trabalho Regressão parte 02

6 de dezembro de 2016

```
##
## Attaching package: 'dplyr'

## The following objects are masked from 'package:plyr':
##
##     arrange, count, desc, failwith, id, mutate, rename, summarise,
##     summarize

## The following object is masked from 'package:gridExtra':
##
##     combine

## The following objects are masked from 'package:stats':
##
##     filter, lag

## The following objects are masked from 'package:base':
##
##     intersect, setdiff, setequal, union

##
## Attaching package: 'car'

## The following object is masked from 'package:dplyr':
##
##     recode
```

Introdução

Este presente trabalho é parte do escopo da disciplina ME613 - Regressão Linear e visa a aplicação dos conhecimentos adquiridos em sala de aula. Grande parte do trabalho foi baseado e adaptado a partir dos materiais disponibilizados na página do curso: http://www.ime.unicamp.br/~cnaber/Material_ME613_2S_2016.htm. O conjunto de dados a ser analisado está disponível em na página do curso sob o nome "reg3.dat". Neste são descritas as seguintes variáveis referentes a 50 estados norte-americanos: (i) **estado** (nome do estado), (ii) **pop** (população estimada em julho de 1975), (iii) **percap** (renda percapita em 1974 em USD), (iv) **analf** (proporção de analfabetos em 1970), (v) **expvida** (expectativa de vida em anos 1969-70), (vi) **crime** (taxa de criminalidade por 100000 habitantes 1976), (vii) **estud** (porcentagem de estudantes que concluem o segundo grau 1970), (viii) **ndias** (número de dias do ano com temperatura abaixo de zero grau Celsus na cidade mais importante do estado) e (ix) **area** (área do estado em milhas quadradas). O objetivo do estudo é tentar explicar a variável **expvida** usando um modelo de regressão normal linear dadas as variáveis explicativas **percap**, **analf**, **crime**, **estud**, **ndias** e **dens**, em que **dens**=pop/area (densidade da população estimada em julho de 1975 por área do estado em milhas quadradas).
Todos os modelos neste trabalho foram ajustados via metodologia de mínimos quadrados ordinários, veja Azevedo (2016), e todas suas respectivas análises residuais foram realizadas, conforme Paula (2013). A menos que seja citado o contrário, todas as variáveis que constam na base de dados serão referidas por sua descrição completa ou pelo nome que consta no banco de dados (estes foram supracitados em negrito). Denotaremos também:

Y_i - i-ésima observação da variável expvida
x_{1i} - i-esima observação da variável percap
x_{2i} - i-esima observação da variável analf

x_{3i} - i-esima observação da variável crime
x_{4i} - i-esima observação da variável estud
x_{5i} - i-esima observação da variável ndias
x_{6i} - i-esima observação da variável dens

```
## Loading tidyverse: tibble
## Loading tidyverse: tidyr
## Loading tidyverse: readr
## Loading tidyverse: purrr
```

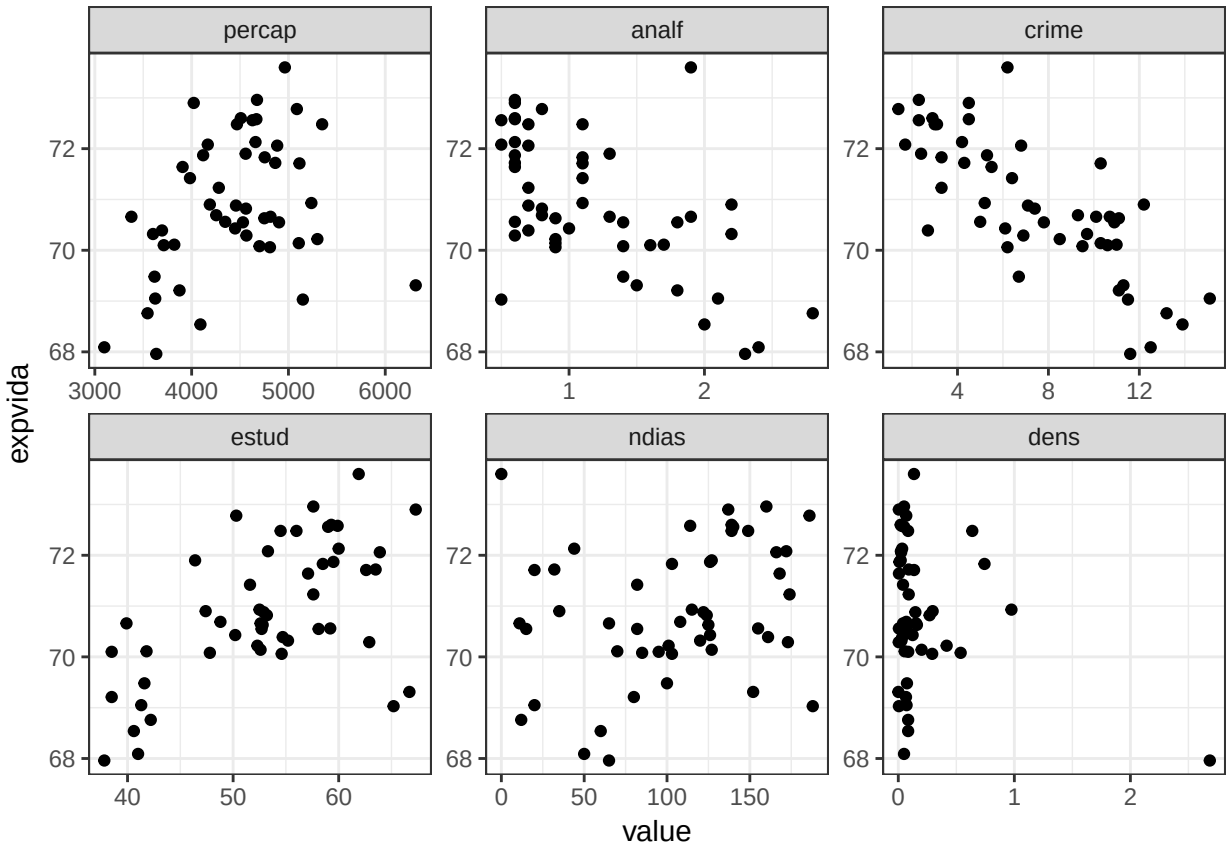
```
## Conflicts with tidy packages ----------------------------------------------
```

```
## arrange():   dplyr, plyr
## combine():   dplyr, gridExtra
## compact():   purrr, plyr
## count():     dplyr, plyr
## failwith():  dplyr, plyr
## filter():    dplyr, stats
## id():        dplyr, plyr
## lag():       dplyr, stats
## mutate():    dplyr, plyr
## recode():    dplyr, car
## rename():    dplyr, plyr
## smiths():    tidyr, reshape2
## some():      purrr, car
## summarise(): dplyr, plyr
## summarize(): dplyr, plyr
```

2.Análise Descritiva

variable	Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
percap	3098.0000	3993.0000	4519.000	4436.000	4814.0000	6315.000
analf	0.5000	0.6250	0.950	1.170	1.5750	2.800
crime	1.4000	4.3500	6.850	7.378	10.6800	15.100
estud	37.8000	48.0500	53.250	53.110	59.1500	67.300
ndias	0.0000	66.2500	114.500	104.500	139.8000	188.000
dens	0.0006	0.0277	0.069	0.188	0.1443	2.684
expvida	67.9600	70.1200	70.680	70.880	71.8900	73.600

Dado a natureza quantitativa dos dados, é de grande interesse que identifiquemos as relações entre as covariáveis explicativas e a variável resposta, a fim de tornar essas relações visuais, foi construido graficos de dispersão entre a variável resposta e entre todas as covariáveis de interesse. Estes estão representados na figura XX.



