

ESTRUTURAS AVANÇADAS DE DADOS I – ÁRVORES B

Prof. Patrícia Noll de Mattos

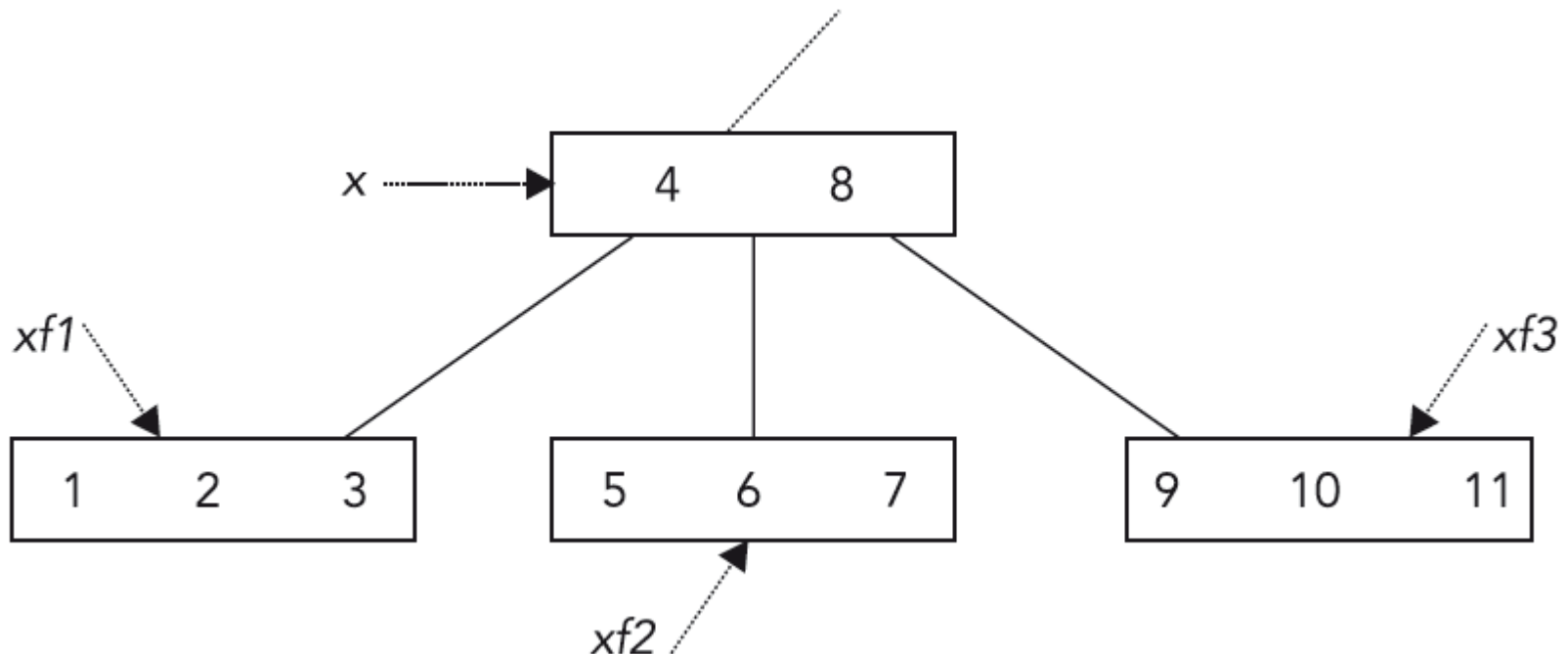
Ilustrações: Sandro Rigo e Gilberto Irajá.

Árvore B (B-Trees)

- Localização da informação com uso em **armazenamento secundário** – discos magnéticos.
- Localização de informação em **grandes conjuntos de dados**.
- Árvores de pesquisa **balanceadas**.
- Utilizada em diversos SGBDs para operações de busca de valores.
- Cada nodo possui um **conjunto muito grande de chaves**, gerando um número alto de ramificações.
- Cada nodo pode ter um número de **filhos igual ao número de chaves mais 1**.

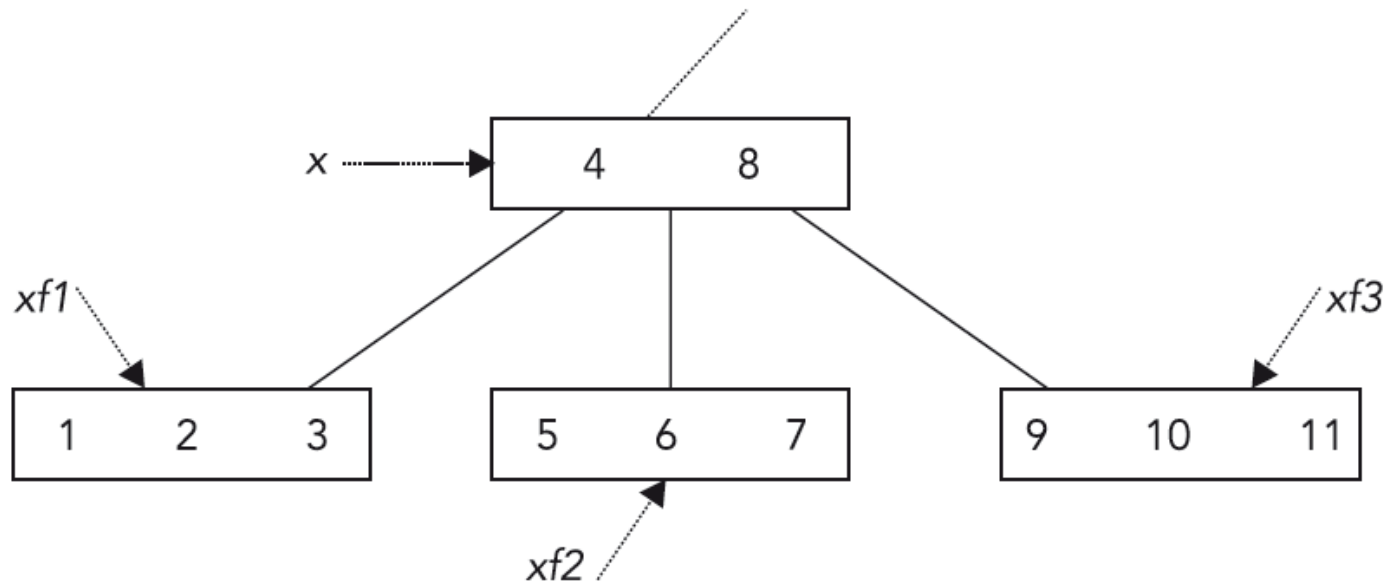
Características:

