



Instituto Politécnico do Estado do Rio de Janeiro

Curso de Engenharia da Computação

Guilherme Cagide Fialho

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Nova Friburgo

2024



Instituto Politécnico do Estado do Rio de Janeiro

Graduação em Engenharia da Computação

Guilherme Cagide Fialho

Projeto de Modelagem e Controle de Sistemas em Scilab

Projeto de Conclusão da Disciplina
Modelagem e Controle de Sistemas

Orientador: Prof. Joel Sánchez Domínguez

Nova Friburgo

2024

1 Atividade 1

1.1 Descrição do Modelo

O sistema modelado é um oscilador massa-mola-amortecedor, onde a massa está sujeita à força restauradora de uma mola e ao amortecimento proporcional à velocidade. A equação diferencial que descreve o movimento do sistema é dada por:

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0$$

onde x representa o deslocamento da massa m da sua posição de equilíbrio, \dot{x} é a velocidade, \ddot{x} é a aceleração, C é o coeficiente de amortecimento, e K é a constante da mola. A força de entrada é considerada nula, indicando que não há forças externas atuando sobre o sistema após o instante inicial.

1.2 Parâmetros do Sistema

Os parâmetros utilizados no modelo do sistema são especificados como segue:

- Massa (m): 10 kg
- Coeficiente de amortecimento (C): 7 Ns/m
- Constante da mola (K): 5 N/m

1.3 Condições Iniciais para a Simulação

As condições iniciais para a simulação são detalhadas na tabela a seguir, baseadas nos parâmetros especificados acima:

Caso	Velocidade Inicial V_0	Posição Inicial X_0
1	5 m/s	0 m
2	0 m/s	2.5 m
3	3.33 m/s	2 m

Esta tabela reflete os valores numéricos para cada caso, facilitando a compreensão e a aplicação direta dos parâmetros na simulação.

1.4 Análise dos Resultados

Cada um dos casos de simulação foi configurado com condições iniciais distintas para explorar como o sistema responde a diferentes estados iniciais de deslocamento e velocidade.

1.4.1 Caso 1: Velocidade Inicial Elevada

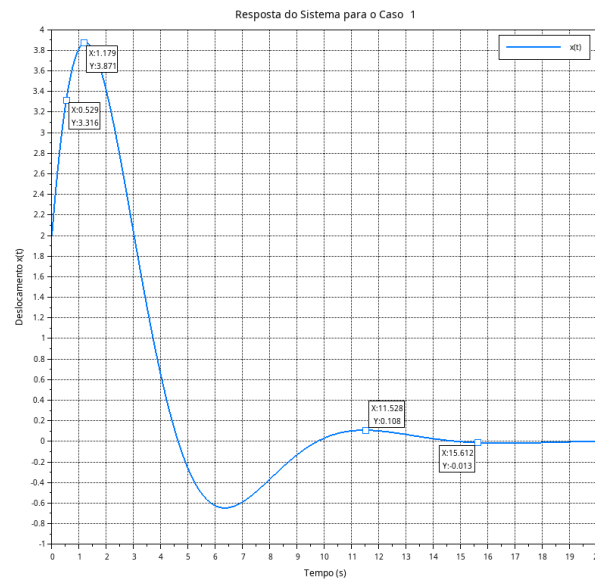


Figure 1: Resposta do sistema para o Caso 1

No Caso 1, o sistema é inicialmente impulsionado com uma alta velocidade (5 m/s), partindo do repouso ($X_0 = 0$). Esta condição inicial leva a uma resposta inicialmente enérgica, onde a massa oscila com uma amplitude elevada, seguida de um rápido decaimento energético devido ao amortecimento significativo ($C = 7 \text{ Ns/m}$). O amortecimento não só reduz a amplitude das oscilações rapidamente, mas também garante que o sistema não persista em um estado de oscilação prolongada, estabilizando-se em um tempo curto.

