

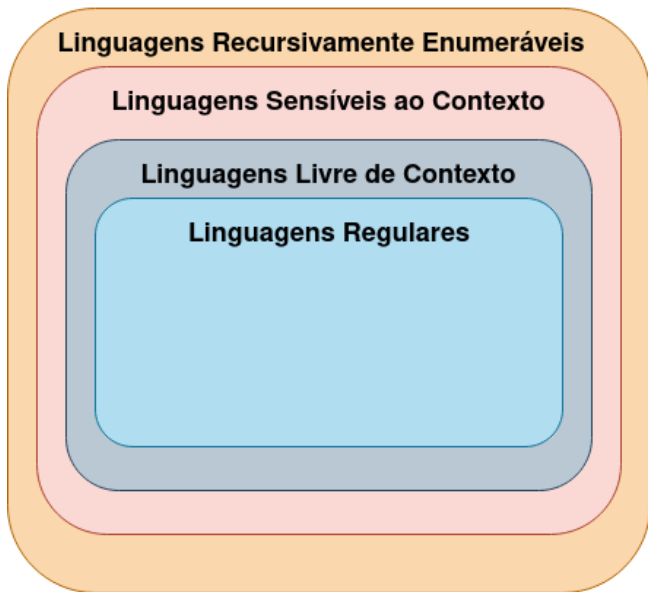
Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade

Guilherme Henrique de Souza Nakahata

Universidade Estadual do Paraná - Unespar

23 de março de 2023

- Uma linguagem formal é definida a partir de um alfabeto, formando-se palavras.
- Linguagens formais devem ter:
 - **Sintaxe** bem definida, de modo que dado uma palavra seja possível saber se ela pertence ou não a uma linguagem.
 - **Semântica** consistente, não permitindo palavras ou sentenças **ambíguas**.
- Exemplo de Linguagens formais:
 - C.
 - Pascal.
 - Java.
 - Cobol.



Hierarquia de Chomsky

Tipo da Linguagem	Reconhecedor	Gerador
Linguagem Regular	Autômato Finito	Gramática regular
Linguagem Livre de contexto	Autômato a pilha	Gramática livre de contexto
Linguagem Sensíveis ao contexto	Autômato limitado linearmente	Gramática sensível ao contexto
Linguagem Enumerável Recursivamente	Maquina de Turing	Gramática irrestrita

Exemplo de linguagens.

- $L = \{\text{Todas as palavras possíveis}\}$
- $L = \{\text{Palavras de tamanho par}\}$
- $L = \{\text{Palavras que começa com 0}\}$

Exemplo de alfabeto:

0 e 1.

a,b,c.

Anotações importantes:

- **W** representa a palavra.
- **|W|** representa o tamanho da palavra.
- ***** representa que aceita todas as palavras possíveis para a linguagem.
- **+** representa que aceita todas as palavras possíveis para a linguagem, **menos o conjunto vazio**.

Exemplo de linguagens utilizando anotações.

- $L = \{W \in \{a, b, c\}^*\}$
- $L = \{W \in \{a, b, c\}^+\}$
- $L = \{W \in \{a, b, c\}^* \mid |W| \text{ é ímpar}\}$

São definidas através de uma linguagem formal e um alfabeto.

Exemplos para o alfabeto **0 e 1**:

- $L = \{\text{Todas as palavras possíveis}\} = \lambda, \mathbf{0, 1, 00, 01, \dots}$
- $L = \{\text{Palavras de tamanho par}\} = \mathbf{00, 01, 10, 11, 0001, \dots}$
- $L = \{\text{Palavras que começa com 0}\} = \mathbf{00, 01, 010, 011, 0001, \dots}$

Exemplos para o alfabeto **a,b** e **c**:

- $L = \{a^n | n > 0\} = \mathbf{a,aa,aaa,aaaa,...}$
- $L = \{ab^n | n > 0\} = \mathbf{ab,abb,abbb,abbbb,...}$
- $L = \{a^n b^n | n > 0\} = \mathbf{ab,aabb,aaabbb,aaaabbbb,...}$

