

Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Departamento de Estatística

Relatório - Parte I

Exercício 1

Guilherme Pazian RA:160323
Henrique Capatto RA:146406
Hugo Calegari RA:155738
Leonardo Uchoa Pedreira RA:156231

Professor: Caio Lucidius Naberezny Azevedo

Campinas-SP, 12 de Junho de 2017

1.Introdução

Um dos maiores problemas da Dentística Restauradora é a falta de adesão dos materiais restauradores às estruturas dentárias, o que permitia uma infiltração marginal, que leva à descoloração marginal, fraturas marginais, reincidência de cárie, sensibilidade pós-operatória e reações pulpares e considerando as implicações disto na saúde bucal de um paciente, o presente estudo busca comparar três tipos de materiais selantes (Allbond, Optibond e Scotchbond), segundo o nível de microinfiltração, numa escala que varia de 0 até 4 (0=sem microinfiltração 4=microinfiltração intensa). Cada um dos três pesquisados classificaram setenta e dois dentes quanto a microinfiltração, totalizando duzentos e dezesseis dentes. Foram fixados para cada tipo de material um total de setenta e dois dentes a serem analisados. Portanto, o objetivo é classificar os tipos de selante quanto ao nível de microinfiltração. Os dados do experimento se encontram abaixo na tabela 1 e maiores detalhes constam em Witzel, Grande & Singer (2000). Na próxima seção iniciamos a análise dos resultados apresentando uma análise descritiva.

Todas as análises presentes neste trabalho foram obtidas com auxílio dos softwares “R” e “RStudio”. Ambos são gratuitos e estão disponíveis nos sites <https://cran.r-project.org/index.html> e <https://www.rstudio.com/products/rstudio/download/> respectivamente. Para os testes estatísticos, foi-se considerado um nível de significância de 10%.

2. Análise Descritiva

Abaixo, observamos a tabela 1, correspondente aos dados do experimento.

Material	Nível de microinfiltração					Total
	0	1	2	3	4	
Allbond	9	18	31	12	2	72
Optibond	26	34	8	3	1	72
Scotchbond	9	17	15	25	6	72

Tabela 1: Dados do Problema

Acima observa-se as contagens das classificações por tipo de material selante. Os dados foram obtidos a partir de uma contagem do número de classificações dadas pelos pesquisadores para cada nível de microinfiltração em cada tipo de material selante.

Sabemos que quanto mais dentes forem classificados com classificações mais baixas, melhor será o material. A fim de podermos captar algum indício de que algum Material Selante possui melhor desempenho do que os outros, definiu-se uma estatística:

Seja $soma_{01i}$ definida como a soma das contagens de classificações 0 ou 1 feita no i -ésimo material. Seja $somatotal_i$ igual ao total de dentes analisados por tipo de material, na qual sabe-se, pela descrição do experimento, que a medida é setenta e duas unidades dentárias. As quantidades $soma_{0i}$ e $soma_{1i}$ são as medidas de 0 e 1 respectivamente para cada tipo de Material. Essa estatística pode ser considerada como uma proporção e visa identificar qual material produz as classificações de maior interesse em relação ao problema, expressando-se os resultados numa porcentagem.

Logo,

$$soma_{01i} = \frac{soma_{0i} + soma_{1i}}{72}. \text{ para } i=\text{Allbond, Optibond, Scotchbond}$$

Portanto, para o material Allbond obteve-se

$$soma_{01\text{Allbond}} = \frac{soma_{0\text{Allbond}} + soma_{1\text{Allbond}}}{72} = \frac{9 + 18}{72} = \frac{27}{72}$$

Já para Optibond,

$$soma_{01\text{Optibond}} = \frac{soma_{0\text{Optibond}} + soma_{1\text{Optibond}}}{72} = \frac{26 + 34}{72} = \frac{60}{72}$$

Para Scotchbond,

$$soma_{01\text{Scotchbond}} = \frac{soma_{0\text{Scotchbond}} + soma_{1\text{Scotchbond}}}{72} = \frac{9 + 17}{72} = \frac{26}{72}$$

Logo, medindo esses resultados em porcentagem, temos que para Allbond 37,5 % das classificações estão alocadas entre 0 e 1. Utilizando este mesmo raciocínio, para Optibond 83,33 % e, Scotchbond 36,11 %.

