Computação Gráfica

Guilherme Henrique de Souza Nakahata

Universidade Estadual do Paraná - Unespar

09 de Maio de 2024

Transformações Bidimensionais

- Definição:
  - É uma aplicação bijectiva entre duas figuras geométricas, no mesmo plano ou em planos diferentes, de modo que, a partir de uma figura geométrica original se forma outra geometricamente igual ou semelhante à primeira.

Podendo ser classificadas da seguinte forma:

- Geometria Projetiva;
- Geometria Afim;
- Geometria Euclidiana.

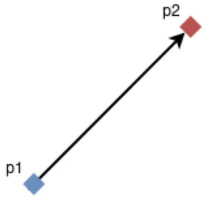
Transformações Bidimensionais

- Translação;
- Escala;
- Rotação;
- Qual a importância dessas transformações?

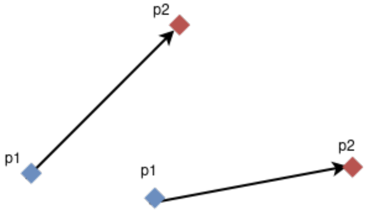
Transformações Bidimensionais

- Translação;
- Escala;
- Rotação;
- Qual a importância dessas transformações?
  - Objetos podem ser movidos;
  - Rotacionados;
  - Deformados;
  - Jogos;
  - Animações;
  - Engenharia.

- Vetor;
  - Magnitude (Módulo);
  - Sentido;
  - Direção;
- Podemos definir um vetor por dois pontos;
- Origem;
- Destino.



- Ponto;
  - Um segmento iniciado na origem pode ter qualquer ponto como o fim de segmento;
  - Transformação sobre o vetor altera o ponto da composição;
  - Transformações de objetos compostos de vetores pode ser feita alterando os pontos dos vetores.



- Matriz de transformação;
  - Conforme visto na disciplinas de geometria analítica e algebra linear;
  - É possível representar as transformações geométricas
  - Matriz numérica;
  - Matriz quadrada (Geralmente);
  - Tem como vantagem básica permitir que em uma única matriz seja representada a combinação de várias transformações;

$$\text{Matriz de Translação} = \quad [\text{Tx} \quad \text{Ty}]$$

$$\text{Matriz de Escala} = \quad \begin{matrix} [\text{Ex} & 0\,] \\ [0 & \text{Ey}] \end{matrix}$$

$$\text{Matriz de Rotação} = \quad \begin{matrix} [\cos(\text{angulo}) & \text{-}\sin(\text{angulo})] \\ [\sin(\text{angulo}) & \cos(\text{angulo})] \end{matrix}$$

- Coordenadas Homogêneas;
  - Permitir que quaisquer das três transformações sejam realizadas com multiplicações;
  - Um única matriz;

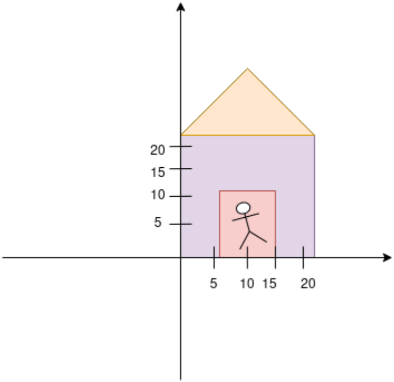
$$\text{Matriz de Translação} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{Tx} & \text{Ty} & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Matriz de Escala} = \begin{vmatrix} \text{Ex} & 0 & 0 \\ 0 & \text{Ey} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Matriz de Rotação} = \begin{vmatrix} \text{cos(angulo)} & \text{-sin(angulo)} & 0 \\ \text{sin(angulo)} & \text{cos(angulo)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

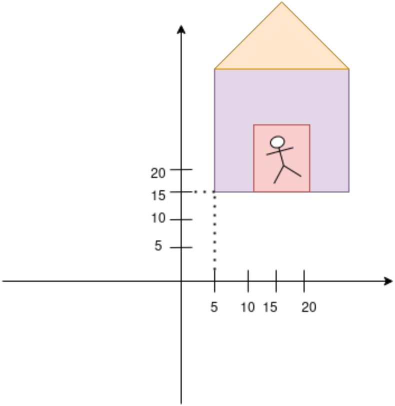
Translação

- Translação define a posição do modelo no universo;
- Conserva a direção e o comprimento dos segmentos de reta;
- Amplitudes do ângulos;
- Sendo determinada por uma direção, um sentido e uma distância.

