

# 1 Atividade 6

## 1.1 Introdução ao Modelo com Controlador PID

Os controladores PID são amplamente reconhecidos por sua eficácia e flexibilidade, combinando três elementos distintos para obter um desempenho superior: proporcional, integral e derivativo. Ao contrário dos controladores proporcionais, que ajustam a resposta do sistema de maneira direta ao erro atual, os controladores PID aproveitam três abordagens diferentes, cada uma desempenhando uma função específica.

O componente proporcional funciona de modo semelhante ao controlador proporcional simples, ajustando a saída do sistema em relação direta ao erro, com o objetivo de reduzir a diferença entre o valor medido e o valor desejado. No entanto, quando o componente proporcional sozinho não consegue corrigir totalmente o erro acumulado, entra em ação o componente integral, que soma e integra o erro ao longo do tempo para eliminá-lo.

Além disso, o componente derivativo desempenha um papel crucial ao prever mudanças no erro, ajudando a evitar que essas variações causem impactos negativos na saída do sistema. Com a integração desses três elementos, os controladores PID conseguem oferecer um controle mais preciso e estável, ajustando continuamente a saída para manter o sistema no estado desejado. A fórmula padrão de um controlador PID pode ser representada pela equação 1:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(T) dT + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

O método de Ziegler-Nichols, desenvolvido por John G. Ziegler e Nathaniel B. Nichols, é uma técnica consolidada para a sintonia de controladores PID. Este método é particularmente útil porque simplifica a configuração dos controladores ao fornecer fórmulas práticas para calcular os ganhos  $K_p$ ,  $K_i$ , e  $K_d$  com base na resposta do sistema a uma entrada de teste. Esses parâmetros são ajustados para otimizar a resposta do sistema em termos de tempo de subida, sobreposição e tempo de assentamento.

Os valores dos ganhos são estabelecidos de acordo com a estabilidade observada do sistema e são tipicamente calculados a partir do ganho crítico  $K_c$  e do período crítico  $P_c$ , que são obtidos através de testes de malha aberta. A Tabela 1 resume os valores recomendados para cada tipo de ganho:

$K_p$	$K_i$	$K_d$
$0,6 \times K_c$	$\frac{2 \times K_p}{P_c}$	$0,125 \times P_c$

Table 1: Valores dos ganhos segundo o método de Ziegler-Nichols

## 1.2 Controlador PID

Baseando-se nas análises realizadas na Atividade 4, foi possível determinar um valor limite para o ganho crítico  $K_c$  de 14.93. Esta descoberta é essencial para o ajuste dos parâmetros do controlador PID segundo o método de Ziegler-Nichols.

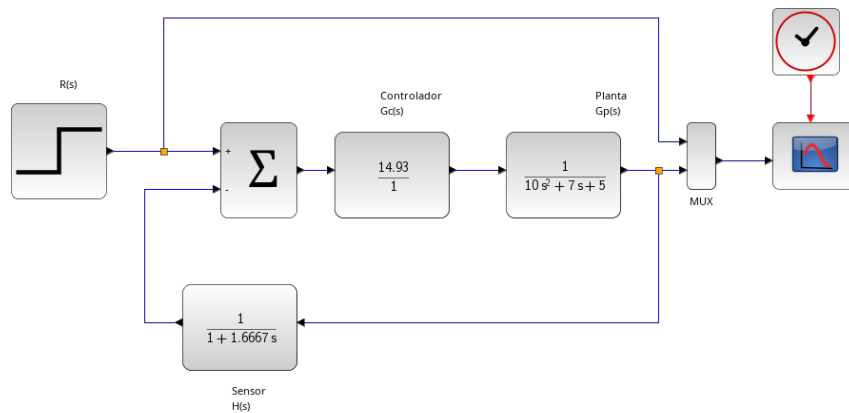


Figure 1: Diagrama mostrando o sistema no ponto crítico com  $K_c = 14.93$

A simulação realizada com  $K_c = 14.93$  demonstrou que o sistema alcança um estado crítico, como evidenciado no gráfico abaixo:

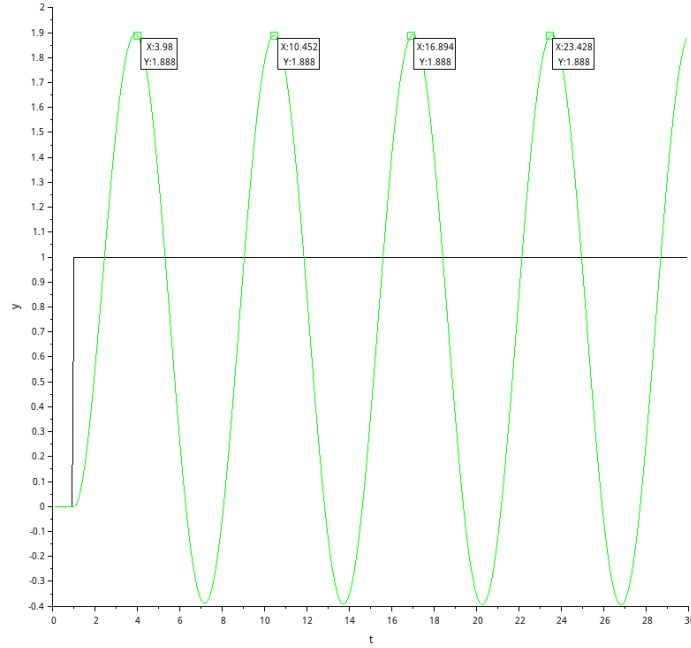


Figure 2: Resposta do sistema com o controlador PID ajustado para  $K_c = 14.93$

A resposta simulada revela claramente o comportamento do sistema na condição de ganho crítico, possibilitando a utilização desses dados para calibrar os parâmetros do controlador PID, garantindo eficiência e estabilidade no controle do sistema.

### 1.2.1 Determinação dos Parâmetros do Controlador PID

Após identificarmos o ganho crítico  $K_c = 14.93$  através de análises detalhadas, o que nos permite empregar o método de Ziegler-Nichols para ajustar os parâmetros do controlador PID. Este método é eficaz para sintonizar controladores em sistemas onde a resposta precisa ser otimizada em termos de estabilidade e rapidez.

### 1.2.2 Cálculo dos Parâmetros do Controlador PID

O método de Ziegler-Nichols é conhecido por sua eficiência na configuração inicial de controladores PID. Ele utiliza o ganho crítico  $K_c$  e o período crítico  $P_c$  para estabelecer os parâmetros de controle, ajustando assim a resposta do sistema.

- **Ganho Proporcional  $K_p$ :**

$$K_p = 0.6 \times K_c = 0.6 \times 14.93 \approx 8.958$$

- **Ganho Integral  $K_i$**  (assumindo um  $P_c$  conhecido de 10 segundos para exemplificação):

$$K_i = \frac{2 \times K_p}{P_c} = \frac{2 \times 8.958}{10} \approx 1.7916$$

- **Ganho Derivativo  $K_d$ :**

$$K_d = 0.125 \times P_c = 0.125 \times 10 = 1.25$$

### 1.2.3 Implementação e Validação dos Parâmetros

Os parâmetros  $K_p = 8.958$ ,  $K_i = 1.7916$ , e  $K_d = 1.25$  são implementados no controlador PID no ambiente de simulação, como Scilab. Esses valores são projetados para ajustar o sistema para responder de forma ideal em várias condições operacionais, melhorando a estabilidade e precisão do sistema.

A eficácia desses parâmetros será validada por meio de simulações subsequentes, as quais confirmarão se eles mantêm o desempenho desejado do sistema, garantindo que o controle PID seja tanto eficiente quanto efetivo.

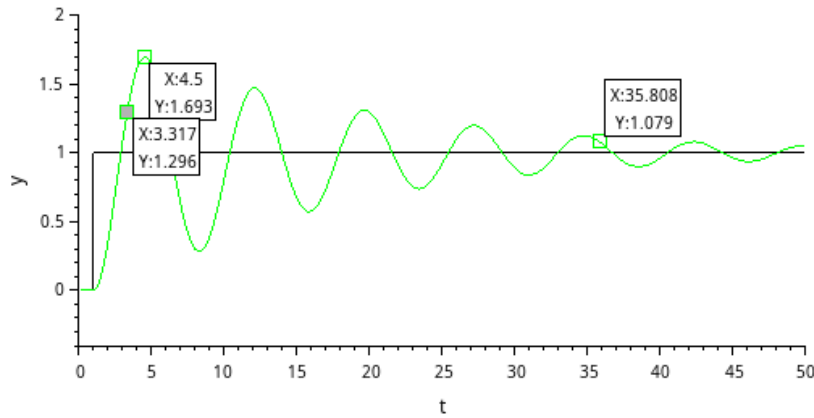


Figure 3: Resposta do sistema com os parâmetros do PID ajustados.