1.4.2 Caso 2: Deslocamento Inicial Sem Velocidade

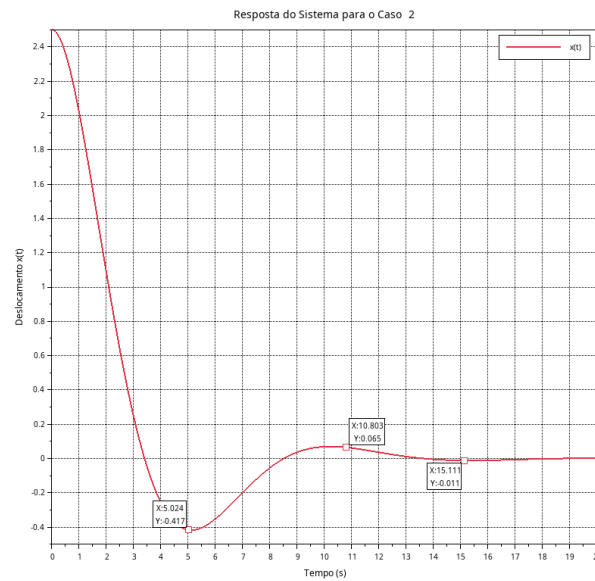


Figure 2: Resposta do sistema para o Caso 2

O Caso 2 é caracterizado por um deslocamento inicial (2.5 m) sem impulso inicial de velocidade ($V_0 = 0$). Aqui, observamos uma resposta típica de um sistema oscilatório subamortecido onde o sistema retorna ao equilíbrio através de oscilações que decaem gradativamente. Este caso destaca como a energia potencial armazenada na mola é convertida em energia cinética e dissipada pelo amortecedor. As oscilações decrescem em amplitude mais gradualmente do que no Caso 1, demonstrando uma transferência de energia mais prolongada antes da estabilização.

1.4.3 Caso 3: Velocidade e Deslocamento Iniciais

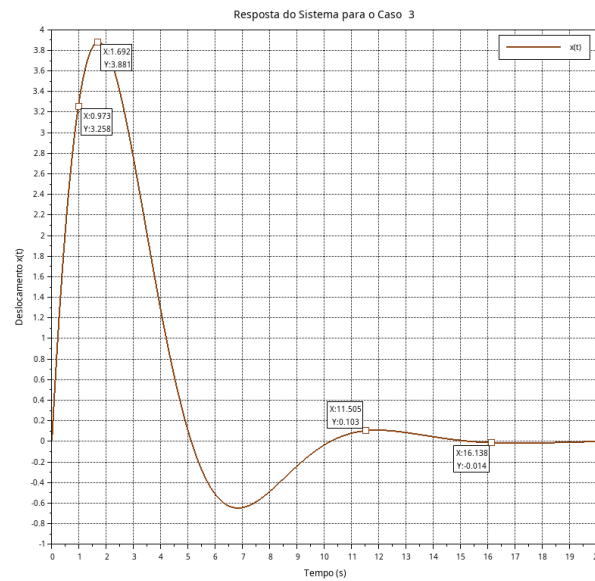


Figure 3: Resposta do sistema para o Caso 3

No Caso 3, o sistema inicia com condições iniciais moderadas tanto de velocidade (3.33 m/s) quanto de deslocamento (2m). Esta configuração produz uma resposta dinâmica complexa, onde a interação entre energia cinética e potencial é mais evidente. A amplitude inicial é significativa, com uma taxa de decaimento que ilustra eficientemente o papel do amortecimento. As oscilações observadas são mais sustentadas que no Caso 1, mas menos intensas do que no Caso 2, refletindo um equilíbrio entre as energias cinética e potencial no início da simulação.

