

Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Departamento de Estatística

Relatório - Parte I

Exercício 1

Guilherme Pazian RA:160323
Henrique Capatto RA:146406
Hugo Calegari RA:155738
Leonardo Uchoa Pedreira RA:156231

Professor: Caio Lucidius Naberezny Azevedo

Campinas-SP, 12 de Junho de 2017

1.Introdução

Descrição do problema, conjunto de dados e objetivos.

Um dos maiores problemas da Dentística Restauradora é a falta de adesão dos materiais restauradores às estruturas dentárias, o que permitia uma infiltração marginal, que leva à descoloração marginal, fraturas marginais, reincidência de cárie, sensibilidade pós-operatória e reações pulpares.

O presente estudo busca comparar três tipos de materiais selantes, respectivamente ao tipo de microinfiltração(0=sem microinfiltração) até (4=microinfiltração intensa). Três pesquisadores classificaram os dentes, setenta e dois para cada, totalizando duzentos e dezesseis dentes. Foram fixados para tipo de material um total de setenta e dois dentes analisados. Portanto, o objetivo é classificar os tipos de selante quanto ao nível de microinfiltração. Os dados se encontram abaixo na tabela 1 e maiores detalhes constam em Witzel, Grande & Singer (2000).Na próxima seção apresentamos a análise descritiva

2. Análise Descritiva

Toda a parte da análise descritiva, incluindo gráficos pertinentes.

Abaixo, observamos a tabela 1, correspondente aos dados.

Material	Nível de microinfiltração					Total
	0	1	2	3	4	
Allbond	9	18	31	12	2	72
Optibond	26	34	8	3	1	72
Scotchbond	9	17	15	25	6	72

Tabela 1: Dados do Problema

Acima observa-se as contagens das classificações por tipo de material selante. Os dados obtidos somando o número de classificações dadas pelos pesquisadores para cada nível de microinfiltração em cada conjunto de dentes analisado.

Definiu-se uma estatística para podermos captar algum indício de que um Material Selante possui melhor desempenho do que os outros, sabendo que quanto mais dentes forem classificados com 0 ou 1, melhor será o Material, logo:

Seja $soma_{01i}$ definida como sendo a soma das contagens de classificações 0 ou 1 feita no i -ésimo material. Seja $somatotal_i$ igual ao total de dentes analisados por tipo de material, que pelo problema sabe-se que são setenta e dois. Essa estatística pode ser considerada uma proporção e visa identificar qual Material produz os casos de Maior interesse em relação ao problema, expressando-se os resultados numa porcentagem.

Logo,

$$soma_{01i} = \frac{soma_{0i} + soma_{1i}}{72}$$

para $i = 1, 2, 3$

Portanto, para o material Allbond obteve-se

$$soma_{011} = \frac{soma_{01} + soma_{11}}{72} = \frac{9 + 18}{72} = \frac{27}{72}$$

Já para Optibond,

$$soma_{012} = \frac{soma_{02} + soma_{12}}{72} = \frac{26 + 34}{72} = \frac{60}{72} =$$

Para Scotchbond,

$$soma_{013} = \frac{soma_{03} + soma_{13}}{72} = \frac{9 + 17}{72} = \frac{26}{72}$$

Logo, medindo esses resultados em porcentagem, temos que para Allbond 37,5 % das classificações estão alocadas entre 0 e 1. Utilizando mesmo raciocínio, para Optibond 83,33 % e, Scotchbond 36,11 %. Baseados nestes resultados, observa-se que o Selente Optibond possui maiores classificações situadas entre os menores níveis de microinfiltração, sugerindo que esse material tenha melhor desempenho que os outros. Vê-se também que os resultados para Allbond e Scotchbond são semelhantes porém, nenhuma conclusão pode ser aferida pois há de se observar aonde residem as maiores proporções de classificação, se entre o valor intermediário 2 ou nos valores mais extremos 3 e 4.

Observa-se nas figuras X1,X2,X3 os seguintes comportamentos:

Na primeira destas, observa-se uma prevaência das classificações em torno de 2, e a identificação com a segunda maior quantidade é a 1, sugerindo que esse método tem níveis razoáveis de microinfiltração e talvez não seja o que proporciona os menores níveis.

Na segunda figura, especula-se a sua superioridade na retenção de microinfiltração pois constata-se visualmente que as maiores categorizações se situam nos valores de 0 e 1.

