



**Universidade Estadual de Campinas  
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica  
Departamento de Estatística**

# **Relatório - Parte I Trabalho Final de ME613**

**Eliane Ramos de Siqueira RA:155233  
Guilherme Pazian RA:160323  
Henrique Capatto RA:146406  
Murilo Salgado Razoli RA:150987**

**Professor: Caio Lucidius Naberezny Azevedo**

**Campinas-SP, 06 de Dezembro de 2016**

## 1. Introdução

O conjunto de dados analisado corresponde a informações de homens e mulheres envolvidos em exercícios regulares e apresenta para cada indivíduo, o peso(em kg) e altura(em cm) medidos e informados pelo mesmo. Além disso, o sexo de cada indivíduo também foi coletado, sendo que 112 são do sexo feminino e 88 são do sexo masculino, totalizando 200 pessoas. Os dados podem ser encontrados no R no pacote car, sob o nome “Davis”.

O objetivo é estudar o impacto da altura no peso, levando em consideração o sexo.

Utilizamos a metodologia dos modelos normais lineares homocedásticos, metodologias da qualidade do ajuste e comparação de modelos apropriados com o suporte computacional do R.

## 2. Análise descritiva

Observando a tabela 1, podemos ver que em média, o peso e a altura dos homens são maiores que os das mulheres. Além disso vemos valores superiores em todas as estatísticas, para os homens, incluindo uma maior variação nos dados, variação essa, mostrada pelos valores de erro padrão.

Tabela 1: Estatísticas Descritivas

Sexo	Variável	Minímo	1ºQuartil	Mediana	Média	3ºQuartil	Máximo	Erro Padrão
F	Peso	39	52.50	56	56.89	62	78	6.890509
F	Altura	148	161.50	165	164.70	169	178	5.683460
M	Peso	54	67.75	75	75.90	83	119	11.890342
M	Altura	163	173.00	178	178.00	183	197	6.440701

A figura 1 mostra um boxplot dos valores de peso por gênero e um boxplot dos valores de altura também por gênero. Observando-os podemos confirmar os padrões já identificados pelas estatísticas descritivas.

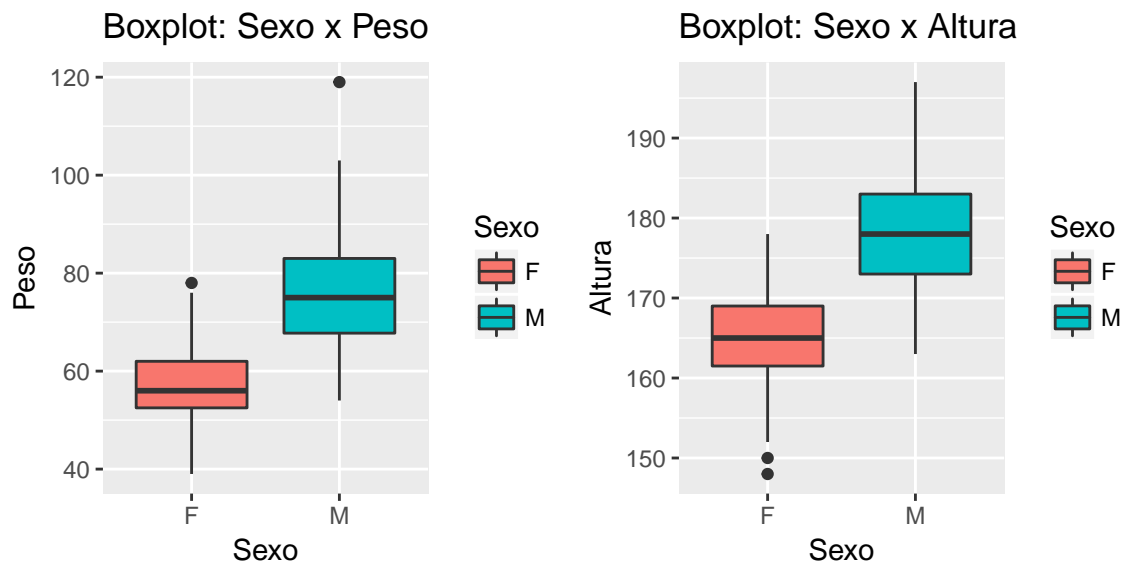


Figura 1: Boxplot Comparativo

Na figura 2 abaixo, temos um gráfico de dispersão do peso em relação a altura dos indivíduos, desconsiderando o gênero. Podemos perceber que há uma relação positiva entre a variável resposta(peso) e a variável explicativa(altura), isto é, quanto maior a altura, maior o peso do indivíduo. Tal relação pode ser razoavelmente representada por uma reta ou uma curva quadrática.

