

Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade

Guilherme Henrique de Souza Nakahata

Universidade Estadual do Paraná - Unespar

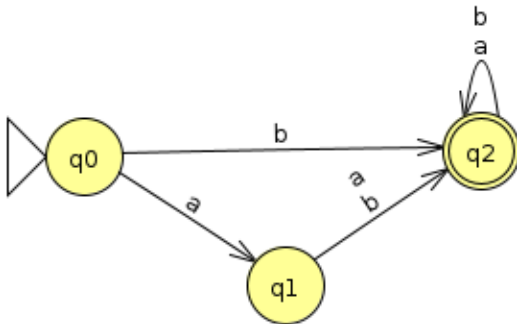
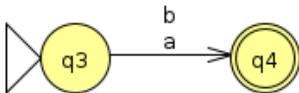
27 de abril de 2023

- Um autômato A é mínimo em relação a um autômato B se:
 - $|E_a| \leq |E_b|$
- Reconhecem a mesma linguagem;
- Tem como estratégia fundir estados equivalentes;
- Etapas para a minimização:
 - Verificar **pré-requisitos**;
 - Criação da **tabela triangular**;
 - Marcar **estados trivialmente não equivalente**;
 - Análise dos **pares não marcados**;
 - União dos **estados equivalentes**.

- Pré-requisitos:
 - Deve ser um **AFD**;
 - Não pode ter **estados inacessíveis**;
 - Função de transição deve ser **total**.

Pré-requisitos

- O que é uma função de transição **total**?
 - Deve possuir função de transição para **todos os símbolos** partindo de um estado;
 - Qual é um AFD com função de transição total?



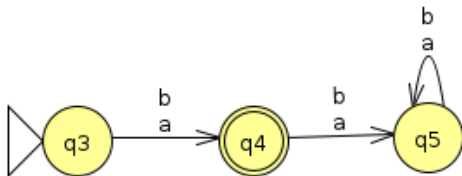
- Pode ser visualizado mais facilmente pela tabela de transição;
- A tabela deve estar completa;
- Sem nenhum **X** na tabela.

	a	b
q3	q4	q4
q4	X	X

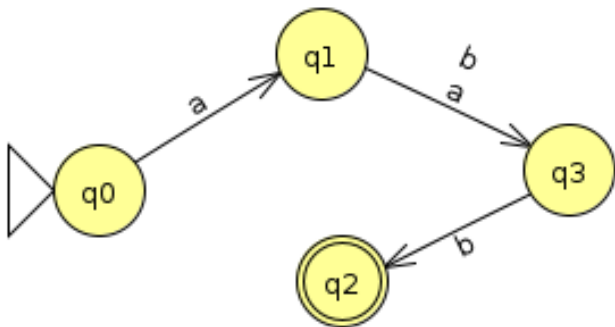
	a	b
q0	q1	q2
q1	q2	q2
q2	q2	q2

Pré-requisitos

- Situações que não tenhamos função de transição total;
- Criamos um **estado de erro**;
- As funções de transição faltantes direcionam para o estado de erro;
- O estado de erro também deve ter as funções de transições completas;
- Exemplo:

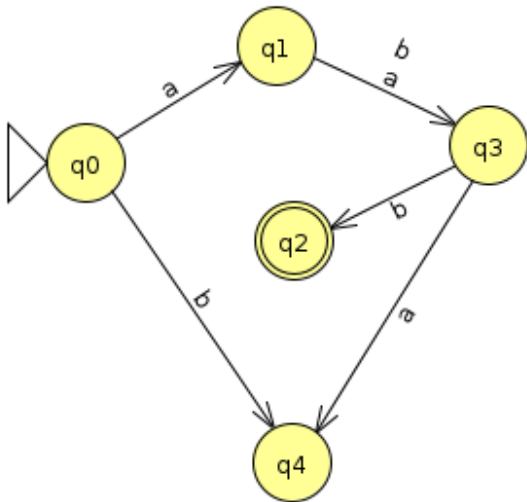


- Um **estado de erro** nunca deve ser final;
- Exemplos de criação de estados de erro:



Pré-requisitos

- Um **estado de erro** nunca deve ser final;
- Exemplos de criação de estados de erro:



Pré-requisitos

- Um **estado de erro** nunca deve ser final;
- Exemplos de criação de estados de erro:

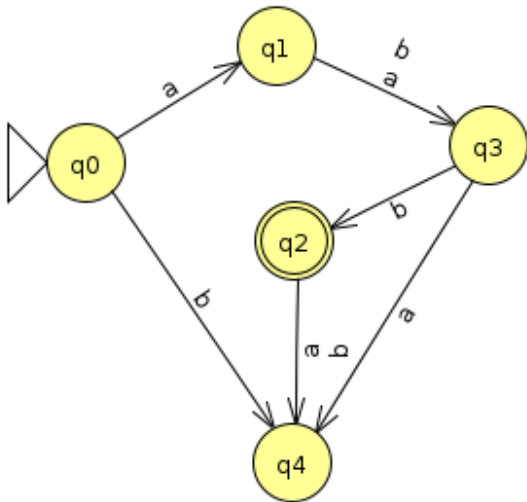


Tabela triangular

- Para função de transição usamos uma tabela de **Estados** por **Alfabeto**;
- Exemplo:

	a	b
q0	q1	q2
q1	q2	q2
q2	X	X

- Na **tabela triangular** utilizamos **Estados** por **Estados**;
- Exemplo:

q1	?	
q2	?	?
	q0	q1

Tabela triangular

- Motivo para ela **não** ser quadrada;

q0	?	?	?
q1	?	?	?
q2	?	?	?
	q0	q1	q2

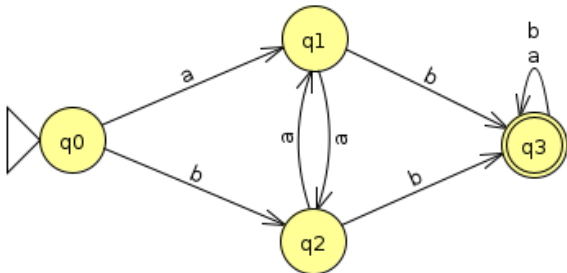
Tabela triangular

- Motivo para ela **não** ser quadrada;
- O que é feito na **tabela triangular**?

q0	?	?	?
q1	?	?	?
q2	?	?	?
	q0	q1	q2

Tabela triangular

- Marcar **estados trivialmente não equivalente**;
- Analisar os **pares não marcados**;
- Exemplo:
 - Qual os estados **trivialmente não equivalente**?



- Quais os **estados trivialmente não equivalente**?

q1			
q2			
q3			
	q0	q1	q2

- Quais os **estados trivialmente não equivalente**?

q1			
q2			
q3	X	X	X
	q0	q1	q2

Tabela triangular

q1			
q2			
q3	X	X	X
	q0	q1	q2

q1q0

q1+a = q2 | q0+a = q1 | {q2,q1}

q1+b = q3 | q0+b = q2 | {q3,q2}

Tabela triangular

q1			
q2			
q3	X	X	X
	q0	q1	q2

q1q0

$$\begin{array}{lcl}
 q1+a = & q2 & \left| \quad q0+a = \quad q1 \quad \begin{array}{|c|} \hline q2,q1 \\ \hline \end{array} \\
 q1+b = & q3 & \left| \quad q0+b = \quad q2 \quad \begin{array}{|c|} \hline q3,q2 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

Tabela triangular

q1	X		
q2			
q3	X	X	X
	q0	q1	q2

q1q0

$$\begin{array}{lcl}
 q1+a = & q2 & \left| \quad q0+a = \quad q1 \quad \begin{array}{c} \text{q2,q1} \\ \text{q3,q2} \end{array} \\
 q1+b = & q3 & \left| \quad q0+b = \quad q2
 \end{array}$$