Exemplos para o alfabeto **a,b e c**:

- $L = \{c^n a^n | n > 0\}$
- $L = \{ab^n c | n > 0\}$
- $L = \{a^n b^n c^n | n > 0\}$
- $L = \{a^i b^j c^k | i = j + k, j > 0, k > 0\}$
- $L = \{a^i b^j c^k | k = i + j, i > 0, j > 0\}$

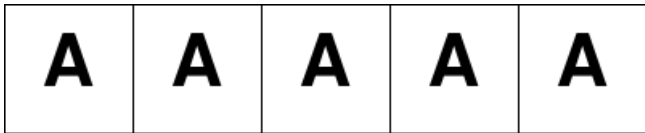
Exemplos para o alfabeto **a,b e c**:

- $L = \{c^n a^n | n > 0\} = \mathbf{ca, ccaa, cccaaa, \dots}$
- $L = \{ab^n c | n > 0\} = \mathbf{ab, abbc, abbbc, abbbbc, \dots}$
- $L = \{a^n b^n c^n | n > 0\} = \mathbf{abc, aabbcc, aaabbbccc, \dots}$
- $L = \{a^i b^j c^k | i = j + k, j > 0, k > 0\} = \mathbf{aabc, aaabbc, aaabcc, aaaabbbc, \dots}$
- $L = \{a^i b^j c^k | k = i + j, i > 0, j > 0\} = \mathbf{abcc, abbccc, aabccc, \dots}$

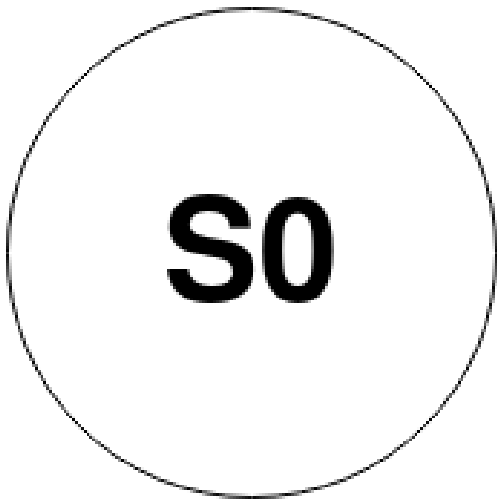
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Um **AFD** é um modelo matemático que representa uma máquina de estado que é capaz de reconhecer uma linguagem regular.
- Um **AFD** é composto por:
 - **Fita**: contém a palavra a ser testada.
 - **Unidade de Controle**: representa o estado atual do AFD.
 - **Função de transição**: comanda a leitura a partir do estado atual com o símbolo da fita.

- Representação gráfica de uma **FITA**.

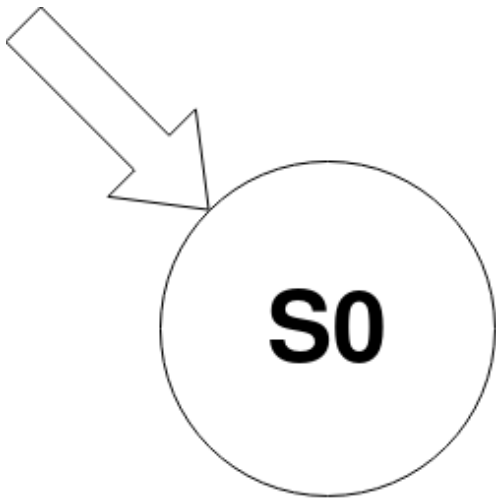


- Representação gráfica de um **ESTADO**.