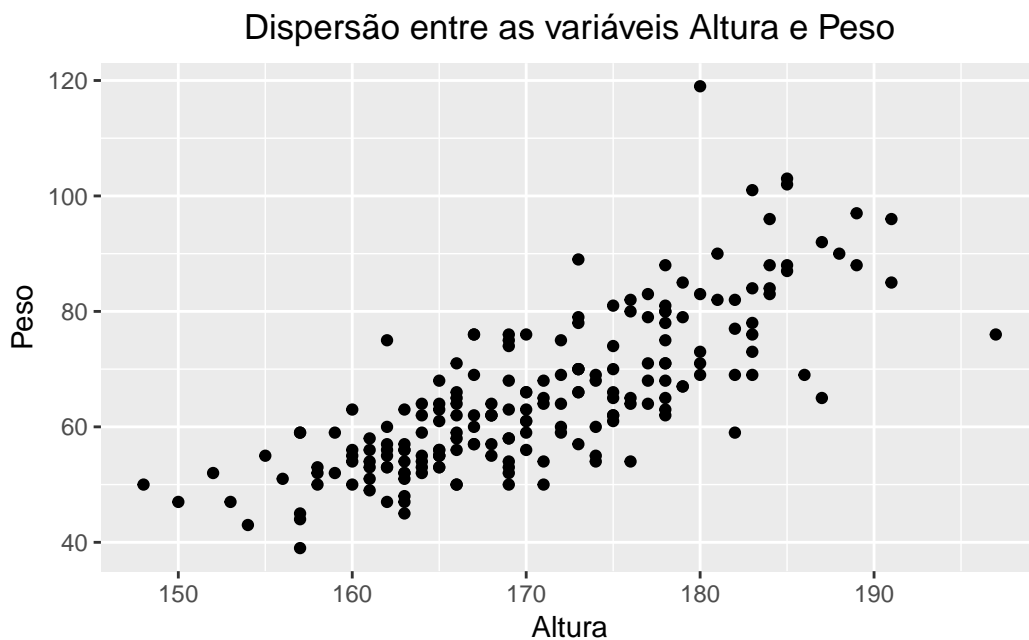


Figura 2: Dispersão entre as variáveis Altura e Peso

A figura 3 também apresenta os gráficos de dispersão entre a variável resposta e explicativa, desta vez considerando o sexo de cada indivíduo. Podemos ver que para ambos os sexos, há uma relação positiva, o peso cresce a medida que a altura cresce. Além disso é possível notar a presença de um outlier para o sexo masculino, enquanto que para o sexo feminino podemos ver em torno de três outliers. Tanto para o sexo feminino quanto o masculino podemos ainda razoavelmente representar esta relação entre peso e altura por uma reta ou uma curva quadrática.

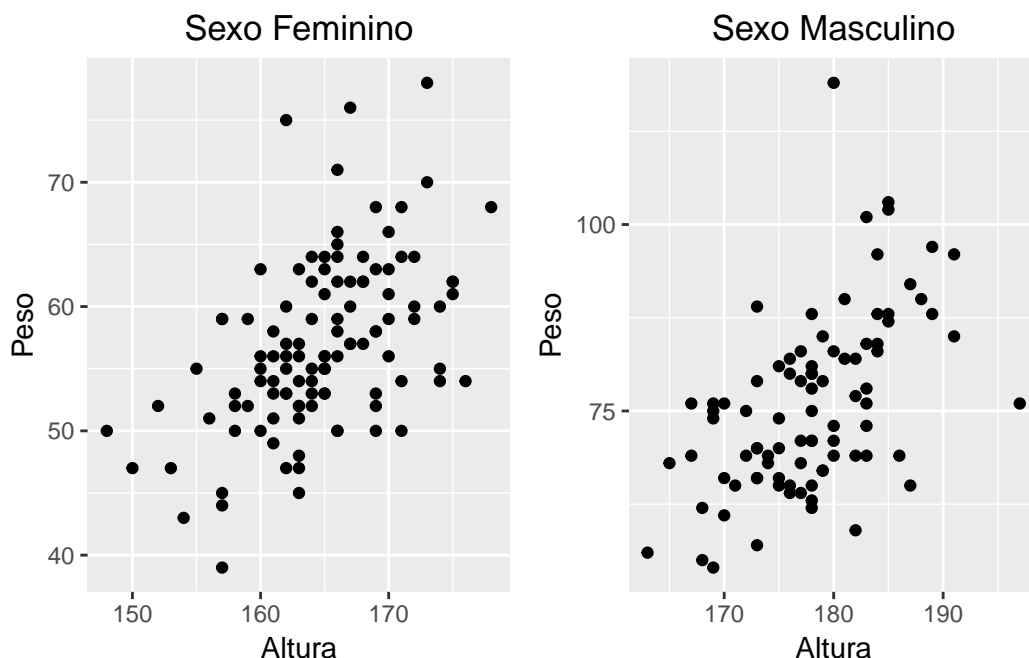


Figura 3: Dispersão entre as variáveis Altura e Peso considerando o sexo.