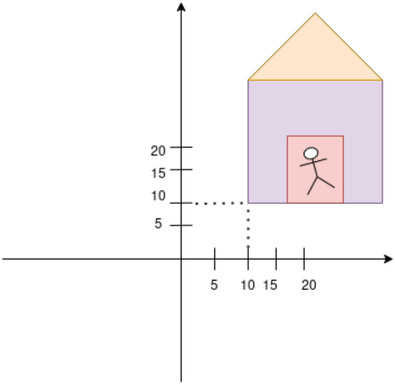


Translação

- Adicionando quantidades inteiras nas coordenadas;
- Tendo seus pontos (xo e yo) movidos por unidades de medidas (Tx e Ty);
- Uma nova coordenada (x' e y');

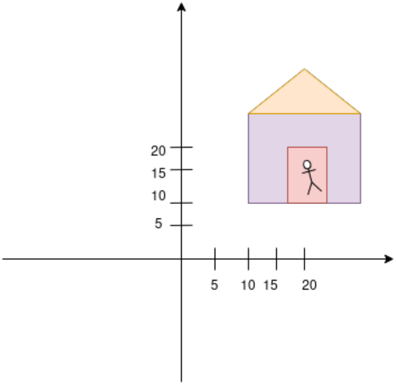


- Translação;
- x' = xo + Tx;
- y' = yo + Ty;



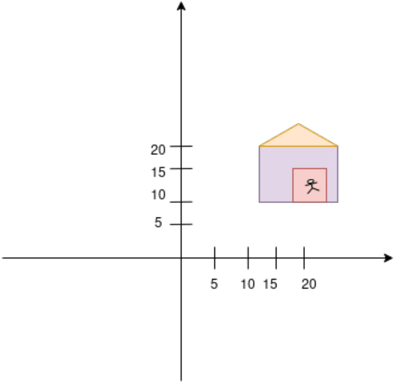
Escala

- Escala altera o tamanho do modelo;
- Coordenadas são multiplicadas pelos fatores de escala;
- Através de multiplicações.



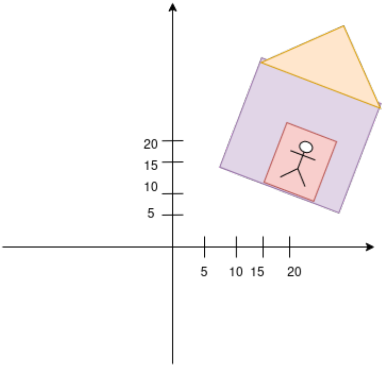
Escala

- x' = xo * Ex
- y' = yo * Ey



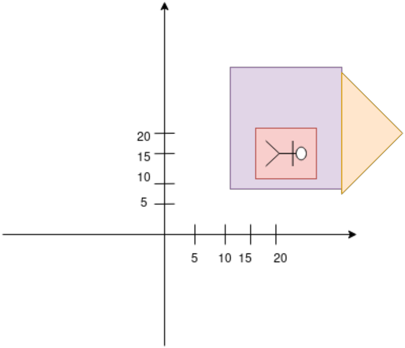
Rotação

- Rotação define a orientação do modelo no universo;
- Determinada por um sentido e por um ângulo de giro;
- Pode ter dois sentidos (Horário e Anti Horário);
- Ângulos positivos (Anti Horário);
- Ângulos negativos (Horário);