A partir da FiguraXX, podemos identificar visualmente a relação supracitada, a qual identificamos que todas as covariáveis parecem ter uma relação linear significativa, as quais existem relações lineares negativas entre a variável resposta e as covariáveis "analf" e "crime", assim como relações lineares negativas entre a variável resposta "expvida" e as covariáveis "percap","estud","ndias" e "dens" (a menos a um ponto).

Análise Inferêncial

Dada a constatação visual de relações lineares entre a variável resposta "expvida" e todas as covariáveis explicativas, é razoável iniciar um modelo que contemple todas estas covariáveis. Visando poder comparar diretamente os coeficiêntes do modelo, optamos por introduzir as covariáveis com médias e variâncias iguais, tornardo-as adimensionais. Portanto, vamos iniciar a análise com o seguinte modelo:

Modelo: !!!note que pode-se resumir a interpretação de B_j/s_j caso precise de espeço!!!

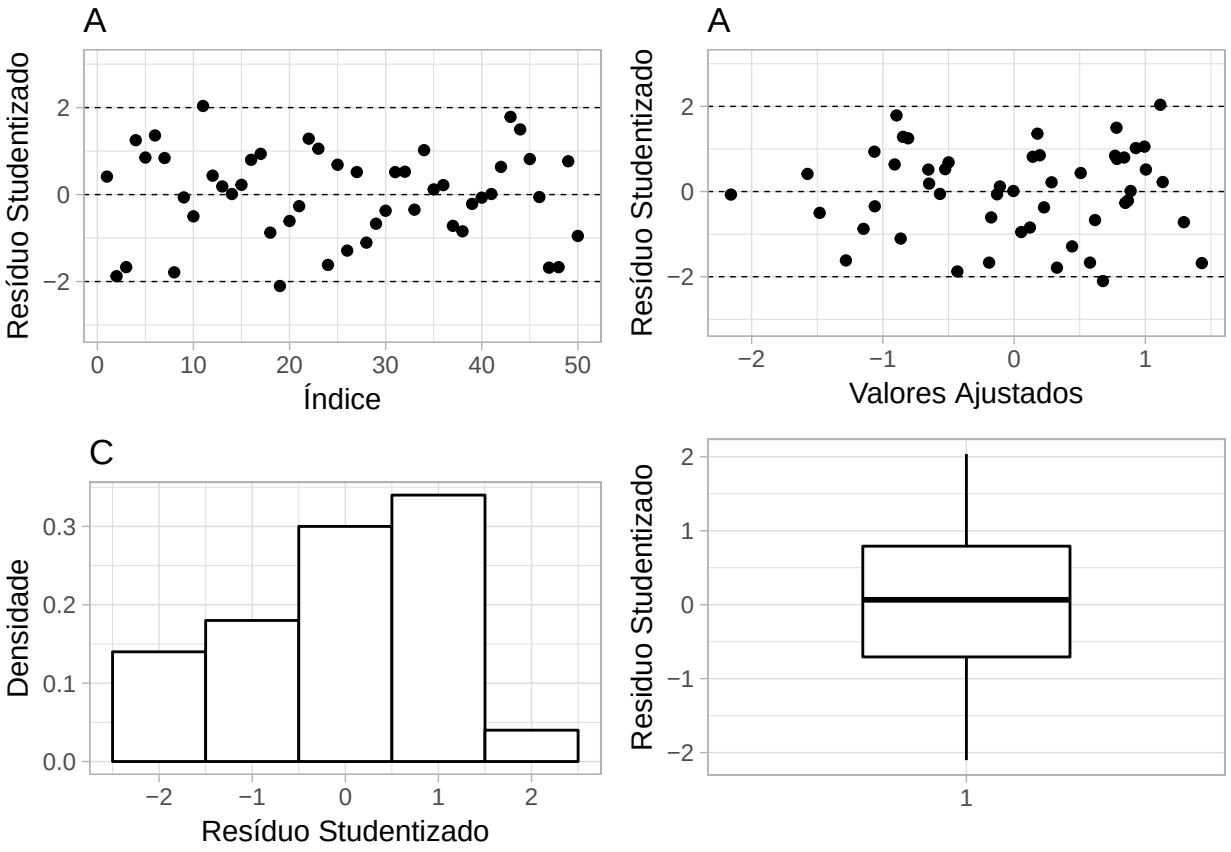
$$Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{6} \beta_j \left(\frac{x_{ji} - \bar{x_j}}{s_j} \right) + \varepsilon_i \begin{cases} i = 1, \ldots, 50 \\ j = 1, \ldots, 6 \end{cases}$$