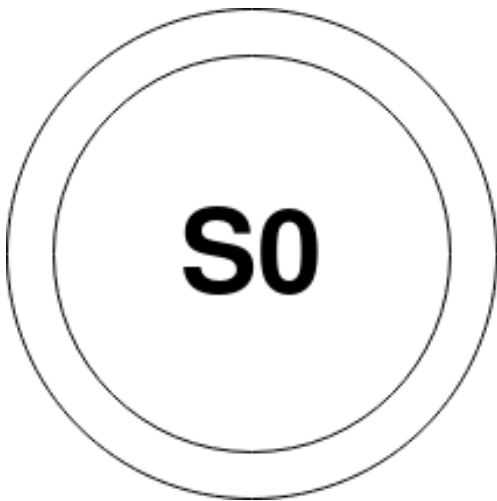


Autômato Finito Determinístico (AFD) - ESTADO INICIAL

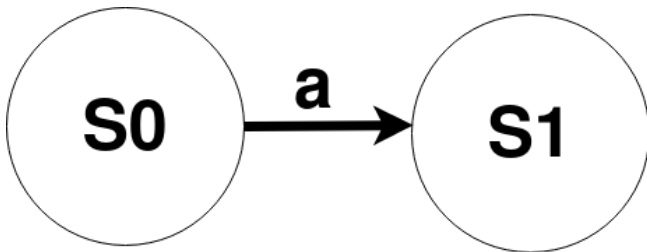
- Representação gráfica de um **ESTADO INICIAL**.



- Representação gráfica de um **ESTADO FINAL**.



- Representação gráfica de uma **TRANSIÇÃO**.

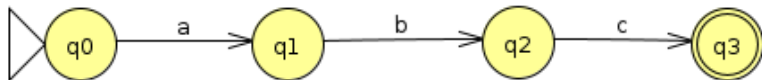


Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Para uma palavra ser aceita pelo AFD, deve-se:
 - Processar toda ela.
 - Terminar em um estado final;
- Pode ter mais de um estado final;
- Não pode ter função de transição com o mesmo símbolo partindo do mesmo estado.

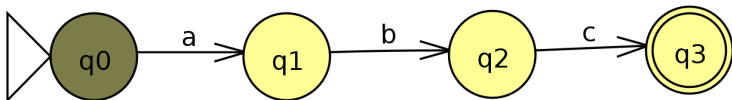
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo de um AFD **simples**:
- $L = \{abc\}$



Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo da palavra **abc** para o AFD:
- $L = \{abc\}$

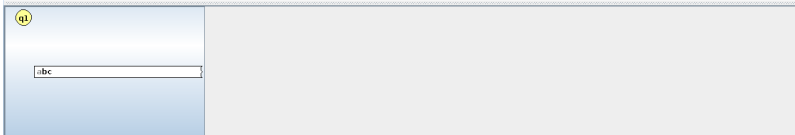
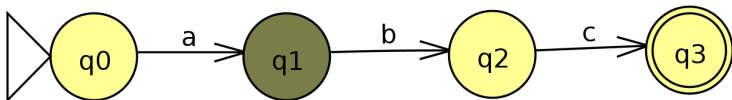


q0

abc

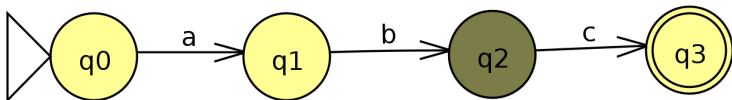
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo da palavra **abc** para o AFD:
- $L = \{abc\}$



Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo da palavra **abc** para o AFD:
- $L = \{abc\}$

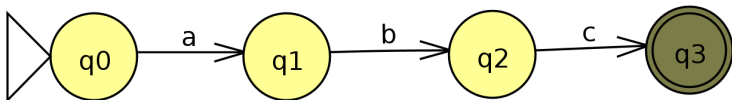


q2

abc

Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo da palavra **abc** para o AFD:
- $L = \{abc\}$

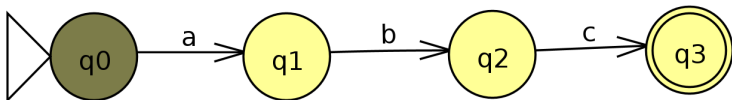


q3

abc

Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo da palavra **abbc** para o AFD:
- $L = \{abc\}$

