Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Cientifica
Departamento de Estatística

Relatório - Parte I
Exercício 1

Guilherme Pazian RA:160323
Henrique Capatto RA:146406
Hugo Calegari RA:155738
Leonardo Uchoa Pedreira RA:156231

Professor: Caio Lucidius Naberezny Azevedo

Campinas-SP, 12 de Junho de 2017

Exercício 1

SUGESTÃO:
O código do trabalho poderia terminar antes do início do trabalho de forma a melhorar a vizualização e organização

1.Introdução

Descrição do problema, conjunto de dados e objetivos.

2. Análise Descritiva

Toda a parte da análise descritiva, incluindo gráficos pertinentes.

	Nível de microinfiltração					
Material	0	1	2	3	4	Total
Allbond	9	18	31	12	2	72
Optibond	26	34	8	3	1	72
Scotchbond	9	17	15	25	6	72

Acima observa-se as contagens das classificações por tipo de material selante.

Definir-se-á uma estatística para podermos captar algum indício de que um Material Selante possui melhor desempenho do que os outros, sabendo que quanto mais dentes forem classificados com 0 ou 1, melhor será o Material, logo:

Seja $soma_{01i}$ definida como sendo a soma das contagens de classificações 0 ou 1 feita no i-ésimo material. Seja $somatotal_i$ igual ao total de dentes analisados por tipo de material, que pelo problema sabe-se que são setenta e dois. Essa estatística pode ser considerada uma proporção e visa identificar qual Material produz os casos de Maior interesse em relação ao problema, expressando-se os resultados numa porcentagem.

Logo,

$$soma_{01i} = \frac{soma_{0i} + soma_{1i}}{72}$$

para $i = 1,2,3$

Portanto, para o material Allbond obteve-se

$$soma_{011} = \frac{soma_{01} + soma_{11}}{72} = \frac{9+18}{72} = \frac{27}{72}$$

Já para Optibond,

$$soma_{012} = \frac{soma_{02} + soma_{12}}{72} = \frac{26+34}{72} = \frac{60}{72} =$$

Para Scotchbond,

$$soma_{013} = \frac{soma_{03} + soma_{13}}{72} = \frac{9+17}{72} = \frac{26}{72}$$

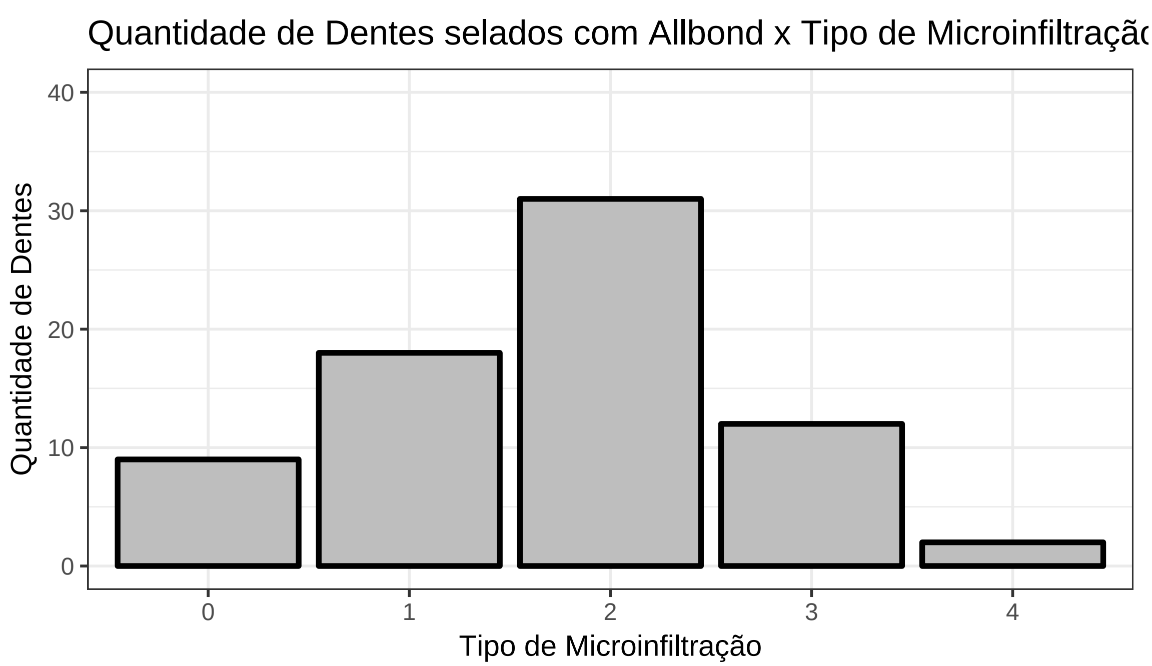
Logo, medindo esses resultados em porcentagem, temos que para Allbond 37,5% das classificações estão alocadas entre 0 e 1. Utilizando mesmo raciocínio, para Optibond 83,33% e, Scotchbond 36,11%. Baseados nestes resultados, observa-se que o Selente Optibond possui maiores classificações situadas entre os menores níveis de microinfiltração, sugerindo que esse material tenha melhor desempenho que os outros. Vê-se também que os resultados para Allbond e Scotchbond são semelhantes porém, nenhuma conclusão pode ser aferida pois há de se observar aonde residem as maiores proporções de classificação, se entre o valor intermediário 2 ou nos valores mais extremos 3 e 4.