A terceira figura, X3, evidencia uma pior rotulamento em relacionado aos demais pois há maiores quantidades no valor de 3, e outras razoáveis entre 1 e 2, que sugerem um pior desempenho em relação aos outros métodos de selagem.

Já na figura 4, pode-se visualizar as diferenças entre as proporções para cada grupo, no eixo das abcissas, pode ser observar que as observações estão ordenadas por Selantes(A=Allbond, O=Optibond e S=Scotchbond) e suas respectivas classificações. Com isso, podemos observar, o que foi observado no gráfico de barras, porém nesse gráfico há a informação das proporções de cada categorização e com isso, vemos, que para para Allbond a classificação 2 teve a maior proporção dentre os setenta e dois dentes analisados, com cerca de 40% desta. Para Optibond, observa-se que a Classificação 1 é a que possui maior a proporção, com cerca de 40% destas. Para Scotchbond, a categorização 3 foi a mais ocorrente, com cerca de 30%. Levando em conta que quanto maior a proporção de classificação em valores menores, como 0 ou 1, melhor será o material, pode-se inferir que o melhor material é o Optibond, seguido do Allbond e do Scotchbond.

Portanto, das análises descritivas podemos concluir que há indícios de termos um material que é relativamente melhor que os

outros, este é o Optibond. Seguidamente, pode-se concluir que há distinções entre os materiais Allbond e Scotchbond, tendo aquele melhor desempenho em relação a este. Portanto, a análise inferencial porcurará confrontar essas conjecturas, ou confirmando-as ou rejeitando-as.