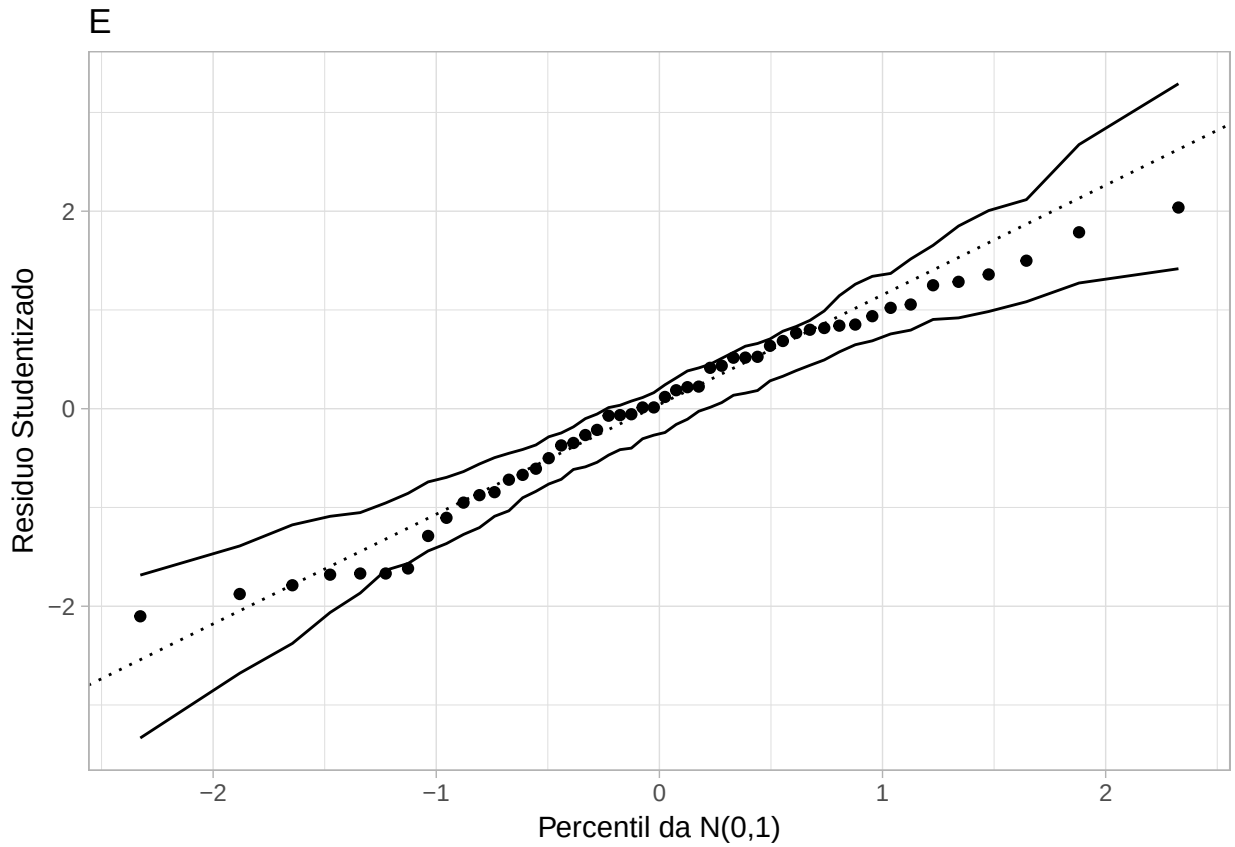
em que $\varepsilon_i \overset{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2)$, $x_j = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} x_j i$ e $s_j = \sqrt{\frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} (x_{ji} - \bar{x_j})^2}$

Y_i : Expectativa de vida em anos (1969-70).
β_0 : Expectativa de vida esperada em anos (1969-70) para valores de covariáveis iguais às suas respectivas médias.
$\frac{\beta_1}{s_1}$: Incremento (positivo ou negativo) na expectativa de vida em anos (1969-70) esperada quando se aumenta o valor da "renda percapita (em 1974 em USD)" em uma unidade, mantendo-se as demais covariáveis fixas.
$\frac{\beta_2}{s_2}$: Incremento (positivo ou negativo) na expectativa de vida em anos (1969-70) esperada quando se aumenta

o valor da "proporção de analfabetos (em 1970)" em uma unidade, mantendo-se as demais covariáveis fixas.
$\frac{\beta_3}{s_3}$: Incremento (positivo ou negativo) na expectativa de vida em anos (1969-70) esperada quando se aumenta o valor da "taxa de criminalidade (por 100000 habitantes 1976)" em uma unidade, mantendo-se as demais covariáveis fixas.
$\frac{\beta_4}{s_4}$: Incremento (positivo ou negativo) na expectativa de vida em anos (1969-70) esperada quando se aumenta o valor da "porcentagem de estudantes que concluem o segundo grau (1970)" em uma unidade, mantendo-se as demais covariáveis fixas.
$\frac{\beta_5}{s_5}$: Incremento (positivo ou negativo) na expectativa de vida em anos (1969-70) esperada quando se aumenta o valor de "número de dias do ano com temperatura abaixo de zero grau Celsus na cidade mais importante do estado" em uma unidade, mantendo-se as demais covariáveis fixas.
$\frac{\beta_6}{s_6}$: Incremento (positivo ou negativo) na expectativa de vida em anos (1969-70) esperada quando se aumenta o valor da "densidade da população estimada em julho de 1975 por área do estado em milhas quadradas" em uma unidade, mantendo-se as demais covariáveis fixas.

Pode-se observar a partir das figuras XX e XX que o modelo não teve um ajuste adequado, uma vez que se é possível observar uma assimetria positiva no histograma apresentado (gráfico YY da figura XX), assim como uma tendencia no gráfico de envelopes (figura XX) o que nos dá indícios de falta de normalidade nos resíduos. **!!!eu não identifiquei heterocedasticidade, se alguem achar que têm, escreva algum argumento!!!**. Neste caso, deveria-se procurar modelos alternativos que levem em consideração uma distribuição assimetrica. Dado o escopo do curso, procede-se com as análises posteriores.





Note, pela tabela XX que somente os parêmetros relacionados às covariáveis “crime”, “ndias” e “dens” significativos à um nível de significancia =0,10. A partir desse resultado, temos a indicação de que um modelo reduzido pode ser mais apropriado. Contudo, desejamos também, obter o modelo que melhor se ajusta aos dados.

```
#pacote para produzir tabela em latex
library(knitr)

# !!! depois editar!!!
#coeficientes e R^2 e R^2 ajustado
R2fitmax <- summary(fitmax)$r.squared
R2fitmax
```

```
## [1] 0.7371725
```

```
R2aj_fitmax <- summary(fitmax)$adj.r.squared
R2aj_fitmax
```

```
## [1] 0.7004989
```

```
kable(summary(fitmax)$coefficients)
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)
(Intercept)	0.0000000	0.0773952	0.0000000	1.0000000
percap	0.1007060	0.1045688	0.9630598	0.3409024
analf	-0.0239757	0.1497144	-0.1601428	0.8735186
crime	-0.7909564	0.1137496	-6.9534863	0.0000000
estud	0.1829116	0.1246228	1.4677219	0.1494569

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)
ndias	-0.2910257	0.1075544	-2.7058468	0.0097285
dens	-0.1570562	0.0848135	-1.8517829	0.0709312

Seleção dos modelos

A técnica escolhida para nos auxiliar a selecionar o modelo normal linear homocedastico que melhor se ajusta aos dados foi a técnica stepwise, veja Azevedo (2016).