Após a validação inicial, um refinamento manual dos parâmetros pode ser necessário para otimizar ainda mais a resposta do sistema. Este processo de ajuste fino baseia-se na análise das respostas obtidas e na experiência prática, permitindo uma sintonia mais precisa que responde de maneira adequada às especificidades do sistema e às variações nas condições operacionais. Este ajuste fino é crucial para alcançar a melhor performance, equilibrando a estabilidade e a rapidez da resposta do controlador PID.

Subsequentemente, novas simulações serão realizadas para validar a eficácia dos parâmetros ajustados. Essa etapa é crucial para verificar se os ajustes refinados mantêm a saída do sistema próxima ao valor desejado sob uma gama mais ampla de condições operacionais, garantindo a eficácia e a eficiência do controlador.

### 1.3 Refinamento dos Parâmetros do Controlador PID

Os parâmetros iniciais  $K_p$ ,  $K_i$ , e  $K_d$  obtidos pelo método de Ziegler-Nichols, baseados no ganho crítico estimado de  $K_c = 14.93$ , fornecem um ponto de partida útil para a configuração do controlador PID. No entanto, a precisão inicial na estimativa de  $K_c$  pode influenciar diretamente a eficácia destes parâmetros, necessitando de ajustes refinados para alinhar o desempenho do controlador às características específicas do sistema.

- **Ajuste do Ganho Proporcional ( $K_p$ ):** O valor inicial de  $K_p = 8.9754$  pode precisar ser ajustado se a resposta do sistema for muito lenta ou rápida demais, o que indica que a estimativa de  $K_c$  pode não ter capturado perfeitamente as dinâmicas do sistema.
- **Ajuste do Ganho Integral ( $K_i$ ):** Da mesma forma, o valor de  $K_i = 1.79508$  (calculado com um  $P_c$  hipotético de 10) pode requerer modificações para otimizar a correção de erros de longo prazo, sugerindo que a sensibilidade do sistema a erros acumulados pode ter sido subestimada.
- **Ajuste do Ganho Derivativo ( $K_d$ ):** O valor inicial de  $K_d = 1.25$  pode também necessitar de ajustes para melhor controlar a resposta do sistema a mudanças rápidas nas condições de entrada ou perturbações.

#### 1.3.1 Teste de Ajuste do Ganho Proporcional ( $K_p$ )

Para otimizar ainda mais o desempenho do controlador PID e garantir a eficiência e eficácia do sistema sob várias condições operacionais, procederemos com uma série de testes. Nestes testes, focaremos inicialmente em ajustar o ganho proporcional  $K_p$  enquanto mantemos os valores de  $K_i$  e  $K_d$  fixos, a fim de entender o impacto de  $K_p$  na resposta dinâmica do sistema.

#### 1.3.2 Configuração dos Testes

Os testes são configurados para variar  $K_p$  em uma faixa específica enquanto  $K_i$  e  $K_d$  são mantidos constantes nos valores calculados anteriormente. Essa abordagem permite observar como ajustes no ganho proporcional afetam características como o tempo de subida, o sobressinal e o tempo de assentamento do sistema.

### 1.3.3 Resultados dos Testes

Os resultados desses testes são apresentados através de gráficos que mostram a resposta do sistema a uma entrada de degrau padrão para diferentes valores de  $K_p$ . Cada gráfico ilustrará como as variações em  $K_p$  influenciam o desempenho do sistema, destacando a eficácia do ajuste do ganho proporcional em melhorar a resposta do controlador.