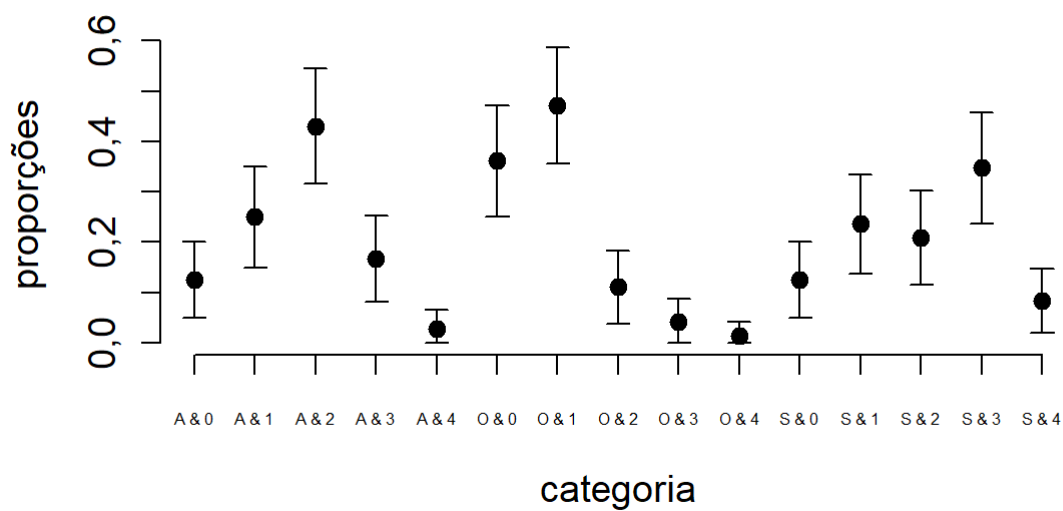


Figura 1: Quantidade de Dentes selados com Allbond x Tipo de Microinfiltração

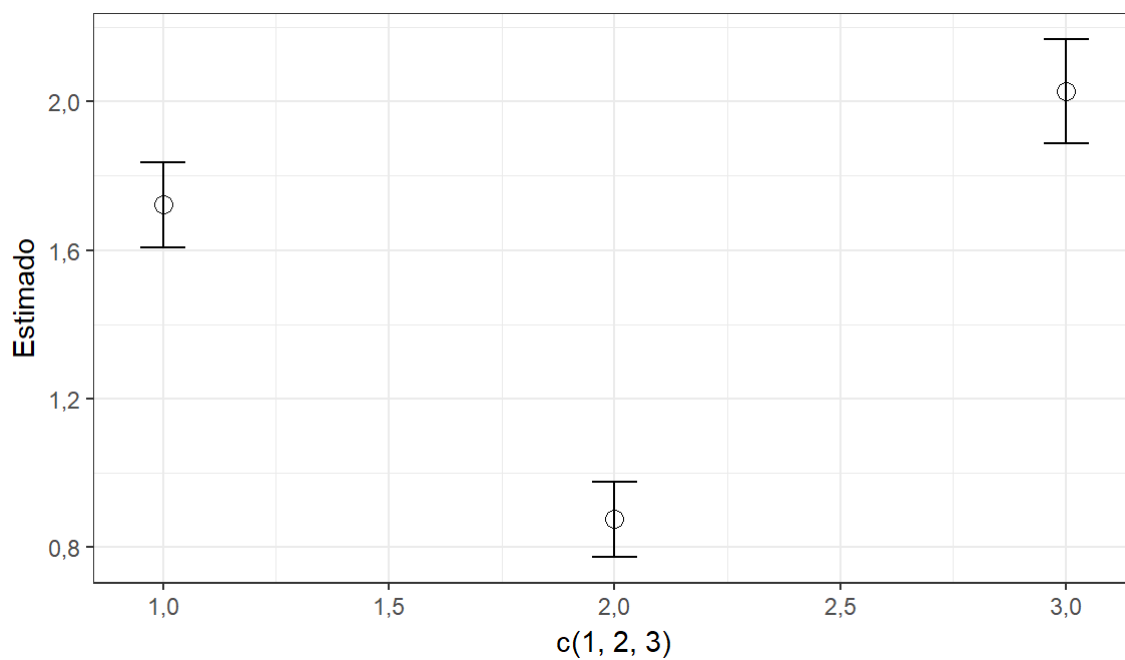


Figura 2: Quantidade de Dentes selados com Optibond x Tipo de Microinfiltração

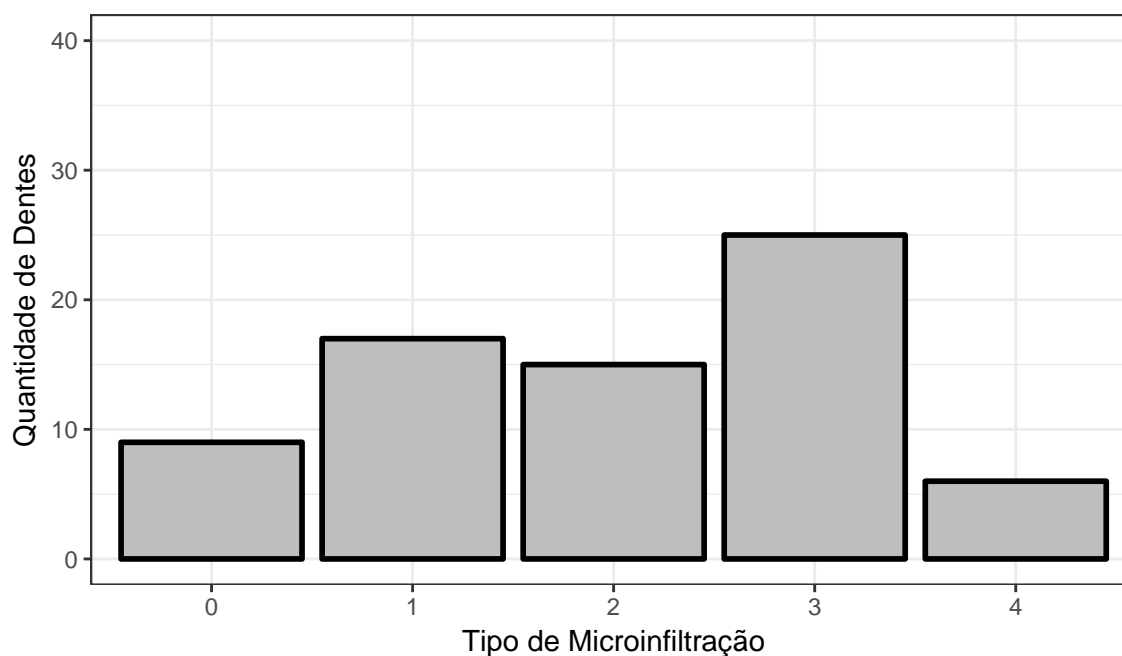
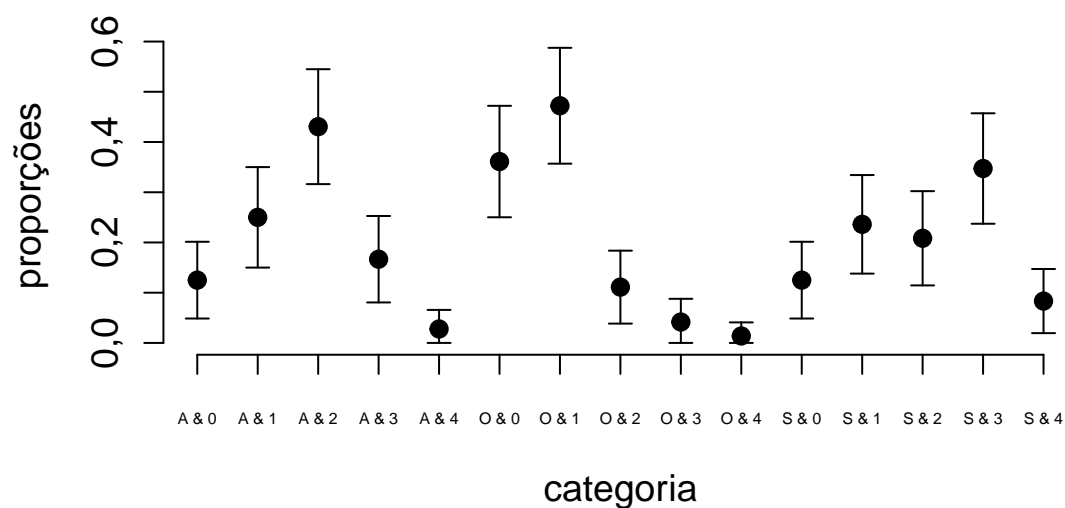