### 3. Análise Inferencial

Devido ao objetivo em questão e aos resultados da análise descritiva, vamos considerar quatro modelos e verificar qual deles é o mais reduzido e melhor se ajusta aos dados.

Para os dois primeiros, consideramos modelos com intercepto, o primeiro deles, é um modelo linear centrado na média, enquanto que o segundo é um modelo quadrático também centrado na média. Esses dois modelos nos permite identificar se o intercepto modifica as análises sobre a significância da covariável sexo.

Para os outros dois, consideramos o modelo sem intercepto, onde o primeiro deles é modelo linear e o segundo, um modelo quadrático. Tal sugestão foi feita, pois além dos objetivos descritos acima, desejamos identificar se esses modelos fornecem informação relevante, mesmo contendo menos parâmetros.

Dado a natureza dos dados, não faz sentido observarmos algum valor diferente de zero para a variável resposta quando a variável explicativa for igual a zero, por isso, os modelos com intercepto sugeridos são todos centrados na média.

### Modelo 1

$$Y_{ij} = \beta_{0i} + \beta_{1ij}(x_{ij} - \bar{x}) + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, 2 \\ j = 1, \dots, 199 \end{cases}$$

Onde:  $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$ .

- $Y_{ij}$ : Peso do j-ésimo indivíduo do i-ésimo sexo.
- $x_{ij}$ : Altura do j-ésimo indivíduo do i-ésimo sexo.
- $\beta_{0i}$ : Peso esperado indivíduo do i-ésimo sexo, quando sua altura é igual a média.
- $\beta_{1ij}$ : Incremento (positivo ou negativo) no peso esperado do j-ésimo indivíduo do i-ésimo sexo, para o aumento em uma unidade na altura.

### Modelo 2

$$Y_{ij} = \beta_{0i} + \beta_{1ij}(x_{ij} - \bar{x}) + \beta_{2ij}(x_{ij} - \bar{x})^2 + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, 2 \\ j = 1, \dots, 199 \end{cases}$$

Onde:  $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$

- $Y_{ij}$ : Peso do j-ésimo indivíduo do i-ésimo sexo.
- $x_{ij}$ : Altura do j-ésimo indivíduo do i-ésimo sexo.
- $\beta_{0i}$ : Peso esperado indivíduo do i-ésimo sexo, quando sua altura é igual a média.
- $\beta_{1ij}$ : Incremento(positivo ou negativo) no peso quando se aumenta em uma unidade o valor da altura.
- $\beta_{2ij}$ :
- $\frac{-\beta_{1ij}}{2\beta_{2ij}}$ : Valor da altura para o qual o peso esperado é máximo ou mínimo.

### Modelo 3

$$Y_{ij} = \beta_{1i}(x_{ij}) + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, 2 \\ j = 1, \dots, 199 \end{cases}$$

Com:  $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$

- $Y_{ij}$ : Peso do j-ésimo indivíduo do i-ésimo sexo.
- $x_{ij}$ : Altura do j-ésimo indivíduo do i-ésimo sexo.
- $\beta_{1ij}$ : Incremento(positivo ou negativo) no peso quando se aumenta em uma unidade o valor da altura.

#### Modelo 4

Considere o seguinte modelo quadrático, ainda com o fator Sexo:

$$Y_{ij} = \beta_{1i}(x_{ij}) + \beta_{2i}(x_{ij})^2 + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, 2 \\ j = 1, \dots, 199 \end{cases}$$

Com:  $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$

- $Y_{ij}$ : Peso do j-ésimo indivíduo do i-ésimo sexo.
- $x_{ij}$ : Altura do j-ésimo indivíduo do i-ésimo sexo.
- $\beta_{1ij}$ : Incremento(positivo ou negativo) no peso quando se aumenta uma unidade de  $x_{ij}$ .
- $\beta_{2ij}$ :

Para o modelo 1, na figura 4, podemos notar pelo gráfico A que uma observação se destaca das demais, porém não temos indícios que possa levar a uma conclusão sobre a dependência dos dados. Já pelo gráfico B(resíduos X valores ajustados), nota-se uma possível heterocedasticidade uma vez que, a variabilidade dos resíduos parece aumentar com o aumento do valor preditos, comportando-se de maneira mais discrepante para valores preditos maiores. Tanto pelo gráfico C, quanto pelo gráfico D, nota-se uma leve assimetria positiva nos dados. Além disso, no gráfico D, temos a presença de outliers, o que possivelmente pode indicar que uma distribuição assimétrica com caudas mais pesadas que a distribuição Normal poderia ser consideradas à análise. Além disso, o gráfico de envelopes, na figura 5, acusa um mal ajuste, devido ao comportamento levemente sistemático.

