

Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Departamento de Estatística

Relatório - Parte I

Exercício 2

Guilherme Pazian RA:160323
Henrique Capatto RA:146406
Hugo Calegari RA:155738
Leonardo Uchoa Pedreira RA:156231

Professor: Caio Lucidius Naberezny Azevedo

Campinas-SP, 12 de Junho de 2017

Exercício 2

1. Introdução

Os dados a serem analisados são provenientes de um experimento desenvolvido para avaliar a germinação de um determinado tipo de semente de acordo com três condições experimentais: nível da temperatura: 21°C, 42°C e 62°C; nível de umidade: baixo, médio e alto; e temperatura de germinação: 11°C e 21°C. Por exemplo, a uma temperatura de 11°C, com nível de umidade baixo e temperatura de umidade de 21°C, 100 sementes foram plantadas e observou-se que 98 delas germinaram depois de 5 dias.

A tabela que contém os dados apresenta o número de sementes que germinaram após 5 dias para cada 100 sementes submetidas a cada condição experimental. Cada casela que compõem a tabela assume contagens Y_{ijk} tais que representam variáveis aleatórias binomiais independentes com tamanho fixo de $n = 100$ e probabilidade de sucesso, neste caso, estimada como a proporção de sementes que germinaram depois de 5 dias.

O objetivo é estimar a probabilidade de sementes germinadas depois de 5 dias, baseado em efeitos principais (nível de temperatura, nível de umidade e temperatura de germinação), verificar quais interações são significativas (combinações dos efeitos principais) e fornecer a combinação entre os níveis de fatores que gera a melhor taxa de germinação.

2. Análise Descritiva

Nota-se que para cada casela pode-se obter a proporção de sementes que germinaram depois de 5 dias para cada 100 sementes submetidas a cada condição experimental. Abaixo tem-se as tabelas com os dados e com as proporções estimadas, respectivamente.

	21°C	42°C	62°C
11°C e BAIXO	98	96	62
11°C e MÉDIO	94	79	3
11°C e ALTO	92	41	1
21°C e BAIXO	94	93	65
21°C e MÉDIO	94	71	2
21°C e ALTO	91	30	1

Tabela 1: A tabela representa as condições experimentais para determinar a germinação de uma determinada semente. A primeira coluna refere-se à temperatura de germinação e ao nível de umidade e as três últimas colunas representam as temperaturas de umidade.

	21°C	42°C	62°C
11°C e BAIXO	0.98	0.96	0.62
11°C e MÉDIO	0.94	0.79	0.03
11°C e ALTO	0.92	0.41	0.01
21°C e BAIXO	0.94	0.93	0.65
21°C e MÉDIO	0.94	0.71	0.02
21°C e ALTO	0.91	0.30	0.01

Tabela 2: Tabela das proporções estimadas para cada condição experimental, de acordo com os dados observados.

Pela tabela de proporções estimadas, consegue-se notar que para uma dada temperatura de germinação e temperatura de umidade, à medida em que o nível de umidade aumenta (por exemplo, de baixo para médio ou de médio para alto) a proporção de sementes germinadas após cinco dias diminui. Fixado a temperatura de germinação e o nível de umidade, quando se aumenta a temperatura de umidade (por exemplo, de 21°C para 42°C) a proporção de sementes germinadas também diminui.

Nota-se ainda que fixado um nível de umidade (por exemplo, baixo ou médio), para diferentes temperaturas de germinação, a proporção de sementes germinadas diminui com o aumento da temperatura de umidade. Finalmente, fixado a temperatura de umidade, a proporção de sementes germinadas para as diferentes temperaturas de germinação e diferentes níveis de umidade também é reduzida.

Assim, baseado nessas informações, à princípio pode-se conjecturar de que ao se utilizar uma temperatura de germinação mais baixa, neste caso 11°C, com o menor nível de umidade, no contexto umidade baixa, e com menor temperatura de umidade, neste caso 21°C, fornecerá uma combinação razoável para a maior proporção de sementes germinadas depois de 5 dias.

Além disso, algumas medidas resumo podem ser avaliadas como quantidade de sementes germinadas em diferentes temperaturas de germinação para os diferentes níveis de umidade e temperatura de umidade. Ou seja, é possível obter informações do comportamento da quantidade média de sementes germinadas em diferentes temperaturas de germinação, para cada nível de umidade e observar se as diferenças dos valores médios são muito discrepante.

Temperatura germinação	Nível umidade	Média	Variância	DP	MAX	MIN
11°C	alto	44.67	2080.33	45.61	92	1
11°C	baixo	85.33	409.33	20.23	98	62
11°C	médio	58.67	2380.33	48.79	94	3
21°C	alto	40.67	2110.33	45.94	91	1
21°C	baixo	84.00	271.00	16.46	94	65
21°C	médio	55.67	2292.33	47.88	94	2

Tabela 3: Esta tabela fornece algumas medidas resumo a respeito da quantidade de sementes germinadas, para uma determinada temperatura de germinação e um determinado nível de umidade, ao se desconsiderar a temperatura de umidade.

Pela tabela anterior observa-se que os valores médios de sementes germinadas após 5 dias, para uma dada temperatura de germinação e nível de umidade, desconsiderando-se a temperatura de umidade, diferem entre si. Por exemplo, a maior diferença nos valores médios está associada a seguinte combinação: temperatura de germinação de 11°C e 21°C, nível de umidade alta, com diferença média de sementes germinadas de 4. Essa diferença deve ser avaliada em conjunto com o pesquisador, pois deve-se levar em conta se essa diferença é significativa na prática, ou seja, se de fato em média essas quatro sementes teriam uma produtividade em média maior.

Foi possível elaborar, também, gráficos de perfis que avalie o comportamento da umidade em uma dada temperatura de germinação, para os diferentes níveis de temperatura da umidade, isto é, as possíveis interações existentes.

Informação relevante é obtida com o gráfico de perfil das proporções de sementes germinadas depois de 5 dias. Nota-se que para cada nível de temperatura de (11°C e 21°C) o comportamento é muito semelhante das proporções estimadas, isto é, para o aumento da temperatura de umidade há diminuição das proporção estimadas de sementes germinadas. Com isso, pode-se cogitar em uma

possível interação entre as variáveis nível de umidade e temperatura de umidade.