- Cada **conjunto de chaves armazenadas em um nodo** deve ser considerado como um indicador para a **localização do nodo filho** a ser utilizado na identificação de determinado valor.
- As chaves de cada nodo **são ordenados de forma crescente** e servem como **indicadores de intervalos** de valores:



Características...

- Cada intervalo formado pelas chaves do nodo está associado com um de seus filhos.
- Exemplo: $xf1 < 4$
- $4 < xf2 < 8$
- $xf3 > 8$



Características...

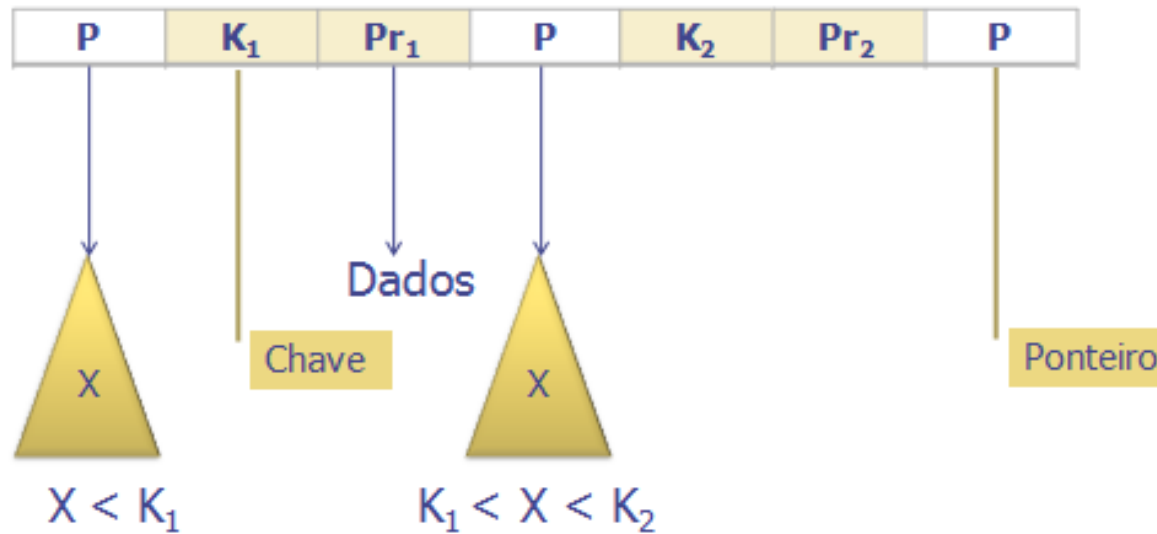
- ❑ Operações de **inserção e remoção** são **balanceadas** de modo a que cada nó tenha uma **ocupação mínima e máxima**;
- ❑ Uma **ocupação mínima** de 50% é garantida em cada nó (exceto a raiz);
- ❑ Procura por um registro requer somente **uma busca em profundidade** da raiz até uma folha apropriada;
- ❑ Todos os caminhos da raiz até a folha têm **o mesmo comprimento**;
- ❑ Páginas das folhas **são ligadas em sequência** através de ponteiros – podem ser percorridas em sequência nas duas direções.

Características

- Os nós são mais comumente chamados de **páginas**, pois, ao contrário das árvores binárias, podemos ter “n” **chaves no nó**;
- Em uma árvore B de **ordem m**, cada página contém:
 - no mínimo m registros (e $m + 1$ descendentes);
 - no máximo $2m$ registros (e $2m + 1$ descendentes);
 - exceto a página raiz, que pode conter entre 1 e $2m$ registros.
- Todas as páginas folha aparecem no mesmo nível.

Nó ou Página...

- **Ordem 1:**
- **Mínimo:** 1 registro ou chave ($m + 1$ filhos).
- **Máximo:** 2 ($2m$) ($2m + 1$ filhos)
- **Raiz:** entre 1 e $2m$: entre 1 e 2



Ordem = 1

Inserir um elemento

- **Primeiro passo:** pesquise a chave para ter a certeza de que esta não existe na árvore;
- **Segundo passo:** busque a **posição onde esta será inserida**. Se a página não estiver cheia, insira o valor dentro dela (reordenando as suas chaves, caso seja necessário), senão execute uma **subdivisão da página** da seguinte forma:
 - Verifique se a página pai está cheia, se não:
 - Passe o **elemento do meio** da página para seu pai.
 - **Divida a página** em duas páginas iguais.
 - Se a página **pai estiver cheia**, repita as **duas linhas acima recursivamente**. Caso todas as páginas-pais estiverem cheias, inclusive a raiz, deve ser criada uma nova página aumentando assim a altura da árvore.
- Somente após satisfazer todas as divisões necessárias, insira a nova chave.

