



Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Relatório da disciplina CM-202: Planejamento e Controle para Robótica Móvel

Laboratório 4: Simulação Cinemática de Robôs com rodas

Guilherme Müller Bertolino

1. Introdução

Nesse laboratório, foram implementadas as equações da cinemática de robôs com rodas, trabalhou-se com dois tipos de robôs:

- Diferencial: robô dotado de duas rodas atuadas, possui uma restrição de movimento de modo que não é capaz de instantaneamente se mover na direção perpendicular para onde sua frente está apontando;
- Omnidirecional: robô capaz de se mover instantaneamente em qualquer direção, possui quatro rodas atuadas.

2. Metodologia

2.1. Robô diferencial

No robô diferencial, para propagar a postura dele em um controlador discreto considerando Zero Order Hold (ZOH), utilizou-se a equação 1.

$$\begin{bmatrix} x[k+1] \\ y[k+1] \\ \psi[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x[k] + 2\frac{v[k]}{\omega[k]} \sin\left(\frac{\omega[k]T}{2}\right) \cos\left(\psi[k] + \frac{\omega[k]T}{2}\right) \\ y[k] + 2\frac{v[k]}{\omega[k]} \sin\left(\frac{\omega[k]T}{2}\right) \sin\left(\psi[k] + \frac{\omega[k]T}{2}\right) \\ \psi[k] + \omega[k]T \end{bmatrix} \quad (1)$$

Observa-se que essas equações geram uma divisão por zero se $\omega = 0$, então é utilizado um caso em que, se ω for menor do que um threshold, utiliza-se a aproximação $\sin(x) \approx x$, de modo a evitar esse problema.

Para converter as velocidades desejadas v e ω para velocidades das rodas comandadas ao robô, são usadas as Equações 2 e 3 de cinemática inversa.

$$\omega_r = \left(v + \frac{\omega l}{2}\right) \frac{1}{r} \quad (2)$$

$$\omega_l = \left(v - \frac{\omega l}{2}\right) \frac{1}{r} \quad (3)$$

Essas equações geram as velocidades desejadas por meio das Equações 4 e ?? de cinemática direta.

$$v = \left(\frac{\omega_r + \omega_l}{2} \right) r \quad (4)$$

$$\omega = \left(\frac{\omega_r - \omega_l}{l} \right) \quad (5)$$

Nessas Equações, l é a distância entre as rodas do robô e r é o raio da roda.

2.2. Robô omnidirecional

No robô omnidirecional, para propagar a postura dele em um controlador discreto considerando Zero Order Hold (ZOH), utilizou-se a equação 6.

$$\begin{bmatrix} x[k+1] \\ y[k+1] \\ \psi[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x[k] + 2 \frac{v[k]}{\omega[k]} \sin\left(\frac{\omega[k]T}{2}\right) \cos\left(\psi[k] + \frac{\omega[k]T}{2}\right) - 2 \frac{v_n}{\omega} \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \sin\left(\psi[k] + \frac{\omega T}{2}\right) \\ y[k] + 2 \frac{v[k]}{\omega[k]} \sin\left(\frac{\omega[k]T}{2}\right) \sin\left(\psi[k] + \frac{\omega[k]T}{2}\right) + 2 \frac{v_n}{\omega} \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \cos\left(\psi[k] + \frac{\omega T}{2}\right) \\ \psi[k] + \omega[k]T \end{bmatrix} \quad (6)$$

Para converter as velocidades desejadas $[v \ v_n \ \omega]^T$ para velocidades das rodas comandadas ao robô $[v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4]^T$, é utilizada a Equação 7 de cinemática inversa.

