Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Cientifica
Departamento de Estatística

Relatório - Parte I
Exercício 1

Guilherme Pazian RA:160323
Henrique Capatto RA:146406
Hugo Calegari RA:155738
Leonardo Uchoa Pedreira RA:156231

Professor: Caio Lucidius Naberezny Azevedo

Campinas-SP, 12 de Junho de 2017

Exercício 1

SUGESTÃO:
O código do trabalho poderia terminar antes do início do trabalho de forma a melhorar a vizualização e organização

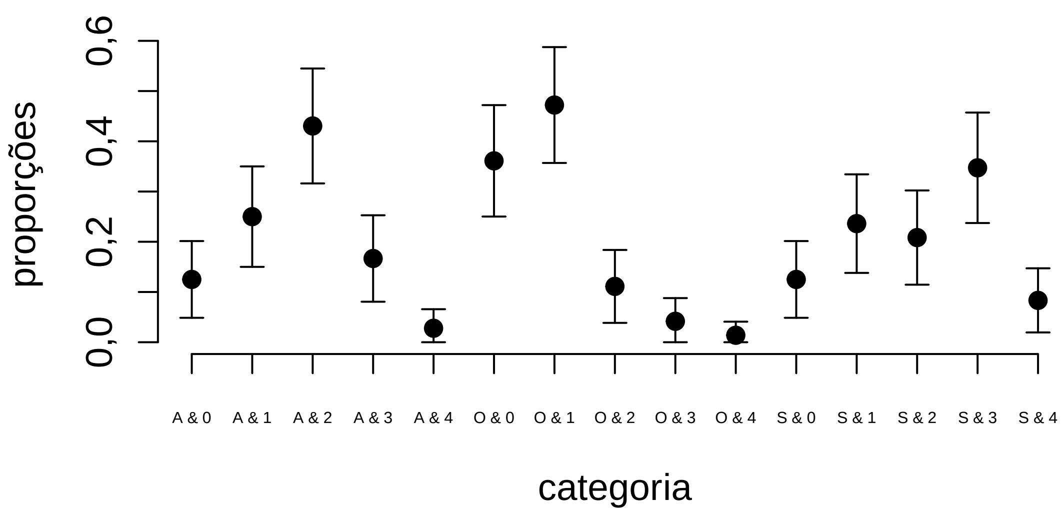
1.Introdução

Descrição do problema, conjunto de dados e objetivos.

2. Análise Descritiva

Toda a parte da análise descritiva, incluindo gráficos pertinentes.

	Nível de microinfiltração					
Material	0	1	2	3	4	Total
Allbond	9,00	18,00	31,00	12,00	2,00	72,00
Optibond	26,00	34,00	8,00	3,00	1,00	72,00
Scotchbond	9,00	17,00	15,00	25,00	6,00	72,00



3. Análise Inferencial

Objetivos: Descrição do(s) modelo(s), análise(s) de resíduo(s), comparações de interesse, gráficos e comentários (a escolha dos níveis de significância fica à cargo de cada equipe, devendo os valores adotadas, serem informados no relatório). Naturalmente, quando determinado, deverão ser usadas as metodologias constantes na questão. Caso a metodologia (modelo) usado não se adeque bem aos dados, comentários a respeito deverão ser feitos, mencionando que outras metodologias devem ser utilizadas (não, necessariamente, precisa ser dito qual(is)).

O Modelo probabílistico gerador da Tabela é o Produto de Multinomiais Independentes pois os totais marginais relacionados aos tipos de materiais de Selante são fixados, portanto o modelo é dado pela seguinte equação:

$$N_i = (N_{i0}, N_{i1}, N_{i2}, N_{i3}, N_{i4})' \sim multinomial(n_{i.}, \theta_i) \;\; i = 1,2,3$$

$N_i \perp N_j \; \forall \; i \neq j$; $i, j = 1,2,3$, $\theta_{\mathbf{i}} = (\theta_{i0}, \theta_{i1}, \theta_{i2}, \theta_{i3})'$ e $\theta_{ij} \in (0,1)$

Matriz

Medida de Desempenho:

A medida de desempenho proposta foi a média dos escores ponderadas pela probabilidade de classificação em cada grupo. Temos então que as medidas de desempenho dos materiais são dadas por:

$\bar{S}_{Allbond} = 0\theta_{10} + 1\theta_{11} + 2\theta_{12} + 3\theta_{13} + 4\theta_{14}$

$\bar{S}_{Optibond} = 0\theta_{20} + 1\theta_{21} + 2\theta_{22} + 3\theta_{23} + 4\theta_{24}$

$\bar{S}_{Scotchbond} = 0\theta_{30} + 1\theta_{31} + 2\theta_{32} + 3\theta_{33} + 4\theta_{34}$

Temos o interesse em testar se as medidas de desempenho dos três materiais são iguais, ou seja, testar a hipóteses:

$$H_0 : \begin{cases} \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} = 0 \\ \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 \end{cases} \; Vs \; H_1 : H \; pelo \; menos \; uma \; diferena$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_0 : \; B\pi = D \;\; Vs \;\; H_1 : B\pi \neq D$$

onde:

$$B^{'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ -2 & 0 \\ -3 & 0 \\ -4 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -2 \\ 0 & -3 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \; e \;\; D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Conforme Azevedo(XXXano), podemos testar as hipóteses acima utilizando um teste assintótico baseado na estatística qui-quadrado. Ao realizar o teste, observou-se um valor de 54,27 que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste ("2" nesse caso), obtemos um p-valor de <0.0001, ou seja, temos evidências contra a hipóte nula. Desta maneira, temos evidências contra a hipótese de que as medidas de desempenho dos três materiais são iguais. Uma vez que temos a indicação de que as medidas de desempenho dos materiais são diferentes, podemos agora testar as hipóteses de igualdade dos materiais dois a dois. Temos então as novas hipóteses:

$$H_{01} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} = 0 \; Vs \; H_{11} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} \neq 0$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_{01} : \; B_1 \pi = D \;\; Vs \;\; H_{11} : B_1 \pi \neq D$$

Os vetores B_1, π e D estão definidos em anexo.

A partir do teste da hipótese acima, observou-se um valor de 30,42 que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste ("1" nesse caso), obtemos um p-valor de <0.0001

$$H_{02} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 = 0 \; Vs \; H_{12} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_{02}:\ B_2\pi = D\ \ Vs\ \ H_{12}: B_2\pi \neq D$$

Os vetores B_2, π e D estão definidos em anexo. A partir do teste da hipótese acima, observou-se um valor de 2,84 que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste ("1" nesse caso), obtemos um p-valor de 0,0919

$$H_{03}: \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 = 0\ Vs\ H_{13}: \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_{03}:\ B_3\pi = D\ \ Vs\ \ H_{13}: B_3\pi \neq D$$

Os vetores B_3, π e D estão definidos em anexo.

Os vetores B_2, π e D estão definidos em anexo. A partir do teste da hipótese acima, observou-se um valor de 44,21 que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste ("1" nesse caso), obtemos um p-valor de <0.0001.

Portanto, eles não são iguais dois a dois em nenhum par.

4. Conclusões

O que se pode concluir da análise, em termos do problema apresentado, e críticas em relação a análise feita.

5. Anexos

Para testar a hipótese

$$H_{01}: \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} = 0\ Vs\ H_{11}: \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} \neq 0 \leftrightarrow H_{01}:\ B\pi = D\ \ Vs\ \ H_{11}: B\pi \neq D$$

definimos:

$$B_1^{'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \ e \ D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$

Para testar a hipótese:

$$H_{02} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 = 0 \; Vs \; H_{12} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0 \leftrightarrow H_{02} : \ B\pi = D \ \ Vs \ \ H_{12} : B\pi \neq D$$

$$B_2^{'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \; e \; D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$

Para testar a hipótese:

$$H_{03} : \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 = 0 \; Vs \; H_{13} : \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0 \leftrightarrow H_{03} : \; B\pi = D \;\; Vs \;\; H_{13} : B\pi \neq D$$

onde:

$$B_3^{'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \; e \;\; D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$