Inserção Passo a Passo – Ordem 1

- Inserindo Danrlei



Inserção – Ordem 1

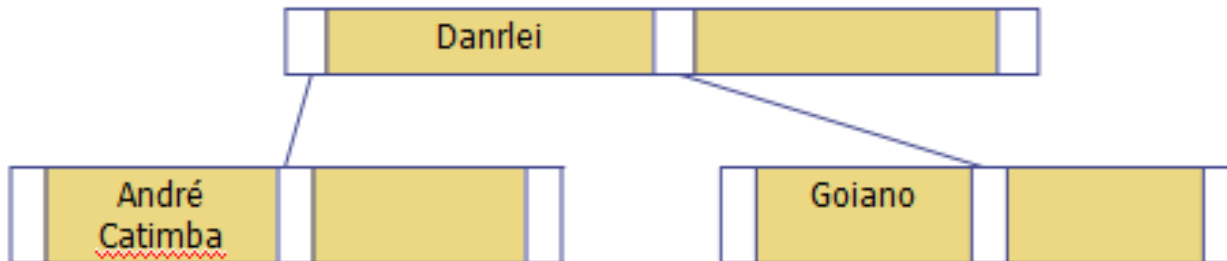
- Inserindo André Catimba



- Ordenar as duas chaves de forma a manter a classificação

Inserção – Ordem 1

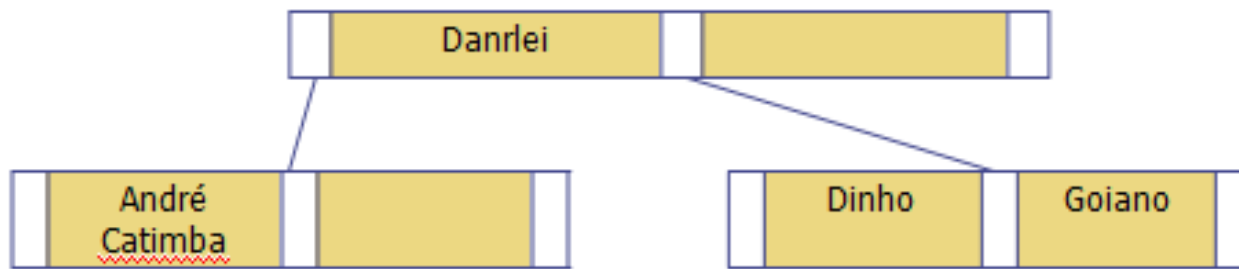
- Inserindo Goiano



- Ocorrerá overflow, ou seja, a página está cheia
- A chave do meio é Danrlei, que será promovida como pai da página atual. Ocorrerá a divisão (cisão) da página

Inserção – Ordem 1

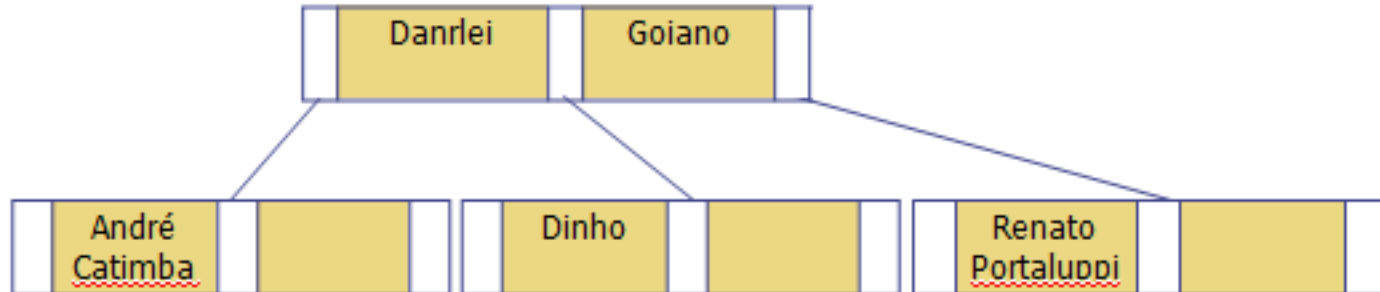
- Inserindo Dinho



- Navegar na árvore até achar a página folha (página com o Goiano);
- Inserir a chave reorganizando a página.

Inserção – Ordem 1

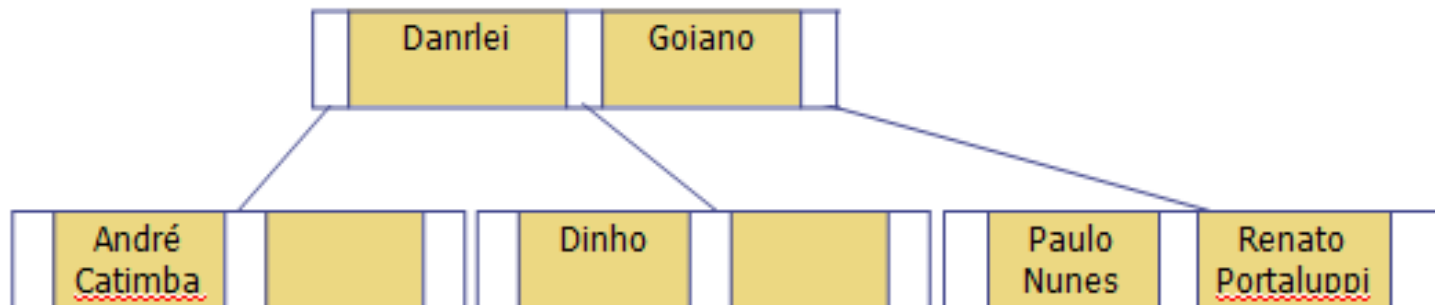
- Inserindo Renato Portaluppi



- Navegar até a página folha (página com o Dinho e Goiano);
- Como a página está cheia é necessário fazer a divisão;
- A chave do meio é promovida para a raiz;
- A página original é dividida. Como há espaço na raiz, ela não terá divisão.

