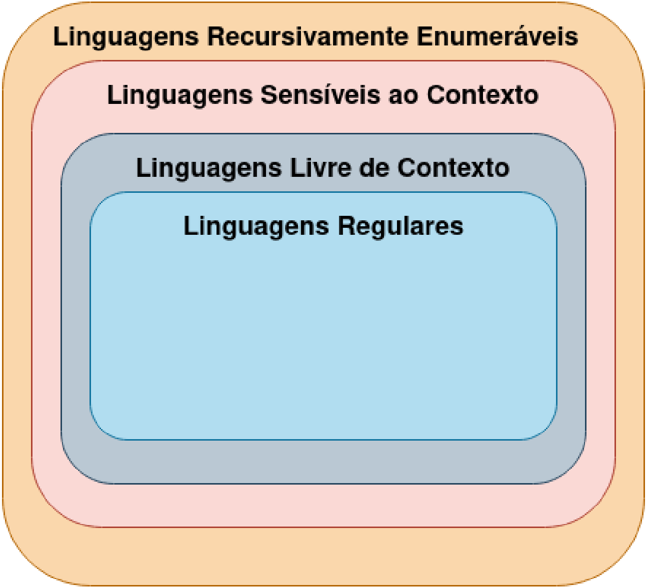
Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade

Guilherme Henrique de Souza Nakahata

Universidade Estadual do Paraná - Unespar

11 de Junho de 2024

Hierarquia de Chomsky



Definição

Uma **linguagem recursivamente enumerável** (ou **semi-decidível**) é um conjunto de cadeias de caracteres que pode ser reconhecido por uma **máquina de Turing**.
Mais formalmente, uma linguagem L é recursivamente enumerável se existe uma máquina de Turing M tal que:

- Para qualquer cadeia $w \in L$, a máquina M eventualmente aceita w.
- Para qualquer cadeia $w \notin L$, a máquina M ou rejeita w ou entra em um loop infinito.

Características

Características importantes das linguagens recursivamente enumeráveis incluem:

- **Enumerabilidade**: Pode ser listada por uma máquina de Turing.
- **Comparação com linguagens decidíveis**:
  - Uma linguagem é **decidível** se a máquina de Turing sempre para e aceita ou rejeita.
  - Em contraste, uma linguagem recursivamente enumerável pode não parar para cadeias fora da linguagem.

Exemplos

- **Problema da parada**:
  - O conjunto de todas as descrições de máquinas de Turing M e entradas w tais que M eventualmente para quando executada em w é recursivamente enumerável, mas não é decidível.
- **Linguagens programáveis**:
  - As linguagens que podem ser reconhecidas por programas de computador (com tempo potencialmente ilimitado) são recursivamente enumeráveis.

Máquina de Turing (MT)

- Máquina de Turing (MT);
- Mecanismo reconhecedor com maior poder computacional;
- Processamento de funções;
- Reconhecimento de linguagens;
- Dispositivo teórico;
- Allan Turing (1936);
- Ferramenta para estudar a capacidade dos processos algorítmicos;
- Modelo abstrato, concebido antes mesmo de uma implementação tecnológica.

Máquina de Turing $\neq$ Teste de Turing

Propostos pelo mesmo autor;

Teste de Turing;

Inteligencia Artificial;

Se passar por um humano.

Importância da MT para a Ciência da Computação

- A potência computacional da MT é tão grande quanto a de qualquer sistema algorítmico;
- Se um problema não puder ser resolvido por uma MT, não poderá ser resolvido por qualquer sistema algorítmico;
- MT representa a fronteira teórica da capacidade computacional para as máquinas modernas reais.
- Os computadores modernos são MT;
  - O processador corresponde ao cabeçote da fita;
  - A memória da máquina corresponde a fita;
  - Os padrões de bits correspondem ao alfabeto da fita.

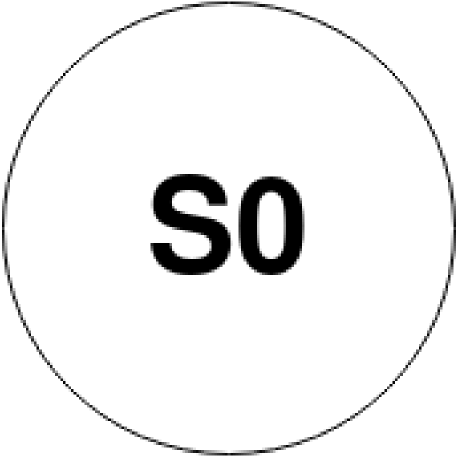
- Podem ser de dois tipos:
  - **Reconhecedora:** Responde sim ou não para uma palavra, se pertence ou não à linguagem;
  - **Transdutora:** É gerada uma palavra na própria fita que é a saida da MT.
- Para reconhecer/traduzir uma palavra deve-se processá-la e parar em **estado final**;
- O cabeçote da **fita** começa na posição a direita do marcador de início da fita e **deve-se** terminar o processamento com o cabeçote na mesma posição.