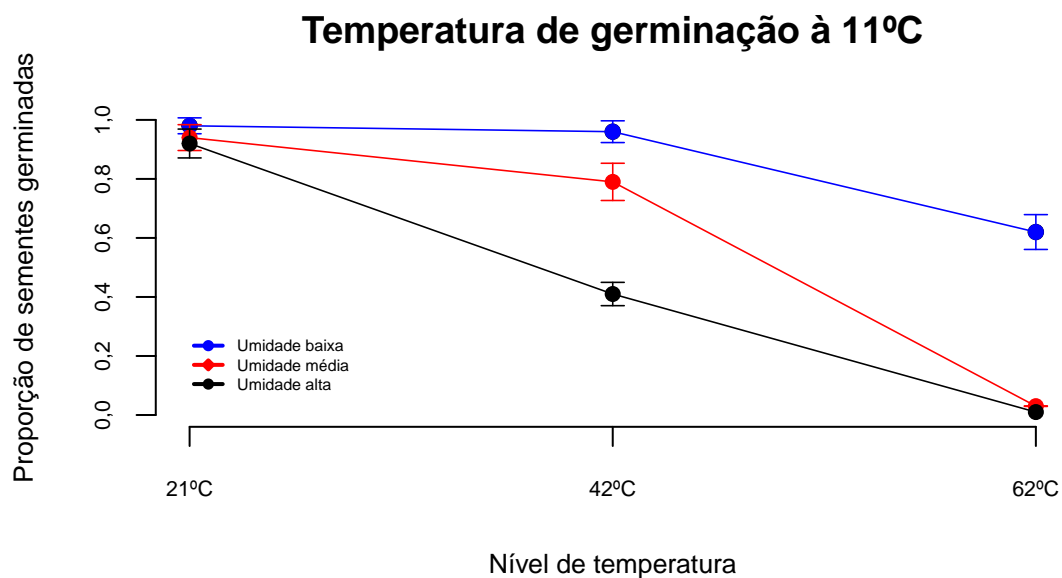


Figura 1: Gráficos de perfil para temperatura de germinação à 11°C. É perceptível que, para este perfil, com o aumento do nível de temperatura de umidade reduz-se a proporção estimada de sementes germinadas.

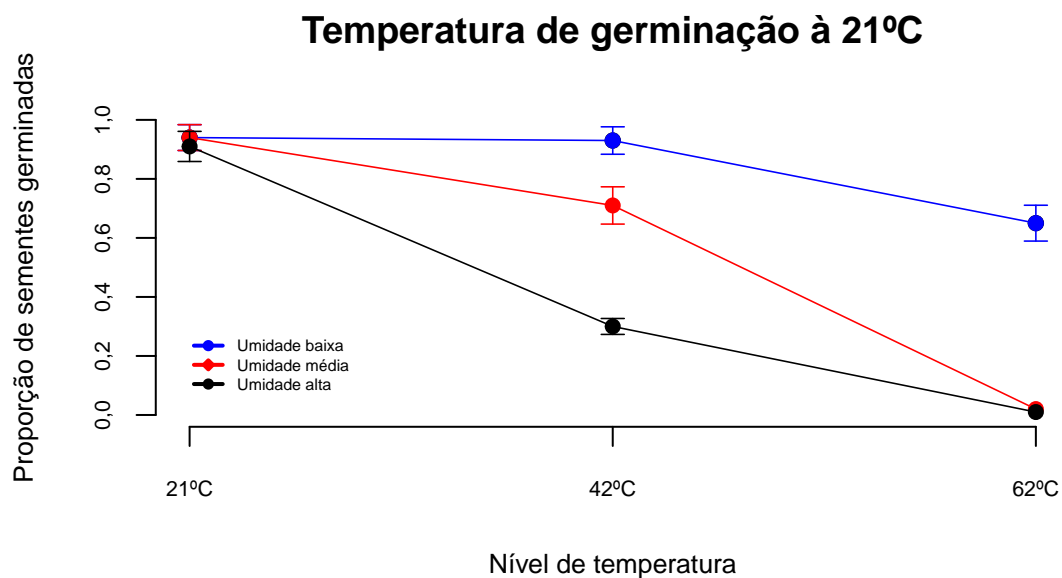


Figura 2: Gráfico de perfil para temperatura de germinação à 21°C. É perceptível que, para este perfil, com o aumento do nível de temperatura de umidade reduz-se a proporção estimada de sementes germinadas.

Mais do que isso, para os diferentes valores de temperatura de germinação e diferentes níveis de temperatura, num mesmo nível de umidade, o comportamento de decaimento das proporções estimadas de sementes germinadas são muito semelhantes. Isto pode ser observado pelos gráficos de perfis representados abaixo.

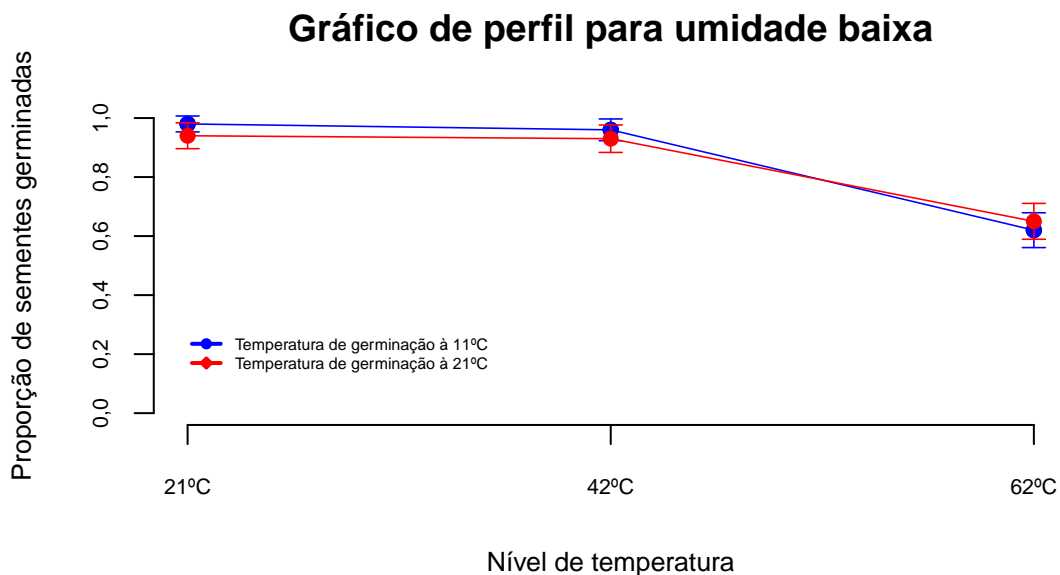


Figura 3: Gráficos de perfil para temperatura de germinação à 11°C e 21°C. É perceptível que, para este perfil, com o aumento do nível de temperatura de umidade reduz-se a proporção de sementes grminadas. Note que o comportamento entre as temperaturas de germinação é semelhante. Com exceção do nível de temperatura de 62°C, à uma temperatura de germinação de 21°C, observa-se que a estimativa pontual da proporção de sementes germinadas é inferior em relação aos demais níveis de temperatura.