Inserção – Orden 1

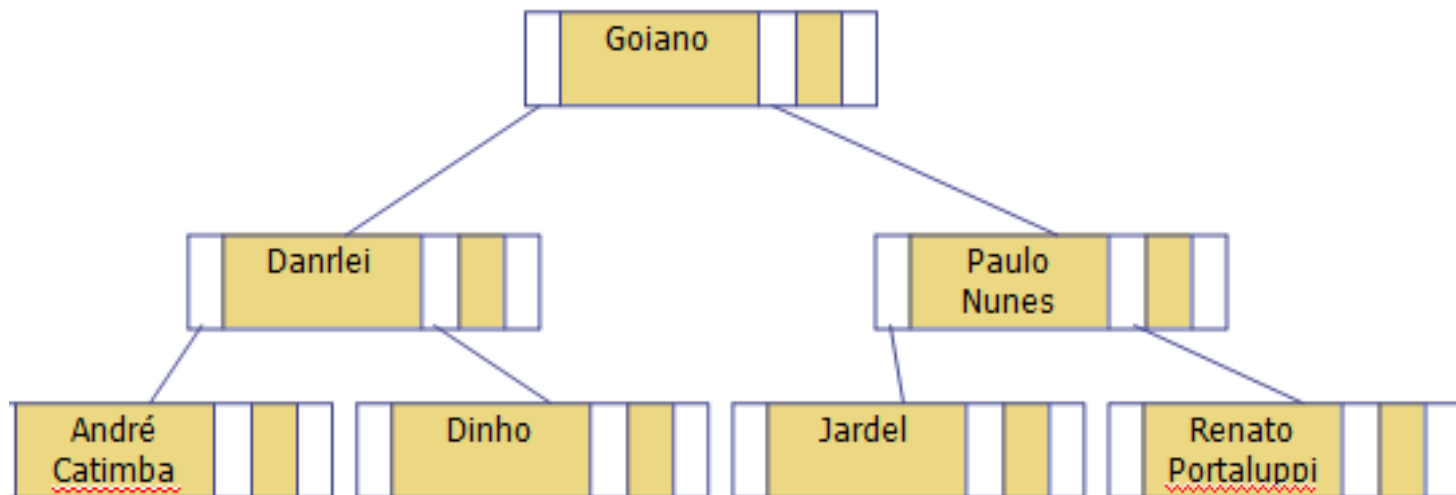
- Inserindo Paulo Nunes



- Navegar até a página folha (página com o Renato Portaluppi);
- Como a página não está cheia, apenas inserir.

Inserção – Ordem 1

- Inserindo Jardel



- Navegar até a página folha (página com o Paulo e Renato);
- A página está cheia, então, é dividido;
- A chave Paulo Nunes é movida para a página raiz;
- A página raiz está cheia, então, é dividido e uma nova página criada.

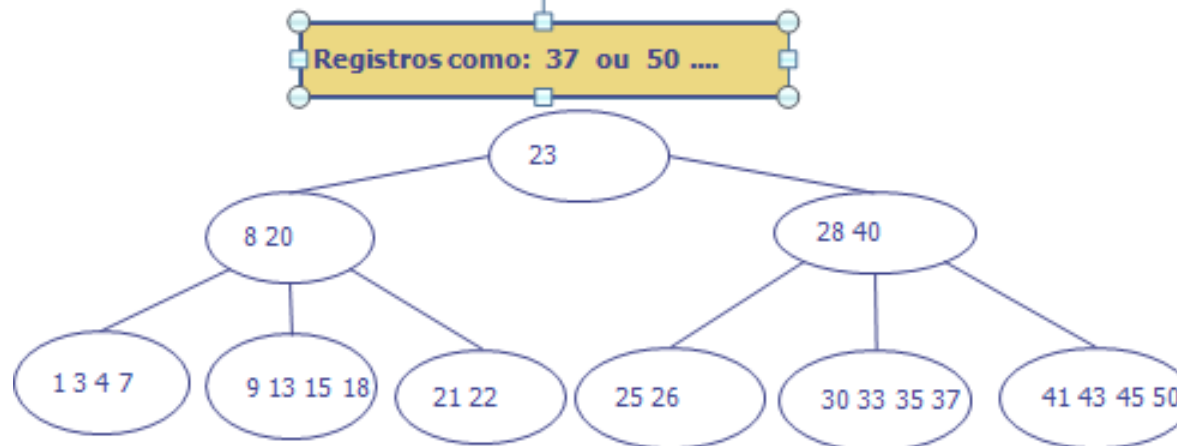
Exclusão

- Primeiro, é preciso localizar a página apropriada do registro a ser excluído
- Duas possibilidades:
 - **Caso 1:** quando o registro se encontra em uma página folha.
 - 1.1: A folha possui mais que m registros
 - 1.2: A folha possui apenas m registro e o irmão possui $m+1$ registros
 - 1.3: A folha e seus irmãos possuem apenas m registros
 - **Caso 2:** quando o registro não se encontra em uma folha. Nesse caso, o registro a ser retirado deve ser primeiro substituído por um outro para depois ser excluído.
- **Em ambos os casos deve-se verificar se a retirada não afeta as propriedades básicas de uma árvore B**