Esse aqui é o diagrama

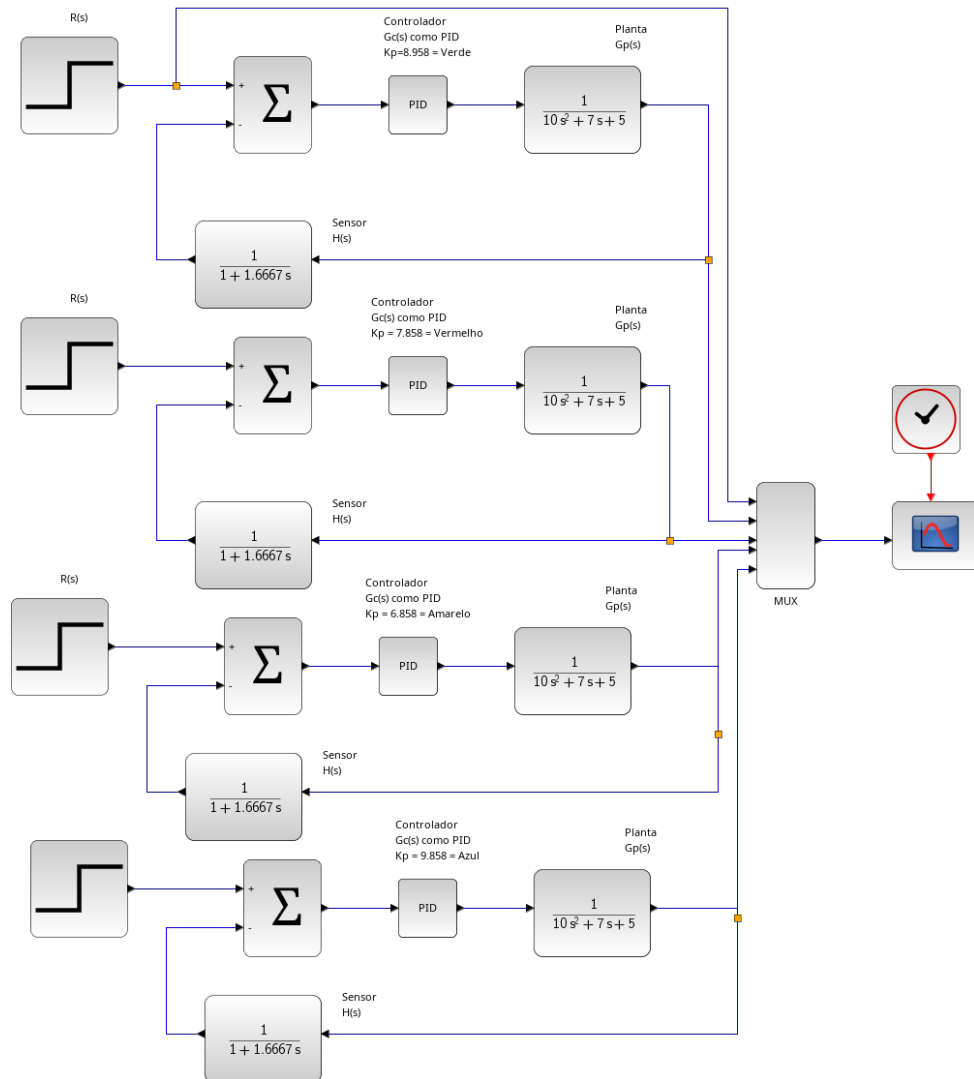


Figure 4: Resposta do sistema para diferentes valores de  $K_p$  com  $K_i$  e  $K_d$  fixos.