Para o modelo 2,...

Para o modelo 3, observamos na figura 8 que há uma tendência no gráfico B, o que indica um possível heterocedasticidade. Nota-se pelos gráficos C e D, uma leve assimetria positiva, com presença de outliers no gráfico D. O gráfico de envelopes para o terceiro modelo, na figura 9, apresenta uma tendência e novamente, vários pontos fora dos limites, sugerindo assim, uma falta de normalidade.

Para o quarto e último modelo, na figura 10 temos um ponto discrepante, nos gráficos A e B. Pelo gráfico A, não há evidências para afirmar qualquer conclusão sobre a dependência dos dados. No gráfico B, notamos um pequeno agrupamento dos dados e logo depois uma pequena dispersão dos mesmos, tal tendência, sugere uma possível heterocedasticidade dos dados. Ambos

os gráficos C e D, mostram uma leve assimetria positiva, onde no gráfico C, temos uma maior concentração da densidade entre os valores -2 e 2, e no gráfico D, temos a presença de outliers, tanto abaixo como acima da média.

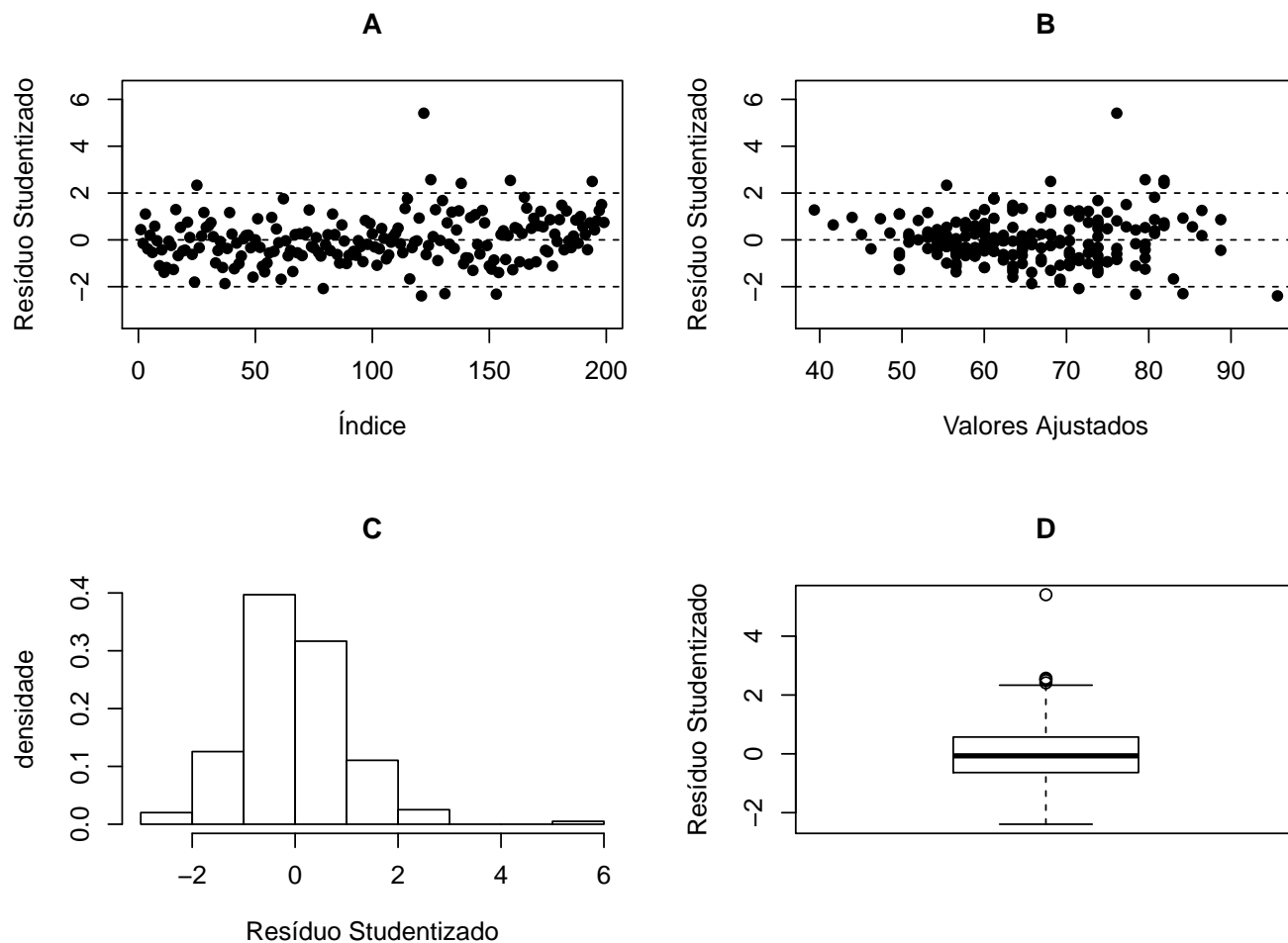


Figura 4: Análise residual para o modelo 1

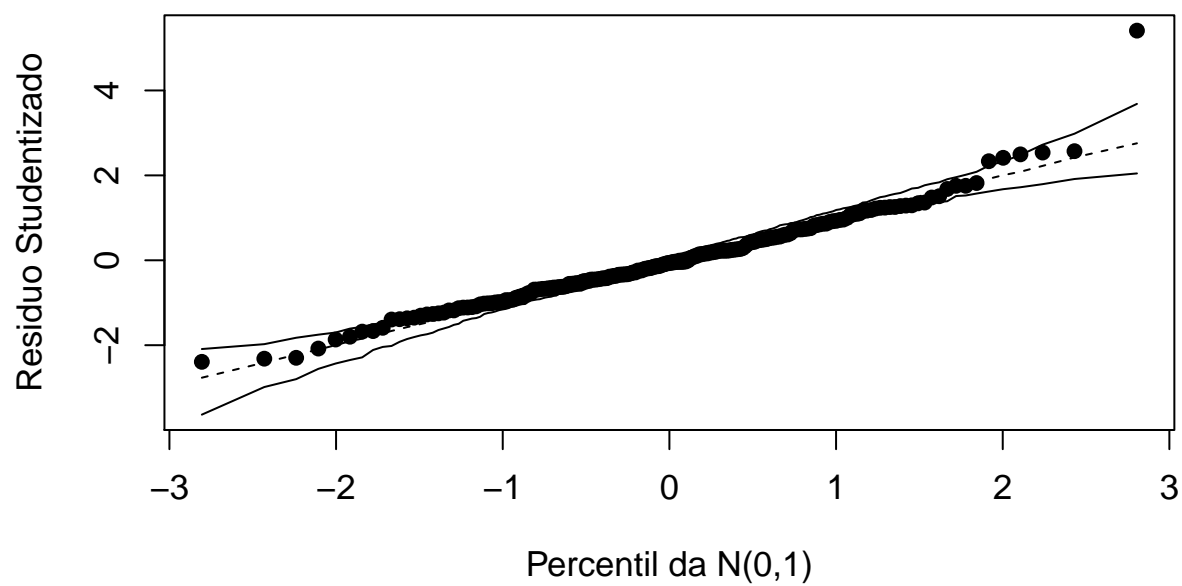


Figura 5: Gráfico de envelope para o resíduos studentizado para o modelo 1



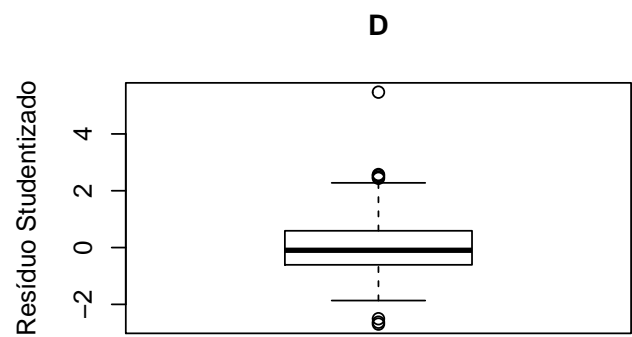
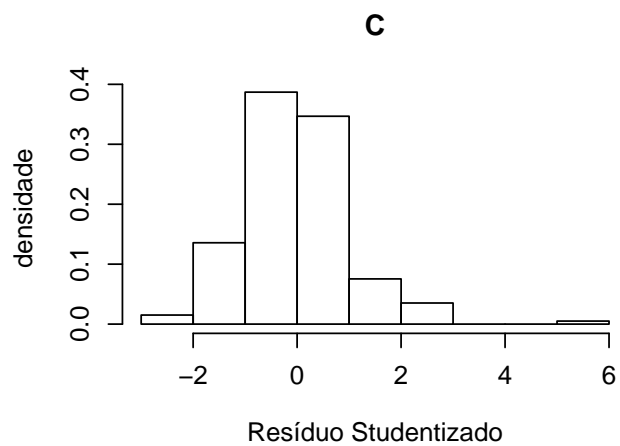
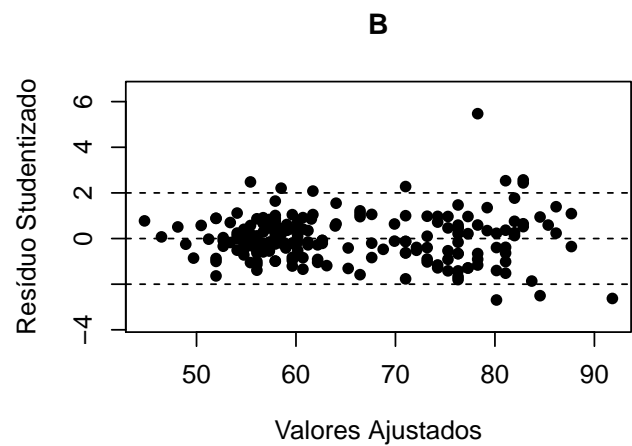
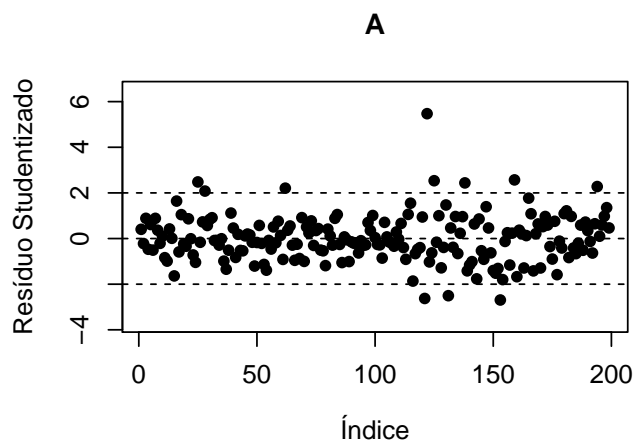