Exclusão – Caso 1.1

Árvores B (B-trees) – Excluir

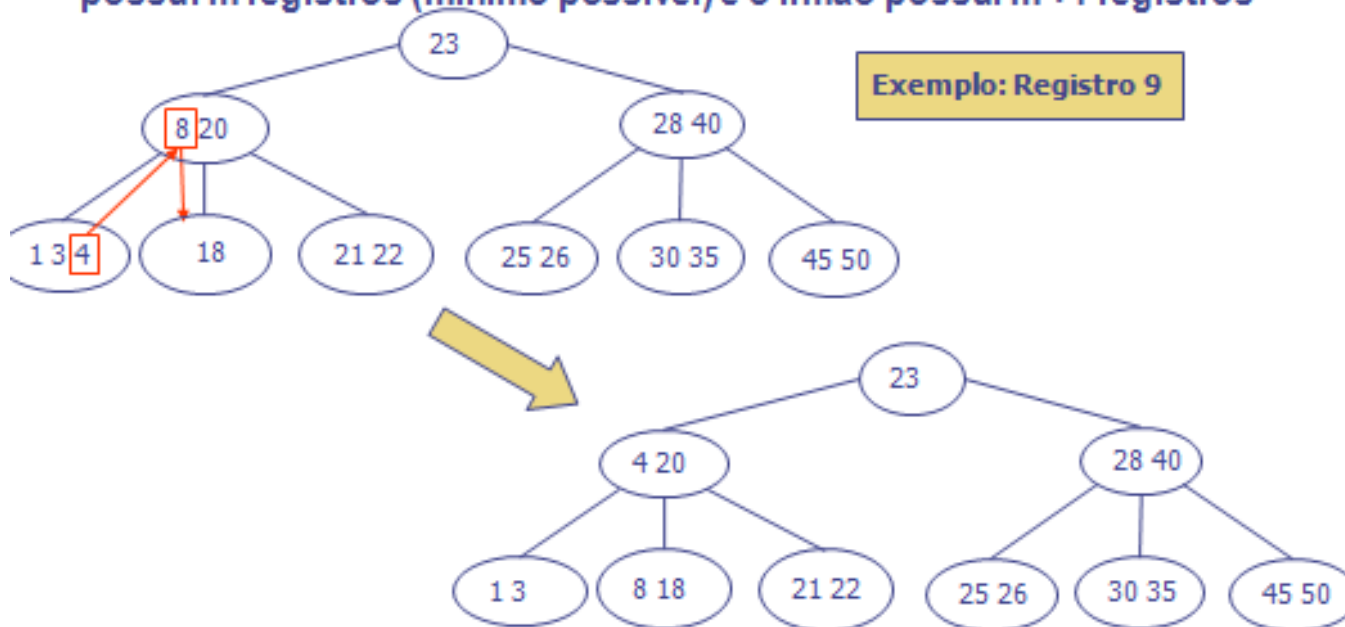
Caso 1.1: quando o registro se encontra em uma página folha e a folha possui mais que m registros. Ordem = 2.



Retirada simples do elemento da folha

Exclusão: caso 1.2

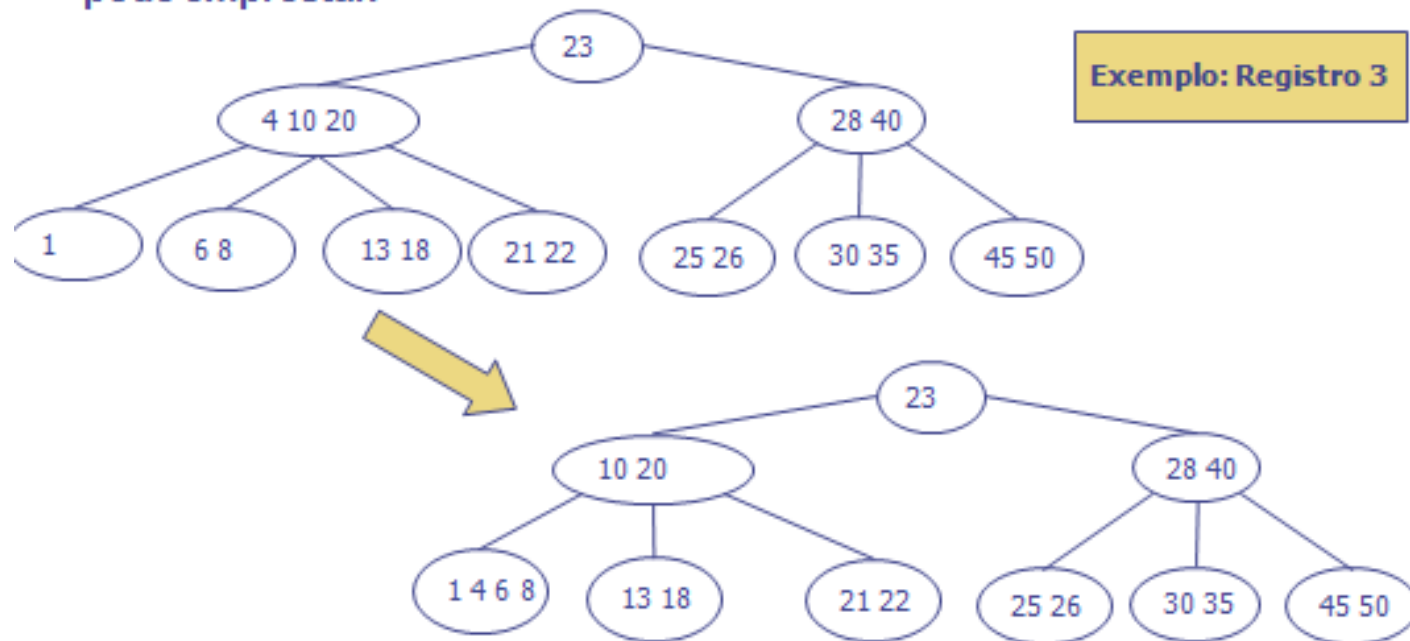
Caso 1.2: quando o registro se encontra em uma página folha e a folha possui m registros (mínimo possível) e o irmão possui $m+1$ registros



A chave k do pai que separa os irmãos pode ser incluída na página X e a última ou primeira chave do irmão (última se o irmão for da esquerda e primeira se o irmão for da direita) pode ser inserida no pai no lugar de k .