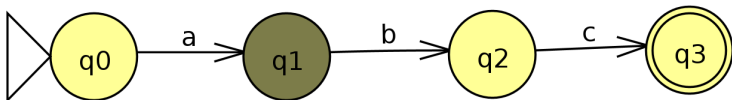


q0

abbc

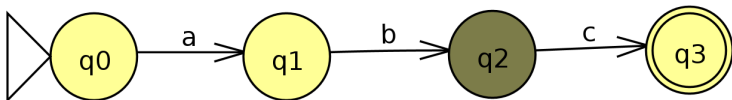
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo da palavra **abbc** para o AFD:
- $L = \{abc\}$



Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo da palavra **abbc** para o AFD:
- $L = \{abc\}$

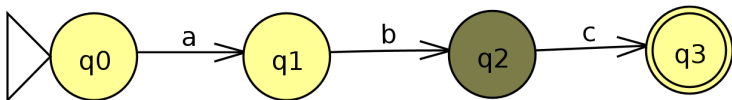


q2

abbc

Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo da palavra **abbc** para o AFD:
- $L = \{abc\}$

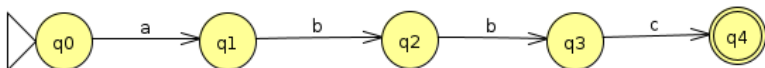


q2

abbc

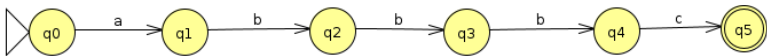
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo de um AFD **simples**:
- $L = \{abbc\}$



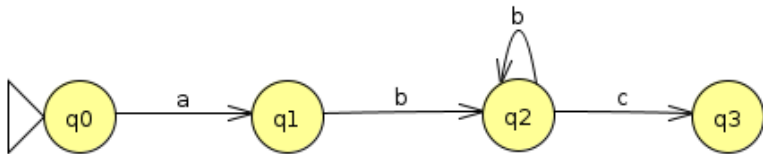
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo de um AFD **simples**:
- $L = \{abbbc\}$



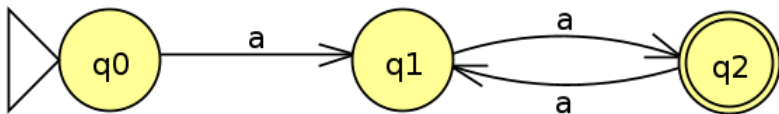
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo de um AFD **simples**:
- $L = \{ab^nc \mid n > 0\}$



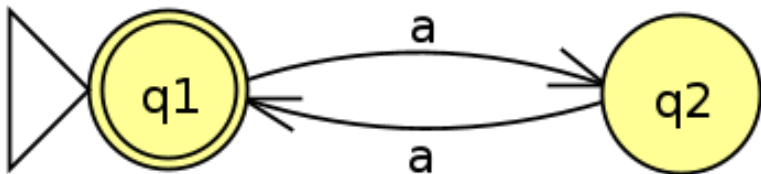
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo de um AFD **simples**:
- $L = \{ab^{2n} | n > 0\}$



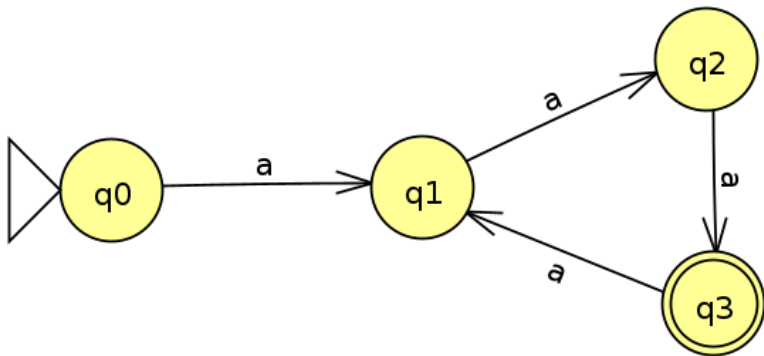
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo de um AFD **simples**:
- $L = \{a^{2n} | n \geq 0\}$