```
## Start:  AIC=0.99
## expvida ~ 1
##
##          Df Sum of Sq    RSS     AIC
## + crime   1   29.8763 19.124 -44.055
## + analf   1   16.9690 32.031 -18.266
## + estud   1   16.6098 32.390 -17.708
## + percap  1    5.6729 43.327  -3.162
## + ndias   1    3.3653 45.635  -0.568
## + dens    1    3.3323 45.668  -0.532
## <none>                49.000   0.990
##
## Step:  AIC=-44.05
## expvida ~ crime
##
##          Df Sum of Sq    RSS     AIC
## + estud   1    2.6032 16.521 -49.371
## + ndias   1    1.7395 17.384 -46.823
## + dens    1    1.5034 17.620 -46.149
## + percap  1    1.3345 17.789 -45.671
## <none>                19.124 -44.055
## + analf   1    0.1516 18.972 -42.453
## - crime   1   29.8763 49.000   0.990
##
## Step:  AIC=-49.37
## expvida ~ crime + estud
##
##          Df Sum of Sq    RSS     AIC
## + ndias   1    2.4410 14.080 -55.365
## + dens    1    0.7343 15.786 -49.644
## <none>                16.521 -49.371
## + analf   1    0.2452 16.275 -48.119
## + percap  1    0.0567 16.464 -47.543
## - estud   1    2.6032 19.124 -44.055
## - crime   1   15.8696 32.390 -17.708
##
## Step:  AIC=-55.37
## expvida ~ crime + estud + ndias
##
##          Df Sum of Sq    RSS     AIC
## + dens    1    0.8913 13.188 -56.635
## <none>                14.080 -55.365
## + percap  1    0.1012 13.978 -53.726
```

```
## + analf   1    0.0954 13.984 -53.705
## - ndias   1    2.4410 16.521 -49.371
## - estud   1    3.3047 17.384 -46.823
## - crime   1   18.1773 32.257 -15.915
##
## Step:  AIC=-56.63
## expvida ~ crime + estud + ndias + dens
##
##          Df Sum of Sq    RSS     AIC
## <none>                 13.188 -56.635
## + percap  1    0.3020 12.886 -55.793
## - dens    1    0.8913 14.080 -55.365
## + analf   1    0.0319 13.156 -54.756
## - estud   1    2.3831 15.571 -50.329
## - ndias   1    2.5980 15.786 -49.644
## - crime   1   18.5026 31.691 -14.800
```