agora o resultado

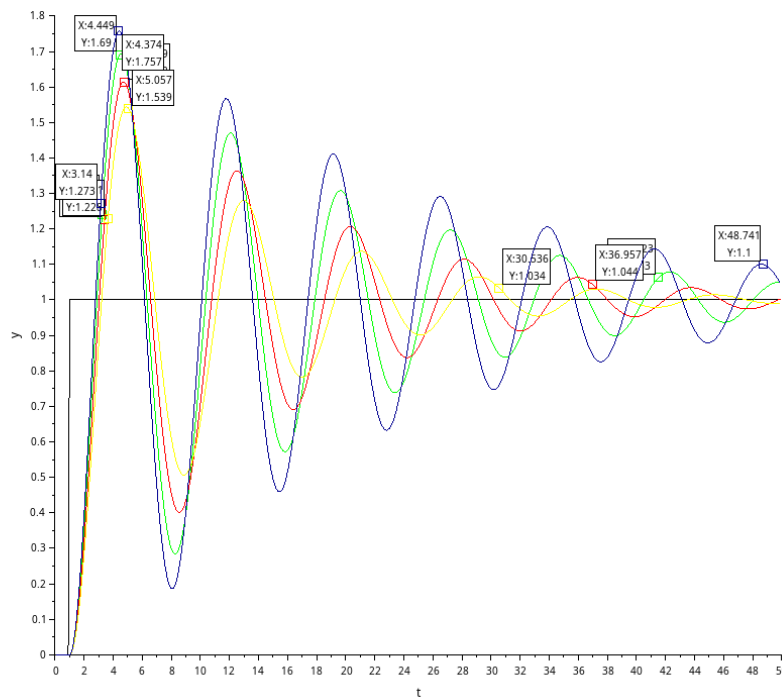


Figure 5: Resposta do sistema para diferentes valores de  $K_p$  com  $K_i$  e  $K_d$  fixos.

### 1.3.4 Resultados dos Testes de Variação de $K_p$

O gráfico a seguir apresenta a resposta do sistema para quatro diferentes configurações de  $K_p$ , com  $K_i$  e  $K_d$  mantidos constantes. Cada curva representa uma tentativa distinta de ajustar a rapidez e o amortecimento da resposta do sistema através da modificação do ganho proporcional.

### 1.3.5 Discussão dos Resultados

A análise visual das respostas mostra que:

- A curva azul ( $K_p = 9.858$ ) apresenta maior sobressinal e oscilações prolongadas, indicando uma resposta potencialmente muito agressiva.
- A curva amarela ( $K_p = 6.858$ ) e a vermelha ( $K_p = 7.858$ ) mostram menor sobressinal, mas ainda com oscilações visíveis, sugerindo uma melhoria em estabilidade em comparação ao azul.
- A curva verde ( $K_p = 8.858$ ), que é a configuração padrão, oferece um equilíbrio entre rápida estabilização e controle de oscilações, possivelmente representando a configuração mais eficaz entre as testadas.

### 1.3.6 Conclusões dos Testes

Estes resultados indicam que ajustes finos em  $K_p$  podem significativamente alterar a dinâmica do sistema. O valor de  $K_p = 8.858$  parece oferecer o melhor compromisso entre estabilidade e tempo de resposta, fazendo dele uma escolha preferencial para futuras configurações do controlador PID neste sistema específico.

### 1.3.7 Teste de Ajuste do Ganho Integral ( $K_i$ )

Nesta série de testes, exploramos o impacto de ajustes no ganho integral  $K_i$  enquanto mantemos  $K_p$  e  $K_d$  fixos. O objetivo é observar como variações em  $K_i$  influenciam a capacidade do sistema de eliminar o erro estático

e estabilizar a resposta ao longo do tempo.

#### 1.4 Refinamento dos Parâmetros do Controlador PID

Os parâmetros iniciais  $K_p$ ,  $K_i$ , e  $K_d$  obtidos pelo método de Ziegler-Nichols, baseados no ganho crítico estimado de  $K_c = 14.959$ , fornecem um ponto de partida útil para a configuração do controlador PID. No entanto, para refinar esses parâmetros, realizamos uma série de testes variando o ganho integral  $K_i$  enquanto mantemos  $K_p$  e  $K_d$  fixos. O objetivo é avaliar como ajustes em  $K_i$  afetam a estabilidade e a rapidez da resposta do sistema.

