

Computação Gráfica

Guilherme Henrique de Souza Nakahata

Universidade Estadual do Paraná - Unespar

27 de Abril de 2023

- Definição:

- É uma aplicação bijectiva entre duas figuras geométricas, no mesmo plano ou em planos diferentes, de modo que, a partir de uma figura geométrica original se forma outra geometricamente igual ou semelhante à primeira.

Podendo ser classificadas da seguinte forma:

- Geometria Projetiva;
- Geometria Afim;
- Geometria Euclidiana.

Transformações Bidimensionais

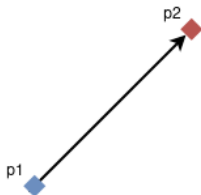
- Translação;
- Escala;
- Rotação;
- Qual a importância dessas transformações?

Transformações Bidimensionais

- Translação;
- Escala;
- Rotação;
- Qual a importância dessas transformações?
 - Objetos podem ser movidos;
 - Rotacionados;
 - Deformados;
 - Jogos;
 - Animações;
 - Engenharia.

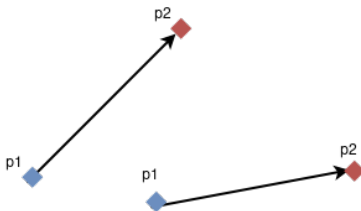
Transformações Bidimensionais

- Vetor;
 - Magnitude (Módulo);
 - Sentido;
 - Direção;
- Podemos definir um vetor por dois pontos;
- Origem;
- Destino.



Transformações Bidimensionais

- Ponto;
 - Um segmento iniciado na origem pode ter qualquer ponto como o fim de segmento;
 - Transformação sobre o vetor altera o ponto da composição;
 - Transformações de objetos compostos de vetores pode ser feita alterando os pontos dos vetores.



- Matriz de transformação;
 - Conforme visto na disciplinas de geometria analítica e algebra linear;
 - É possível representar as transformações geométricas
 - Matriz numérica;
 - Matriz quadrada (Geralmente);
 - Tem como vantagem básica permitir que em uma única matriz seja representada a combinação de várias transformações;

$$\text{Matriz de Translação} = \begin{bmatrix} T_x & T_y \end{bmatrix}$$

$$\text{Matriz de Escala} = \begin{bmatrix} E_x & 0 \\ 0 & E_y \end{bmatrix}$$

$$\text{Matriz de Rotação} = \begin{bmatrix} \cos(\text{angulo}) & -\sin(\text{angulo}) \\ \sin(\text{angulo}) & \cos(\text{angulo}) \end{bmatrix}$$

Transformações Bidimensionais

- Coordenadas Homogêneas;
 - Permitir que quaisquer das três transformações sejam realizadas com multiplicações;
 - Um única matriz;

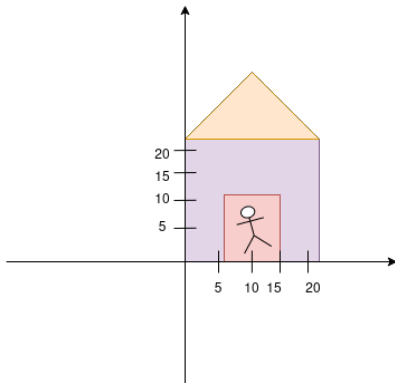
$$\text{Matriz de Translação} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Matriz de Escala} = \begin{vmatrix} E_x & 0 & 0 \\ 0 & E_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Matriz de Rotação} = \begin{vmatrix} \cos(\text{ângulo}) & -\sin(\text{ângulo}) & 0 \\ \sin(\text{ângulo}) & \cos(\text{ângulo}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

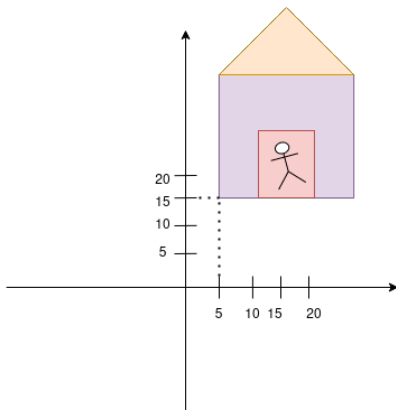
Translação

- Translação define a posição do modelo no universo;
- Conserva a direção e o comprimento dos segmentos de reta;
- Amplitudes do ângulos;
- Sendo determinada por uma direção, um sentido e uma distância.