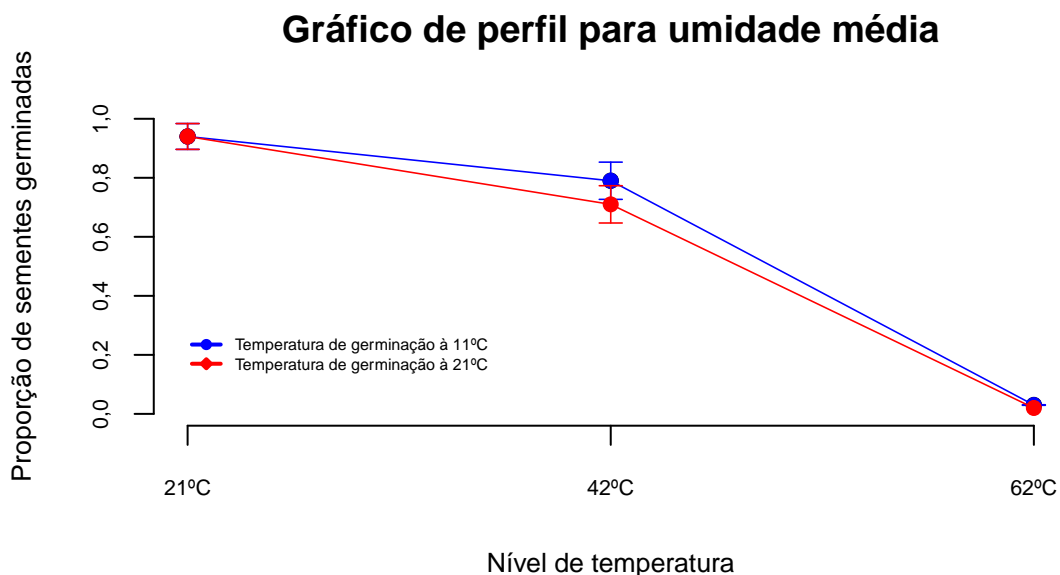


Figura 4: Gráfico de perfil para temperatura de germinação à 11°C e 21°C. É perceptível que, para este perfil, com o aumento do nível de temperatura de umidade reduz-se a proporção estimada de sementes grminadas. Note que o comportamento entre as temperaturas de germinação é semelhante. Observa-se que, em geral, a proporção estimada de sementes germinadas à temperatura de germinação de 21°C é inferior em relação à 11°C.

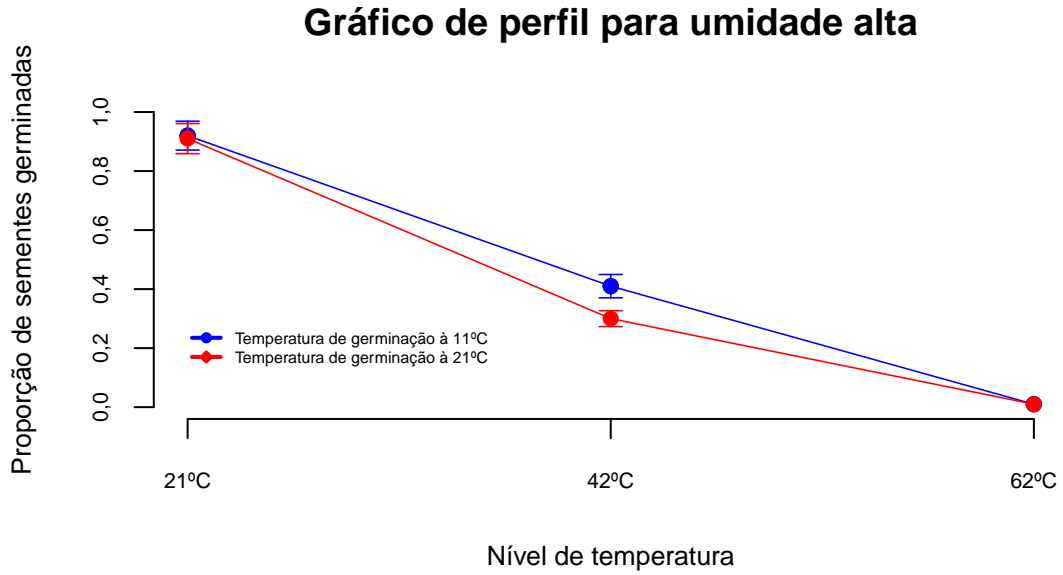


Figura 5: Gráfico de perfil para temperatura de germinação à 11°C e 21°C. É perceptível que, para este perfil, com o aumento do nível de temperatura de umidade reduz-se a proporção estimada de sementes germinadas. Note que o comportamento entre as temperaturas de germinação é semelhante. Observa-se que, em geral, a proporção estimada de sementes germinadas à temperatura de germinação de 21°C é inferior em relação à 11°C.

3. Análise Inferencial

Descrição dos Modelos

Ao considerar o problema posto e a análise descritiva realizada, foram propostos os seguintes modelos

- Modelo 1

$$Y_{ijk} \stackrel{ind}{\sim} \text{Binomial}(100, p_{ik})$$

$$\ln \left(\frac{p_{ijk}}{1 - p_{ijk}} \right) = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta\gamma)_{ijk}$$

onde $i = 1, 2, j = 1, 2, 3, k = 1, 2, 3, \alpha_1 = \beta_3 = \gamma_1 = (\beta\gamma)_{j1} = (\beta\gamma)_{3k} = (\alpha\beta)_{1j} = (\alpha\beta)_{23} = (\alpha\gamma)_{1k} = (\alpha\gamma)_{21} = (\alpha\beta\gamma)_{1kj} = (\alpha\beta\gamma)_{23k} = (\alpha\beta\gamma)_{2j1} = 0$

observação: este modelo é saturado (ou seja, a quantidade de parâmetros é igual ao número de observações). Logo, não é possível realizar análise de resíduos e cálculos de desvios.