Tabela triangular

q1	X		
q2			
q3	X	X	X
	q0	q1	q2

q2q0

q2+a = q1 | q0+a = q1 | q1,q1

q2+b = q3 | q0+b = q2 | q3,q2

Tabela triangular

q1	X		
q2	X		
q3	X	X	X
	q0	q1	q2

q2q0

$$\begin{array}{lcl}
 q2+a = & q1 & | \quad q0+a = \quad q1 \quad \text{q1,q1} \\
 q2+b = & q3 & | \quad q0+b = \quad q2 \quad \text{q3,q2}
 \end{array}$$

Tabela triangular

q1	X		
q2	X		
q3	X	X	X
	q0	q1	q2

q2q1

q2+a = q1 | q1+a = q2 | q1,q2

q2+b = q3 | q1+b = q3 | q3,q3

Tabela triangular

q1	X		
q2	X		
q3	X	X	X
	q0	q1	q2

q2q1

$$\begin{array}{lcl}
 q2+a = & q1 & | \quad q1+a = \quad q2 \quad \text{q1,q2} \\
 q2+b = & q3 & | \quad q1+b = \quad q3 \quad \text{q3,q3}
 \end{array}$$

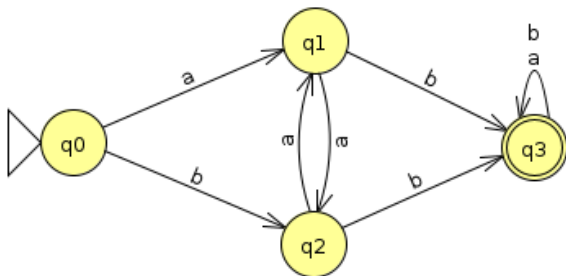
Tabela triangular

q1	X		
q2	X	ok	
q3	X	X	X
	q0	q1	q2

q2q1

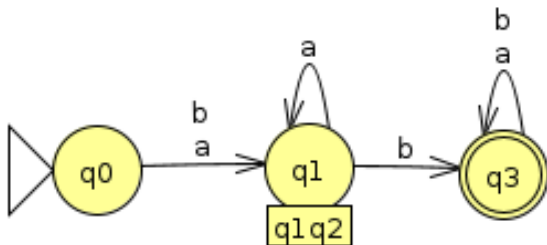
$$\begin{array}{lcl} q2+a = & q1 & | \quad q1+a = \quad q2 \\ q2+b = & q3 & | \quad q1+b = \quad q3 \end{array} \quad \begin{array}{c} q1,q2 \\ q3,q3 \end{array}$$

- União dos **estados equivalentes**;
- **q2q1**;

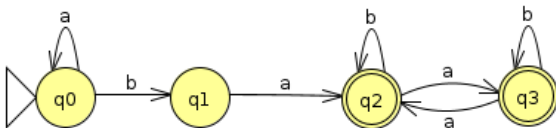


Minimização de AFD

- União dos **estados equivalentes**;
- **q2q1**;



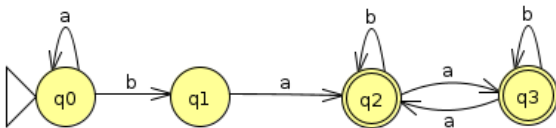
- Exemplo:



- Verificar **pré-requisitos**;
- Criação da **tabela triangular**;
- Marcar **estados trivialmente não equivalente**;
- Análise dos **pares não marcados**;
- União dos **estados equivalentes**.

Minimização de AFD

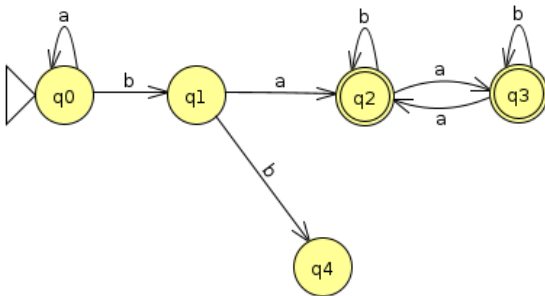
- Pré-requisitos:
 - Deve ser um **AFD**;
 - Não pode ter **estados inacessíveis**;
 - Função de transição deve ser **total**.