Máquina de Turing (MT)

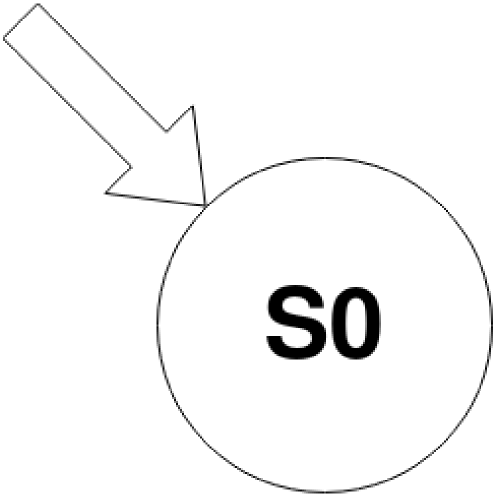
- Composta por:
  - **Fita:** Utilizada para leitura e escrita;
  - **Cabeçote da fita:** Mostra a posição atual da fita e se move para direita e esquerda;
  - **Função de transição:** Função que movimenta a máquina a partir de um símbolo indo para um estado e movendo o cabeçote para direita ou esquerda.

Máquina de Turing - ESTADO

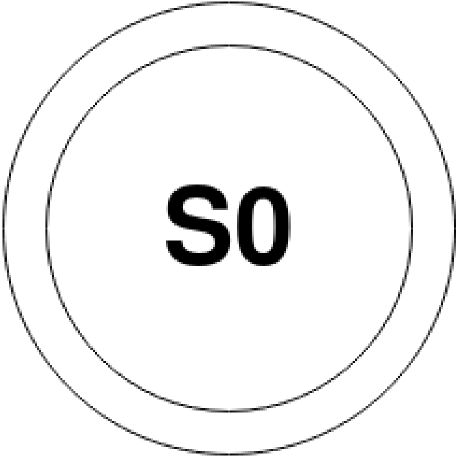
- Representação gráfica de um **ESTADO**.



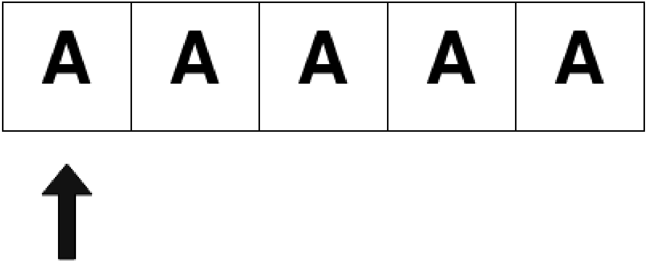
- Representação gráfica de um **ESTADO INICIAL**.



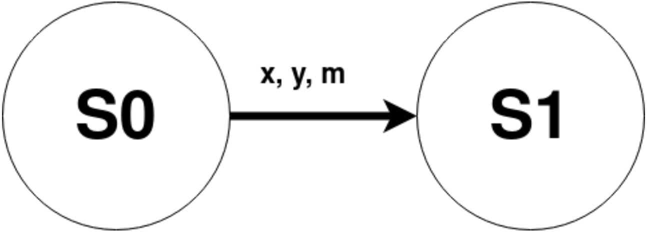
- Representação gráfica de um **ESTADO FINAL**.



- Representação gráfica de uma **FITA** e **CABEÇOTE DA FITA**.

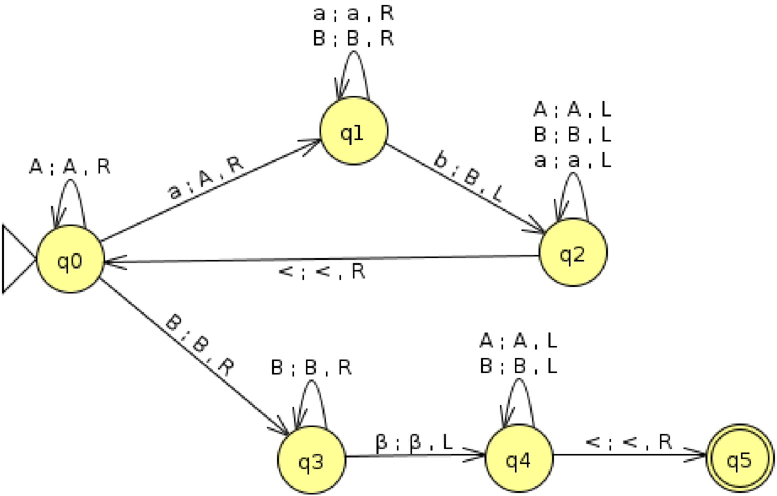


- Representação gráfica de uma **TRANSIÇÃO**;
- Onde:
  - x = Símbolo lido na fita;
  - y = Símbolo escrito na fita;
  - m = Sentido do movimento, direita ou esquerda.