```
## Start:  AIC=-53.82
## expvida ~ +percap + analf + crime + estud + ndias + dens
##
##          Df Sum of Sq    RSS     AIC
## - analf   1    0.0077 12.886 -55.793
## - percap  1    0.2778 13.156 -54.756
## <none>                 12.879 -53.823
## - estud   1    0.6452 13.524 -53.379
## - dens    1    1.0270 13.906 -51.987
## - ndias   1    2.1928 15.071 -47.961
## - crime   1   14.4812 27.360 -18.148
##
## Step:  AIC=-55.79
## expvida ~ percap + crime + estud + ndias + dens
##
##          Df Sum of Sq    RSS     AIC
## - percap  1    0.3020 13.188 -56.635
## <none>                 12.886 -55.793
## - estud   1    0.7637 13.650 -54.914
## - dens    1    1.0921 13.978 -53.726
## - ndias   1    2.7034 15.590 -48.271
## - crime   1   18.8044 31.691 -12.800
##
## Step:  AIC=-56.63
## expvida ~ crime + estud + ndias + dens
##
##         Df Sum of Sq    RSS     AIC
## <none>                13.188 -56.635
## - dens   1    0.8913 14.080 -55.365
## - estud  1    2.3831 15.571 -50.329
## - ndias  1    2.5980 15.786 -49.644
## - crime  1   18.5026 31.691 -14.800
```

A aplicação da metodologia stepwise, começando com o modelo só com o intercepto ou começando com o modelo completo, indicou, em ambos os casos que o modelo com que melhor se ajusta é o modelo que leva em consideração somente as covariáveis “crime”,“estud”,“ndias” e “dens”.

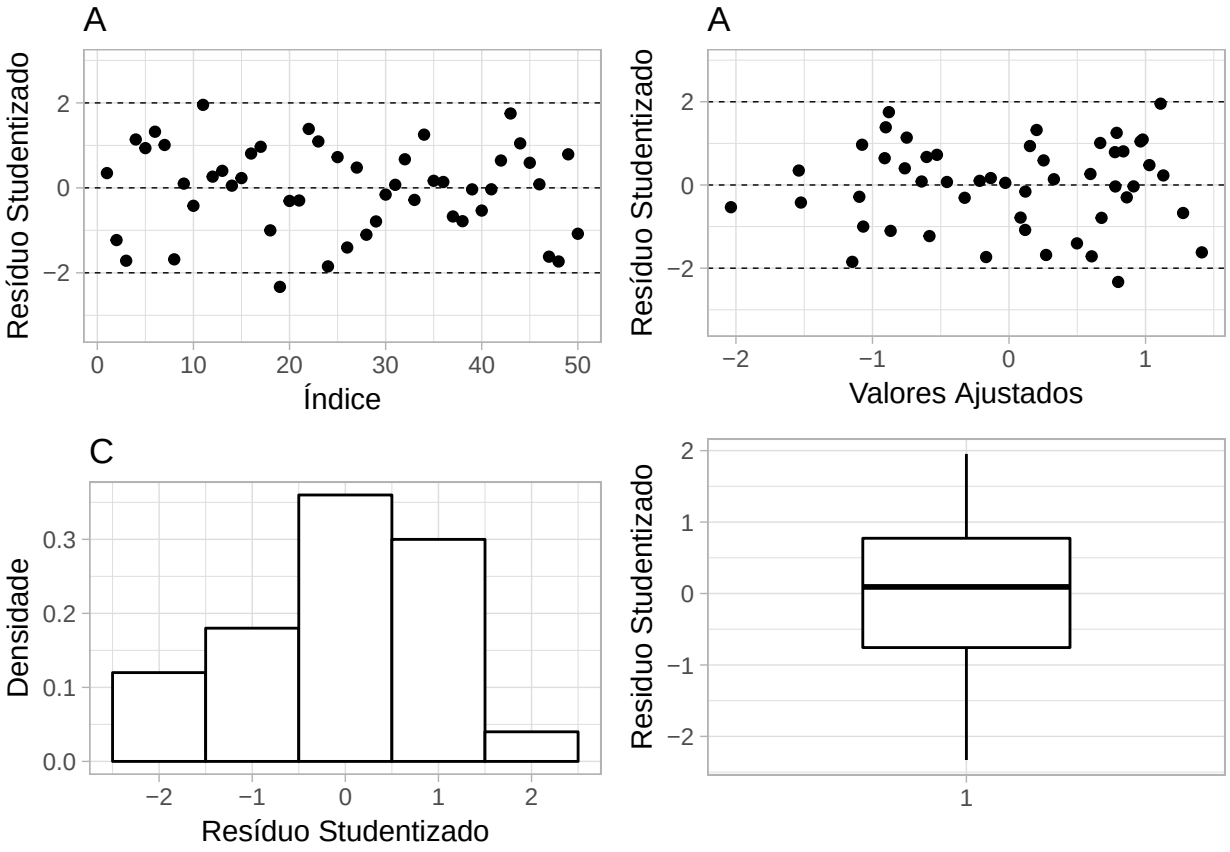
Temos agora o seguinte modelo:

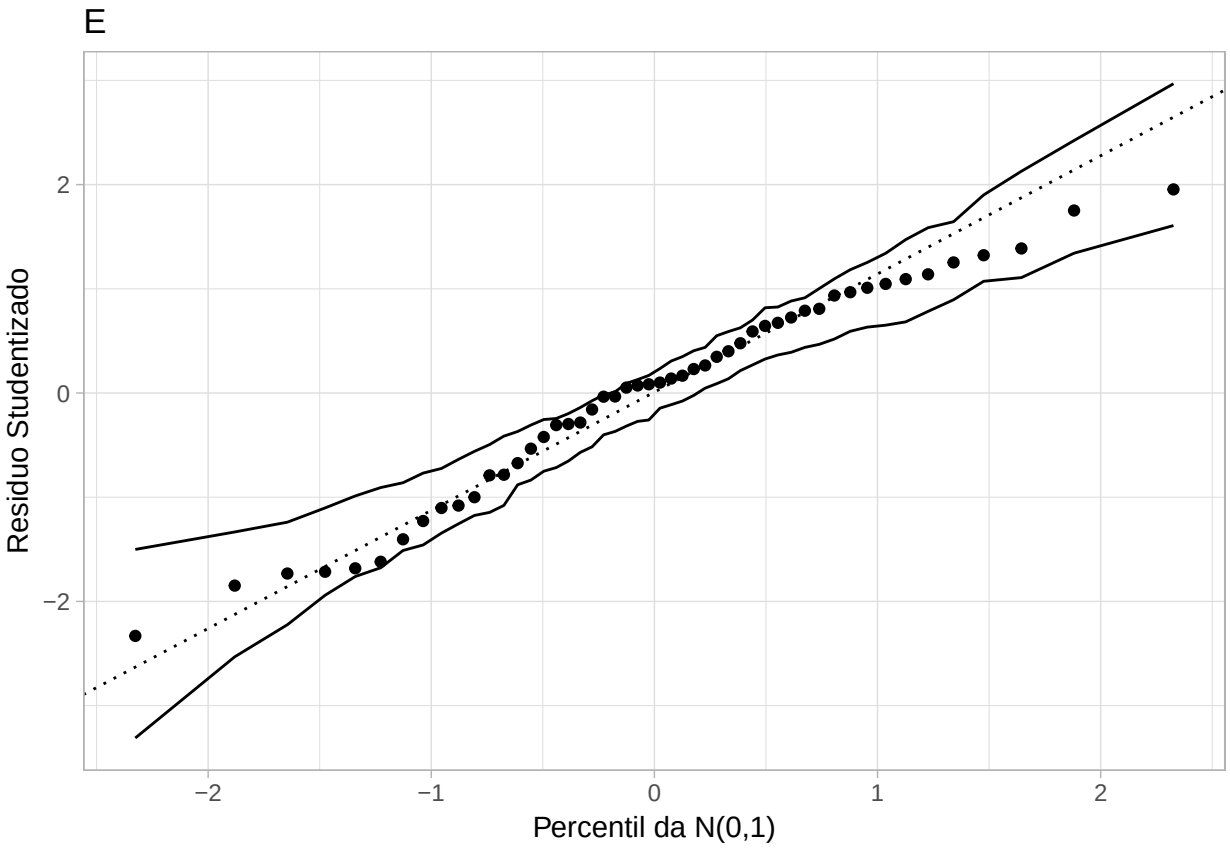
$$Y_i = \beta_0 + \sum_{j=3}^{6} \beta_j \left(\frac{x_{ji} - \bar{x_j}}{s_j} \right) + \varepsilon_i \begin{cases} i = 1, \ldots, 50 \\ j = 3, \ldots, 6 \end{cases}$$

em que $\varepsilon_i \overset{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2)$, $x_j = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} x_j i$ e $s_j = \sqrt{\frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} (x_{ji} - \bar{x_j})^2}$

Y_i : Expectativa de vida em anos (1969-70).
β_0 : Expectativa de vida esperada em anos (1969-70) para valores de covariáveis iguais às suas respectivas médias.
$\frac{\beta_3}{s_3}$: Incremento (positivo ou negativo) na expectativa de vida em anos (1969-70) esperada quando se aumenta o valor da "taxa de criminalidade (por 100000 habitantes 1976)" em uma unidade, mantendo-se as demais covariáveis fixas.