Exclusão – Caso 1.3.1

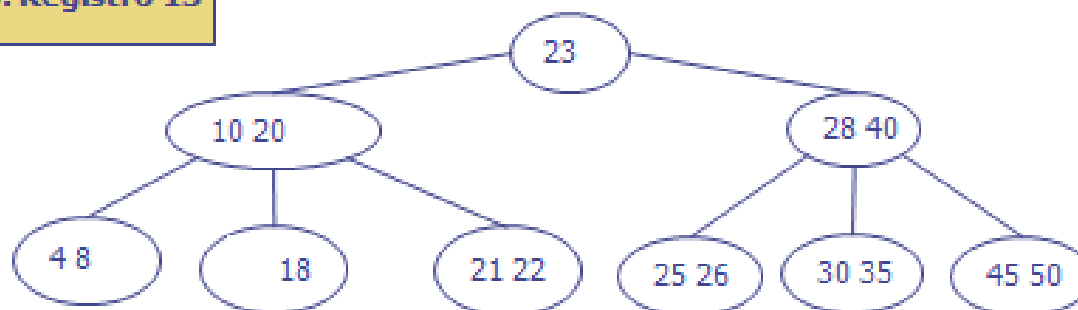
Caso 1.3.1: quando o registro se encontra em uma página folha; a folha e seus irmãos possuem m registros (mínimo possível) e o pai pode emprestar.



Remoção – Caso 1.3.2

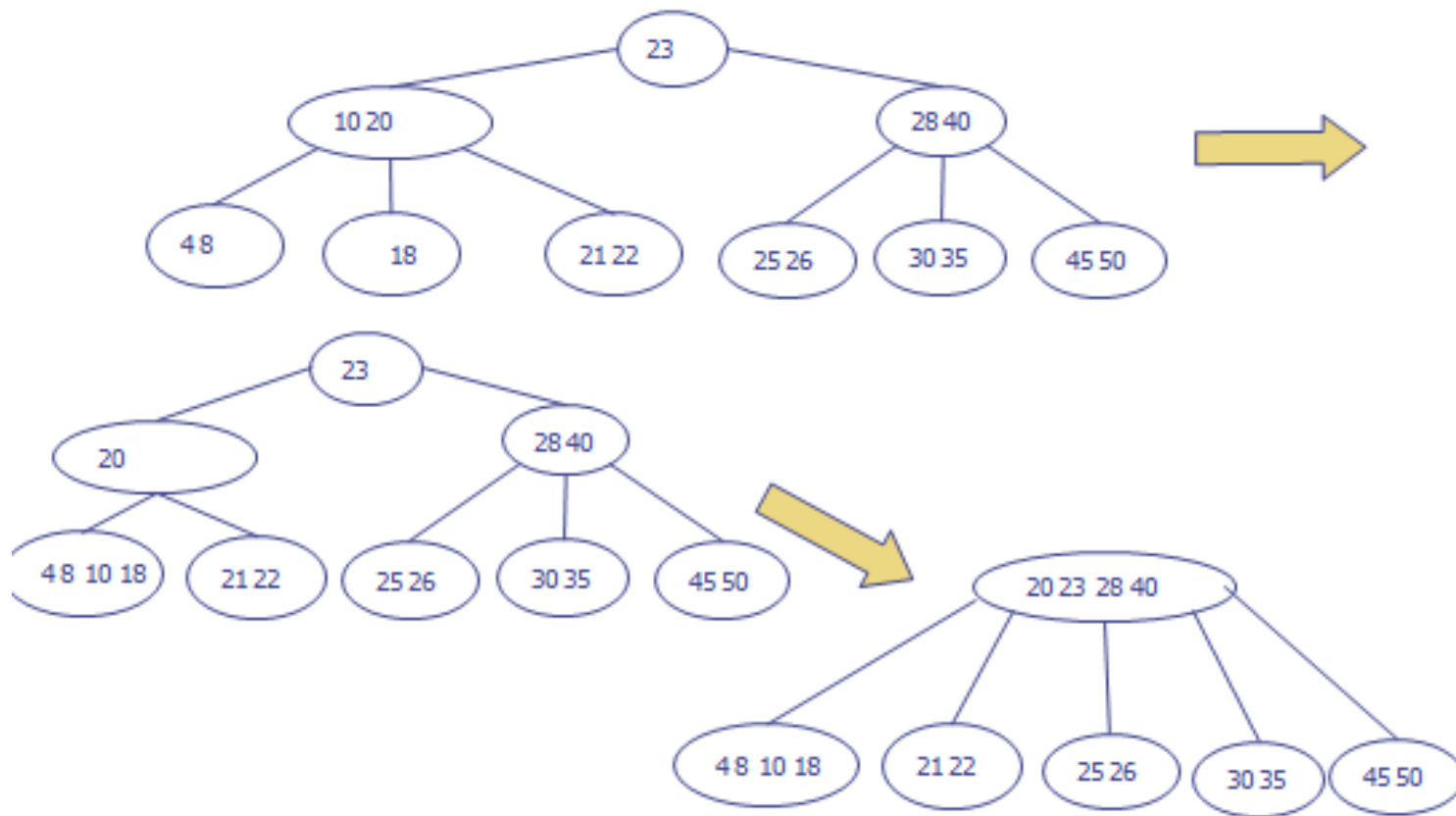
Caso 1.3.2: quando o registro se encontra em uma página folha; a folha e seus irmãos possuem m registros (mínimo possível) e o pai não pode emprestar.

Exemplo: Registro 13



Se os dois irmãos de X e o pai contiverem exatamente m registros (ocupação mínima), nenhum registro poderá ser emprestado. Neste caso, a página X e um de seus irmãos serão concatenados (underflow) em uma única página que também contém a chave separadora do pai, e o procedimento é feito recursivamente até que as páginas contenham a quantidade mínima de registros.

Remoção – 1.3.2



Remoção – Caso 2

Caso 2: quando o registro não se encontra em uma folha.

