curso de Engenharia da Computação

Disciplina: Modelagem e Controle de Sistemas