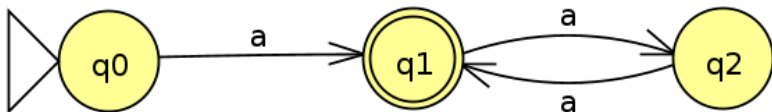
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo de um AFD **simples**:
- $L = \{a^{3n} | n > 0\}$



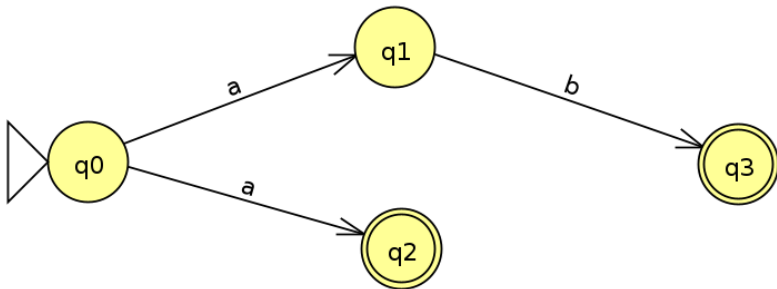
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Exemplo de um AFD **simples**:
- $L = \{a^n \mid n \text{ é ímpar}\}$



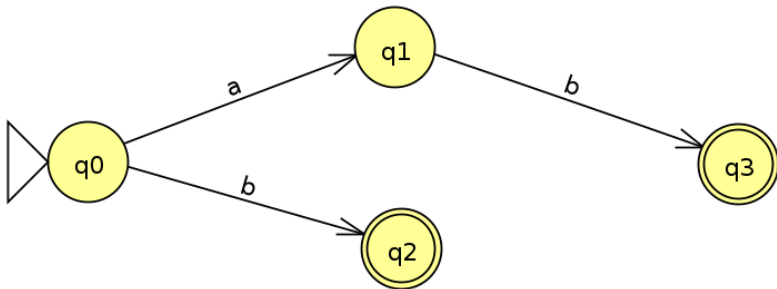
Autômato Finito Determinístico (AFD)

Qual o erro?



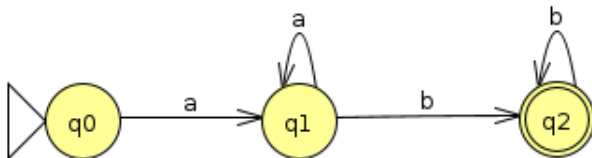
Autômato Finito Determinístico (AFD)

Não pode existir transições com o mesmo símbolo e estado



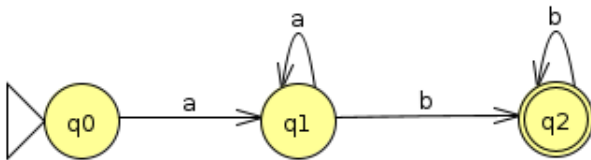
- A descrição formal de um AFD deve possuir:
 - E = Conjunto de estados.
 - Σ = Conjunto finitos de símbolos.
 - i = Estado inicial.
 - F = Conjunto de estados finais.
 - δ = Função de transição.
- $AFD = \{E, \Sigma, i, F, \delta\}$

- Exemplo:



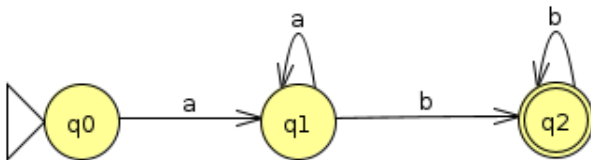
- $E = \{q0, q1, q2\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $i = q0$
- $F = \{q2\}$
- $\delta = ?$

- Exemplo:



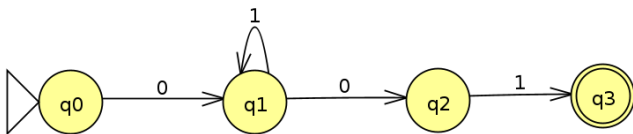
- $\delta(q0, a) = q1$
- $\delta(q1, a) = q1$
- $\delta(q1, b) = q2$
- $\delta(q2, b) = q2$

