

## teste

Para o modelo reduzido, com vetor de parâmetros  $\beta = (\mu, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_2, \gamma_3, (\beta\gamma)_{12}, (\beta\gamma)_{13}, (\beta\gamma)_{22}, (\beta\gamma)_{23})'$ , as probabilidades de sementes germinadas, para  $i = 1, 2$ ,  $j = 1, 2, 3$  e  $k = 1, 2, 3$ , podem ser escritas como seguem:

$$p_{ijk} = \frac{\exp(\mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\beta\gamma)_{jk})}{1 + \exp(\mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\beta\gamma)_{jk})}$$

Os logitos, por sua vez, são representados de acordo com as equações abaixo:

$$\begin{aligned}
\log \left( \frac{p_{111}}{1 - p_{111}} \right) &= \mu \\
\log \left( \frac{p_{121}}{1 - p_{121}} \right) &= \mu + \beta_2 \\
\log \left( \frac{p_{131}}{1 - p_{131}} \right) &= \mu + \beta_3 \\
\log \left( \frac{p_{112}}{1 - p_{112}} \right) &= \mu + \beta_1 + \gamma_2 + (\beta\gamma)_{12} \\
\log \left( \frac{p_{113}}{1 - p_{113}} \right) &= \mu + \beta_1 + \gamma_3 + (\beta\gamma)_{13} \\
\log \left( \frac{p_{123}}{1 - p_{123}} \right) &= \mu + \beta_2 + \gamma_3 + (\beta\gamma)_{23} \\
\log \left( \frac{p_{122}}{1 - p_{122}} \right) &= \mu + \beta_2 + \gamma_2 + (\beta\gamma)_{22} \\
\log \left( \frac{p_{132}}{1 - p_{132}} \right) &= \mu + \gamma_2 \\
\log \left( \frac{p_{112}}{1 - p_{112}} \right) &= \mu + \gamma_3 \\
\log \left( \frac{p_{211}}{1 - p_{211}} \right) &= \mu + \alpha_2 + \beta_1 \\
\log \left( \frac{p_{221}}{1 - p_{221}} \right) &= \mu + \alpha_2 + \beta_2 \\
\log \left( \frac{p_{231}}{1 - p_{231}} \right) &= \mu + \alpha_2 \\
\log \left( \frac{p_{212}}{1 - p_{212}} \right) &= \mu + \alpha_2 + \beta_1 + \gamma_2 + (\beta\gamma)_{12} \\
\log \left( \frac{p_{213}}{1 - p_{213}} \right) &= \mu + \alpha_2 + \beta_1 + \gamma_3 + (\beta\gamma)_{13} \\
\log \left( \frac{p_{222}}{1 - p_{222}} \right) &= \mu + \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 + (\beta\gamma)_{22} \\
\log \left( \frac{p_{223}}{1 - p_{223}} \right) &= \mu + \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_3 + (\beta\gamma)_{23} \\
\log \left( \frac{p_{232}}{1 - p_{232}} \right) &= \mu + \alpha_2 + \gamma_2 \\
\log \left( \frac{p_{233}}{1 - p_{233}} \right) &= \mu + \alpha_2 + \gamma_3
\end{aligned}$$

Com isso, por meio de manipulações algébricas, consegue-se obter os seguintes resultados:

$$\begin{aligned}
p_{111} &= \frac{\exp(\mu)}{1 + \exp(\mu)} \\
p_{121} &= \frac{\exp(\mu + \beta_2)}{1 + \exp(\mu + \beta_2)} \\
p_{131} &= \frac{\exp(\mu + \beta_3)}{1 + \exp(\mu + \beta_3)} \\
p_{112} &= \frac{\exp(\mu + \beta_1 + \gamma_2 + (\beta\gamma)_{12})}{1 + \exp(\mu + \beta_1 + \gamma_2 + (\beta\gamma)_{12})} \\
p_{113} &= \frac{\exp(\mu + \beta_1 + \gamma_3 + (\beta\gamma)_{13})}{1 + \exp(\mu + \beta_1 + \gamma_3 + (\beta\gamma)_{13})} \\
p_{123} &= \frac{\exp(\mu + \beta_2 + \gamma_3 + (\beta\gamma)_{23})}{1 + \exp(\mu + \beta_2 + \gamma_3 + (\beta\gamma)_{23})} \\
p_{122} &= \frac{\exp(\mu + \beta_2 + \gamma_2 + (\beta\gamma)_{12})}{1 + \exp(\mu + \beta_2 + \gamma_2 + (\beta\gamma)_{22})} \\
p_{132} &= \frac{\exp(\mu + \gamma_2)}{1 + \exp(\mu + \gamma_2)} \\
p_{133} &= \frac{\exp(\mu + \gamma_3)}{1 + \exp(\mu + \gamma_3)} \\
p_{211} &= \frac{\exp(\mu + \alpha_2 + \beta_1)}{1 + \exp(\mu + \alpha_2 + \beta_1)} \\
p_{221} &= \frac{\exp(\mu + \alpha_2 + \beta_1)}{1 + \exp(\mu + \alpha_2 + \beta_2)} \\
p_{231} &= \frac{\exp(\mu + \alpha_2)}{1 + \exp(\mu + \alpha_2)} \\
p_{212} &= \frac{\exp(\mu + \alpha_2 + \beta_1 + \gamma_2 + (\beta\gamma)_{12})}{1 + \exp(\mu + \alpha_2 + \beta_1 + \gamma_2 + (\beta\gamma)_{12})} \\
p_{213} &= \frac{\exp(\mu + \alpha_2 + \beta_1 + \gamma_3 + (\beta\gamma)_{13})}{1 + \exp(\mu + \alpha_2 + \beta_1 + \gamma_3 + (\beta\gamma)_{13})} \\
p_{222} &= \frac{\exp(\mu + \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 + (\beta\gamma)_{22})}{1 + \exp(\mu + \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 + (\beta\gamma)_{22})} \\
p_{223} &= \frac{\exp(\mu + \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_3 + (\beta\gamma)_{23})}{1 + \exp(\mu + \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_3 + (\beta\gamma)_{23})} \\
p_{232} &= \frac{\exp(\mu + \alpha_2 + \gamma_2)}{1 + \exp(\mu + \alpha_2 + \gamma_2)} \\
p_{233} &= \frac{\exp(\mu + \alpha_2 + \gamma_3)}{1 + \exp(\mu + \alpha_2 + \gamma_3)}
\end{aligned}$$

Mediante os resultados anteriores, consegue-se obter as razões de chances e suas interpretações. Observe, por exemplo, as seguintes razões:

Note que  $\exp(\beta_1) = \frac{\left(\frac{p_{111}}{1-p_{111}}\right)}{\left(\frac{p_{131}}{1-p_{131}}\right)}$  é a razão de chances que nos indica o quanto maior ou menor é a proporção de sementes germinadas depois de 5 dias a uma temperatura de germinação de 11°C ou 21°C, para umidade baixa em relação a alta.

$\exp(\beta_2) = \frac{\left(\frac{p_{121}}{1-p_{121}}\right)}{\left(\frac{p_{131}}{1-p_{131}}\right)}$  é a razão de chances que nos indica o quanto maior ou menor é a proporção de sementes germinadas depois de 5 dias a uma temperatura de germinação de 11°C ou 21°C, para umidade média em relação a alta.

$exp(\gamma_2) = \frac{\left(\frac{p_{232}}{1-p_{232}}\right)}{\left(\frac{p_{231}}{1-p_{231}}\right)}$  é a razão de chances que nos indica o quanto maior ou menor é a proporção de sementes germinadas depois de 5 dias a uma temperatura de germinação de 11°C ou 21°C, para temperatura de 21°C em relação à 42°C.

$exp(\gamma_3) = \frac{\left(\frac{p_{233}}{1-p_{233}}\right)}{\left(\frac{p_{231}}{1-p_{231}}\right)}$  é a razão de chances que nos indica o quanto maior ou menor é a proporção de sementes germinadas depois de 5 dias a uma temperatura de germinação de 11°C ou 21°C, para temperatura de 21°C em relação à 62°C.

$exp(\alpha_2) = \frac{\left(\frac{p_{213}}{1-p_{213}}\right)}{\left(\frac{p_{113}}{1-p_{113}}\right)}$  é a razão de chances que nos indica o quanto maior ou menor é a proporção de sementes germinadas depois de 5 dias a uma temperatura de germinação de 11°C ou 21°C, para temperatura de germinação de 21°C em relação à 11°C.