Baseados nestes resultados, observa-se que o Selente Optibond possui maiores classificações situadas entre os menores níveis de microinfiltração (0 e 1), sugerindo que esse material tenha melhor desempenho que os outros. Vê-se também que os resultados para Allbond e Scotchbond são semelhantes, porém nenhuma conclusão pode ser aferida pois há de se observar onde residem as demais proporções de classificação, ou seja, deve-se levar em consideração também as distribuições de frequência de cada material.

Observa-se nas figuras 1, 2 e 3, as respectivas distribuições de frequências para os três materiais.

Temos os seguintes comportamentos:

Na figura 1, observa-se uma prevalência das classificações em torno de 2, e a identificação com a segunda maior quantidade é a 1, sugerindo que esse método tem níveis razoáveis de microinfiltração e talvez não seja o que proporciona os menores níveis.

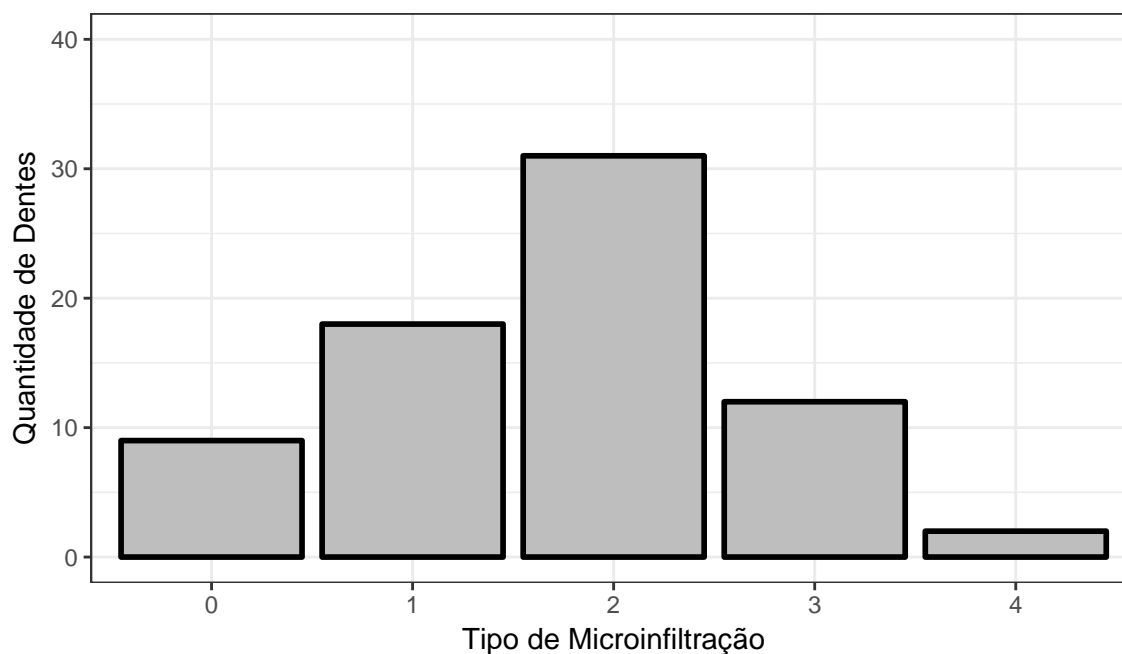


Figura 1: Distribuição de frequência em relação aos níveis de Microinfiltração para o material Allbond

Na figura 2, especula-se a sua superioridade na retenção de microinfiltração pois constata-se visualmente que as maiores categorizações se situam nos valores de 0 e 1.