- Exemplo:



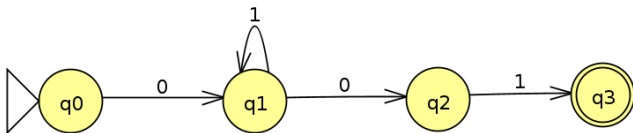
	a	b
q0	q1	X
q1	q1	q2
q2	X	q2

- Exemplo:



- $E = \{q0, q1, q2, q3\}$
- $\Sigma = \{0, 1\}$
- $i = q0$
- $F = \{q3\}$
 - $\delta(q0, 0) = q1$
 - $\delta(q1, 1) = q1$
 - $\delta(q1, 0) = q2$
 - $\delta(q2, 1) = q3$

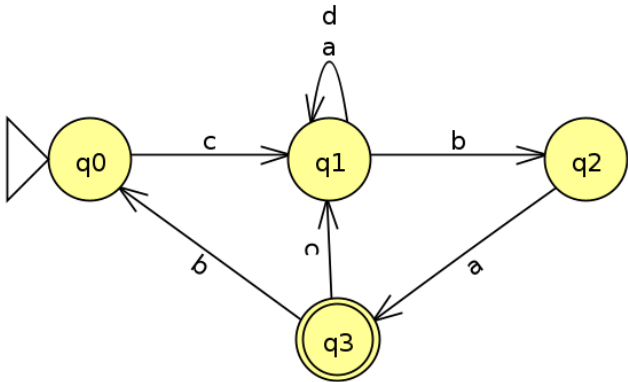
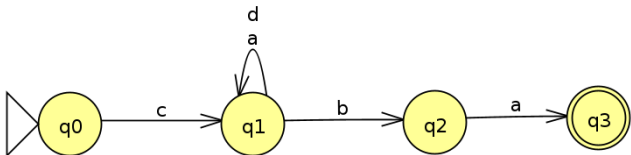
- Exemplo:



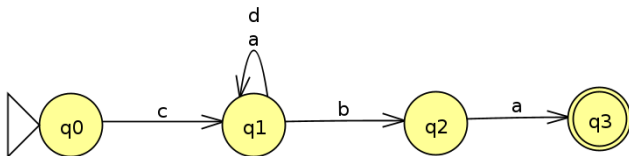
	0	1
q0	q1	X
q1	q2	q1
q2	X	q3
q3	X	X

Autômato Finito Determinístico (AFD) - Descrição Formal

- Exercício:



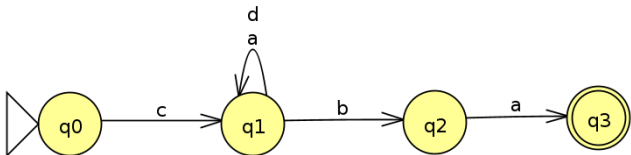
- Exercício:



- $E = \{q0, q1, q2, q3\}$
- $\Sigma = \{a, b, c, d\}$
- $i = q0$
- $F = \{q3\}$
- $\delta(q0, c) = q1$
- $\delta(q1, a) = q1$
- $\delta(q1, d) = q1$
- $\delta(q1, b) = q2$
- $\delta(q2, a) = q3$

Autômato Finito Determinístico (AFD) - Descrição Formal

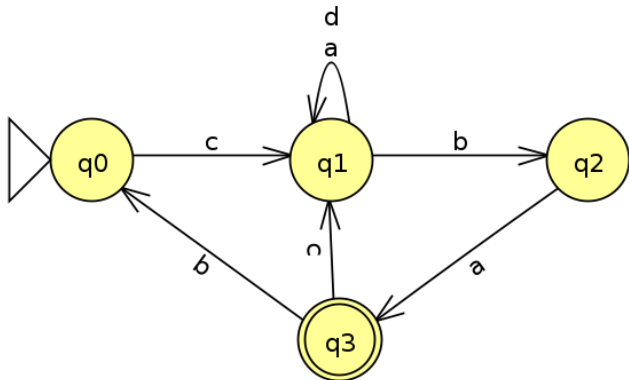
- Exercício:



	a	b	c	d
q0	X	X	q1	X
q1	q1	q2	X	q1
q2	q3	X	X	X
q3	X	X	X	X

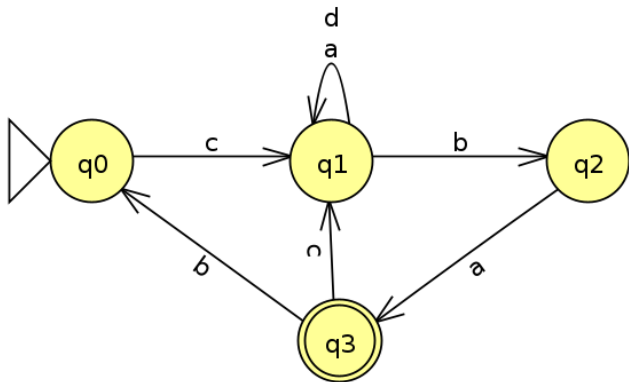
Autômato Finito Determinístico (AFD) - Descrição Formal

- Exercício:



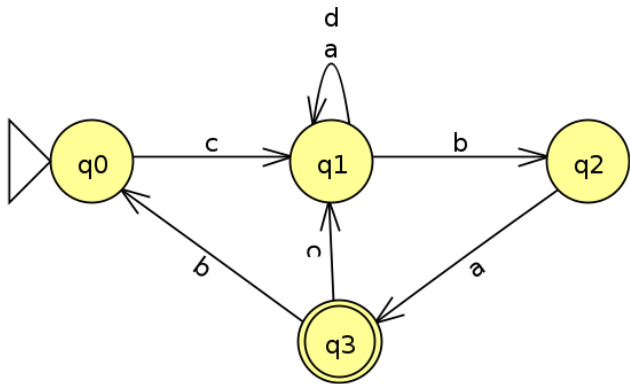
- $E = \{q0, q1, q2, q3\}$
- $\Sigma = \{a, b, c, d\}$
- $i = q0$
- $F = \{q3\}$

Autômato Finito Determinístico (AFD) - Descrição Formal



- $\delta(q0, c) = q1$
- $\delta(q1, a) = q1$
- $\delta(q1, d) = q1$
- $\delta(q1, b) = q2$
- $\delta(q2, a) = q3$
- $\delta(q3, b) = q0$
- $\delta(q3, c) = q1$

Autômato Finito Determinístico (AFD) - Descrição Formal



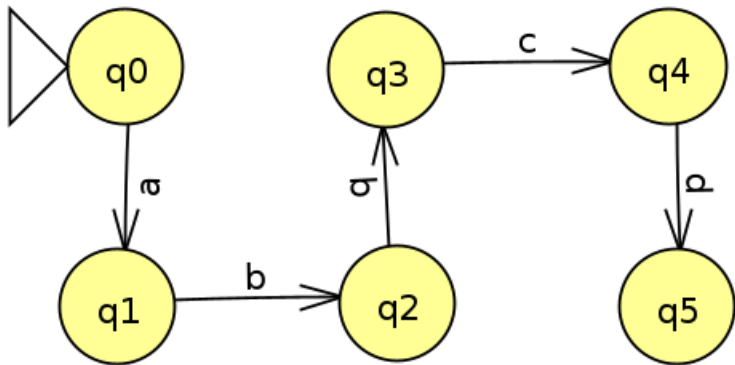
	a	b	c	d
q0	X	X	q1	X
q1	q1	q2	X	q1
q2	q3	X	X	X
q3	X	q0	q1	X

Autômato Finito Determinístico (AFD)

- $L = \{abbc d\}$
- $L = \{aac d^n \mid n > 0\}$
- $L = \{a^n b c^m \mid n > 0, m > 0\}$
- $L = \{d^{2^n} c^m a b \mid n > 0, m > 0\}$