Figura 6: Análise residual para o modelo 2

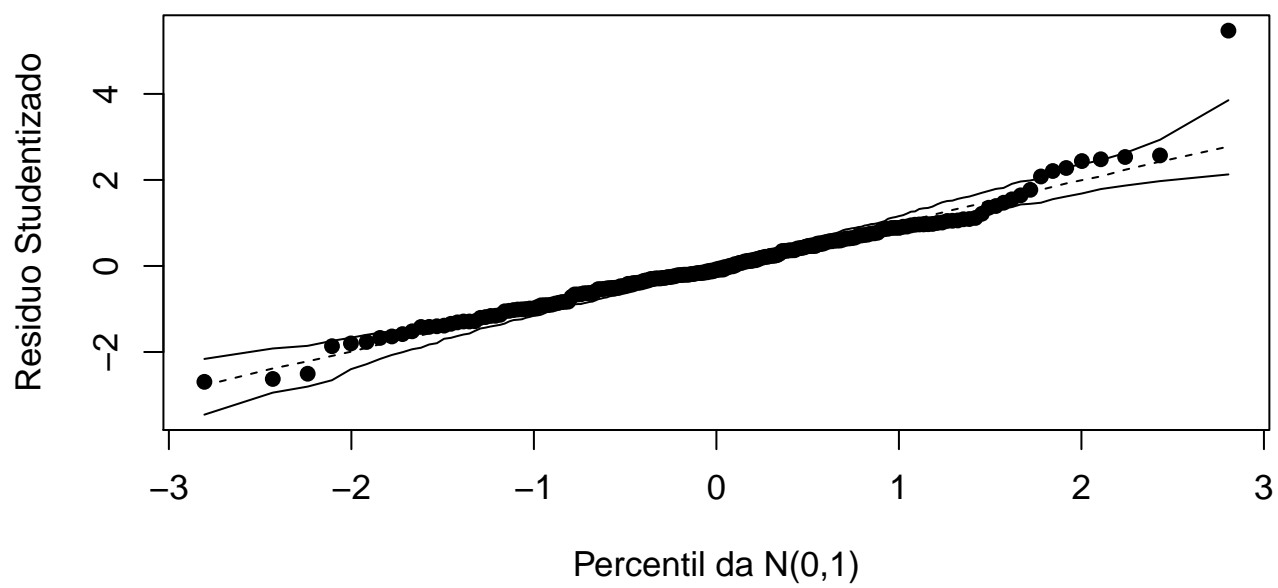


Figura 7: Gráfico de envelope para o resíduos studentizado para o modelo 2