Figura 3: Quantidade de Dentes selados com Scotchbond x Tipo de Microinfiltração



3. Análise Inferencial

Objetivos: Descrição do(s) modelo(s), análise(s) de resíduo(s), comparações de interesse, gráficos e comentários (a escolha dos níveis de significância fica à cargo de cada equipe, devendo os valores adotadas, serem informados no relatório). Naturalmente, quando determinado, deverão ser usadas as metodologias constantes na questão. Caso a metodologia (modelo) usado não se adeque bem aos dados, comentários a respeito deverão ser feitos, mencionando que outras metodologias devem ser utilizadas

(não, necessariamente, precisa ser dito qual(is)).

O Modelo probabilístico gerador da Tabela é o Produto de Multinomiais Independentes pois os totais marginais relacionados aos tipos de materiais de Selante são fixados, portanto o modelo é dado pela seguinte equação:

$$N_i = (N_{i0}, N_{i1}, N_{i2}, N_{i3}, N_{i4})' \sim \text{multinomial}(n_i, \theta_i) \quad i = 1, 2, 3$$

$$N_i \perp N_j \quad \forall i \neq j; \quad i, j = 1, 2, 3, \quad \theta_i = (\theta_{i0}, \theta_{i1}, \theta_{i2}, \theta_{i3})' \quad \text{e } \theta_{ij} \in (0, 1)$$

Matriz

Medida de Desempenho:

A medida de desempenho proposta foi a média dos escores ponderadas pela probabilidade de classificação em cada grupo. Temos então que as medidas de desempenho dos materiais são dadas por:

$$\bar{S}_{Allbond} = 0\theta_{10} + 1\theta_{11} + 2\theta_{12} + 3\theta_{13} + 4\theta_{14}$$

$$\bar{S}_{Optibond} = 0\theta_{20} + 1\theta_{21} + 2\theta_{22} + 3\theta_{23} + 4\theta_{24}$$

$$\bar{S}_{Scotchbond} = 0\theta_{30} + 1\theta_{31} + 2\theta_{32} + 3\theta_{33} + 4\theta_{34}$$

Temos o interesse em testar se as medidas de desempenho dos três materiais são iguais, ou seja, testar a hipóteses:

$$H_0 : \begin{cases} \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} = 0 \\ \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 \end{cases} \quad \text{Vs } H_1 : \text{Há pelo menos uma diferença}$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_0 : B\pi = D \quad \text{Vs } H_1 : B\pi \neq D$$

onde:

$$B' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ -2 & 0 \\ -3 & 0 \\ -4 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -2 \\ 0 & -3 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Conforme Azevedo(XXXano), podemos testar as hipóteses acima utilizando um teste assintótico baseado na estatística qui-quadrado. Ao realizar o teste, observou-se um valor de 54,27 que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste (“2” nesse caso), obtemos um p-valor de <0.0001, ou seja, temos evidências contra a hipóte nula. Desta maneira, existem evidências contra a hipótese de que as medidas de desempenho dos três materiais são iguais.