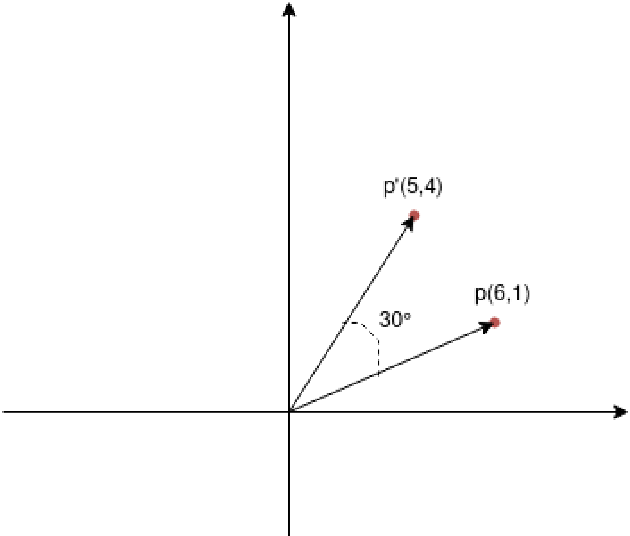
Rotação

- Feita na origem;
- Funções trigonométricas;
- Radianos;
- Como rotacionamos?



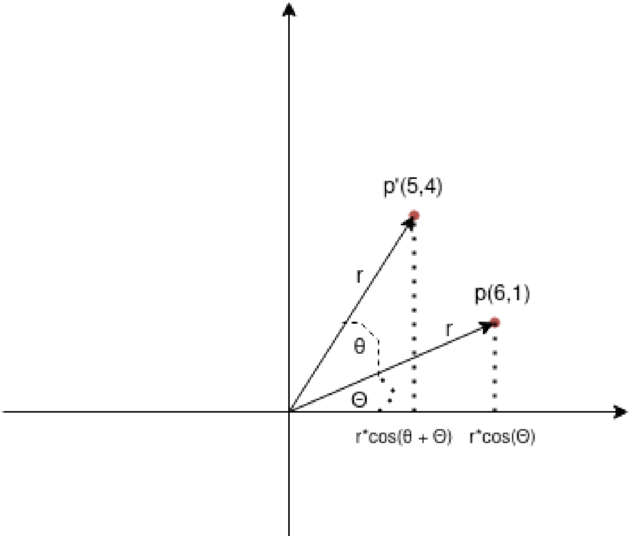
Rotação

- Partindo do principio visto na ultima aula;
- x = r * cos (ang)
- y = r * sin (ang)



Rotação

- Partindo do principio visto na ultima aula;
- $x = r * \cos(ang)$
- $y = r * \sin(ang)$



Rotação

- x' $=$ r * cos $(\theta + \Theta)$
- y' $=$ r * sin $(\theta + \Theta)$
- Identidade Ptolomaica

Rotação

- x' $= r * \cos(\theta + \Theta)$
- y' $= r * \sin(\theta + \Theta)$
- Identidade Ptolomaica

Identidade Ptolomaica

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\ \cos\beta - \sin\alpha\ \sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\ \cos\beta - \cos\alpha\ \sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\ \cos\beta + \sin\alpha\ \sin\beta$$

Rotação

- x' $=$ r * cos $(\theta + \Theta)$ $=$ r * cos(θ) * cos(Θ) - r * sin(θ) * sin(Θ)
- y' $=$ r * sin $(\theta + \Theta)$ $=$ r * cos(θ) * sin(Θ) $+$ r * sin(θ) * cos(Θ)

Rotação

- x' $=$ r * cos $(\theta + \Theta)$ $=$ r * cos(θ) * cos(Θ) - r * sin(θ) * sin(Θ)
- y' $=$ r * sin $(\theta + \Theta)$ $=$ r * cos(θ) * sin(Θ) $+$ r * sin(θ) * cos(Θ)
- Substituindo:
- x' $=$ x * cos (θ) - y * sin(θ)
- y' $=$ x * sin (θ) $+$ y * cos(θ)

Transformações Bidimensionais

- Comutatividade em Transformações Geométricas;
- Ordem em que as matrizes são multiplicadas;
- Rotação e escala (Comutativa);
- Escala e translação (Não comutativa);
- Duas translações resulta em uma nova translação;
- Soma dos vetores de cada translação;
- Composição de translação (Propriedade de fechamento);
- Se dois vetores pertence ao Espaço vetorial, a sua soma também pertence.

Possíveis problemas?

Exemplo prático!

NÃO UTILIZAR FUNÇÕES PRONTAS

Exemplo: glrotatef, glTranslatef, glScalef

Obrigado!
Dúvidas?

Guilherme Henrique de Souza Nakahata

guilhermenakahata@gmail.com

https://github.com/GuilhermeNakahata/UNESPAR-2024