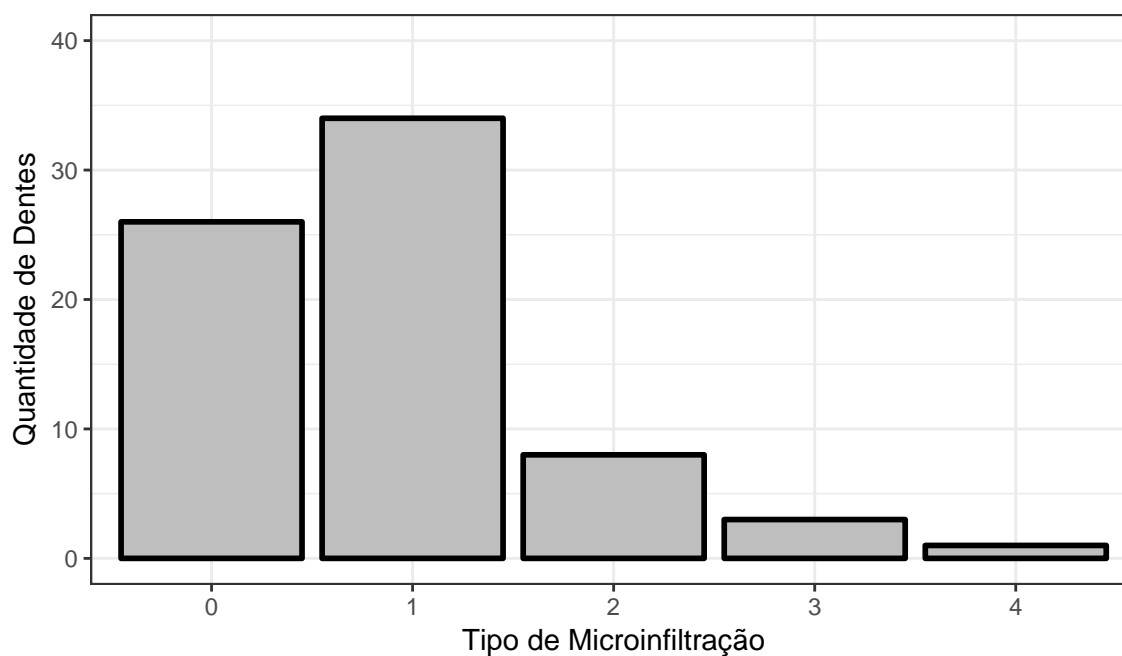


Figura 2: Distribuição de frequência em relação aos níveis de Microinfiltração para o material Optibond

A figura3, evidencia uma pior rotulamento em relacionado aos demais pois há maiores quantidades no valor de 3, e outras razoáveis entre 1 e 2, sugerindo um pior desempenho em relação aos outros métodos de selagem.

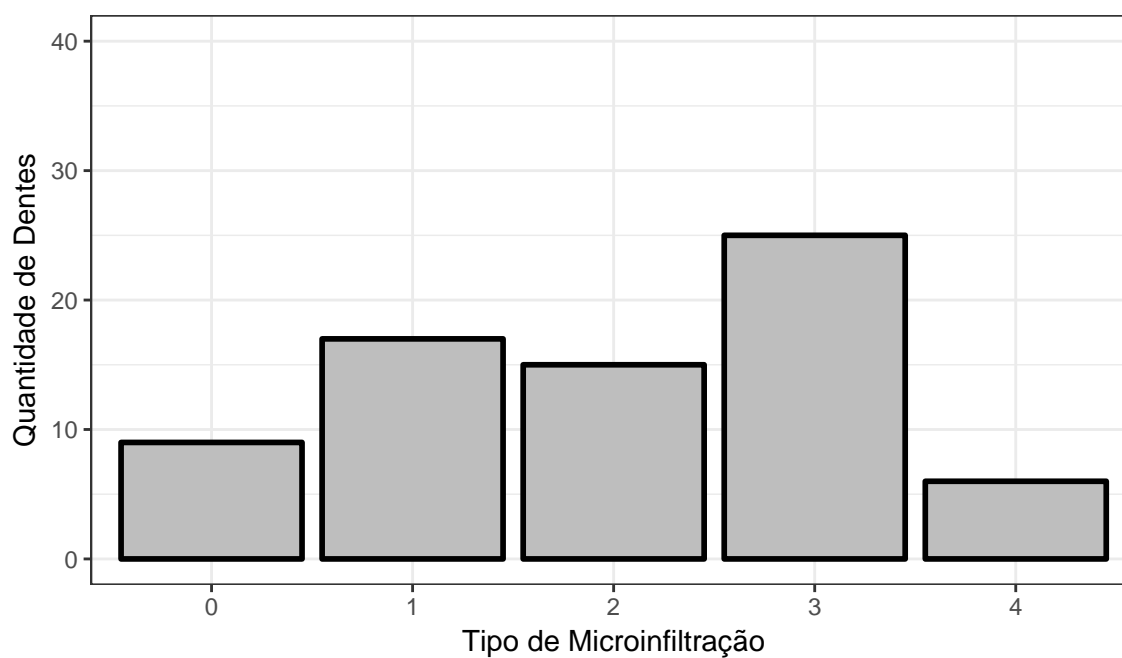


Figura 3: Distribuição de frequência em relação aos níveis de Microinfiltração para o material Scotchbond