$$v_\omega = M v_r \quad (7)$$

Onde M é a matriz:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -\sin(\alpha_1 + \beta_1) & \cos(\alpha_1 + \beta_1) & l_1 \cos \beta_1 \\ -\sin(\alpha_2 + \beta_2) & \cos(\alpha_2 + \beta_2) & l_2 \cos \beta_2 \\ -\sin(\alpha_3 + \beta_3) & \cos(\alpha_3 + \beta_3) & l_3 \cos \beta_3 \\ -\sin(\alpha_4 + \beta_4) & \cos(\alpha_4 + \beta_4) & l_4 \cos \beta_4 \end{bmatrix}$$

A cinemática direta é dada pela matriz pseudoinversa de Moore-Penrose com a Equação 8

$$v_r = M^+ v_\omega \quad (8)$$

3. Resultados

3.1. Simulador de Robô diferencial

Após implementar o simulador do robô diferencial com as Equações de ZOH e cinemática direta e inversa, foram obtidos os resultados das Figuras 3, 2 e ??. Os robôs foram simulados iniciando com postura $[0 \ 0 \ 0]$, $v = 1m/s$ e $\omega \in \{-5 : 2.5 : 5\}rad/s$.

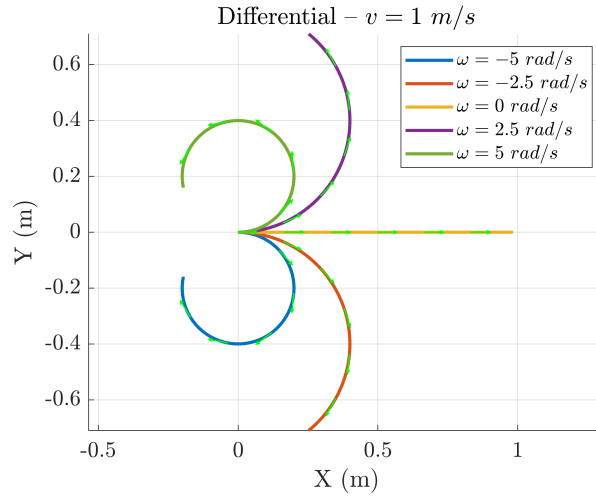


Figura 1: Trajetória seguida pelo robô diferencial

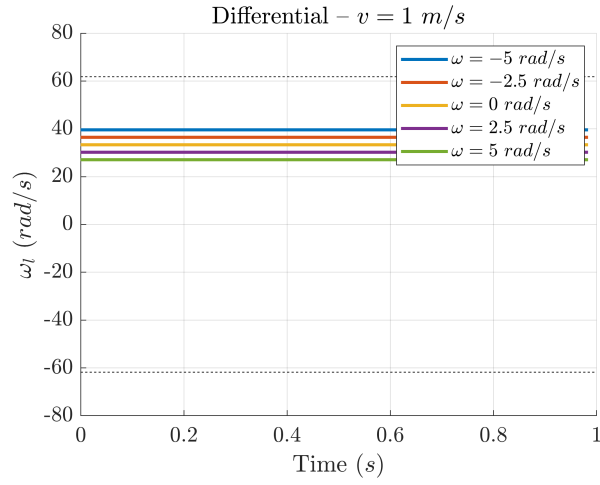


Figura 2: ω_l do robô diferencial

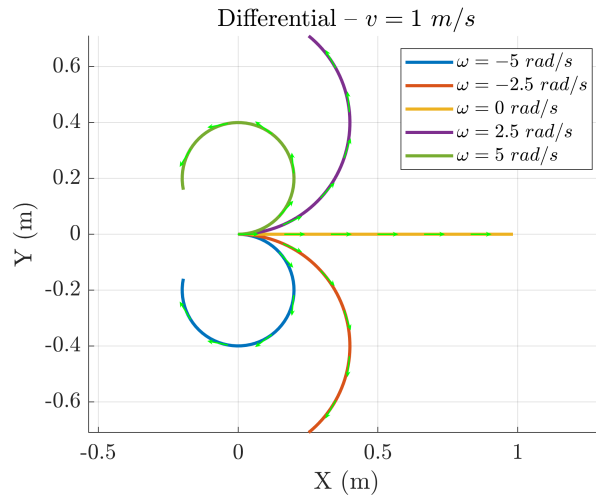


Figura 3: ω_r do robô diferencial

A partir dos resultados da simulação, observa-se que o robô seguiu o comportamento esperado.