Máquina de Turing - MT

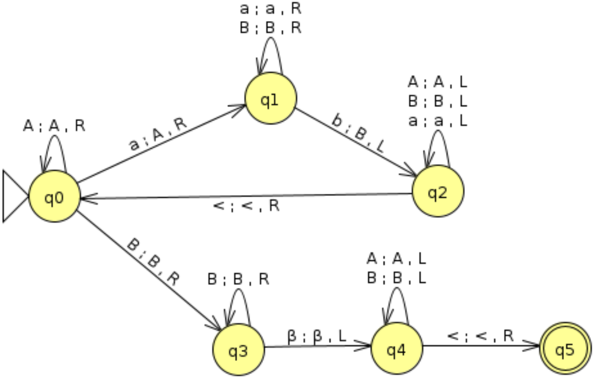
- Exemplo de uma MT para:
- L $= \{a^n b^n | n > 0\}$



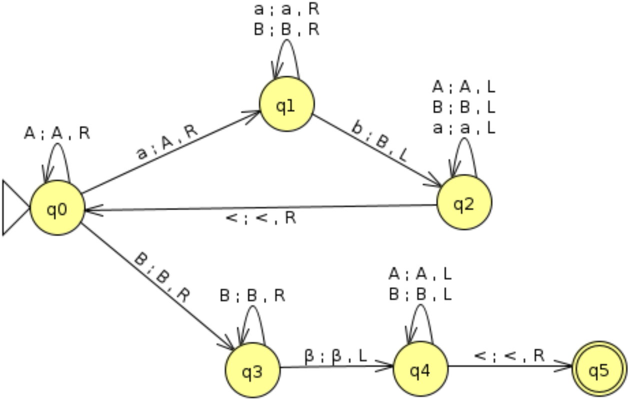
Máquina de Turing - Descrição Formal

- A descrição formal de uma MT **deve** possuir:
  - E = Conjunto de estados.
  - $\sum$ = Alfabeto da Fita.
  - i = Estado inicial.
  - F = Conjunto de estados finais.
  - γ = Alfabeto auxiliar da Fita.
  - $<$ = Marcador de inicio.
  - β = Símbolo branco.
  - δ = Função de transição.
- MT $= \{E, \sum, i, F, \gamma, <, \beta, \delta\}$

Máquina de Turing - Descrição Formal



- E = {q0,q1,q2,q3,q4,q5}
- $\sum$ = {a,b}
- i = q0
- F = {q5}
- γ = {A,B}
- $< = <$
- $\beta = \beta$



	a	**b**	**A**	**B**	$<$	β
q0	q1,A,R	X	q0,A,R	q3,B,R	X	X
q1	q1,a,R	q2,B,L	X	q1,B,R	X	X
q2	q2,a,L	X	q2,A,L	q2,B,L	q0,$<$,R	X
q3	X	X	X	q3,B,R	X	q4,β,L
q4	X	X	q4,A,L	q4,B,L	q5,$<$,R	X
q5	X	X	X	X	X	X

Máquina de Turing - Exercícios

- Novas linguagens:
  - Incremento de um número;
  - Decremento de um número;
  - Complemento de um número;
  - Contar tamanho da palavra unário;
  - Palíndromo;

Máquina de Turing - Exercícios

- Faça uma MT que tenha como entrada um número binário e gere como saída o complemento do número;
- $L = \{a^i b^j c^k | j = i + k, i, k > 0\}$
- $L = \{a^n b^m c^n | n > 0, m > 0\}$
- Faça uma MT que tenha como entada um número binário e gere como saída o número multiplicado por 4;
- Faça uma MT que tenha como entada um número binário e gere como saída o incremento do número ($100 \rightarrow 101$, $101 \rightarrow 110$, $1010 \rightarrow 1011$, $11 \rightarrow 100$);
- Descrição formal:
  - E = Conjunto de estados.
  - $\sum$ = Alfabeto da Fita.
  - i = Estado inicial.
  - F = Conjunto de estados finais.
  - γ = Alfabeto auxiliar da Fita.
  - $<$ = Marcador de inicio.
  - β = Símbolo branco.
  - δ = Função de transição.

Obrigado!
Dúvidas?

Guilherme Henrique de Souza Nakahata

guilhermenakahata@gmail.com

https://github.com/GuilhermeNakahata/UNESPAR-2024