- Modelo 2

$$Y_{ijk} \stackrel{ind}{\sim} \text{Binomial}(100, p_{ik})$$

$$\ln \left(\frac{p_{ijk}}{1 - p_{ijk}} \right) = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk}$$

onde $i = 1, 2, j = 1, 2, 3, k = 1, 2, 3, \alpha_1 = \beta_3 = \gamma_1 = (\beta\gamma)_{j1} = (\beta\gamma)_{3k} = (\alpha\beta)_{1j} = (\alpha\beta)_{23} = (\alpha\gamma)_{1k} = (\alpha\gamma)_{21} = 0$.

- Modelo 3

$$Y_{ijk} \overset{ind}{\sim} \text{Binomial}(100, p_{ik})$$

$$\ln\left(\frac{p_{ijk}}{1 - p_{ijk}}\right) = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\beta\gamma)_{jk}$$

onde $i = 1, 2, j = 1, 2, 3, k = 1, 2, 3, \alpha_1 = \beta_3 = \gamma_1 = (\beta\gamma)_{j1} = (\beta\gamma)_{3k} = 0$ e

Todos os modelos considerados foram ajustados através da metodologia de máxima verossimilhança (veja Paula (2013)).

Avaliação dos Ajustes

Modelo 1

Ao observar a tabela 5, que mostra as características gerais sobre este modelo, pode-se perceber que vários parâmetros não são estatisticamente significantes. Neste caso, foi possível obter uma explicação razoável para este fato. Ademais, os efeitos estimados estão de acordo com a análise descritiva, o que é um ponto a favor de um ajuste plausível.

Vale a pena reiterar que o desvio obtido por este modelo representa o menor possível (nulo) e, portanto, é tido somente como referência para qualidade de ajuste, ao comparar com outros modelos.

Modelo 2

Primeiramente ao observar a tabela 6, pode-se perceber que os parâmetros ajustados refletem o que foi descoberto na análise descritiva, o que é um indicativo de que o modelo é plausível. Para avaliar este modelo, considere a figura abaixo. Podemos notar que até o ponto 0 do eixo horizontal, todos os pontos estão acima da linha de base (linha tracejada), enquanto que o oposto ocorre após este ponto (ou seja, não existe independência entre os resíduos). Isto pode ser um indicativo de que alguma característica dos dados ainda resta a ser explicada (este argumento é suportado pelo fato de que existem, relativamente, bastante precisão em cada observação). Para isto, pode-se considerar um estudo com outros fatores experimentais. Entretanto, ao considerar que todos os pontos estão dentro do envelope e que seguem a linha de base, não existem indicativos de mal ajuste do modelo.

Gráfico Quantil-Quantil

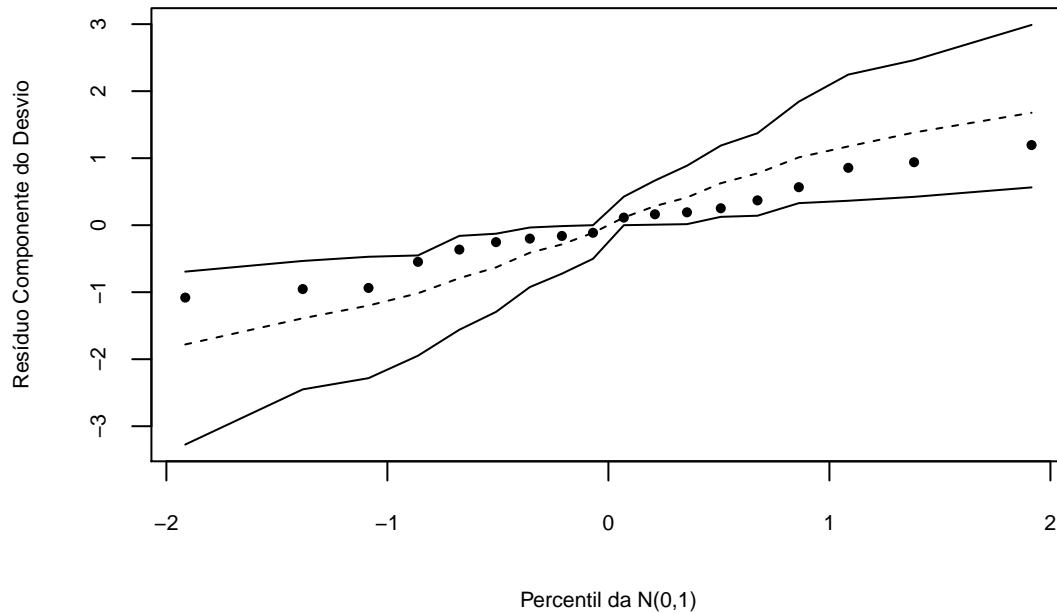


Figura 6: Este gráfico mostra uma comparação entre os quantís do Resíduo Componente do Desvio (de agora em diante, tido como 'RCD'). Para mais informações, veja Paula, 2013). Quanto mais pontos estiverem dentro do envelope (linha cheia) e perto da reta pontilhada, mais indicativos temos de um bom ajuste. Note, porém, todos os pontos estão acima da linha de base (linha tracejada). até o ponto 0 do eixo horizontal, enquanto que o oposto ocorre após este ponto.

Adicionalmente, os gráficos 1,2 e 3 abaixo indicam que não há pontos discrepantes pois, para os dois primeiros, todos os pontos estão dentro dos limites e para o último, os pontos estão bem próximos da reta referência. Adicionalmente, o gráfico 1 sugere um comportamento aleatório dos resíduos, que nos leva a concluir que existe um comportamento homocedástico do modelo - ponto à favor do bom ajuste. Pelo gráfico 2, observa-se que os valores ajustados para as médias condizem com os valores das proporções estimadas pela tabela dos dados, ou seja, existem de fato proporções que são muito próximas de um e zero (nos extremos do intervalo $[0,1]$). Nota-se, ainda, pelo gráfico 3 que o preditor linear é razoável, isto é, as covariáveis utilizadas são adequadas para o ajuste, assim como é razoável a função de ligação.