Mesmo procedimento de remoção em árvores binárias ou AVL

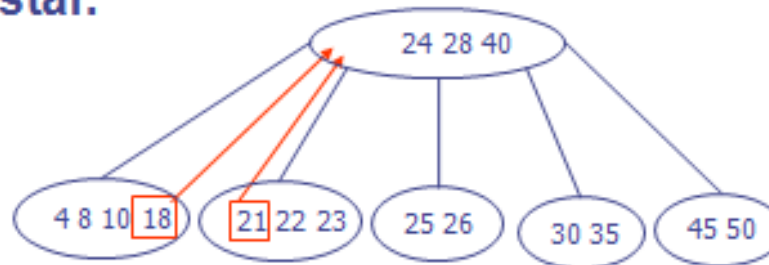
Substituição pela maior chave da sub-árvore à esquerda;
Substituição pela menor chave da sub-árvore à direita.

Caso 2.1: a sub-árvore vizinha possui registros para emprestar;

Caso 2.2: a sub-árvore vizinha não possui registros para emprestar.

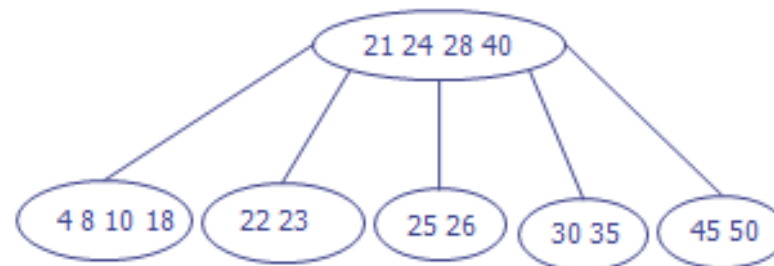
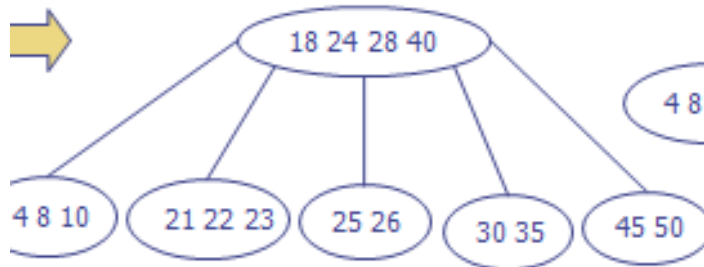
Exclusão – Caso 2.1

Caso 2.1: a sub-árvore vizinha possui registros para emprestar.



Exemplo: Registro 20

OU

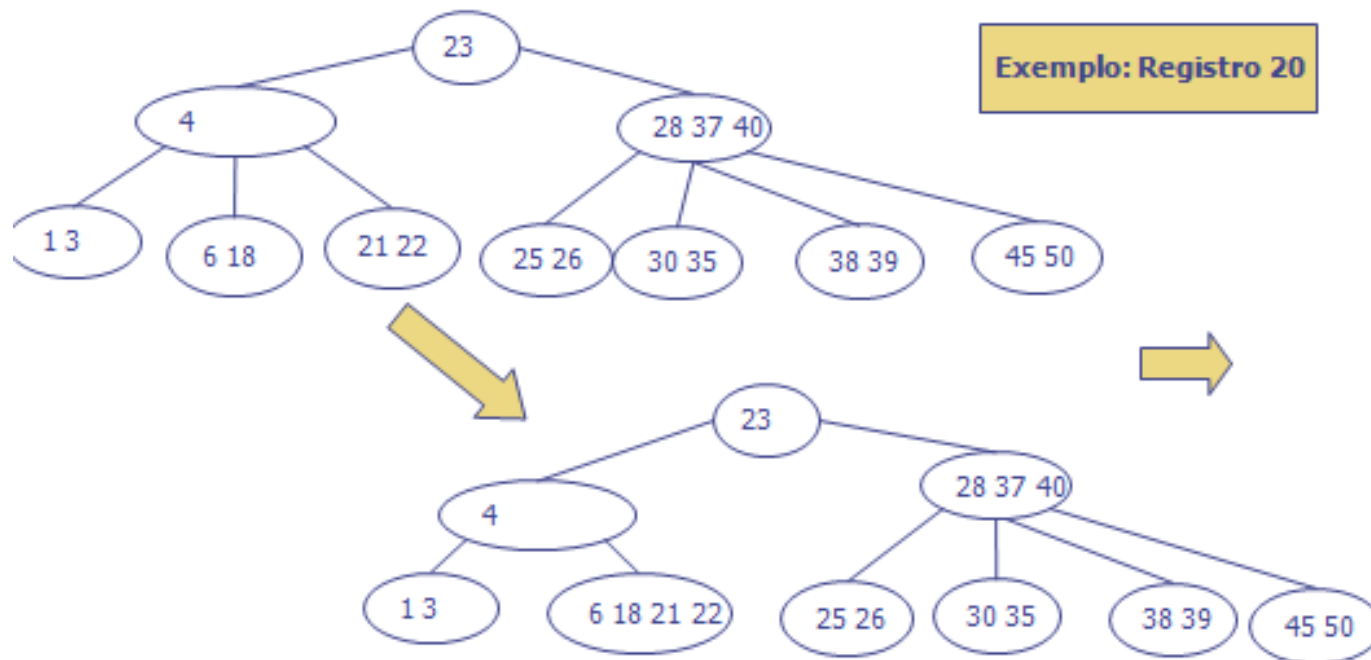


Exclusão

- Caso 2: quando o registro não se encontra em uma folha.
- Possui dois casos:
 - Caso 2.2.1: O irmão possui registros para emprestar
 - Caso 2.2.2: O irmão não possui registros para emprestar