Minimização de AFD

- Pré-requisitos:

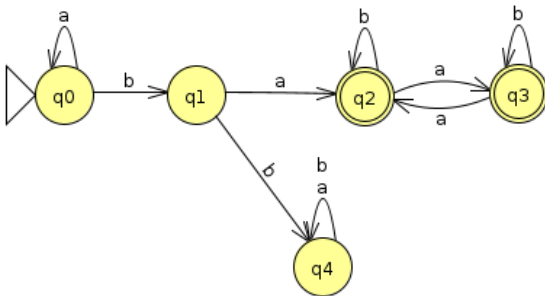
- Deve ser um **AFD**;
- Não pode ter **estados inacessíveis**;
- Função de transição deve ser **total**.



Minimização de AFD

- Pré-requisitos:

- Deve ser um **AFD**;
- Não pode ter **estados inacessíveis**;
- Função de transição deve ser **total**.



- Criação da **tabela triangular**;

q1				
q2				
q3				
q4				
	q0	q1	q2	q3

- Marcar **estados trivialmente não equivalente**;

q1				
q2	X	X		
q3	X	X		
q4			X	X
	q0	q1	q2	q3

- Análise dos **pares não marcados**;

q1				
q2	X	X		
q3	X	X		
q4			X	X
	q0	q1	q2	q3

Minimização de AFD

- Análise dos **pares não marcados**;

q1				
q2	X	X		
q3	X	X		
q4			X	X
	q0	q1	q2	q3

q1q0

q1+a = q2 | q0+a = q0 | {q2,q0}

q1+b = q4 | q0+b = q1 | {q4,q1}

Minimização de AFD

- Análise dos **pares não marcados**;

q1	X			
q2	X	X		
q3	X	X		
q4			X	X
	q0	q1	q2	q3

q1q0

$$\begin{array}{lcl} q1+a = & q2 & | \quad q0+a = \quad q0 \quad \{q2, q0\} \\ q1+b = & q4 & | \quad q0+b = \quad q1 \quad \{q4, q0\} \end{array}$$

Minimização de AFD

- Análise dos **pares não marcados**;

q1	X			
q2	X	X		
q3	X	X		
q4			X	X
	q0	q1	q2	q3

q4q0

$q4+a = q4 \mid q0+a = q0 \mid \{q4, q0\}$

$q4+b = q4 \mid q0+b = q1 \mid \{q4, q1\}$

- Análise dos **pares não marcados**;

q1	X			
q2	X	X		
q3	X	X		
q4			X	X
	q0	q1	q2	q3

q4q0

q4+a =	q4		q0+a =	q0	q4,q0
q4+b =	q4		q0+b =	q1	q4,q1

- Análise dos **pares não marcados**;

q1	X			
q2	X	X		
q3	X	X		
q4	?		X	X
	q0	q1	q2	q3

q4q1

q4+a = q4 | q1+a = q2 | q4,q2

q4+b = q4 | q1+b = q4 | q4,q4

Minimização de AFD

- Análise dos **pares não marcados**;

q1	X			
q2	X	X		
q3	X	X		
q4	?	X	X	X
	q0	q1	q2	q3

q4q1

q4+a =	q4		q1+a =	q2	q4,q2
q4+b =	q4		q1+b =	q4	q4,q4

- Análise dos **pares não marcados**;

q1	X			
q2	X	X		
q3	X	X		
q4	?	X	X	X
	q0	q1	q2	q3

q3q2

q3+a = q2 | q2+a = q3 | q2,q3

q3+b = q3 | q2+b = q2 | q3,q2

- Análise dos **pares não marcados**;