1.4.4 Comparação Unificada dos Casos

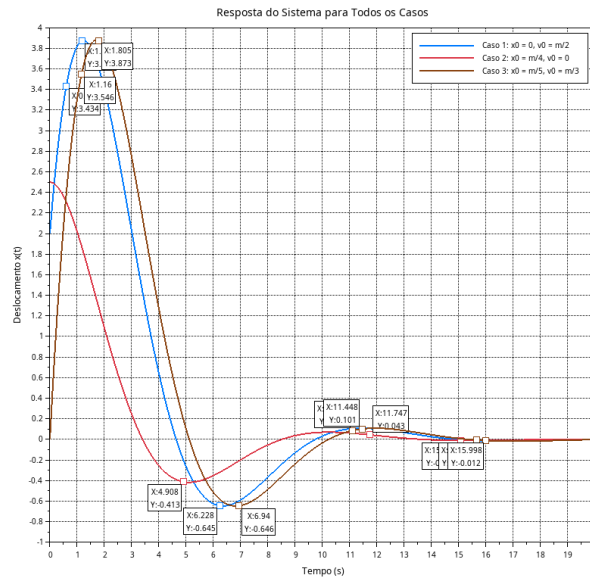


Figure 4: Resposta unificada do sistema para os Casos 1, 2 e 3

A análise unificada dos três casos demonstra de forma clara as diferenças significativas nas respostas do sistema decorrentes de diversas condições iniciais. A seguir, discutiremos detalhadamente cada resposta e suas implicações para a compreensão do comportamento dinâmico do sistema:

- **Caso 1 (Azul Escuro):** Iniciado com uma alta velocidade inicial (5 m/s) e sem deslocamento inicial, este caso exibe a maior amplitude de oscilação observada. A energia cinética inicial é rapidamente convertida em energia potencial pela mola, resultando em oscilações de grande amplitude que são rapidamente amortecidas. Este caso ilustra o efeito de um forte amortecimento, onde a energia é dissipada rapidamente, levando a um retorno rápido à posição de equilíbrio sem oscilações residuais prolongadas. Esta configuração é ideal em situações onde a rápida estabilização após distúrbios é crucial, como em sistemas de suspensão de veículos.
- **Caso 2 (Vermelho):** Com um deslocamento inicial (2.5 m) e sem velocidade inicial, o sistema mostra uma resposta clássica de um oscilador subamortecido. A energia potencial armazenada na mola é convertida gradualmente em energia cinética, com a energia sendo dissipada ao longo do tempo pelo amortecedor. As oscilações decaem suavemente, refletindo uma conversão mais lenta de energia que é típica em aplicações onde é necessário manter uma certa quantidade de movimento ou onde oscilações graduais são preferíveis, como em alguns tipos de sensores mecânicos.
- **Caso 3 (Marrom):** Este caso combina condições iniciais moderadas de velocidade (3.33 m/s) e deslocamento (2 m), resultando numa resposta dinâmica mais complexa que engloba características dos dois primeiros casos. A amplitude inicial é significativa, mas as oscilações são mais controladas e decaem de maneira gradual. Este caso destaca a importância do equilíbrio entre rigidez da mola e amortecimento no projeto de sistemas mecânicos, onde é necessário um compromisso entre estabilidade rápida e manutenção de energia dinâmica.

Esta comparação detalhada destaca não apenas a influência das condições iniciais na resposta do sistema, mas também o papel crítico do amortecimento e da rigidez da mola na determinação da natureza da resposta dinâmica. A análise fornece insights valiosos para o design e a otimização de sistemas mecânicos em engenharia, sublinhando a necessidade de uma seleção cuidadosa de parâmetros de acordo com os requisitos específicos de cada aplicação.

1.5 Comentários Gerais e Conclusão

Os gráficos e análises ilustram claramente como as condições iniciais impactam a resposta dinâmica do sistema massa-mola-amortecedor. A energia inicial, seja como deslocamento ou velocidade, define a resposta imediata do sistema, mostrando a complexidade do comportamento de sistemas dinâmicos lineares. Observamos que o amortecimento é essencial para reduzir as oscilações e trazer o sistema de volta ao repouso de maneira eficiente, sublinhando sua importância no design de componentes mecânicos.

A adequação do coeficiente de amortecimento e da rigidez da mola é crucial para otimizar sistemas para suas funções específicas, como a absorção de choques em suspensões de veículos ou a precisão em instrumentos de medição. Além disso, a análise das condições iniciais é vital no planejamento e teste de sistemas mecânicos, onde engenheiros e designers devem antecipar cenários variados de operação.

Este estudo destaca a necessidade de um entendimento profundo das dinâmicas de sistemas para inovação em engenharia, proporcionando uma base sólida para a compreensão dos princípios de mecânica e dinâmica que são fundamentais no design de sistemas controlados e mecanismos em geral.