Uma vez que há indicação das medidas de desempenho dos materiais serem diferentes, pode-se agora testar as hipóteses de igualdade entre as referidas medidas dos objetos dois a dois. Temos então as novas hipóteses:

$$H_{01} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} = 0 \text{ Vs } H_{11} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} \neq 0$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_{01} : B_1 \pi = D \text{ Vs } H_{11} : B_1 \pi \neq D$$

Os vetores B_1 , π e D estão definidos em anexo.

A partir do teste da hipótese acima, observou-se um valor de 30,42 que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste (“1” nesse caso), obtemos um p-valor de <0.0001

Para comparação do primeiro material relacionadamente ao terceiro, utilizou-se a seguinte hipótese:

$$H_{02} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 \text{ Vs } H_{12} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_{02} : B_2\pi = D \text{ Vs } H_{12} : B_2\pi \neq D$$

Os vetores B_2 , π e D estão definidos em anexo.

A partir do teste da hipótese acima, observou-se um valor de 2,84 que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste (“1” nesse caso), obtemos um p-valor de 0,0919

EM vias do cotejo entre o segundo e tericero material, fez-se:

$$H_{03} : \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 = 0 \text{ Vs } H_{13} : \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0$$

A qual é equivalente a testar:

$$H_{03} : B_3\pi = D \text{ Vs } H_{13} : B_3\pi \neq D$$

Os vetores B_3 , π e D estão definidos em anexo.

A partir do teste da hipótese acima, observou-se um valor de 44,21 que , respeitando-se os graus de liberdade da estatística do teste (“1” nesse caso), obtemos um p-valor de <0.0001.

Portanto, tem-se a indicação das medidas de desempenho dos três materiais diferem estatsticamente entre si.

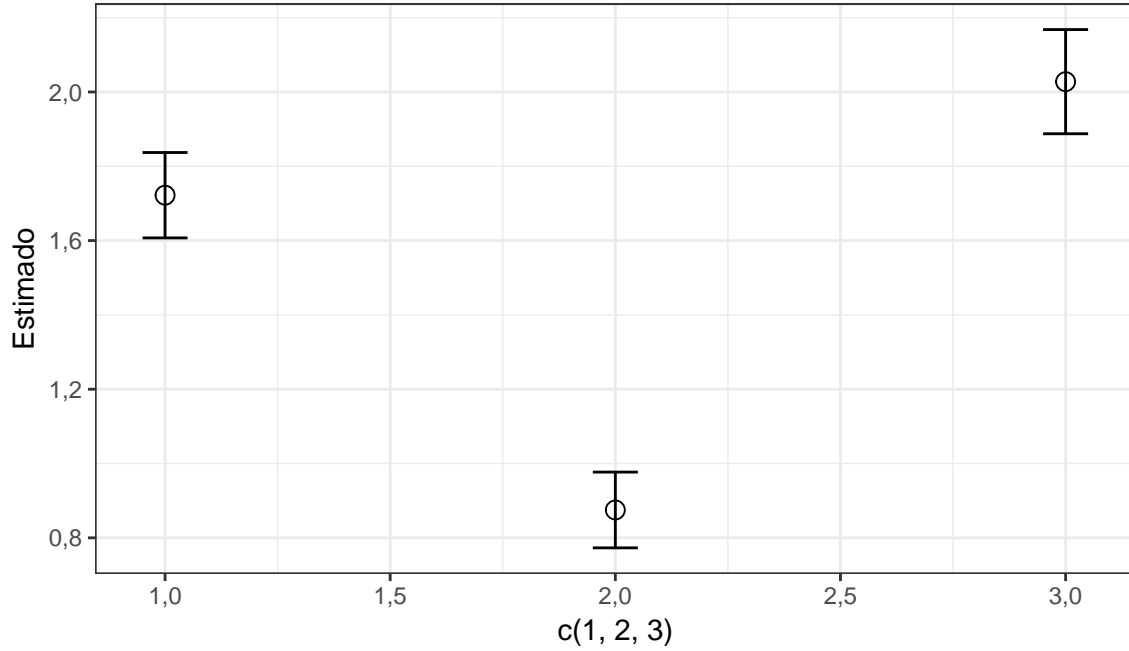
Uma outra análise poderia ser feita a partir de um modelo de regressão linear para Tabela de Contingência, escrito na forma $A\pi = X\beta$.