Já na figura 4, pode-se visualizar estimativas pontuais e intervalares para as proporções populacionais de classificação de cada nível de microinfiltração para cada material. Portanto, podemos identificar diferenças entre as proporções para cada

grupo; No eixo das abscissas, pode-se ver que as observações estão ordenadas por materiais Selantes (A=Allbond, O=Optibond e S=Scotchbond) e suas respectivas classificações (0-4). Com isso, podemos observar as mesmas informações que no gráfico de barras, porém agora há a informação das proporções de cada categorização, assim como as estimativas intervalares. Vemos que, para para Allbond a classificação 2 teve a maior proporção dentre os setenta e dois dentes analisados, com cerca de 40% desta. Para Optibond, observa-se que a Classificação 1 é a que possui maior a proporção, com cerca de 40% destas. Para Scotchbond, a categorização 3 foi a mais ocorrente, com cerca de 30%. Levando em conta que quanto maior a proporção de classificação em valores menores, como 0 ou 1, melhor será o material, pode-se inferir que o melhor material é o Optibond, seguido do Allbond e do Scotchbond.

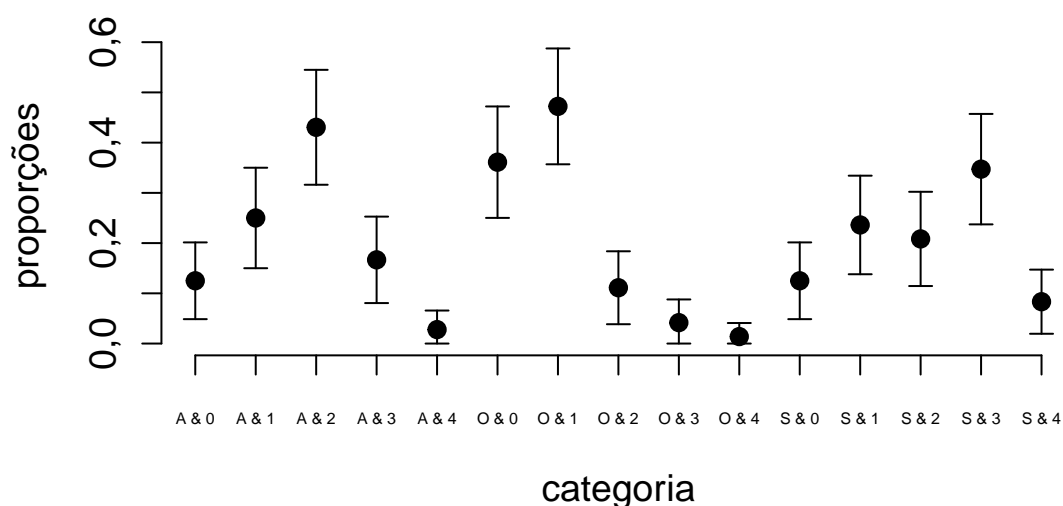


Figura 4: Gráfico de Proporções médias com seus respectivos intervalos de confiança

Portanto, das análises descritivas podemos concluir que há indícios de termos um material que é relativamente melhor que os outros, este é o Optibond. Seguidamente, pode-se concluir que há distinções, embora não tão evidente, entre os materiais Allbond e Scotchbond, tendo o primeiro melhor desempenho em relação ao segundo. Portanto, a análise inferencial procurará confrontar essas conjecturas, confirmando-as ou rejeitando-as.

