UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS
Matemática para Computação
Prof. Rodrigo Orsini Braga

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO DO MÓDULO 6

1) Classifique em verdadeira (V) ou falsa (F) as seguintes proposições:

(a) Todo número natural representa a quantidade de elementos de um conjunto finito.

(b) Existe um número natural que é maior que todos os demais.

(c) Todo número natural tem sucessor.

(d) Todo número natural tem antecessor.

RESPOSTAS:
(a) V. Cada número natural n pode representar o número de elementos de um conjunto com n elementos. Note que $n=0$ pode representar o conjunto vazio $\emptyset$, que é o conjunto que não tem elementos.

(b) F. O conjunto $\mathbb{N}$ é ilimitado superiormente, isto é, qualquer que seja $n \in \mathbb{N}$ existirão infinitos elementos maiores do que n.

(c) V. Todo número $n \in \mathbb{N}$ possui um sucessor que é $n+1$.

(d) F. Dizer que um número natural n não tem antecessor é o mesmo que dizer que n não é o sucessor de nenhum número natural. Existe $n=0$ que não possui antecessor, isto é, zero não é o sucessor de nenhum número natural, ou seja, não existe natural x tal que $x+1=0$.

2) Se $A=\{x \in \mathbb{N} \mid x=4n,\ n \in \mathbb{N}\}$ e $B=\left\{x \in \mathbb{N}^* \mid \dfrac{20}{x}=n,\ n \in \mathbb{N}\right\}$, então o número de elementos de $A \cap B$ é:

(a) 3 **(b)** 2 **(c)** 1 **(d)** 0 **(e)** impossível determinar.

RESPOSTAS: A alternativa correta é a **B**.
Explicação: A é o conjunto dos múltiplos de 4, isto é, dos números x tais que x = 4 vezes um número natural. Logo, $A=\{0,4,8,12,16,\ldots\}$. Por outro lado, B é o conjunto dos divisores naturais de 20, isto é, dos números naturais x tais que $\dfrac{20}{x}$ é um número natural. Neste caso, $B=\{1,2,4,5,10,20\}$. Logo, $A \cap B=\{4, 20\}$.

3) Se $A=\{x \in \mathbb{Z} \mid -3<x\leqslant 1\}$ e $B=\{x \in \mathbb{N} \mid x^2<16\}$, então $(A \cup B)-(A \cap B)$ é o conjunto:

(a) $\{-2,-1,0,1,2,3\}$
(b) $\{-2,-1,2,3\}$
(c) $\{-3,-2,-1,0\}$
(d) $\{0,1,2,3\}$
(e) $\{0,1\}$

RESPOSTAS: A alternativa correta é a **B**.
Explicação:Sendo $A=\{x \in \mathbb{Z} \mid -3<x\leqslant 1\}=\{-2,-1,0,1\}$ e $B=\{x \in \mathbb{N} \mid x^2<16\}=\{0,1,2,3\}$, temos que $A \cup B=\{-2,-1,0,1,2,3\}$, $A \cap B=\{0,1\}$ portanto, $(A \cup B)-(A \cap B)=\{-2,-1,2,3\}$.

4) Expresse cada um das seguintes dízimas na forma $\frac{a}{b}$.

(a) $0,3333...$ **(b)** $0,24242424...$ **(c)** $0,1257777...$

RESPOSTAS:

(a) Se $x=0,3333...$, então $10x=3,333...$ e, portanto, $10x-x=3 \Leftrightarrow 9x=3 \Leftrightarrow x=\frac{3}{9} \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$

Logo, $0,3333...=\frac{1}{3}$.

(b) Se $x=0,242424...$, então $100x=24,242424...$ e, portanto,

$$100x-x=24 \Leftrightarrow 99x=24 \Leftrightarrow x=\frac{24}{99}=\frac{8}{33}.$$

Logo, $0,242424...=\frac{8}{33}$.

(c) Se $x=0,125777...$, então $1000x=125,7777...$ e, $10000x=1257,7777...$ Portanto,

$$10000x-1000x=1257-125 \Leftrightarrow 9000x=1132 \Leftrightarrow x=\frac{1132}{9000}=\frac{283}{2250}.$$

Logo, $0,125777...=\frac{283}{2250}$.