3.2. Controlador seguidor de linha

As equações do robô diferencial também foram testadas por meio de um controlador seguidor de linha, obtendo como resultados as Figuras 4, 5 e 6. Essa simulação foi feita com o robô iniciando com postura $[0, 0, 0]$, $x_r = 1m$ e $y_r \in \{-1 : 0.5 : 1\}m$.

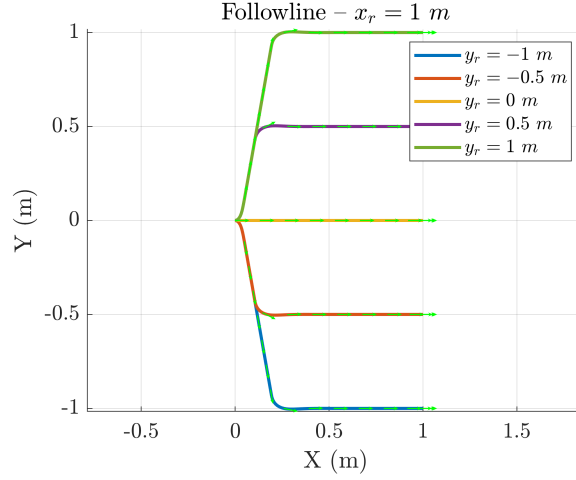


Figura 4: Trajetória seguida pelo robô com controlador seguidor de linha

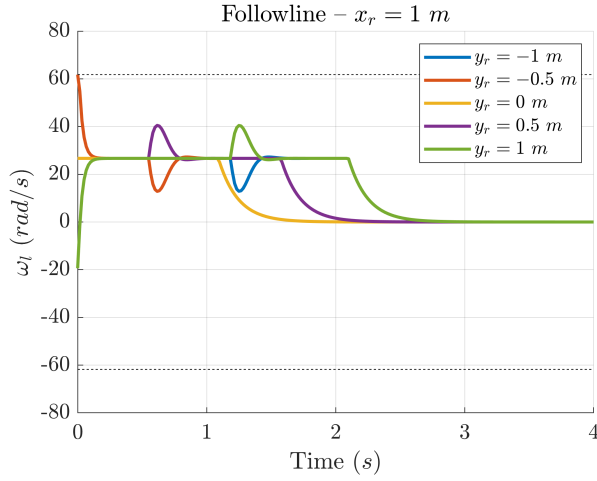


Figura 5: ω_l do robô com controlador seguidor de linha

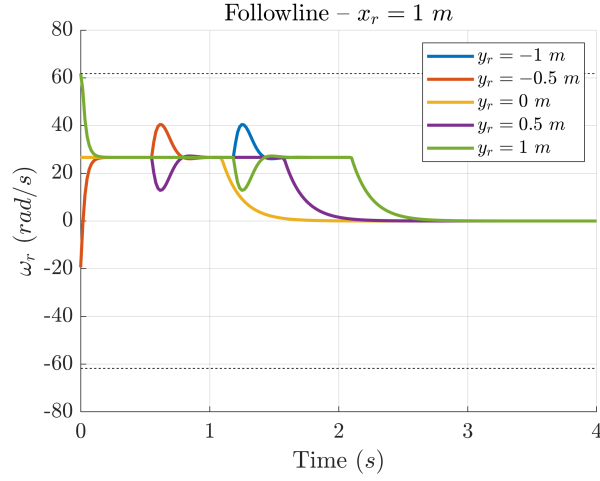


Figura 6: ω_r do robô com controlador seguidor de linha

Observa-se que o robô consegue partir da postura inicial e alcançar o ponto de referência, os pequenos pulsos nos gráficos de ω_l e ω_r são os pontos onde o robô alcança a linha de referência e tem de fazer uma curva.