3. Análise Inferencial

O Modelo probabilístico gerador da Tabela é o Produto de Multinomiais Independentes pois os totais marginais relacionados aos tipos de materiais de Selante são fixados. Portanto, seguindo a notação usada em (Azevedo 2017), o modelo é dado pela seguinte equação:

$$N_i = (N_{i0}, N_{i1}, N_{i2}, N_{i3}, N_{i4})' \sim \text{multinomial}(n_i, \theta_i) \quad i = 1, 2, 3$$

$$N_i \perp N_j \quad \forall i \neq j; \quad i, j = 1, 2, 3, \quad \theta_i = (\theta_{i0}, \theta_{i1}, \theta_{i2}, \theta_{i3})' \text{ e } \theta_{ij} \in (0, 1)$$

Para Analisar os resultados apresentados na tabela 1, devemos definir uma medida de desempenho.

A medida de desempenho proposta foi a média dos escores ponderadas pela probabilidade de classificação em cada grupo. Temos então que as medidas de desempenho dos materiais são dadas por:

$$\bar{S}_{Allbond} = 0\theta_{10} + 1\theta_{11} + 2\theta_{12} + 3\theta_{13} + 4\theta_{14}$$

$$\bar{S}_{Optibond} = 0\theta_{20} + 1\theta_{21} + 2\theta_{22} + 3\theta_{23} + 4\theta_{24}$$

$$\bar{S}_{Scotchbond} = 0\theta_{30} + 1\theta_{31} + 2\theta_{32} + 3\theta_{33} + 4\theta_{34}$$

Temos o interesse em testar se as medidas de desempenho dos três materiais são iguais, ou seja, testar a hipóteses:

$$H_0 : \begin{cases} \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} = 0 \\ \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 \end{cases} \quad \text{Vs } H_1 : \text{Há pelo menos uma diferença}$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_0 : B\pi = D \quad \text{Vs } H_1 : B\pi \neq D$$

onde:

$$B' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ -2 & 0 \\ -3 & 0 \\ -4 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -2 \\ 0 & -3 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Conforme Azevedo(2017), podemos testar as hipóteses acima utilizando um teste assintótico baseado na estatística qui-quadrado. Ao realizar o teste, observou-se um valor de 54,27 que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste (“2” nesse caso), obtemos um p-valor de <0,0001, ou seja, considerando um nível de significância de 10%, rejeita-se a hipóte nula. Desta maneira, existem evidências a favor da hipótese de que as medidas de desempenho dos três materiais são diferentes.

Uma vez que há a indicação de que as medidas de desempenho dos materiais são diferentes, é interessante testar agora as sub-hipóteses, de modo a testar hipóteses de igualdade entre as referidas medidas dos materiais par a par, separadamente.

Temos então novos testes de hipóteses:

Para a comparação das medidas de desempenho dos materiais Allbond e Optibond, utilizou-se a seguinte hipótese:

$$H_{01} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} = 0 \text{ Vs } H_{11} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} \neq 0$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_{01} : B_1 \pi = D \text{ Vs } H_{11} : B_1 \pi \neq D$$

OBS: Os vetores B_1 , π e D estão definidos em anexo.

A partir do teste da hipótese acima, observou-se um valor de 30,42 para a estatística do teste que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste (“1” nesse caso), obtemos um p-valor de <0,0001, ou seja, considerando um nível de significância de 10%, rejeita-se a hipótese nula.

Desta maneira, existem evidências a favor da hipótese de que as medidas de desempenho dos materiais Allbond e Optibond são estatisticamente diferentes.

Para a comparação das medidas de desempenho dos materiais Allbond e Scotchbond, utilizou-se a seguinte hipótese:

$$H_{02} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 \text{ Vs } H_{12} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_{02} : B_2\pi = D \text{ Vs } H_{12} : B_2\pi \neq D$$

OBS: Os vetores B_2 , π e D estão definidos em anexo.

A partir do teste da hipótese acima, observou-se um valor de 2,84 para a estatística do teste que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste (“1” nesse caso), obtemos um p-valor de 0,0919, ou seja, considerando um nível de significância de 10%, rejeita-se a hipótese nula.

Desta maneira, existem evidências a favor da hipótese de que as medidas de desempenho dos materiais Allbond e Scotchbond são estatisticamente diferentes.

Para a comparação das medidas de desempenho dos materiais Optibond e Scotchbond, utilizou-se a seguinte hipótese:

$$H_{03} : \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 \text{ Vs } H_{13} : \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_{03} : B_3\pi = D \text{ Vs } H_{13} : B_3\pi \neq D$$

OBS: Os vetores B_3 , π e D estão definidos em anexo.