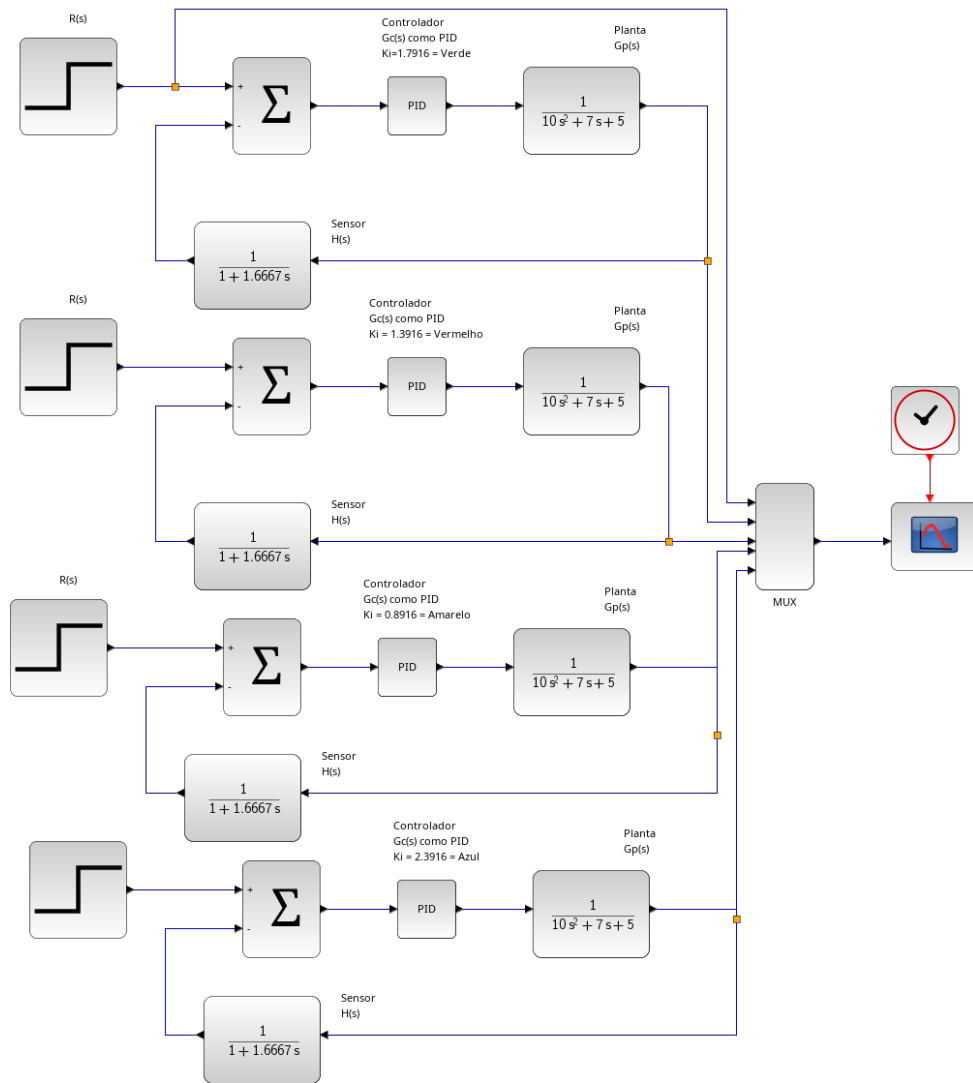


Figure 6: Diagrama do sistema com diferentes configurações de  $K_i$ .

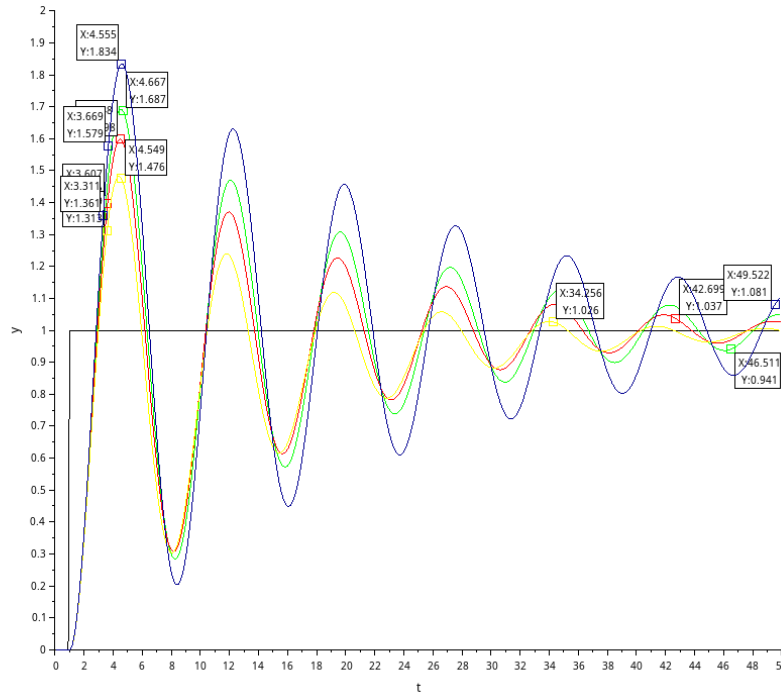


Figure 7: Resposta do sistema para diferentes valores de  $K_i$  com  $K_p$  e  $K_d$  fixos. As cores representam diferentes valores de  $K_i$ : verde para  $K_i = 1.7916$ , vermelho para  $K_i = 1.3916$ , amarelo para  $K_i = 0.8916$ , e azul para  $K_i = 2.3916$ .