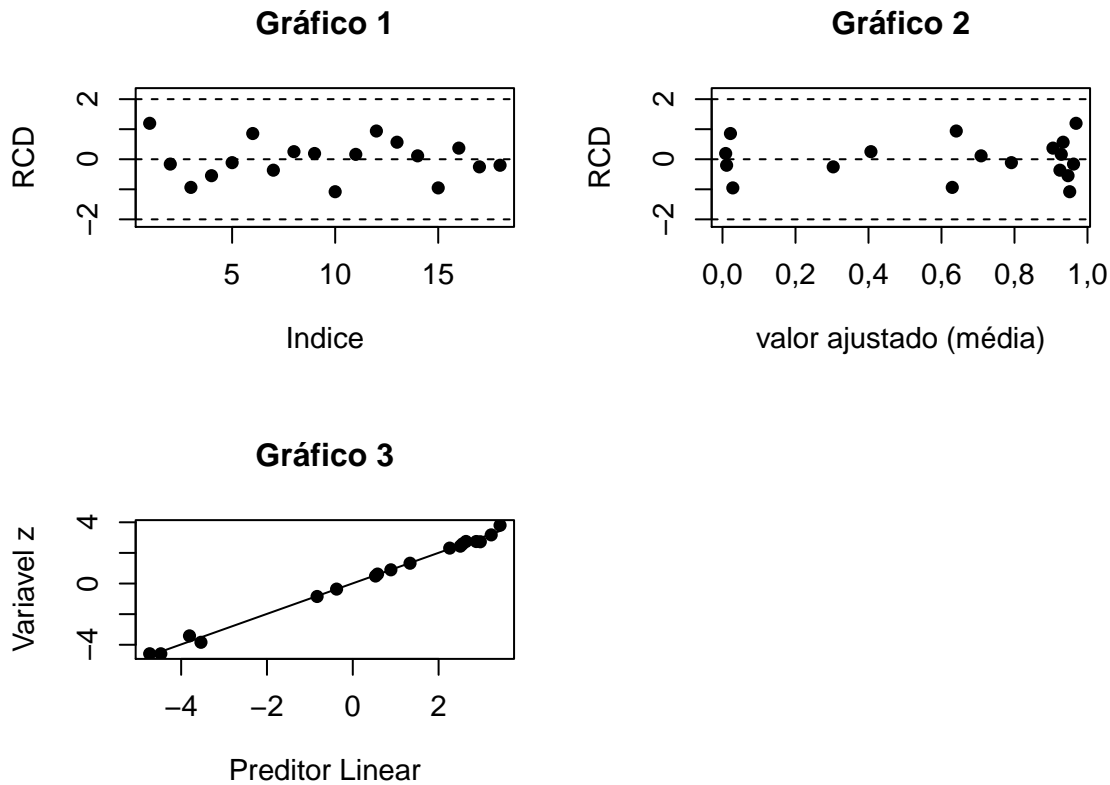


Figura 7: Gráficos para verificação da adequabilidade do ajuste do modelo 2.

Ao considerar a tabela 6, pode-se perceber alta significância de vários parâmetros, ao contrário do modelo 1. Todavia, as interações relativas à Temperatura de Germinação são todas não significativas. Isto é um indicativo de que estes efeitos podem não ser estatisticamente nulos. Para verificar esta hipótese, utilizou o teste $H_0: C\beta = M$ vs $H_1: C\beta \neq M$ para verificar se a hipótese de que $(\alpha\beta)_{21} = (\alpha\beta)_{21} = (\alpha\gamma)_{21} = (\alpha\gamma)_{22} = 0$ (para mais detalhe, ver Azevedo(2017)). O valor-p resultante do teste é 0,8143, que indica a não rejeição da hipótese de que todos estes coeficientes são, simultaneamente, nulos. Isto forneceu evidências para uma redução do modelo, que levou ao modelo 3.

Modelo 3

Primeiramente, de forma similar aos modelos anteriores, as estimativas dos parâmetros estão de acordo com o que foi obtido na etapa descritiva, o que levou à conclusão de que este modelo é razoável, em termos do problema. Ao observar a figura abaixo, pode-se perceber um comportamento muito similar ao visto no modelo 2, que sugere que alguma característica dos dados ainda resta a ser explicada (devido à não independência dos resíduos). Logo, pode ser benéfico considerar outras condições experimentais, para explicar esta característica.