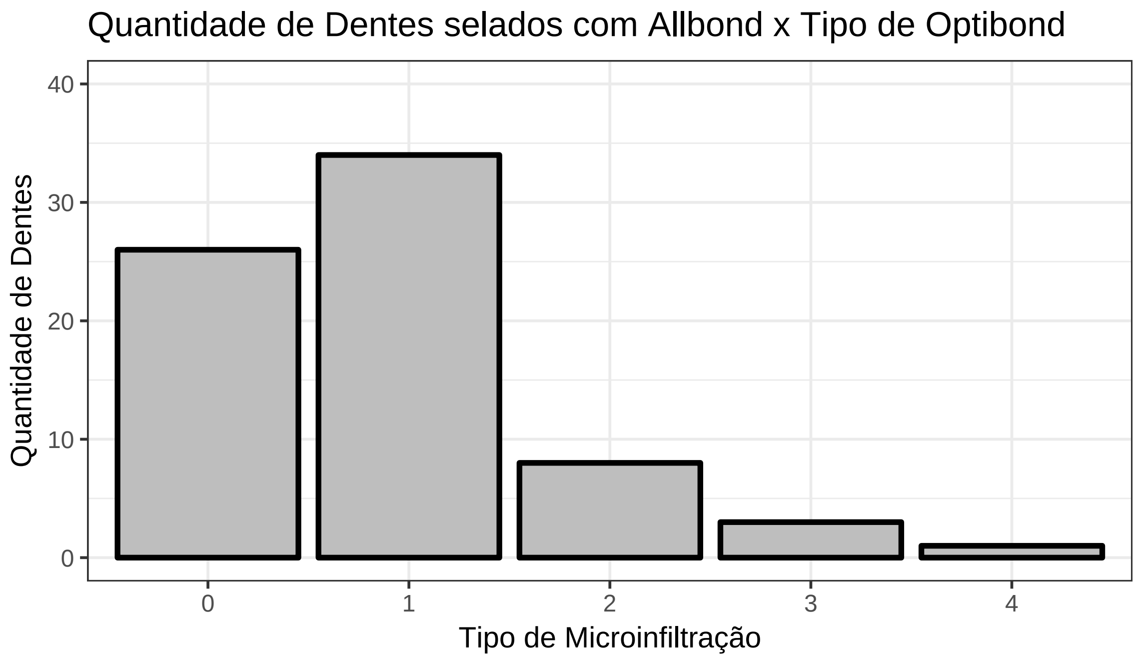
Observa-se nas figuras X1,X2,X3 os seguintes comportamentos:

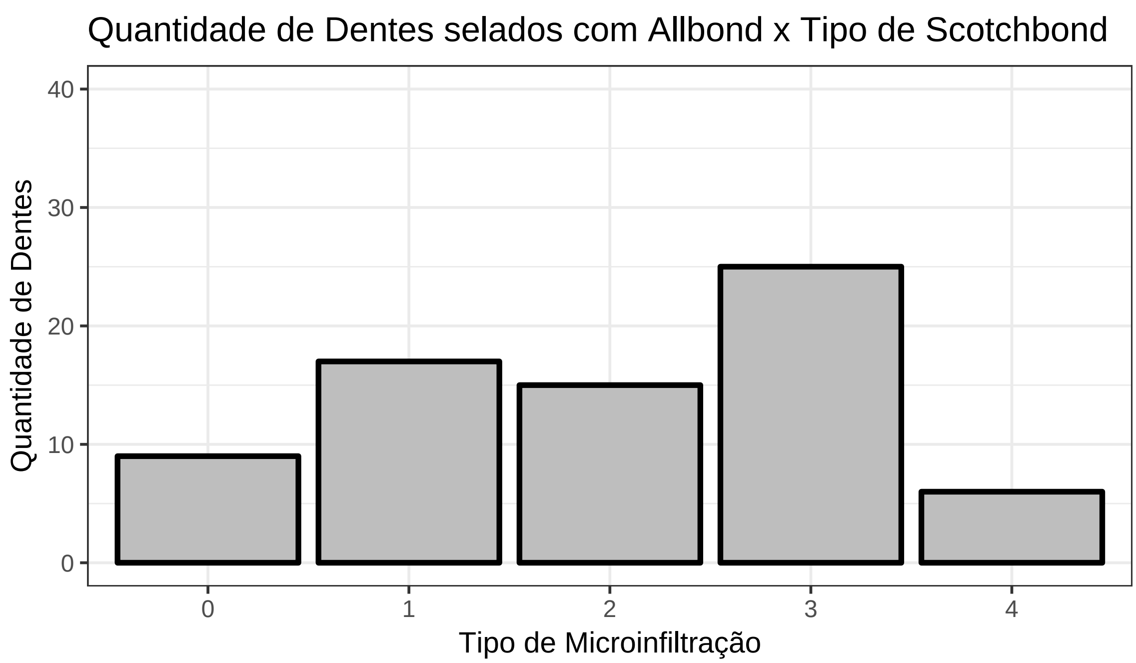
Na primeira destas, observa-se uma prevalecência das classificações em torno de 2, e a identificação com a segunda maior quantidade é a 1 , sugerindo que esse método tem níveis razoáveis de microinfiltração e talvez não seja o que proporciona os menores nívei.

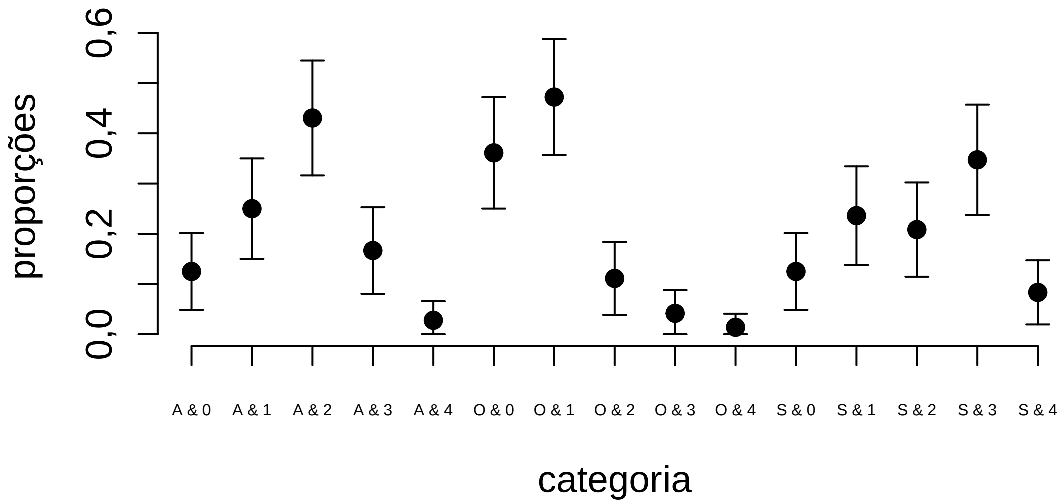
Na segunda figura, especula-se a sua superioridade na retenção de microinfiltração pois constata-se visualmente que as maiores categorizações se situam nos valores de 0 e 1.