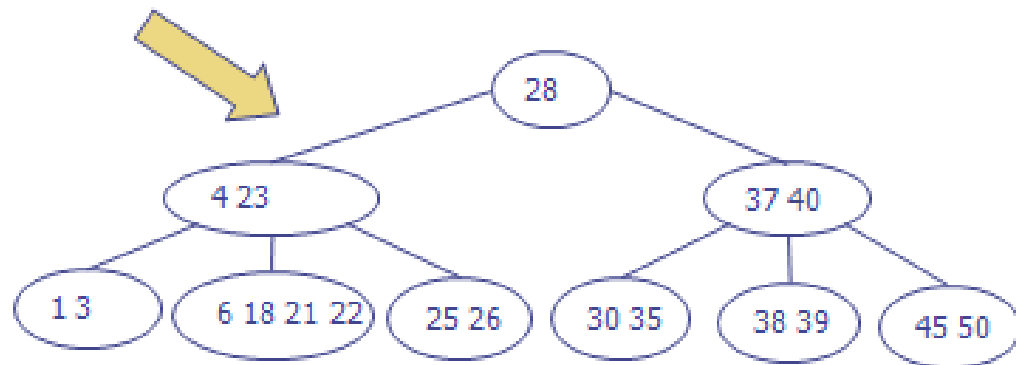
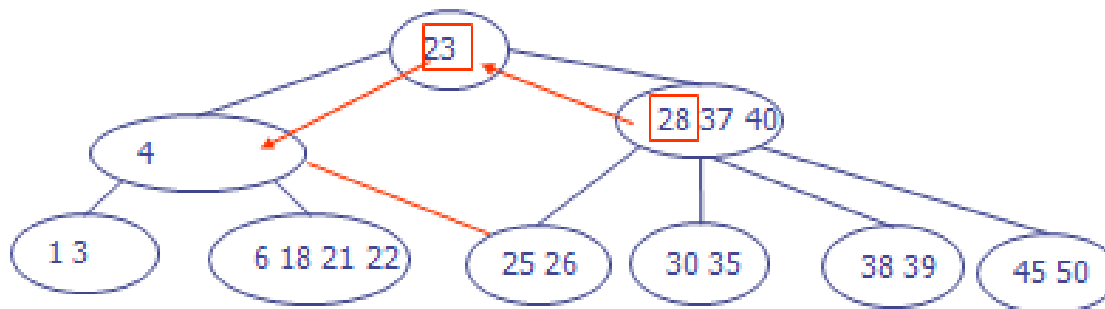
Caso 2.2.1

- **Caso 2.2.1:** a sub-árvore vizinha **NÃO** possui registros para emprestar e o irmão possui registros para emprestar.



Caso 2.2.1

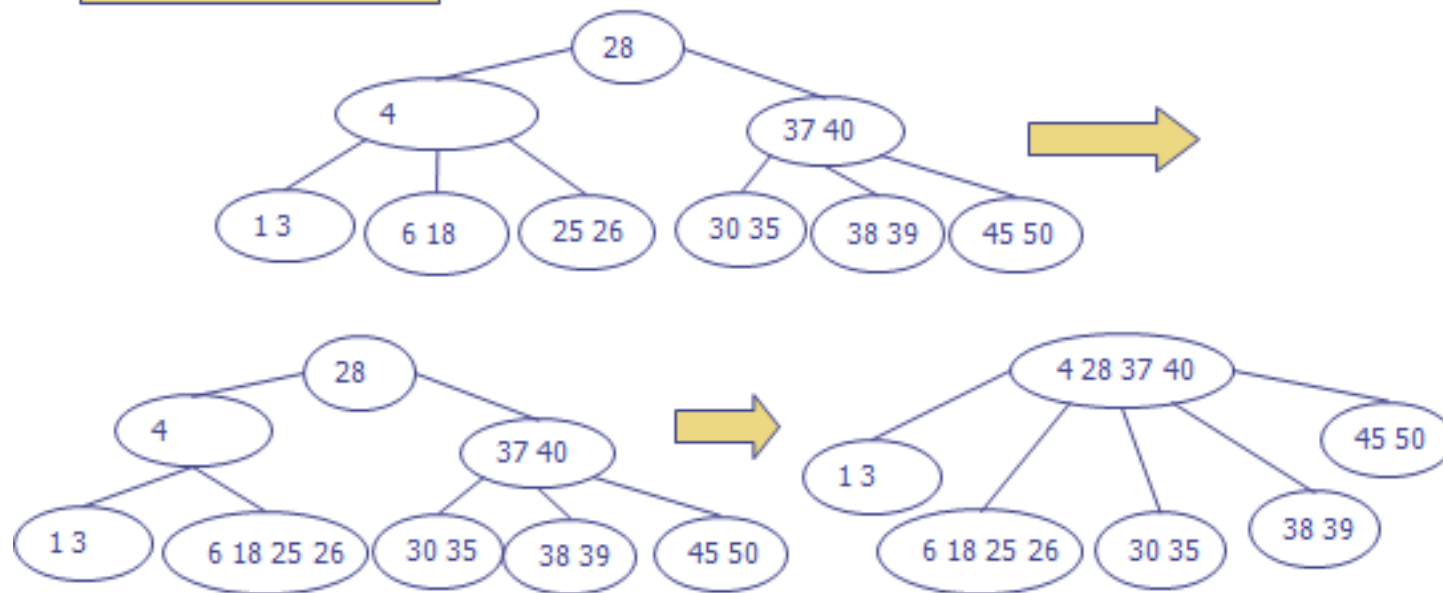
- **Caso 2.2.1:** a sub-árvore vizinha **NÃO** possui registros para emprestar e o irmão possui registros para emprestar.



Caso 2.2.2

- Caso 2.2.2: a sub-árvore vizinha NÃO possui registros para emprestar e o irmão também NÃO possui registros para emprestar.

Exemplo: Registro 23



Tarefa B-Tree

1 - Mostre passo-a-passo a inserção das chaves de “A” a “G” em uma árvore B. Ordem = 1.

2 - Mostre a árvore em cada uma das três fases. Ordem = 2.

Inserir os valores: 20, 10, 40, 50, 30.

Inserir os valores: 55, 3, 11, 4, 28, 36, 33, 52, 17, 25 e 13

Inserir os valores: 45, 9, 43, 8, 48.

3 – Excluir as seguintes chaves: 30, 72, 55, 66, 60, 70, 10

Ordem = 2