q1	X			
q2	X	X		
q3	X	X	OK	
q4	?	X	X	X
	q0	q1	q2	q3

q3q2

q3+a =	q2		q2+a =	q3	q2,q3
q3+b =	q3		q2+b =	q2	q3,q2

- Análise dos **pares não marcados**;

q1	X			
q2	X	X		
q3	X	X	OK	
q4	?	X	X	X
	q0	q1	q2	q3

q4q0

q4+a =	q4		q0+a =	q0	q4,q0
q4+b =	q4		q0+b =	q1	q4,q1

Minimização de AFD

- Análise dos **pares não marcados**;

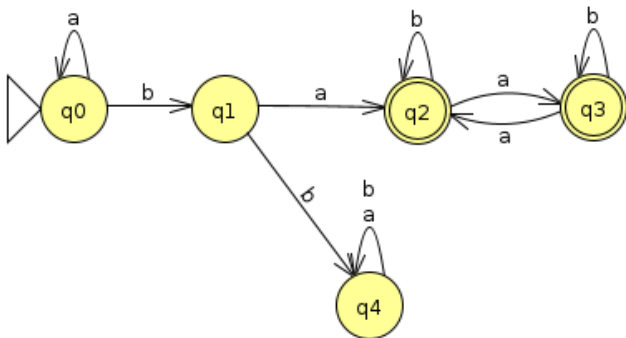
q1	X			
q2	X	X		
q3	X	X	OK	
q4	X	X	X	X
	q0	q1	q2	q3

q4q0

q4+a =	q4		q0+a =	q0	q4,q0
q4+b =	q4		q0+b =	q1	q4,q1

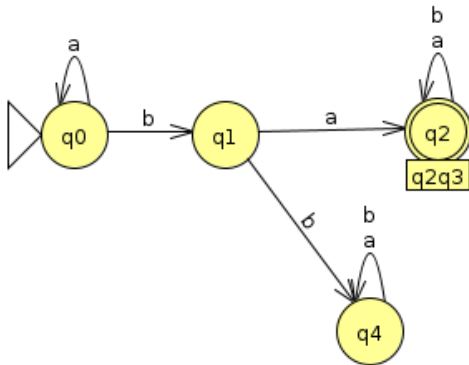
Minimização de AFD

- União dos **estados equivalentes**;
- **q3q2**;



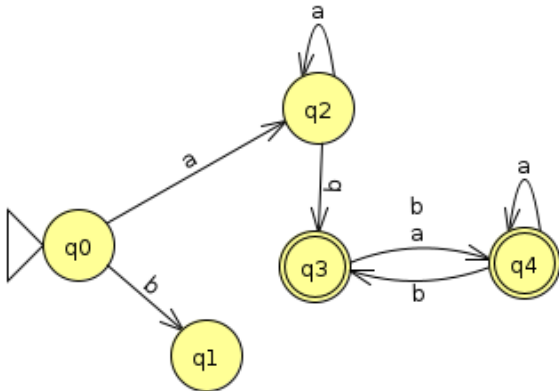
Minimização de AFD

- União dos **estados equivalentes**;
- **q3q2**;



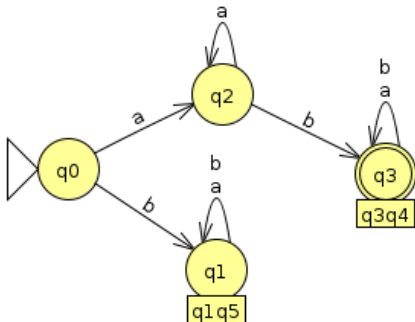
Minimização de AFD

- Minimize o AFD;