A terceira figura evidencia uma pior rotulamento em relacionado aos demais pois há maiores quantidades no valor de 3, e outras razoáveis entre 1 e 2, que sugerem um pior desempenho em relação aos outros métodos de selagem.




Quantidade de Dentes selados com Allbond x Tipo de Optibond
Quantidade de Dentes
0
10
20
30
40
0
1
2
3
4
Tipo de Microinfiltração


Quantidade de Dentes selados com Allbond x Tipo de Scotchbond
Quantidade de Dentes
0
10
20
30
40
0
1
2
3
4
Tipo de Microinfiltração



3. Análise Inferencial

Objetivos: Descrição do(s) modelo(s), análise(s) de resíduo(s), comparações de interesse, gráficos e comentários (a escolha dos níveis de significância fica à cargo de cada equipe, devendo os valores adotadas, serem informados no relatório). Naturalmente, quando determinado, deverão ser usadas as metodologias constantes na questão. Caso a metodologia (modelo) usado não se adeque bem aos dados, comentários a respeito deverão ser feitos, mencionando que outras metodologias devem ser utilizadas (não, necessariamente, precisa ser dito qual(is)).

O Modelo probabilistico gerador da Tabela é o Produto de Multinomiais Independentes pois os totais marginais relacionados aos tipos de materiais de Selante são fixados, portanto o modelo é dado pela seguinte equação:

$$N_i = (N_{i0}, N_{i1}, N_{i2}, N_{i3}, N_{i4})' \sim multinomial(n_{i.}, \theta_i) \;\; i = 1,2,3$$

$N_i \perp N_j \; \forall \; i \neq j$; $i, j = 1,2,3$, $\theta_{\mathbf{i}} = (\theta_{i0}, \theta_{i1}, \theta_{i2}, \theta_{i3})'$ e $\theta_{ij} \in (0,1)$

Matriz

Medida de Desempenho:

A medida de desempenho proposta foi a média dos escores ponderadas pela probabilidade de classificação em cada grupo. Temos então que as medidas de desempenho dos materiais são dadas por:

$\bar{S}_{Allbond} = 0\theta_{10} + 1\theta_{11} + 2\theta_{12} + 3\theta_{13} + 4\theta_{14}$

$\bar{S}_{Optibond} = 0\theta_{20} + 1\theta_{21} + 2\theta_{22} + 3\theta_{23} + 4\theta_{24}$

$\bar{S}_{Scotchbond} = 0\theta_{30} + 1\theta_{31} + 2\theta_{32} + 3\theta_{33} + 4\theta_{34}$

Temos o interesse em testar se as medidas de desempenho dos três materiais são iguais, ou seja, testar a hipóteses:

$$H_0 : \begin{cases} \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} = 0 \\ \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 \end{cases} \; Vs \; H_1 : \text{Há pelo menos uma diferença}$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_0 : \; B\pi = D \;\; Vs \;\; H_1 : B\pi \neq D$$

onde:

$$B^{'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ -2 & 0 \\ -3 & 0 \\ -4 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -2 \\ 0 & -3 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \; e \;\; D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Conforme Azevedo(XXXano), podemos testar as hipóteses acima utilizando um teste assintótico baseado na estatística qui-quadrado. Ao realizar o teste, observou-se um valor de 54,27 que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste ("2" nesse caso), obtemos um p-valor de <0.0001, ou seja, temos evidências contra a hipóte nula. Desta maneira, temos evidências contra a hipótese de que as medidas de desempenho dos três materiais são iguais. Uma vez que temos a indicação de que as medidas de desempenho dos materiais são diferentes, podemos agora testar as hipóteses de igualdade dos materiais dois a dois. Temos então as novas hipóteses:

$$H_{01} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} = 0 \; Vs \; H_{11} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} \neq 0$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_{01}:\ B_1\pi = D\ \ Vs\ \ H_{11}: B_1\pi \neq D$$

Os vetores B_1, π e D estão definidos em anexo.