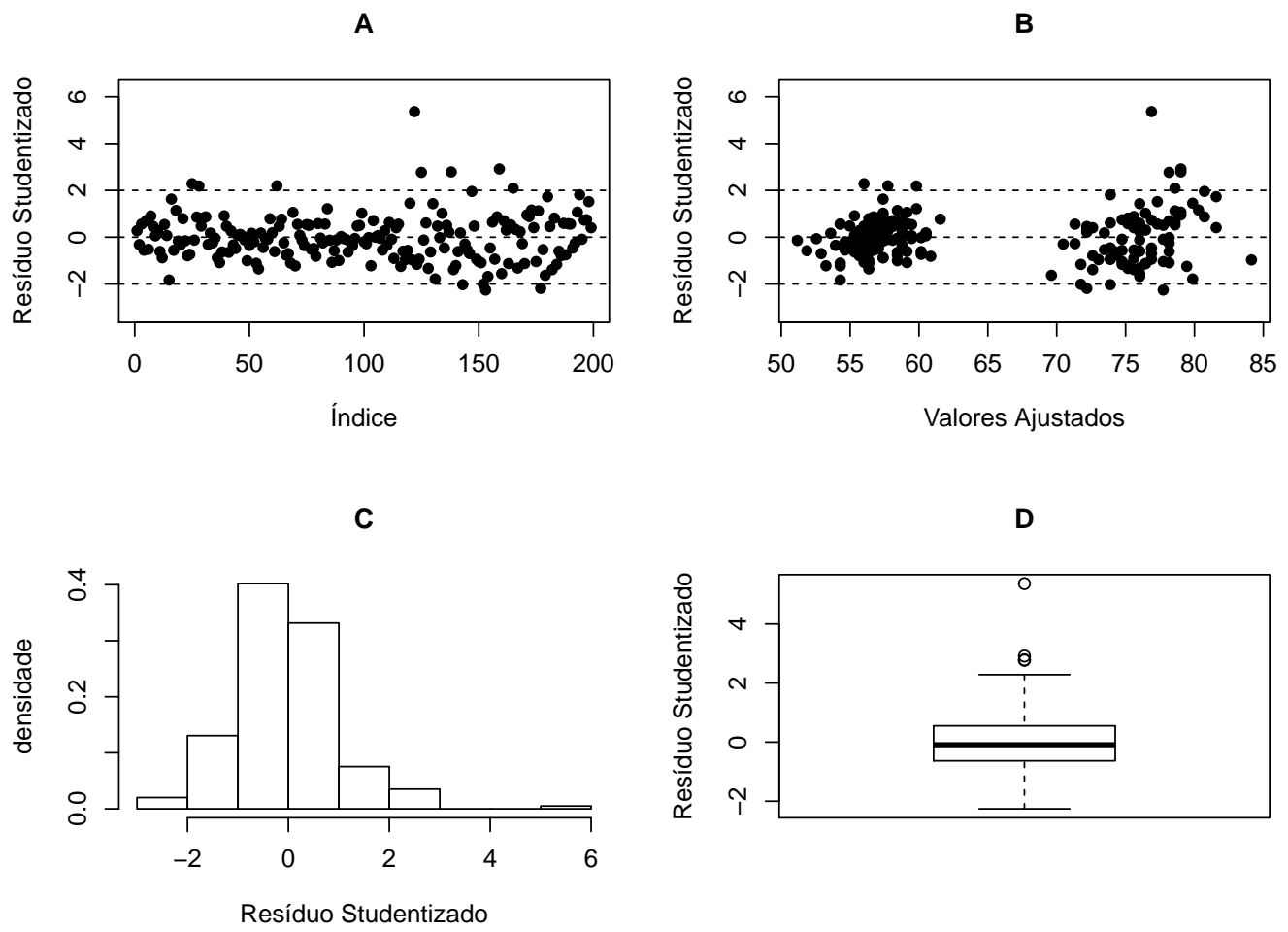


Figura 8: Análise residual para o modelo 3

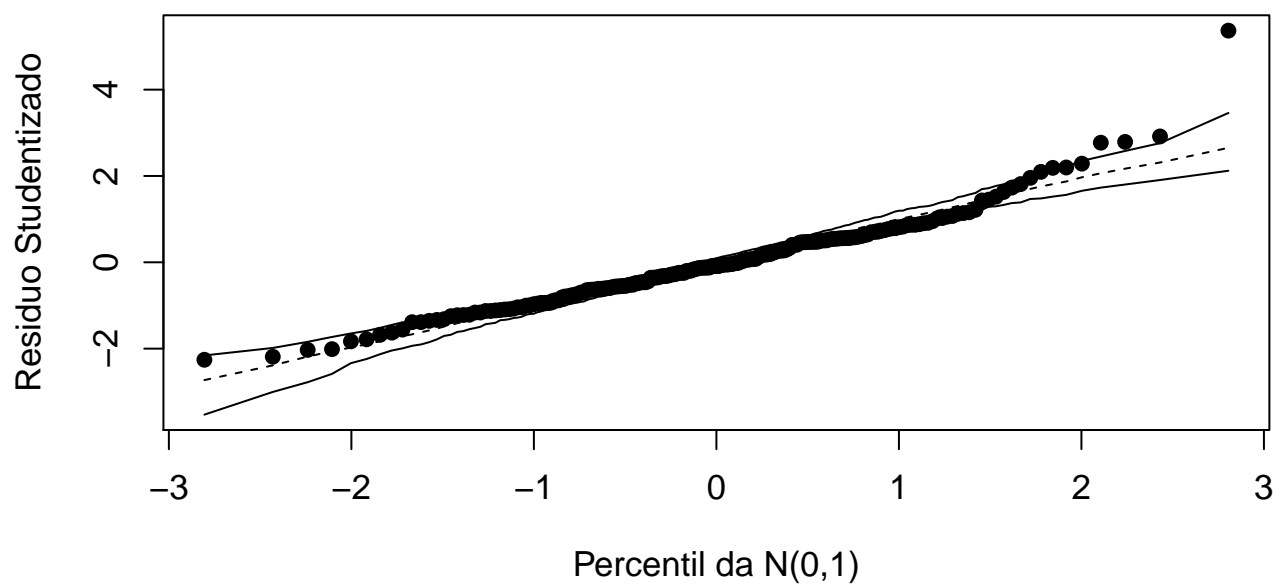