A partir do teste da hipótese acima, observou-se um valor de 44,21 para a estatística do teste que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste (“1” nesse caso), obtemos um p-valor de <0,0001, ou seja, considerando um nível de significância de 10%, rejeita-se a hipótese nula.

Desta maneira, existem evidências a favor da hipótese de que as medidas de desempenho dos materiais Optibond e Scotchbond

são estatisticamente diferentes.

Dados os resultados dos testes de hipóteses acima, tem-se a indicação das medidas de desempenho dos três materiais diferem estatisticamente entre si.

Uma outra análise poderia ser feita a partir de um modelo de regressão linear para Tabela de Contingência, escrito na forma $A\pi = X\beta$ (Veja Azevedo 2017). Levando-se em consideração as hipóteses já definidas anteriormente H_{01}, H_{02} e H_{03} , ajustamos um modelo do tipo $A\pi = X\beta$ para cada hipótese e obtivemos os respectivos p-valores para os respectivos testes do tipo H_0 : O modelo está bem ajustado *vs* H_1 : O modelo não está bem ajustado : <0,0001, 0,0919 e <0,0001, que nos dão a indicação, a um nível de significância de 10%, de mal ajuste de todos os modelos propostos, o que nos leva para exatamente as mesmas conclusões que anteriormente.

OBS: De fato, considerando a mesma hipótese de interesse, os p-valores dos testes do tipo $B\pi = D$ e $A\pi = X\beta$ são os mesmos.

Dados os resultados expostos anteriormente, podemos testar o ajuste de um modelo que leva em consideração a hipótese de que todas as medidas de desempenho dos materiais são diferentes, e partir desse modelo, obter as estimativas pontuais e intervalares para as medidas de desempenho de cada material.

Pode-se observar, através da tabela 2 os valores estimados da medida de desempenho de cada material (MD Estimada), seus respectivos desvios padrão (DP) e intervalos de confiança (LIIC e LSIC são respectivamente os limites inferior e superior dos intervalos de confiança para as medidas de desempenho levando-se em consideração um nível de confiança de 95%).

Material	MD Estimada	DP	LIIC	LSIC
Allbond	1.72	0.11	1.50	1.95
Optibond	0.87	0.10	0.68	1.07
Scotchbond	2.03	0.14	1.75	2.30

Tabela 2: Estimativas dos parâmetros e respectivos desvio padrão e intervalo de confiança

A figura 5 é uma representação gráfica dos Intervalos de confiança apresentados na tabela 5.