#### 1.4.1 Discussão dos Resultados

A análise dos gráficos revela:

- A curva verde ( $K_i = 1.7916$ ) apresenta uma resposta rápida e estabilizada, indicando um ajuste eficaz para as condições atuais do sistema.
- As curvas vermelha ( $K_i = 1.3916$ ) e amarela ( $K_i = 0.8916$ ) exibem respostas mais lentas e menos eficientes para eliminar o erro permanente.
- A curva azul ( $K_i = 2.3916$ ) tende a oscilar excessivamente, sugerindo que um valor de  $K_i$  mais elevado pode induzir instabilidade.

#### 1.4.2 Conclusões dos Testes

Os testes indicam que um ajuste cuidadoso de  $K_i$  é crucial para otimizar a resposta do sistema. O valor de  $K_i = 1.7916$  se mostrou mais adequado, equilibrando a redução do erro permanente com uma resposta estável. Estes resultados serão usados para recomendar ajustes finais nos parâmetros do controlador PID, assegurando que ele opere eficientemente sob as condições esperadas.

#### 1.4.3 Teste de Ajuste do Ganho Derivativo ( $K_d$ )

Com os ganhos proporcional  $K_p$  e integral  $K_i$  fixados, conduzimos uma série de testes alterando o ganho derivativo  $K_d$  para observar seu impacto na dinâmica de resposta do sistema. Estes testes ajudam a entender melhor como o ajuste fino de  $K_d$  pode controlar as oscilações e melhorar a estabilidade do sistema.