$\frac{\beta_4}{s_4}$: Incremento (positivo ou negativo) na expectativa de vida em anos (1969-70) esperada quando se aumenta o valor da "porcentagem de estudantes que concluem o segundo grau (1970)" em uma unidade, mantendo-se as demais covariáveis fixas.
$\frac{\beta_5}{s_5}$: Incremento (positivo ou negativo) na expectativa de vida em anos (1969-70) esperada quando se aumenta o valor de "número de dias do ano com temperatura abaixo de zero grau Celsus na cidade mais importante do estado" em uma unidade, mantendo-se as demais covariáveis fixas.
$\frac{\beta_6}{s_6}$: Incremento (positivo ou negativo) na expectativa de vida em anos (1969-70) esperada quando se aumenta o valor da "densidade da população estimada em julho de 1975 por área do estado em milhas quadradas" em uma unidade, mantendo-se as demais covariáveis fixas.

Em anuência ao ajuste do modelo anterior, este modelo também não apresentou um ajuste adequado, uma vez que se observa nas figuras YY XX indícios de mal ajuste semelhantes aos observados na análise residual para o modelo anterior. **!!! alguém identificou algum problema a mais??? argumentar aqui!!!** Neste caso, deveria-se procurar modelos alternativos que levem em consideração uma distribuição assimetrica. Novamente, dado o escopo do curso, procede-se com as análises posteriores.





	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)
(Intercept)	0.0000000	0.0765601	0.000000	1.0000000
crime	-0.7861414	0.0989399	-7.945644	0.0000000
estud	0.2626320	0.0921002	2.851591	0.0065462
ndias	-0.2765304	0.0928773	-2.977375	0.0046685
dens	-0.1401871	0.0803871	-1.743900	0.0880049

Multicolinearidade

Mesmo o modelo não apresentando muitas covariáveis, é interessante, a fim de assegurar a validade dos resultados obtidos (desconsidere que o modelo não teve um bom ajuste), verificar também a possibilidade de se ter multicolinearidade presente no modelo ajustado. Com o propósito de identificar alguma indicação de multicolinearidade no modelo, podemos análisar os coeficiêntes de corelação linear entre as covariáveis "crime", "estud", "ndias" e "dens". Porém, observamos na tabela XX (abaixo) que nenhum par de covariáveis apresenta coeficiente de correlação deveras alto. Este fato, somado ao fato das covariáveis presentes no medelo não apresentarem nenhum indício de serem fontes de multicolinearidade, descartamos então, a hipótese de presença de multicolinearidade no modelo.

	crime	estud	ndias	dens
crime	1.0000000	-0.4879710	-0.5388834	0.1110318
estud	-0.4879710	1.0000000	0.3667797	-0.2667561
ndias	-0.5388834	0.3667797	1.0000000	-0.1329066
dens	0.1110318	-0.2667561	-0.1329066	1.0000000

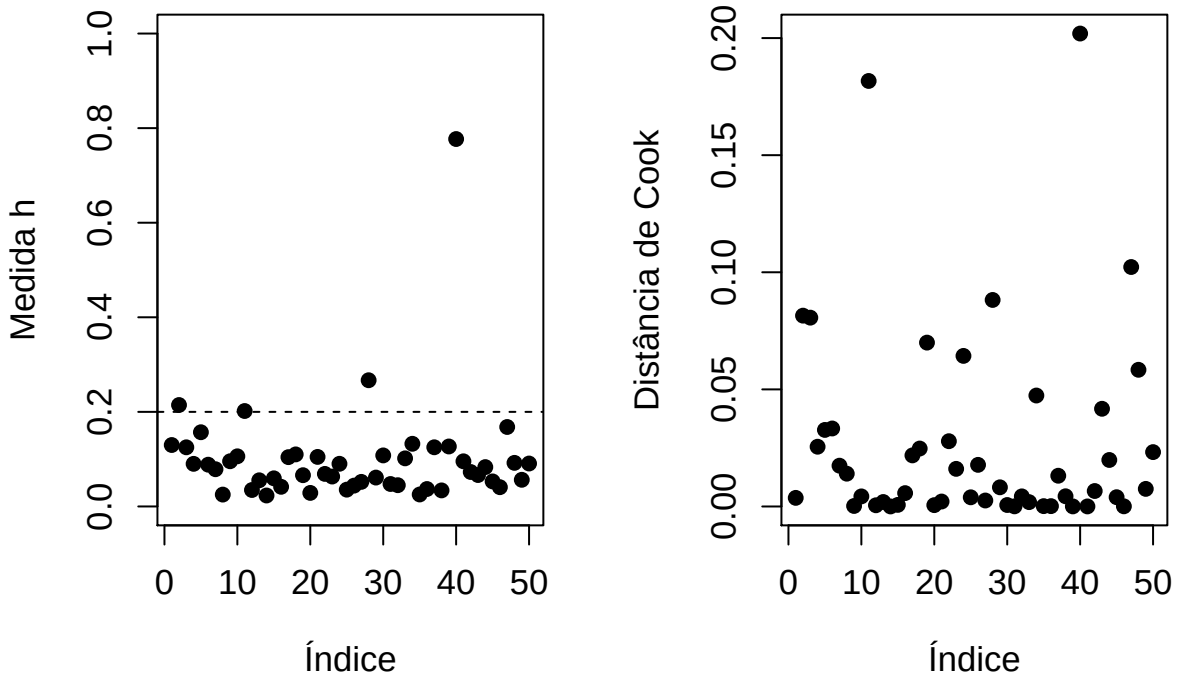
	crime	estud	ndias	dens

Sabe-se que se a divisão $K = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}$ for maior que mil, geralmente, há indicios de multicolinearidade. Fazendo isso para o caso do problema em questão, tem-se que: $K = 4.8047927$. Como $K < 1000$, descartaremos a hipótese de multicolinearidade dos dados.

Alavancagem

Observando a figura XX podemos identificar a existência de pontos distantes dos demais, o que é uma indicação de alavancagem.

!!!escrever explicaçõs, identificar os pontos e depois ajustar modelos sem estes pontos e compara-los via AIC e BIC!!!

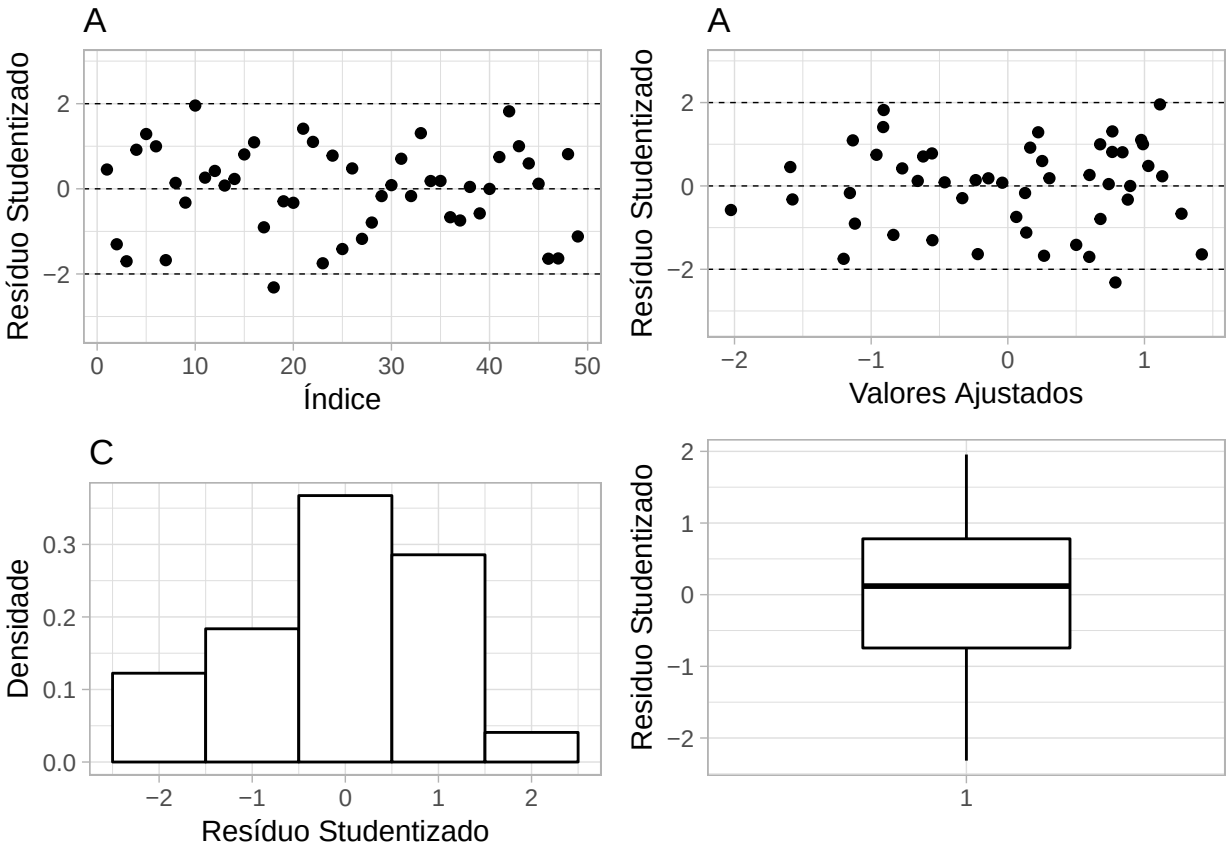


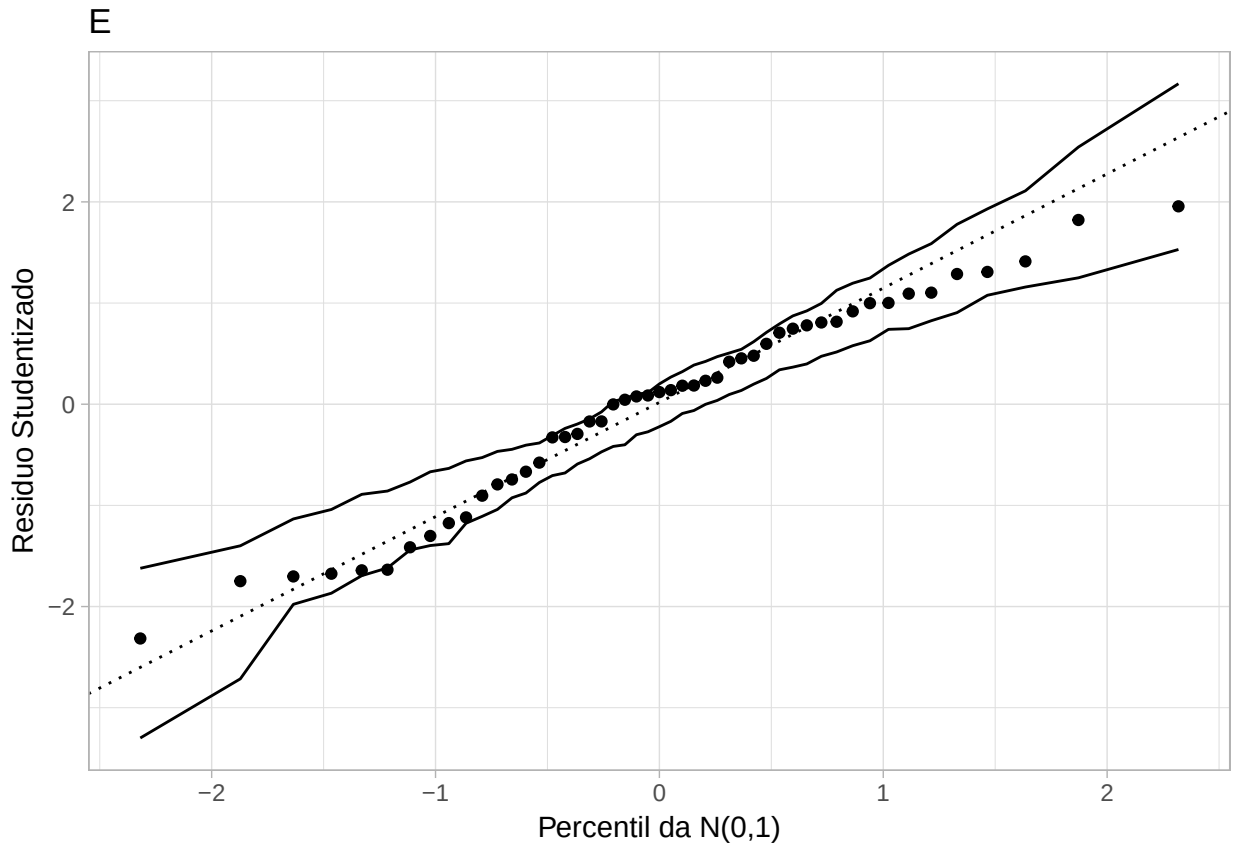
Vemos para o gráfico de Medida h, o ponto que se destaca é o de indice 40, com valor de 0.7769594. Já no de Distânca de Cook, temos dois pontos em destaque: um é o do mesmo indice,com valor 0.2019275, coomparações entre os valores das duas medidas não consistentes e portanto inválidas, outro ponto é o de indice 11, com valor 0.1816923.

Logo, como identificamos esses pontos, vamos montar um modelo reduzido, como feito acima mas excluindo primeiramente as observações de indice 40 pois nos dois caso é o ponto mais elevado, possívelmente o que mais influência no modelo. caso ocorra uma melhora de ajuste, faremos para o outro identificado pela Distância de Cook.

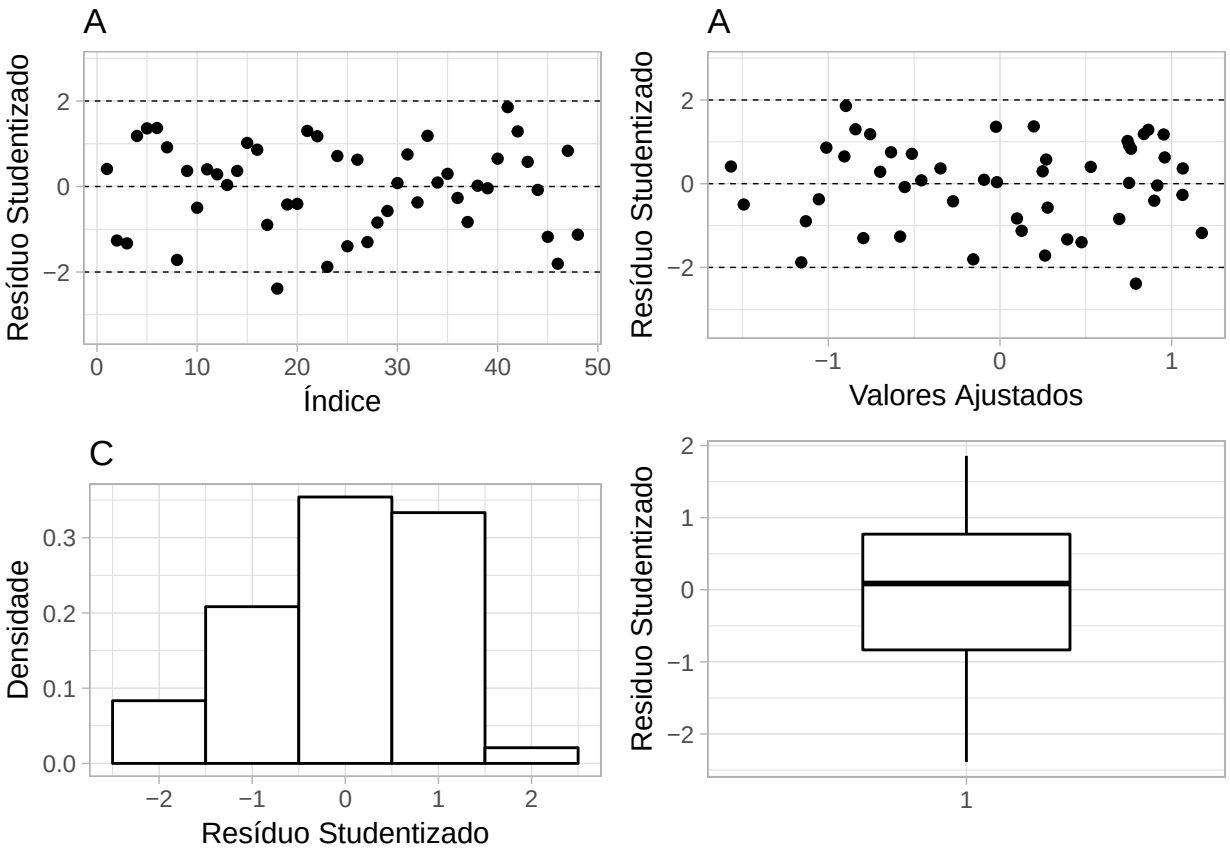
Segue abaixo o ajuste do modelo sem a observação 40

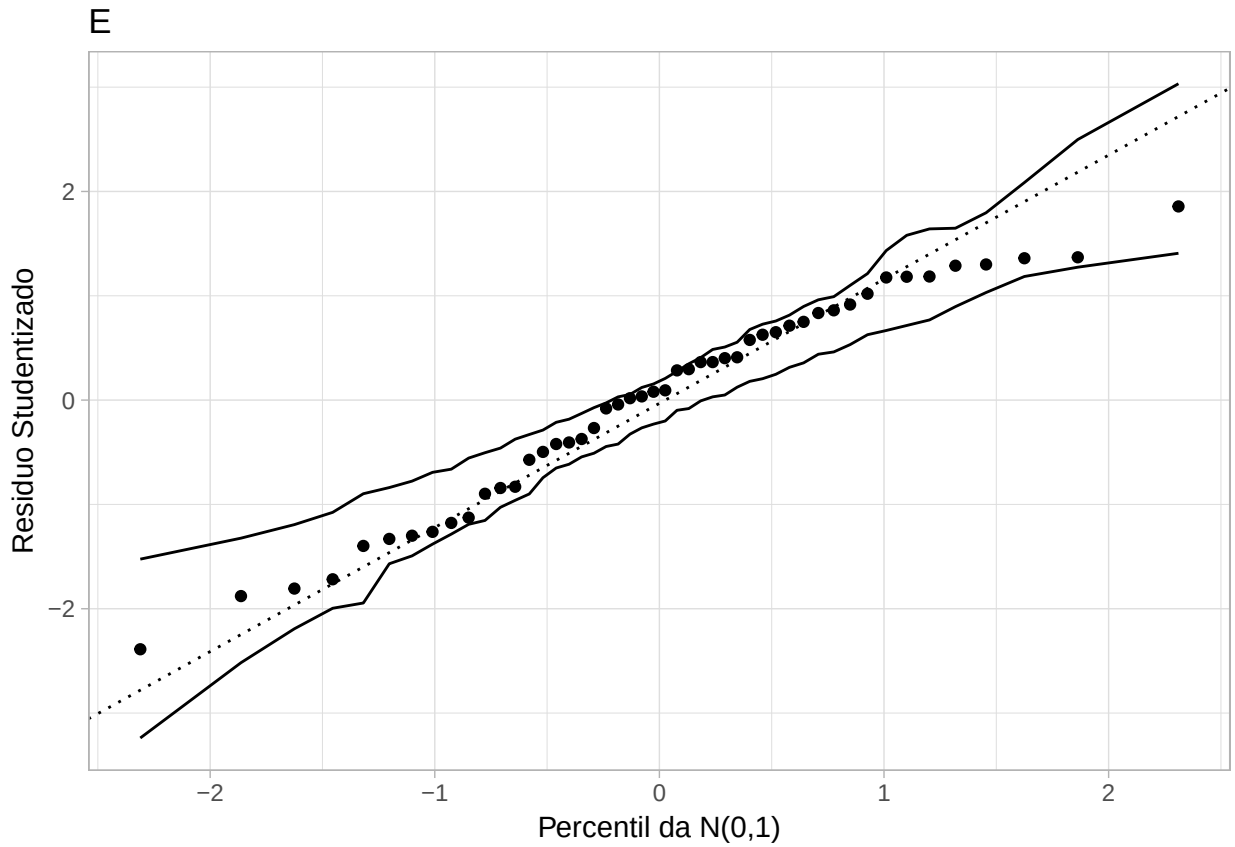
```r
fit_otimo_adj1 <- lm(expvida ~ crime + estud + ndias + dens, data = dados[-4,])