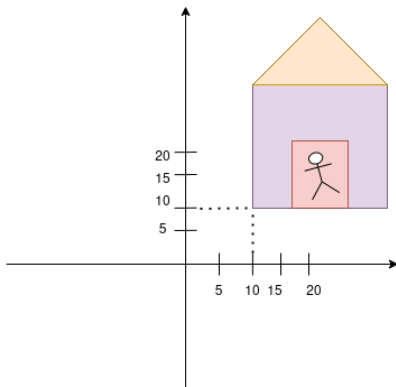
Translação

- Adicionando quantidades inteiras nas coordenadas;
- Tendo seus pontos (x_0 e y_0) movidos por unidades de medidas (T_x e T_y);
- Uma nova coordenada (x' e y');

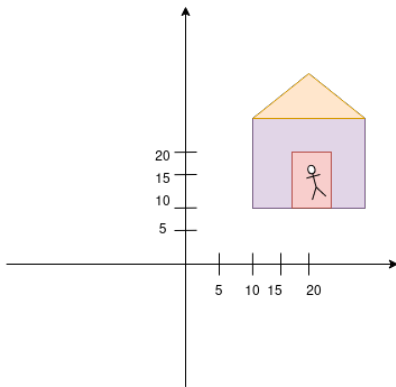


Translação

- Translação;
- $x' = x_0 + T_x$;
- $y' = y_0 + T_y$;

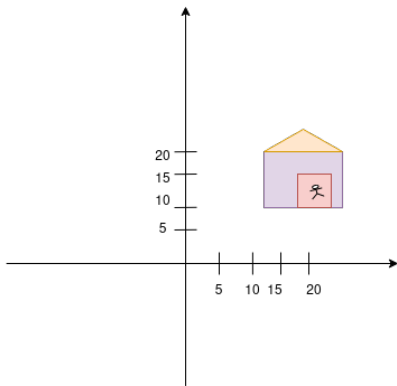


- Escala altera o tamanho do modelo;
- Coordenadas são multiplicadas pelos fatores de escala;
- Através de multiplicações.



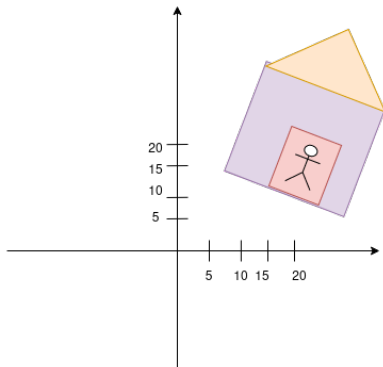
- $x' = x_0 * E_x$

- $y' = y_0 * E_y$



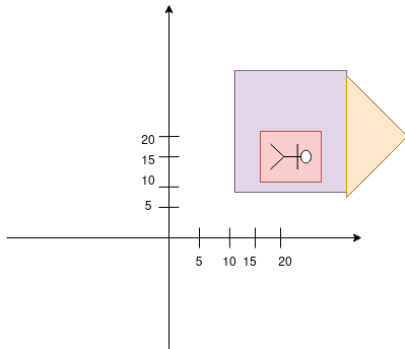
Rotação

- Rotação define a orientação do modelo no universo;
- Determinada por um sentido e por um ângulo de giro;
- Pode ter dois sentidos (Horário e Anti Horário);
- Ângulos positivos (Anti Horário);
- Ângulos negativos (Horário);