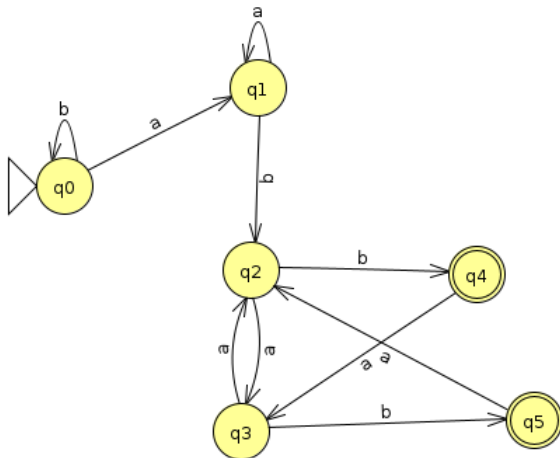
Minimização de AFD

- Resultado;



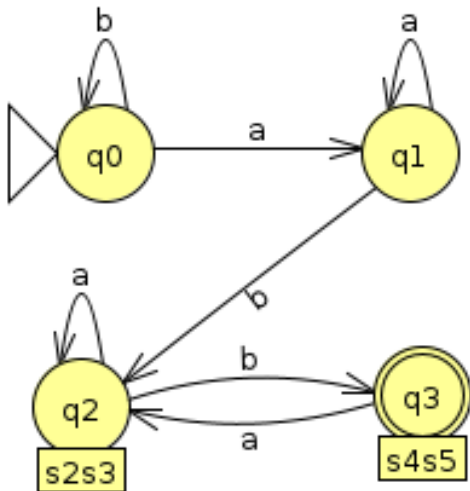
Minimização de AFD

- Minimize o AFD;



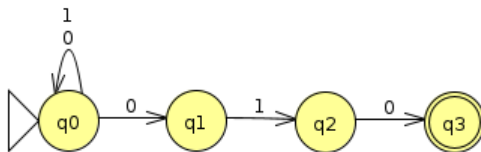
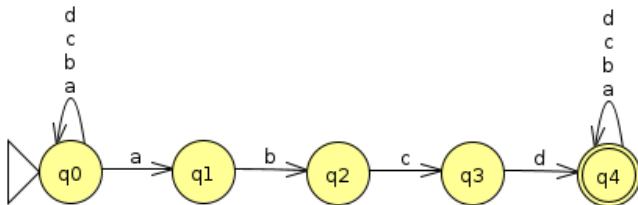
Minimização de AFD

- Resultado;

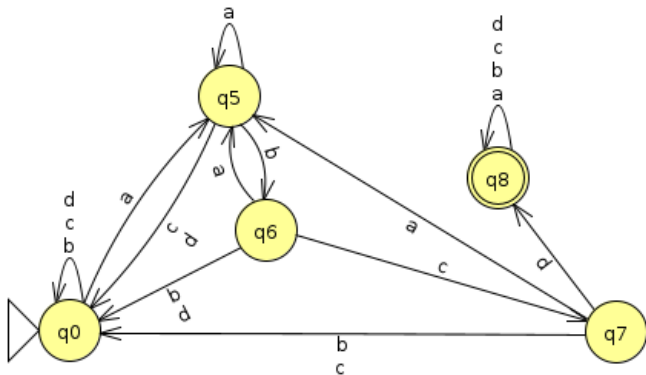


Minimização de AFD

- Faça a transformação de AFND para AFD e depois minimize o AFD;

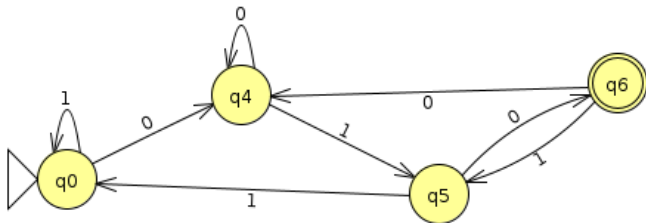


- Resultado;



Minimização de AFD

- Resultado;



Obrigado! Dúvidas?

Guilherme Henrique de Souza Nakahata

guilhermenakahata@gmail.com

<https://github.com/GuilhermeNakahata/UNESPAR-2023>