Gráfico Quantil-Quantil

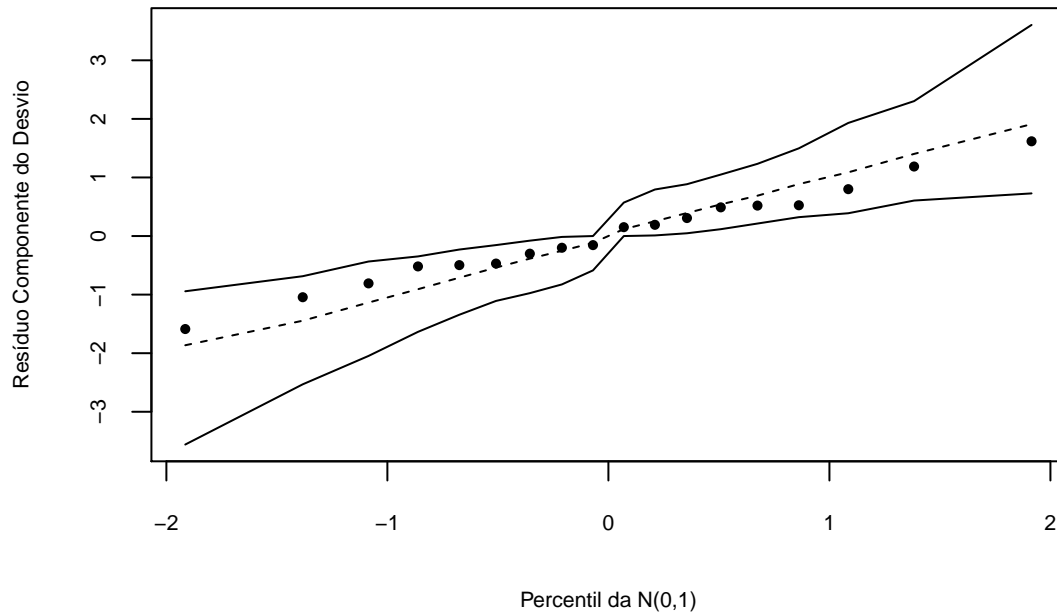


Figura 8: Este gráfico mostra uma comparação entre os quantís do RCD (ver Paula, 2013). Quanto mais pontos estiverem dentro do envelope (linha cheia) e perto da reta pontilhada, mais indicativos temos de um bom ajuste. Note, porém, todos os pontos estão acima da linha de base (linha tracejada), enquanto que o oposto ocorre após este ponto. Perceba, também, que este comportamento é similar ao que foi visto no modelo 2.

Os gráficos de diagnósticos para o modelo 3 possuem características semelhantes aqueles do modelo 2. Percebe-se para os gráficos 4 e 5, no entanto, que existem valores dos resíduos que estão mais próximos limites inferior e superior. O gráfico 6 representa, assim como para o modelo 2, que a função de ligação utilizada e o preditor linear são razoáveis. No caso do preditor linear, possivelmente, as covariáveis utilizadas não nos indicam a falta de informação.

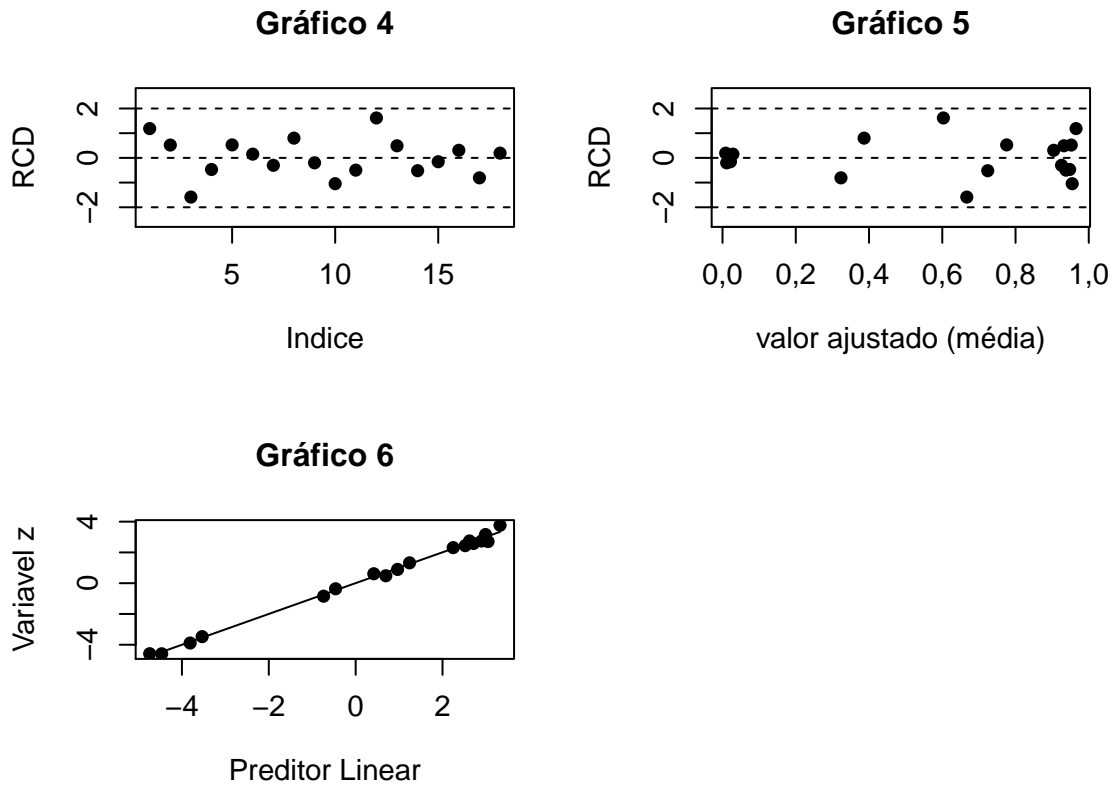


Figura 9: Gráficos para verificação da adequabilidade do ajuste do modelo 3.

Seleção dos Modelos Ajustados

A tabela a seguir fornece algumas informações sobre os modelos ajustados.

	Desvios	Valor-p	AIC	BIC
modelo 1	0	0	103.10	119.13
modelo 2	1.65	0.80	96.76	109.22
modelo 3	4.43	0.82	91.53	100.44

Tabela 4: Nesta tabela, estão relatados os Desvios e seus valores-p associados (de forma que os graus de liberdade são dados pela diferença entre as quantidade de observações e parâmetros ajustados), AIC (Critério de Informação de Akaike), BIC (Critério de Informação Bayesiana) à cada modelo. Pode-se perceber que o terceiro modelo possui os menores critérios de informação. Entretanto, modelo 2 apresenta desvio menor do que o modelo 3. Note, também, que o modelo 1 apresenta desvio nulo, isto deve-se à sua saturação, o que não fornece muita informação. (Para mais detalhes, veja (Paula, 2013))

Dela, pode-se depreender que de acordo com os critérios de informação, o modelo 3 é superior, pois possui os menores valores. Por outro lado, de acordo com os Desvios, o modelo 2 é superior, pois apresenta menor Desvio. Porém, basear-se somente nos desvios é insuficiente, pois estes valores desconsideram o preditor linear e função de ligação (para mais detalhes, ver Paula, 2013). Por outro, considerar somente os critérios de informação não é suficiente, mas também desconsidera a função de ligação.

Adicionalmente, ao utilizar o Teste da Razão de Verossimilhanças para testar $H_0 : (\alpha\beta)_{21} = (\alpha\beta)_{21} = (\alpha\gamma)_{21} = (\alpha\gamma)_{22} = 0$, obtêm-se o valor-p de 0,5994, o que leva à não rejeição da hipótese nula, o que fornece suporte ao resultado do teste citado ao final da análise do modelo 3 e nos leva a preferir o modelo 3. Portanto, optou-se por manter o modelo 3, como definitivo.