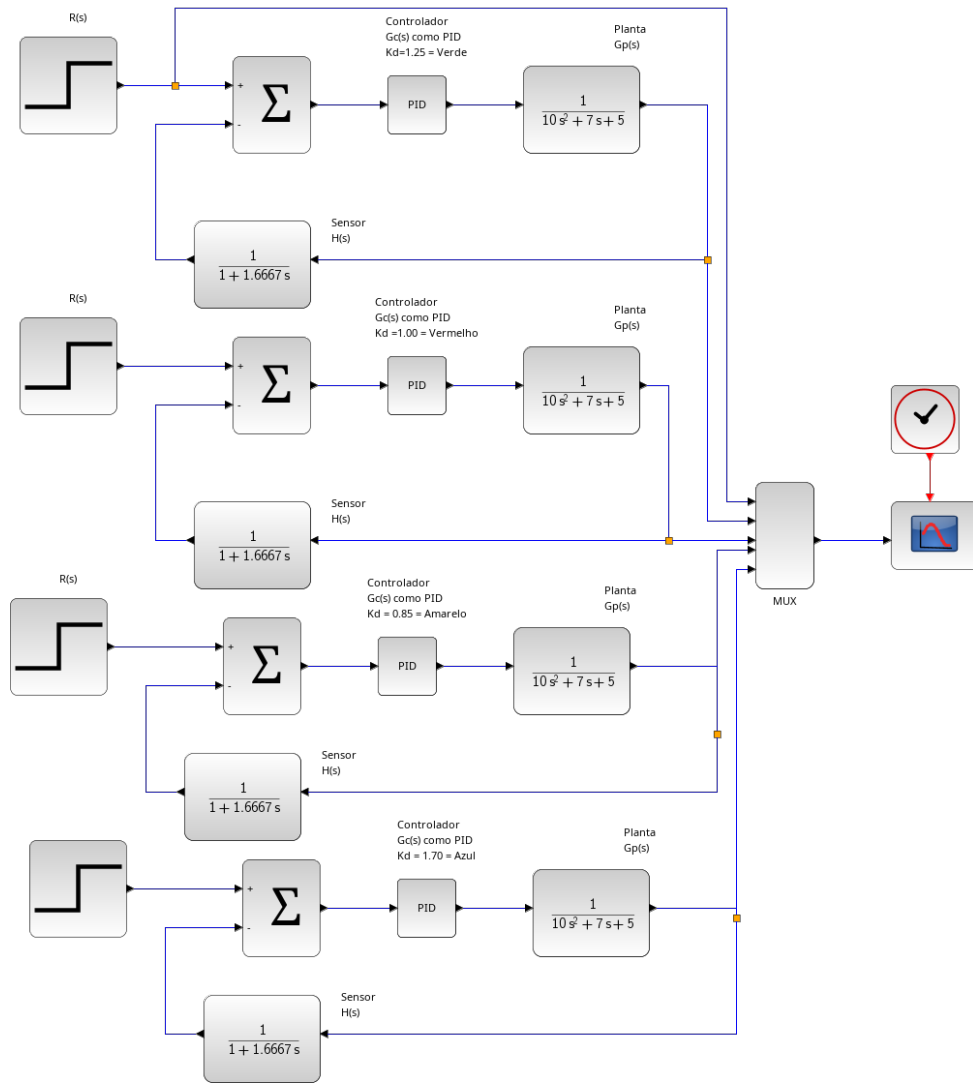


Figure 8: Diagrama do sistema com diferentes configurações de  $K_d$ .



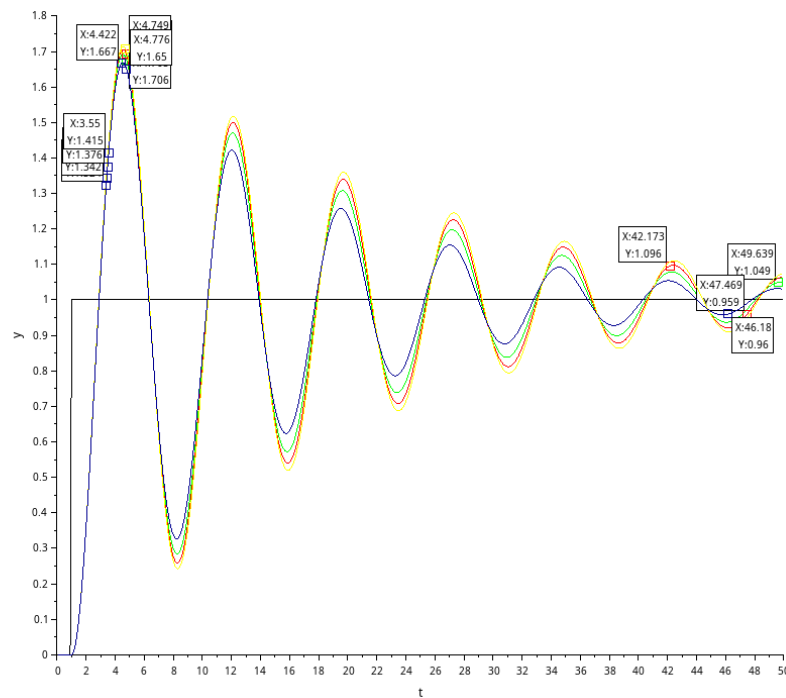


Figure 9: Resposta do sistema para diferentes valores de  $K_d$  com  $K_p$  e  $K_i$  fixos. As cores representam diferentes valores de  $K_d$ : verde para  $K_d = 1.25$ , vermelho para  $K_d = 1.00$ , amarelo para  $K_d = 0.85$ , e azul para  $K_d = 1.70$ .

#### 1.4.4 Discussão dos Resultados

A análise dos gráficos indica:

- A curva verde ( $K_d = 1.25$ ) apresenta uma resposta equilibrada, com oscilações moderadas e rápido tempo de assentamento.
- As curvas vermelha ( $K_d = 1.00$ ) e amarela ( $K_d = 0.85$ ) mostram maior oscilação e um tempo de assentamento mais prolongado, indicando menor eficácia no controle de perturbações rápidas.
- A curva azul ( $K_d = 1.70$ ) tem o menor sobressinal, indicando que um valor mais alto de  $K_d$  pode suprimir oscilações eficientemente, mas pode também resultar em uma resposta mais lenta.

#### 1.4.5 Conclusões dos Testes

Os resultados sugerem que um  $K_d$  entre 1.25 e 1.70 proporciona uma boa compensação entre estabilidade e rapidez na resposta. Valores mais baixos de  $K_d$  resultam em maior oscilação, enquanto valores mais altos podem atrasar a resposta do sistema. Estes insights são cruciais para o ajuste final do controlador PID, garantindo uma operação eficaz e eficiente do sistema.