5) Dentre os números abaixo, indique os que são racionais e os que são irracionais ou nenhum dos dois:

(a) $\sqrt{5}$ **(b)** $\sqrt{-4}$ **(c)** $\sqrt[3]{-27}$ **(d)** $\sqrt[3]{0,64}$ **(e)** $\sqrt[4]{0,0016}$

(f) $0,555...$ **(g)** $0,50500500050000...$

RESPOSTAS:

(a) irracional, pois raiz quadrada de um número primo não é um número racional.

(b) nem racional, nem irracional. Não existe número real cujo quadrado seja igual a -4.

(c) racional, pois $\sqrt[3]{-27}=-3=-\frac{3}{1}$.

(d) irracional, pois $\sqrt[3]{0,64}=\sqrt[3]{\frac{64}{100}}=\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{100}}=\frac{\sqrt[3]{2^3\times 2^3}}{\sqrt[3]{2^2\times 5^2}}=\frac{4}{\sqrt[3]{2^2\times 5^2}}$ (o denominador não será um número inteiro).

(e) racional, pois $\sqrt[4]{0,0016}=\sqrt[4]{\frac{16}{10000}}=\frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{10000}}=\frac{\sqrt[4]{2^4}}{\sqrt[4]{10^4}}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$.

(f) racional, pois $0,555...=\frac{5}{9}$.

(g) irracional, é uma dízima não periódica.

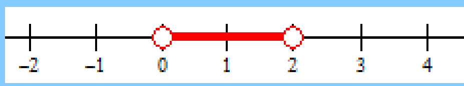
6) Considere os conjuntos $A=\{x\in\mathbb{R}\,|\,0<x<2\}$, $B=\{x\in\mathbb{R}\,|\,1<x\leqslant 3\}$ e $C=\{x\in\mathbb{R}\,|\,x\geqslant 2\}$.
Determine:

(a) $A-B$ **(b)** $B-A$ **(c)** $A\cap B$ **(d)** $C\cap A$ **(e)** $(A\cup C)-B$

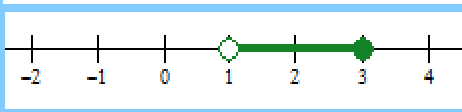
RESPOSTAS:
Temos que:
$A=\{x\in\mathbb{R}\,|\,0<x<2\}=(0,2)$; $B=\{x\in\mathbb{R}\,|\,1<x\leqslant 3\}=(1,3]$ e $C=\{x\in\mathbb{R}\,|\,x\geqslant 2\}=[2,+\infty)$

veja as figuras a seguir!

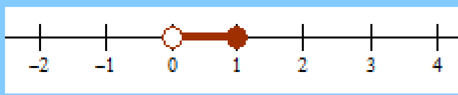
A



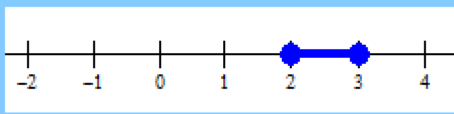
B



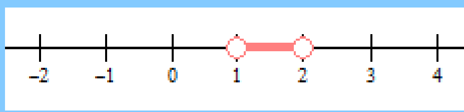
A – B



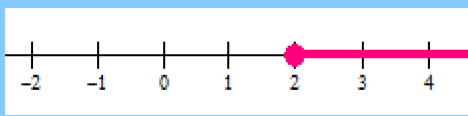
B – A



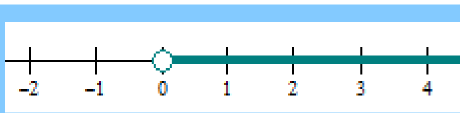
A∩B



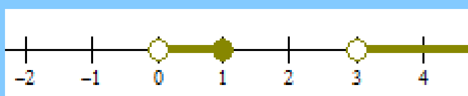
C



A U C



(A U C) – B



Analisando os gráficos dos segmentos de reta, temos que:
(a) $A-B=(0,1]=\{x\in\mathbb{R}\,|\,0<x\leqslant 1\}$
(b) $B-A=[2,3]=\{x\in\mathbb{R}\,|\,2\leqslant x\leqslant 3\}$
(c) $A\cap B=(1,2)=\{x\in\mathbb{R}\,|\,1<x<2\}$
(d) $C\cap A=\varnothing$ (não existe $x\in\mathbb{R}$ tal que $0<x<2$ e $x\geqslant 2$ ao mesmo tempo)
(e) $(A\cup C)-B=(0,1]\cup(3,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}\,|\,0<x\leqslant 1\ ou\ x>3\}$