3.3. Simulador de Robô omnidirecional

Após implementar o simulador do robô omnidirecional com as Equações de ZOH e cinemática direta e inversa, foram obtidos os resultados das Figuras . Os robôs foram simulados em duas séries de experimentos: (i) $v = 0.5m/s$, $v_n \in \{-1 : 0.5 : 1\}m/s$ e $\omega = 0rad/s$; e (ii) $v = 0.5m/s$, $v_n = 0m/s$ e $\omega \in \{-5 : 2.5 : 5\}rad/s$.

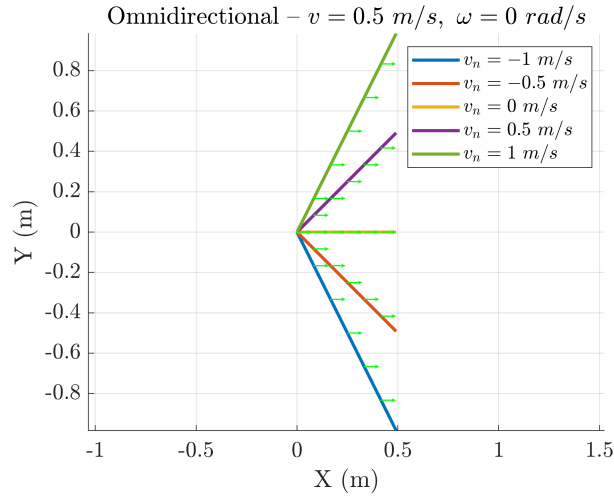


Figura 7: Trajetória do robô omnidirecional no primeiro experimento

