Tarefa 5 – Módulos 11, 12 e 13

Apresente o desenvolvimento em todas as resoluções das questões propostas.

Questão 1: (1 ponto) Demonstre que se a é um número par qualquer e b é um número ímpar qualquer, então a soma $5a + 3b$ é sempre um número ímpar.

Questão 2: **(1 ponto)** Demonstre, **por contraposição**, que se $7a^2$ é par, então o inteiro a é par.

Questão 3: (4 pontos) Utilize o Princípio de Indução Matemática para demonstrar que as igualdades abaixo são verdadeiras:

(a) $3 + 11 + 19 + 27 + \ldots + (8n - 5) = n(4n - 1), \ \forall n \geq 1.$

(b) $6^n + 4$ é divisível por $10, \ \forall n \geq 1.$

Questão 4: (1 ponto) Utilizando a definição da função fatorial, determine o valor de:

(a) $5! \cdot 4! + 3!$

(b) $\frac{20!}{17! \cdot 3!}$

Questão 5: (3 pontos) Considere a sequência de números naturais definida recursivamente por:

$$F_0 = 2;$$
$$F_n = 4 \cdot F_{n-1} - 3, \quad para\ n \geq 1.$$

(a) Determine os quatro primeiros termos da sequência F_0, F_1, F_2, F_3.
(b) Prove por indução que $F_n = 4^n + 1, \forall n \geq 0.$