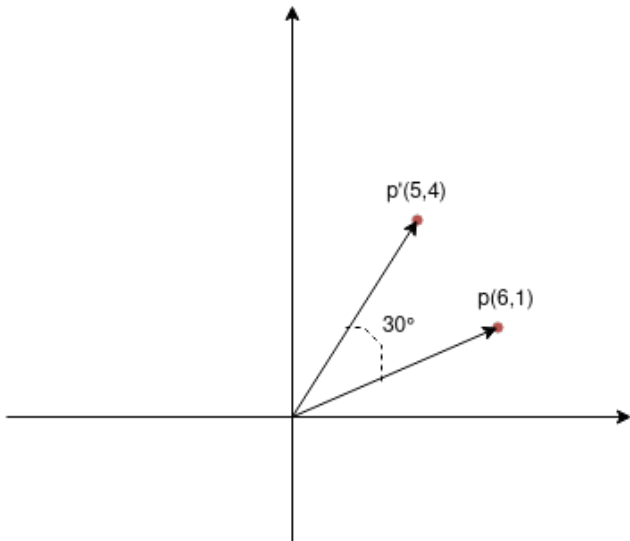
Rotação

- Feita na origem;
- Funções trigonométricas;
- Radianos;
- Como rotacionamos?



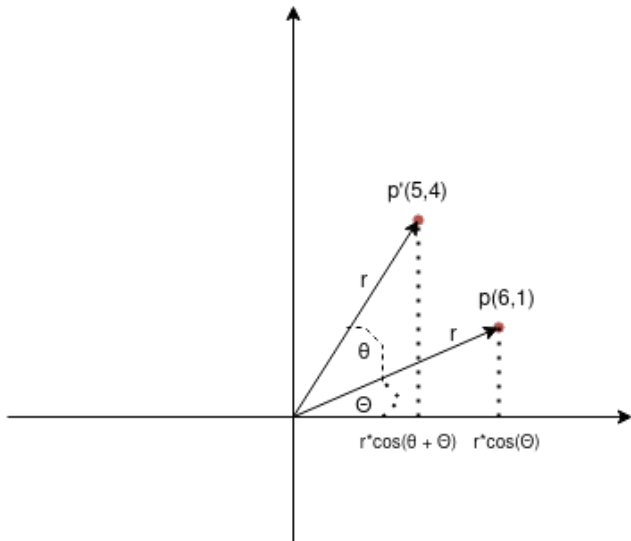
Rotação

- Partindo do principio visto na ultima aula;
- $x = r * \cos(\text{ang})$
- $y = r * \sin(\text{ang})$



Rotação

- Partindo do principio visto na ultima aula;
- $x = r * \cos(\text{ang})$
- $y = r * \sin(\text{ang})$



- $x' = r * \cos (\theta + \Theta)$
- $y' = r * \sin (\theta + \Theta)$
- Identidade Ptolomaica

- $x' = r * \cos (\theta + \Theta)$
- $y' = r * \sin (\theta + \Theta)$
- Identidade Ptolomaica

Identidade Ptolomaica

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

- $x' = r * \cos(\theta + \Theta) = r * \cos(\theta) * \cos(\Theta) - r * \sin(\theta) * \sin(\Theta)$
- $y' = r * \sin(\theta + \Theta) = r * \cos(\theta) * \sin(\Theta) + r * \sin(\theta) * \cos(\Theta)$

- $x' = r * \cos(\theta + \Theta) = r * \cos(\theta) * \cos(\Theta) - r * \sin(\theta) * \sin(\Theta)$
- $y' = r * \sin(\theta + \Theta) = r * \cos(\theta) * \sin(\Theta) + r * \sin(\theta) * \cos(\Theta)$
- Substituindo:
- $x' = x * \cos(\theta) - y * \sin(\theta)$
- $y' = x * \sin(\theta) + y * \cos(\theta)$

Transformações Bidimensionais

- Comutatividade em Transformações Geométricas;
- Ordem em que as matrizes são multiplicadas;
- Rotação e escala (Comutativa);
- Escala e translação (Não comutativa);
- Duas translações resulta em uma nova translação;
- Soma dos vetores de cada translação;
- Composição de translação (Propriedade de fechamento);
- Se dois vetores pertence ao Espaço vetorial, a sua soma também pertence.

Possíveis problemas?

Exemplo prático!

NÃO UTILIZAR FUNÇÕES PRONTAS

Exemplo: `glRotatef`, `glTranslatef`, `glScalef`

Obrigado! Dúvidas?

Guilherme Henrique de Souza Nakahata

guilhermenakahata@gmail.com

<https://github.com/GuilhermeNakahata/UNESPAR-2023>