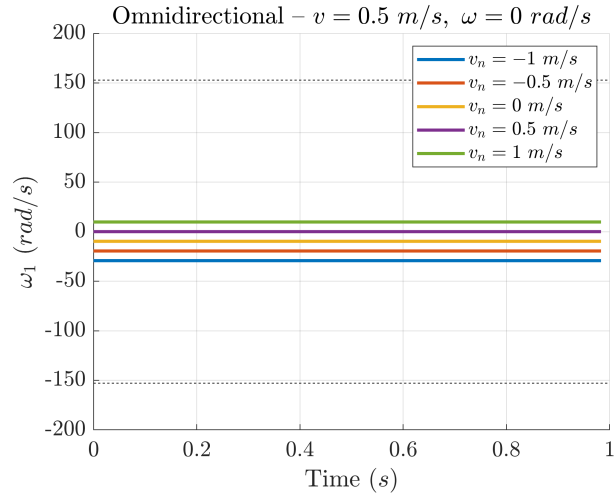


Figura 8: ω_1 do robô omnidirecional no primeiro experimento

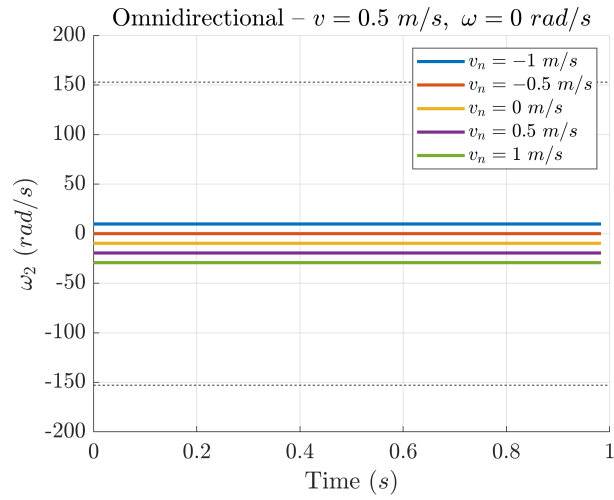


Figura 9: ω_2 do robô omnidirecional no primeiro experimento

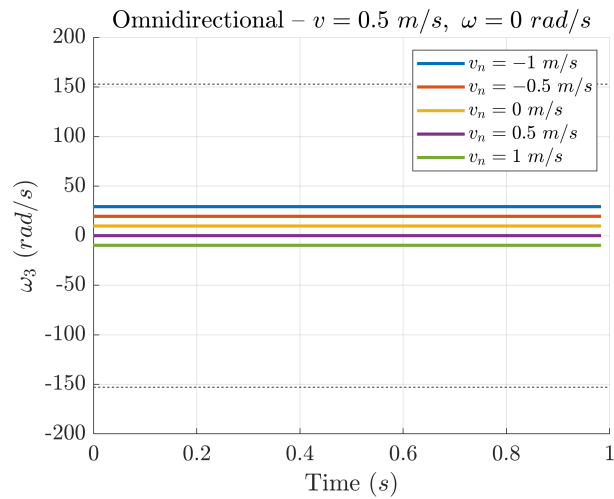


Figura 10: ω_3 do robô omnidirecional no primeiro experimento

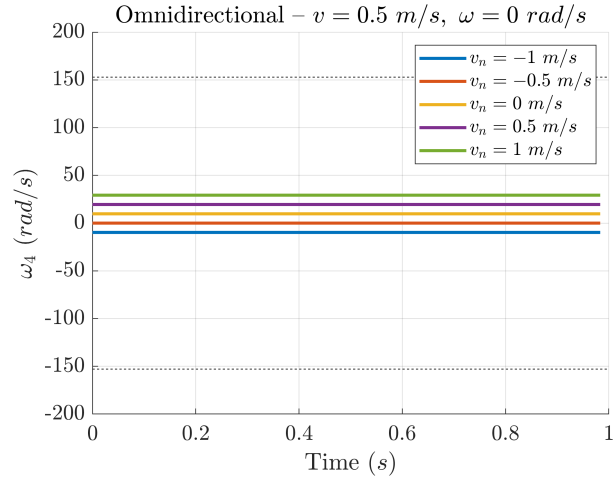


Figura 11: ω_4 do robô omnidirecional no primeiro experimento

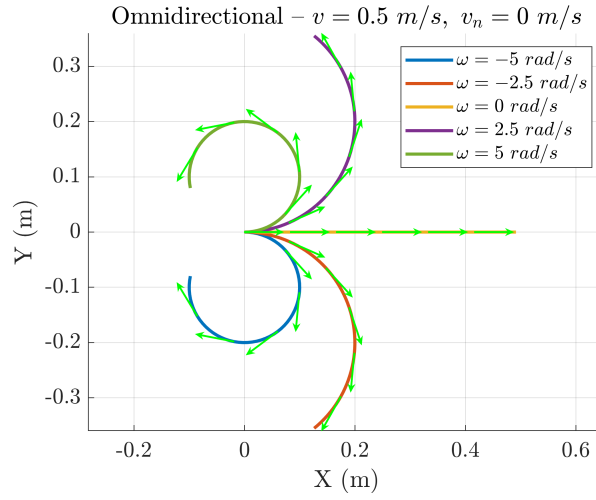


Figura 12: Trajetória do robô omnidirecional no segundo experimento