Para este modelo, com probabilidades

$$p_{ijk} = \frac{\exp(\mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\beta\gamma)_{jk})}{1 + \exp(\mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\beta\gamma)_{jk})},$$

abaixo estão as interpretações dos parâmetros para tal modelo.

- Y_{ijk} : reflete a quantidade de sementes germinadas, após 5 dias, de um total de 100, para a i-ésima temperatura de germinação, o j-ésimo nível de umidade e k-ésima temperatura de umidade.
- $e^{\beta_1} = \left(\frac{p_{111}}{1-p_{111}} \right) / \left(\frac{p_{131}}{1-p_{131}} \right)$ é a razão de chances que nos indica o quanto maior ou menor é a proporção de sementes germinadas depois de 5 dias a uma temperatura de germinação de 11°C ou 21°C, para umidade baixa em relação a alta. Neste caso, $e^{\hat{\beta}_1} = 2,2314$ indica que é mais provável que uma semente germine no nível baixo de umidade, do que alto, ao manter fixas as temperaturas de germinação e umidade.
- $e^{\beta_2} = \left(\frac{p_{121}}{1-p_{121}} \right) / \left(\frac{p_{131}}{1-p_{131}} \right)$ é a razão de chances que nos indica o quanto maior ou menor é a proporção de sementes germinadas depois de 5 dias a uma temperatura de germinação de 11°C ou 21°C, para umidade média em relação a alta. Neste caso, $e^{\hat{\beta}_2} = 1,4561$ indica que é mais provável que uma semente germine no nível médio de umidade, do que alto, ao manter fixas as temperaturas de germinação e umidade.
- $e^{\gamma_2} = \left(\frac{p_{232}}{1-p_{232}} \right) / \left(\frac{p_{231}}{1-p_{231}} \right)$ é a razão de chances que nos indica o quanto maior ou menor é a proporção de sementes germinadas depois de 5 dias a uma temperatura de germinação de 11°C ou 21°C, para temperatura de 21°C em relação à 42°C. Neste caso, $e^{\hat{\gamma}_2} = 0,0506$ indica que é menos provável que uma semente germine à um temperatura de umidade de 42°C, do que a 21°C, ao manter fixos o nível de umidade e a temperatura de germinação.
- $e^{\gamma_3} = \left(\frac{p_{233}}{1-p_{233}} \right) / \left(\frac{p_{231}}{1-p_{231}} \right)$ é a razão de chances que nos indica o quanto maior ou menor é a proporção de sementes germinadas depois de 5 dias a uma temperatura de germinação de 11°C ou 21°C, para temperatura de 21°C em relação à 62°C. Neste caso, $e^{\hat{\gamma}_3} = 0,0009$ indica que é menos provável que uma semente germine à um temperatura de umidade de 62°C, do que a 21°C, ao manter fixos o nível de umidade e a temperatura de germinação.
- $e^{\alpha_2} = \left(\frac{p_{213}}{1-p_{213}} \right) / \left(\frac{p_{113}}{1-p_{113}} \right)$ é a razão de chances que nos indica o quanto maior ou menor é a proporção de sementes germinadas depois de 5 dias a uma temperatura de germinação de 11°C ou 21°C, para temperatura de germinação de 21°C em relação à 11°C. Neste caso, $e^{\hat{\alpha}_2} = 0,7585$ indica que é menos provável que uma semente germine à um temperatura de germinação de 21°C em relação a 11°C, ao manter fixos o níveis de umidade e a temperatura de umidade.

Para este modelo, a figura abaixo mostra o resultado da análise preditiva. Pode-se perceber que o modelo fornece um resultado satisfatório, pois o intervalo de 95% confiança contempla todos os valores observados.

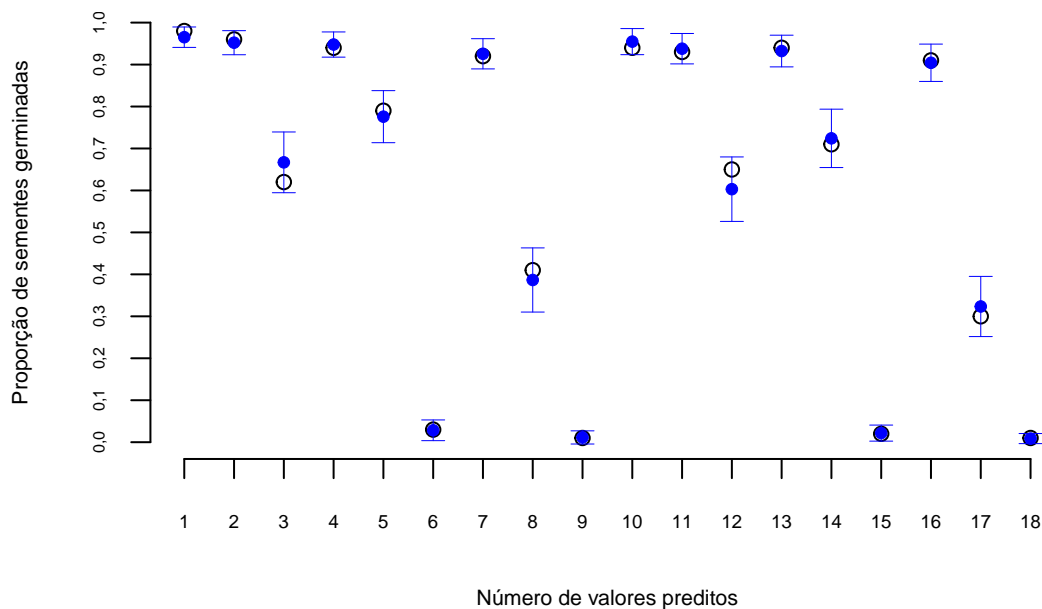


Figura 10: Gráfico da análise preditiva. O eixo horizontal deste gráfico representa as observações (casela), enquanto que o eixo vertical representa a proporção de sementes germinadas. Os pontos azuis representam as estimativas pontuais preditas pelo modelo, com seus respectivos intervalos de 95 por cento de confiança. Além disso, o círculo vazio representa a proporção observada nos dados. Note que todos os valores observados estão conditos nos intervalos.