Dados os resultados expostos anteriormente, podemos testar o ajuste de um modelo que leva em consideração a hipótese de que todos as medidas de desempenho dos materiais são diferentes, e partir desse modelo se obtem as estimativas para a medida de desempenho de cada material.

Pode-se observar, através da tabela XXX os valores estimados da medida de desempenho de cada material (MD Estimada), seus respectivos desvios padrão (DP) e intervalos de confiança (LIIC e LSIC são respectivamente os limites inferior e superior dos intervalos de confiança para as medidas de desempenho levando-se um consideração um nível de confiança de 95%).

Material	MD Estimada	DP	LIIC	LSIC
Allbond	1.72	0.11	1.50	1.95
Optibond	0.87	0.10	0.68	1.07
Scotchbond	2.03	0.14	1.75	2.30

A figura XXX é uma representação gráfica dos Intervalos de confiança apresentados na tabela XXX.



Note que, os intervalos de confiança para as medidas dos materiais Allbond e Scotchbond, apesar de não ter nenhuma intersecção, são bem próximos, o que também indica a proximidade das medidas de desempenho destes materiais. O respectivo intervalo de confiança para o material Opitbond é visualmente bem distante dos demais, o que nos indica um melhor desempenho deste, uma vez que observamos este intervalo abaixo dos demais.

Como, a partir dos testes do tipo $B\pi = D$, obtivemos um nível de significância marginal (0,0919) é interessante fazer um teste do tipo $C\beta = M$ para verificar, utilizando outra metodologia, a igualdade das medidas de desempenho dos materiais $\bar{S}_{Allbond}$ e $\bar{S}_{Scotchbond}$. Temos então o teste:

$$H_0 : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} = 0 \text{ Vs } H_1 : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotchbond} \neq 0 \leftrightarrow C\beta = M$$

Onde

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \beta = \begin{bmatrix} \bar{S}_{Allbond} \\ \bar{S}_{Optibond} \\ \bar{S}_{Scotchbond} \end{bmatrix} \text{ e } M = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

A estatística

acho que não precisa esse modelo, reservar caso falte algo Depois, utilizando a medida de desempenho para Allbond como referência, compararemos as outras duas medidas em relação aquela para determinação de qual é o melhor material

Já para o segundo modelo, temos a seguinte tabela

4. Conclusões

O que se pode concluir da análise, em termos do problema apresentado, e críticas em relação a análise feita.

5. Anexos

Para testar a hipótese

$$H_{01} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} = 0 \text{ Vs } H_{11} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Optibond} \neq 0 \leftrightarrow H_{01} : B\pi = D \text{ Vs } H_{11} : B\pi \neq D$$

definimos:

$$B_1' = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$

Para testar a hipótese:

$$H_{02} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotcbond} = 0 \text{ Vs } H_{12} : \bar{S}_{Allbond} - \bar{S}_{Scotcbond} \neq 0 \leftrightarrow H_{02} : B\pi = D \text{ Vs } H_{12} : B\pi \neq D$$

$$B_2' = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$

Para testar a hipótese:

$$H_{03} : \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotcbond} = 0 = 0 \text{ Vs } H_{13} : \bar{S}_{Optibond} - \bar{S}_{Scotcbond} \neq 0 \leftrightarrow H_{03} : B\pi = D \text{ Vs } H_{13} : B\pi \neq D$$

onde:

$$B_3' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix} ; \pi = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{20} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{30} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$

Para os modelos de regressão temos as seguintes hipóteses:

$$H_0 : \begin{cases} \bar{S}_{Allbond} = \alpha_1 \\ \bar{S}_{Optibond} = \alpha_2 \\ \bar{S}_{Scotchbond} = \alpha_3 \end{cases} \text{ Vs } H_1 : \text{ Há pelo menos uma diferença}$$

Temos então o modelo de regressão definido como

5. Referências Bibliográficas

- Azevedo, C. L. N. (2017). Notas de aula sobre análise de dados discretos, (http://www.ime.unicamp.br/~cnaber/Material_ADD_1S_2017.htm)
- Mandarin, Fernando(2017)(<http://143.107.206.201/restauradora/dentistica/temas/adeseivos/adeseivos.pdf>)
- Paula, G. A. (2013). Modelos de regressão com apoio computacional, ver são pré-eliminar, link

*Witzel, Grande & Singer (2000). Bonding systems used for sealing: evaluation of microleakage