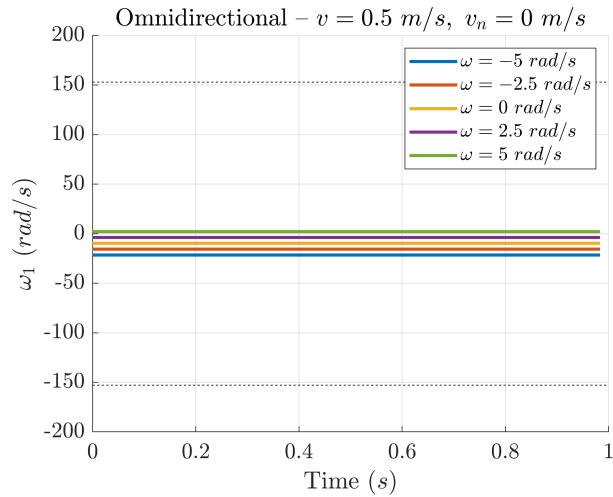


Figura 13: ω_1 do robô omnidirecional no segundo experimento

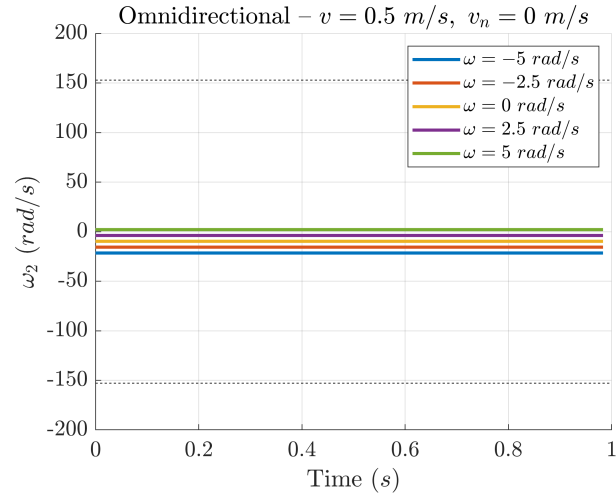


Figura 14: ω_2 do robô omnidirecional no segundo experimento

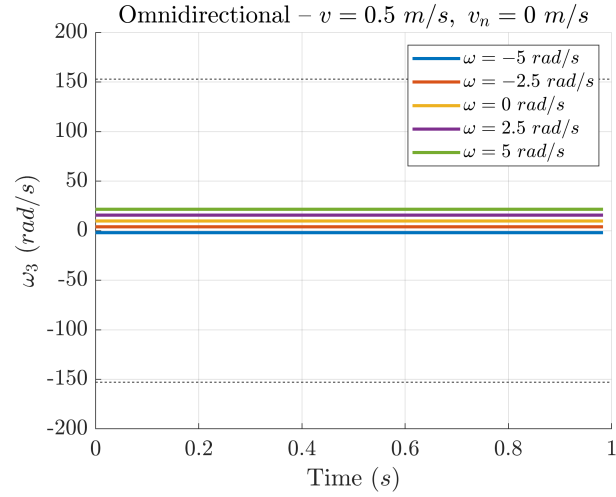


Figura 15: ω_3 do robô omnidirecional no segundo experimento

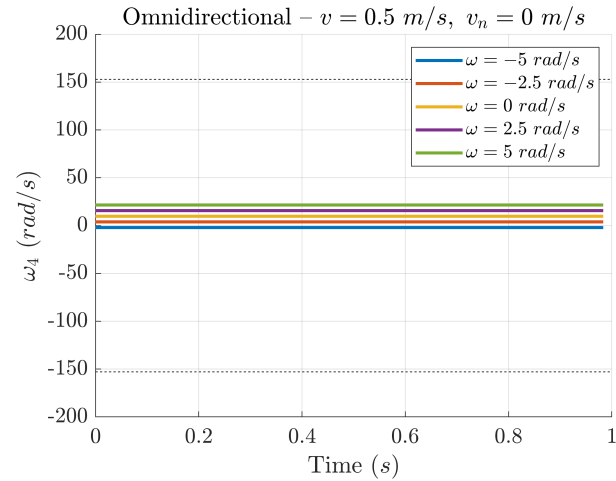


Figura 16: ω_4 do robô omnidirecional no segundo experimento

Observa-se que o robô seguiu a trajetória esperada nos experimentos propostos.