Por fim, sob este modelo, a melhor combinação de fatores experimentais é dada por baixa temperatura de umidade, temperatura de germinação de 11°C e temperatura de umidade de 21°C.

4. Conclusões

Desta análise, as principais conclusões são:

1. Com o aumento do nível de umidade e temperaturas de germinação e umidade, menor é proporção de sementes germinadas. Ou seja, a melhor combinação de fatores é dada por : umidade baixa, temperatura de germinação de 11°C e temperatura de umidade de 21°C;
2. A combinação dos fatores nível de umidade e temperatura de umidade tem um impacto muito forte sobre a quantidade de sementes germinadas;
3. Possivelmente, a quantidade de sementes utilizadas no experimento é pequena para argumentar a favor de um impacto considerável da variável temperatura de germinação. Entretanto, os analistas responsáveis por esta análise não conhecem outra metodologia que seja mais apropriada para utilizar nesta análise;

Ademais, não foi possível justificar o motivo da insignificância de vários parâmetros, no saturado (modelo 1). Entretanto, após a remoção da interação entre todos os fatores principais, obtêm-se um modelo muito mais próximo do que foi observado na análise descritiva.

Bibliografia

1. Azevedo, C. L. N. (2017). Notas de aula sobre análise de dados discretos, (disponível em http://www.ime.unicamp.br/~cnaber/Material_ADD_1S_2017.htm)
2. Paula, G. A. (2013). Modelos de regressão com apoio computacional, versão pré-eliminar, (disponível em http://www.ime.usp.br/~giapaula/texto_2013.pdf)
3. Agresti. A. (2012). Categorical data analysis, terceira edição. New York, John Wiley.
4. Agresti. A. (2007). An introduction to categorical data analysis, segunda edição.

Anexos

Tabelas com estimativas pontuais e intervalares, erros padrão e valores-p. As tabelas a seguir são referentes aos modelos 1,2 e 3, respectivamente

	Estimativa	Erro Padrão	2.5 %	97.5 %	Estatística Z	Valor-p
μ	2.442	0.369	1.720	3.165	6.626	<0.0001
β_1	1.450	0.804	-0.126	3.025	1.803	0.071
β_2	0.309	0.560	-0.788	1.406	0.552	0.581
γ_1	-2.806	0.421	-3.631	-1.981	-6.666	<0.0001
γ_2	-7.037	1.071	-9.136	-4.939	-6.574	<0.0001
α_2	-0.129	0.508	-1.124	0.867	-0.253	0.800
$(\beta\gamma)_{11}$	2.092	0.974	0.184	4.001	2.149	0.032
$(\beta\gamma)_{21}$	1.380	0.644	0.117	2.642	2.142	0.032
$(\beta\gamma)_{12}$	3.635	1.303	1.081	6.190	2.789	0.005
$(\beta\gamma)_{22}$	0.810	1.291	-1.721	3.340	0.627	0.530
$(\alpha\beta)_{21}$	-1.012	0.972	-2.917	0.894	-1.040	0.298
$(\alpha\beta)_{22}$	0.129	0.783	-1.405	1.663	0.165	0.869
$(\alpha\gamma)_{21}$	-0.355	0.589	-1.509	0.800	-0.602	0.547
$(\alpha\gamma)_{22}$	0.129	1.509	-2.830	3.087	0.085	0.932
$(\alpha\beta\gamma)_{211}$	0.903	1.204	-1.455	3.262	0.751	0.453
$(\alpha\beta\gamma)_{221}$	-0.075	0.900	-1.839	1.690	-0.083	0.934
$(\alpha\beta\gamma)_{212}$	1.141	1.747	-2.283	4.565	0.653	0.514
$(\alpha\beta\gamma)_{222}$	-0.544	1.867	-4.204	3.115	-0.292	0.771

Tabela 5: Tabela Resumo para Modelo 1

	Estimativa	Erro Padrão	2.5 %	97.5 %	Estatística Z	Valor-p
μ	2.506	0.334	1.852	3.161	7.508	<0.0001
β_1	0.926	0.526	-0.105	1.957	1.759	0.079
β_2	0.371	0.443	-0.496	1.239	0.839	0.402
γ_1	-2.884	0.365	-3.599	-2.169	-7.907	<0.0001
γ_2	-7.239	0.811	-8.829	-5.650	-8.929	<0.0001
α_1	-0.247	0.394	-1.019	0.524	-0.628	0.530
$(\beta\gamma)_{11}$	2.678	0.562	1.576	3.779	4.765	<0.0001
$(\beta\gamma)_{21}$	1.341	0.450	0.458	2.223	2.978	0.003
$(\beta\gamma)_{12}$	4.338	0.850	2.672	6.003	5.103	<0.0001
$(\beta\gamma)_{22}$	0.556	0.929	-1.265	2.377	0.599	0.549
$(\alpha\beta)_{21}$	-0.212	0.486	-1.165	0.741	-0.436	0.662
$(\alpha\beta)_{22}$	0.008	0.375	-0.728	0.744	0.021	0.983
$(\alpha\gamma)_{21}$	-0.207	0.406	-1.002	0.589	-0.509	0.611
$(\alpha\gamma)_{22}$	0.507	0.530	-0.531	1.545	0.957	0.339

Tabela 6: Tabela Resumo para Modelo 2

	Estimativa	Erro Padrão	2.5 %	97.5 %	Estatística Z	Valor-p
μ	2.522	0.267	1.999	3.046	9.447	<0.0001
β_1	0.803	0.441	-0.062	1.667	1.819	0.069
β_2	0.376	0.391	-0.391	1.143	0.960	0.337
γ_1	-2.984	0.294	-3.560	-2.408	-10.149	<0.0001
γ_2	-6.989	0.755	-8.468	-5.509	-9.258	<0.0001
α_2	-0.276	0.149	-0.569	0.016	-1.853	0.064
$(\beta\gamma)_{11}$	2.650	0.559	1.553	3.746	4.736	<0.0001
$(\beta\gamma)_{21}$	1.328	0.449	0.447	2.208	2.955	0.003
$(\beta\gamma)_{12}$	4.358	0.849	2.693	6.023	5.130	<0.0001
$(\beta\gamma)_{22}$	0.556	0.929	-1.265	2.377	0.598	0.550

Tabela 7: Tabela Resumo para Modelo 3