res_fit_otimo_adj1 = summary(fit_otimo_adj1)
coeff_fit_otimo_adj1 = res_fit_otimo_adj1$coefficients
coeff_fit_otimo_adj1 = data.frame(round(as.double(coeff_fit_otimo_adj1[,1]),4),round(as.double(coeff_fi

names(coeff_fit_otimo_adj1)=c("Estimativa","EP","Valor T","Valor p")

# Estatísticas para comparação de modelos
medidas_fit_otimo_adj1 = data.frame(rbind(AIC(fit_otimo_adj1),BIC(fit_otimo_adj1),logLik(fit_otimo_adj1)
colnames(medidas_fit_otimo_adj1)=c("Modelo 3")
rownames(medidas_fit_otimo_adj1)=c("AIC","BIC","Log-Verossimilhança")



mm_adj1 = as.matrix(model.matrix(fit_otimo_adj1))
```






```
fit_otimo_adj2 <- lm(expvida ~ crime + estud + ndias + dens, data = dados[-c(11,40),])

res_fit_otimo_adj2 = summary(fit_otimo_adj2)
coeff_fit_otimo_adj2 = res_fit_otimo_adj2$coefficients
coeff_fit_otimo_adj2 = data.frame(round(as.double(coeff_fit_otimo_adj2[,1]),4),round(as.double(coeff_fi

names(coeff_fit_otimo_adj1)=c("Estimativa","EP","Valor T","Valor p")

# Estatísticas para comparação de modelos
medidas_fit_otimo_adj2 = data.frame(rbind(AIC(fit_otimo_adj2),BIC(fit_otimo_adj2),logLik(fit_otimo_adj2
colnames(medidas_fit_otimo_adj2)=c("Modelo 4")
rownames(medidas_fit_otimo_adj2)=c("AIC","BIC","Log-Verossimilhança")



mm_adj1 = as.matrix(model.matrix(fit_otimo_adj1))
```


A
Resíduo Studentizado
Índice
A
Resíduo Studentizado
Valores Ajustados
C
Densidade
Resíduo Studentizado
Resíduo Studentizado




```
medidas_comp_model = data.frame(medidas_fit_max,medidas_fit_otimo,medidas_fit_otimo_adj1,medidas_fit_ot
```

Conclusões