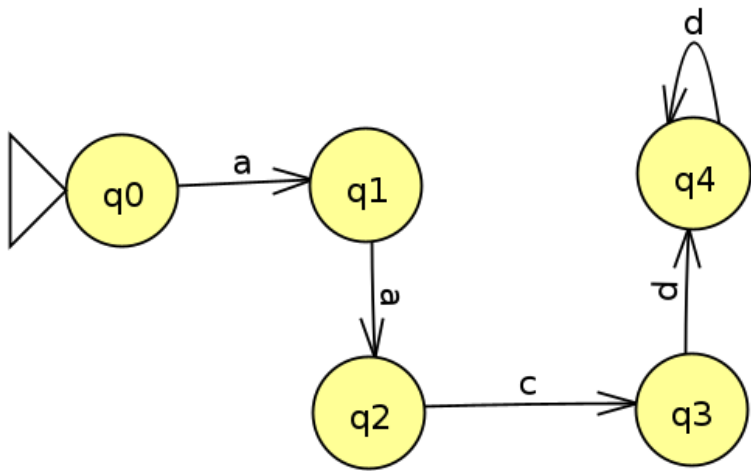
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- $L = \{abbc d\}$



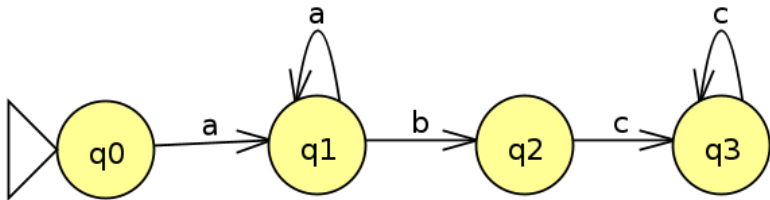
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- $L = \{aacd^n | n > 0\}$



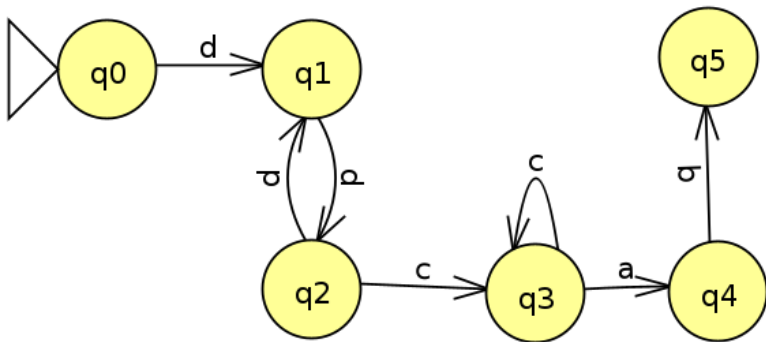
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- $L = \{a^n bc^m \mid n > 0, m > 0\}$



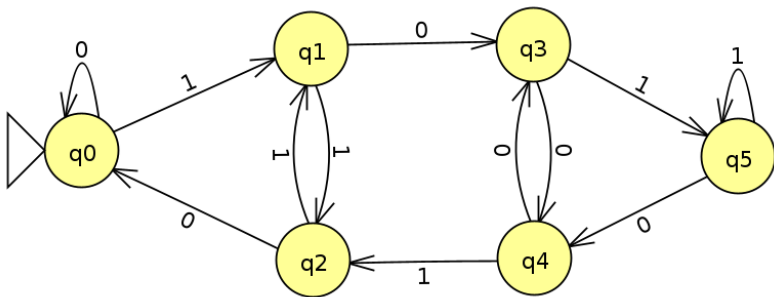
Autômato Finito Determinístico (AFD)

- $L = \{d^{2n}c^mab \mid n > 0, m > 0\}$



Autômato Finito Determinístico (AFD)

- Qual a linguagem do AFD? (Desafio)



Obrigado! Dúvidas?

Guilherme Henrique de Souza Nakahata

guilhermenakahata@gmail.com

<https://github.com/GuilhermeNakahata/UNESPAR-2023>