A partir do teste da hipótese acima, observou-se um valor de 30,42 que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste ("1" nesse caso), obtemos um p-valor de <0.0001

$$H_{02}: \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0\ Vs\ H_{12}: \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_{02}:\ B_2\pi = D\ \ Vs\ \ H_{12}: B_2\pi \neq D$$

Os vetores B_2, π e D estão definidos em anexo. A partir do teste da hipótese acima, observou-se um valor de 2,84 que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste ("1" nesse caso), obtemos um p-valor de 0,0919

$$H_{03}: \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 = 0\ Vs\ H_{13}: \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_{03}:\ B_3\pi = D\ \ Vs\ \ H_{13}: B_3\pi \neq D$$

Os vetores B_3, π e D estão definidos em anexo.

Os vetores B_2, π e D estão definidos em anexo. A partir do teste da hipótese acima, observou-se um valor de 44,21 que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste ("1" nesse caso), obtemos um p-valor de <0.0001.

Portanto, temos a indicação de que as medidas de desempenho dos três materiais diferem estatísticamente entre si.

Uma outra análise poderia ser feita a partir de um modelo de regressão linear para Tabela de Contingência, escrito na forma $A\pi = X\beta$.

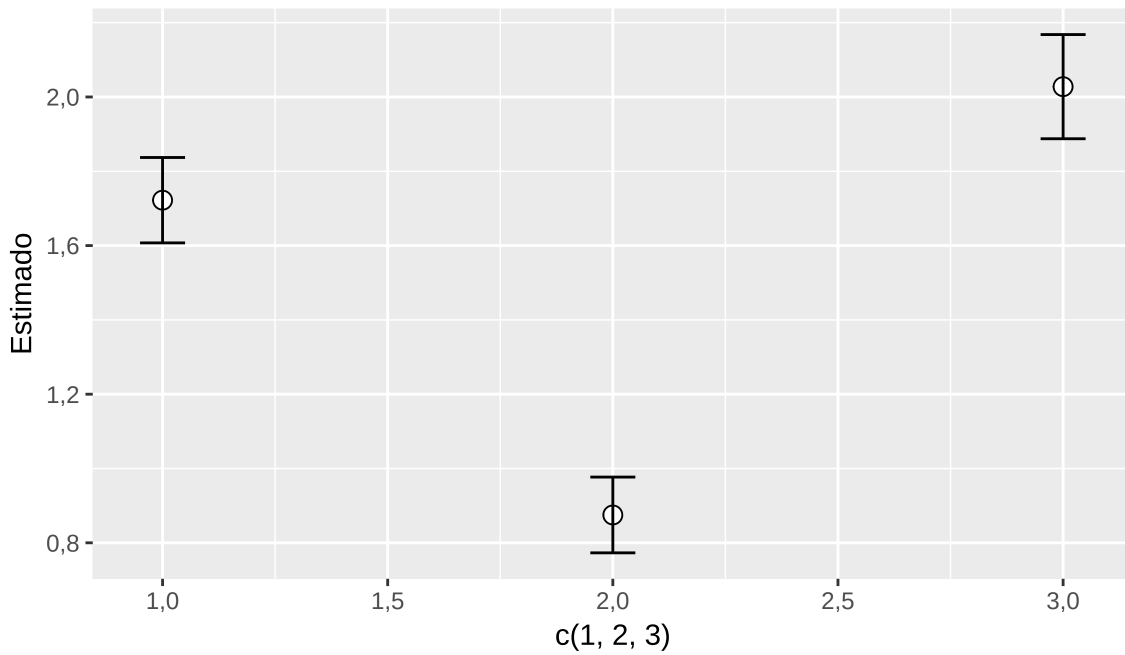
Dados os resultados expostos anteriormente, podemos testar o ajuste de um modelo que leva em consideração a hipótese de que todos as medidas de desempenho dos materiais são diferentes, e partir desse modelo se obtem as estimativas para a medida de desempenho de cada material.