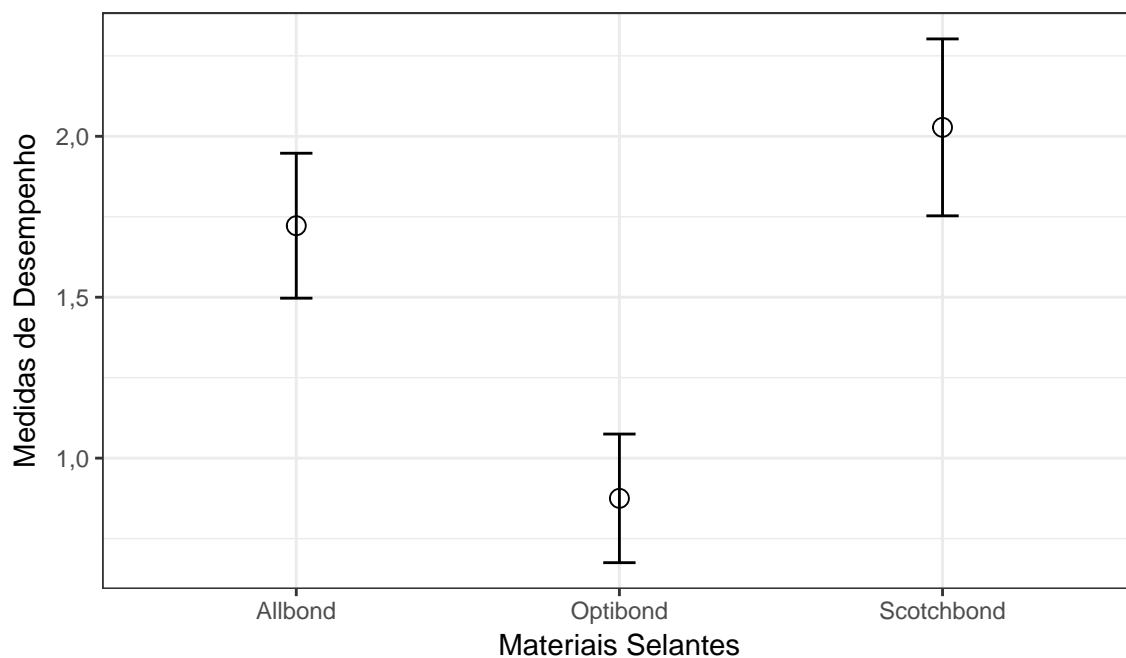


Figura 5: Gráfico com as estimativas e seus intervalos de confiança

Note que, os intervalos de confiança para as medidas dos materiais Allbond e Scotchbond, são bem próximos e existe uma interseção entre eles, o que indica que, apesar destas medidas serem estatisticamente diferentes, suas medidas de desempenho são bem próximas. O respectivo intervalo de confiança para o material Optibond é visualmente bem distante dos demais, o que nos indica um melhor desempenho deste em relação aos outros dois, uma vez que observamos este intervalo bem abaixo dos demais.

4. Conclusões

A partir da análise dos dados em questão, obtivemos resultados concordantes tanto na análise descritiva quanto na análise inferencial para responder ao principal interesse deste estudo que objetiva classificar os tipos de selante quanto ao nível de microinfiltração. Segundo as análises feitas, considerando um nível de significância de 10%, temos a indicação de que o material que apresenta o melhor desempenho é o material “Optibond”, uma vez que é o material que apresenta um menor valor da medida de desempenho proposta e é também estatisticamente diferente dos demais materiais quanto à esta medida. Quanto aos demais materiais, as análises nos mostraram que os materiais “Allbond” e “Scotchbond” são estatisticamente diferentes (a um nível de significância de 10%) quanto à medida de desempenho proposta, embora apresentem uma boa proximidade de suas medidas. Por não termos mais informações quanto às características dos materiais, seus respectivos custos, disponibilidade destes no mercado, além outras informações que poderiam influenciar e/ou nos dar um contexto maior quanto ao problema, podemos apenas fazer conclusões quanto as classificações apresentadas e quanto as medidas de desempenho propostas para estes materiais. Contudo, pessoas com um conhecimento específico na área de microinfiltração, poderiam estabelecer um elo de ligação entre os resultados presentes neste estudo com outras informações específicas da área de estudo em questão para tirar outras conclusões, como por exemplo, conclusões quanto ao custo/benefício e/ou equivalência (do tipo financeira e/ou de qualidade) dos tipos de materiais estudados.

5. Referências Bibliográficas

- Azevedo, C. L. N. (2017). Notas de aula sobre análise de dados discretos, (http://www.ime.unicamp.br/~cnaber/Material_ADD_1S_2017.htm)
- Mandarino, Fernando(2017)(<http://143.107.206.201/restauradora/dentistica/temas/adesivos/adesivos.pdf>)
- Paula, G. A. (2013). Modelos de regressão com apoio computacional, ver são pré-eliminar, link
- Witzel, Grande & Singer (2000). Bonding systems used for sealing: evaluation of microleakage

5. Anexos

Para testar a hipótese

$$H_{01} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} = 0 \text{ Vs } H_{11} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} \neq 0 \leftrightarrow H_{01} : B\pi = D \text{ Vs } H_{11} : B\pi \neq D$$

definimos:

$$B'_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$

Para testar a hipótese:

$$H_{02} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotcbond} = 0 = 0 \text{ Vs } H_{12} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotcbond} \neq 0 \leftrightarrow H_{02} : B\pi = D \text{ Vs } H_{12} : B\pi \neq D$$

$$B_2' = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} \cdot \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Para testar a hipótese:

$$H_{03} : \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotcbond} = 0 = 0 \text{ Vs } H_{13} : \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotcbond} \neq 0 \leftrightarrow H_{03} : B\pi = D \text{ Vs } H_{13} : B\pi \neq D$$

onde:

$$B_3' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \quad e \quad D = \begin{bmatrix} \\ 0 \end{bmatrix}.$$