Pode-se observar, através da tabela XXX os valores estimados da medida de desempenho de cada material (MD Estimada), seus respectivos desvios padrão (DP) e intervalos de confiança (LIIIC e LSIC são respectivamente os limites inferior e superior dos intervalos de confiança para as medidas de desempenho levando-se um consideração um nível de confiança de 95%).

Para fácil identificação, os nomes das colunas indicando as quantidades calculadas foi renomeada para melhor visualização. DP significa desvio Padrão, LIIC significa Limite Inferior do Intervalo de Confiança(IC) e LSIC, Limite Superior do IC.

Material	MD Estimada	DP	LIIC	LSIC
Allbond	1.72	0.11	1.50	1.95
Optibond	0.87	0.10	0.68	1.07
Scotchbond	2.03	0.14	1.75	2.30

A figura XXX é uma representação gráfica dos Intervalos de confiança apresentados na tabela XXX.



Note que, os intervalos de confiança para as medidas dos materiais Allbond e Scothbond, apesar de não ter nenhuma intersecção, são bem próximos, o que também indica a proximidade das medidas de desempenho destes materiais. O respectivo intervalo de confiança para o material Opitbond é vizualmente bem distante dos demais, o que nos indica um melhor desempenho deste, uma vez que observamos este intervalo abaixo dos demais.

Como, a partir dos testes do tipo $B\pi = D$, obtivemos um nível de significância marginal (0,0919) é interessante fazer um teste do tipo $C\beta = M$ para verificar, utilizando outra metodologia, a igualdade das medidas de desempenho dos materiais $\bar{S}_{Allbond}$ e $\bar{S}_{Scotchbond}$. Temos então o teste:

$$H_0 : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 \; Vs \; H_1 : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0 \leftrightarrow C\beta = M$$

Onde

$$C =$$

A estatística

acho que não precisa esse modelo, reservar caso falte algo Depois, utilizando a medida de desempenho para Allbond como referência, compararemos as outras duas medidas em relação aquela para determinação de qual é o melhor material

Já para o segundo modelo, temos a seguinte tabela

4. Conclusões

O que se pode concluir da análise, em termos do problema apresentado, e críticas em relação a análise feita.

5. Anexos

Para testar a hipótese

$$H_{01}: \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} = 0 \; Vs \; H_{11}: \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} \neq 0 \leftrightarrow H_{01}: \; B\pi = D \;\; Vs \;\; H_{11}: B\pi \neq D$$

definimos:

$$B_1^{'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \; e \;\; D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$

Para testar a hipótese:

$$H_{02}: \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 = 0 \; Vs \; H_{12}: \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0 \leftrightarrow H_{02}: \; B\pi = D \;\; Vs \;\; H_{12}: B\pi \neq D$$

$$B_2^{'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \; e \;\; D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$

Para testar a hipótese:

$$H_{03} : \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 = 0 \; Vs \; H_{13} : \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0 \leftrightarrow H_{03} : \; B\pi = D \;\; Vs \;\; H_{13} : B\pi \neq D$$

onde:

$$B_3^{'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \; e \;\; D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$

Para os modelos de regressão temos as seguintes hipóteses:

$$H_0 : \begin{cases} \bar{S}_{Allbond} = \alpha_1 \\ \bar{S}_{Optibond} = \alpha_2 \\ \bar{S}_{Scotchbond} = \alpha_3 \end{cases} \; Vs \; H_1 : \text{Há pelo menos uma diferença}$$

Temos então o modelo de regressão definido como