Figura 9: Gráfico de envelope para o resíduos studentizado para o modelo 3

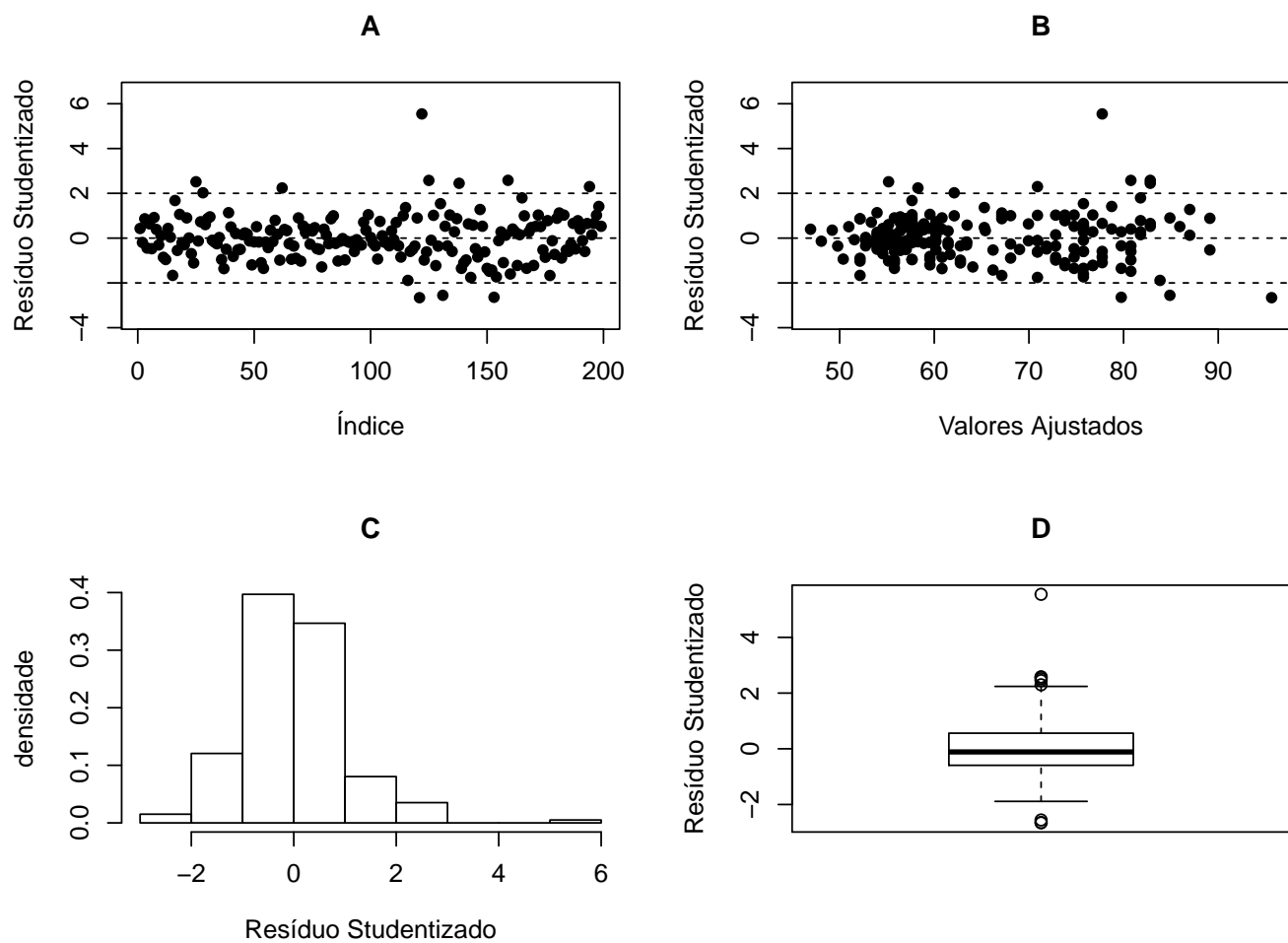


Figura 10: Análise residual para o modelo 4

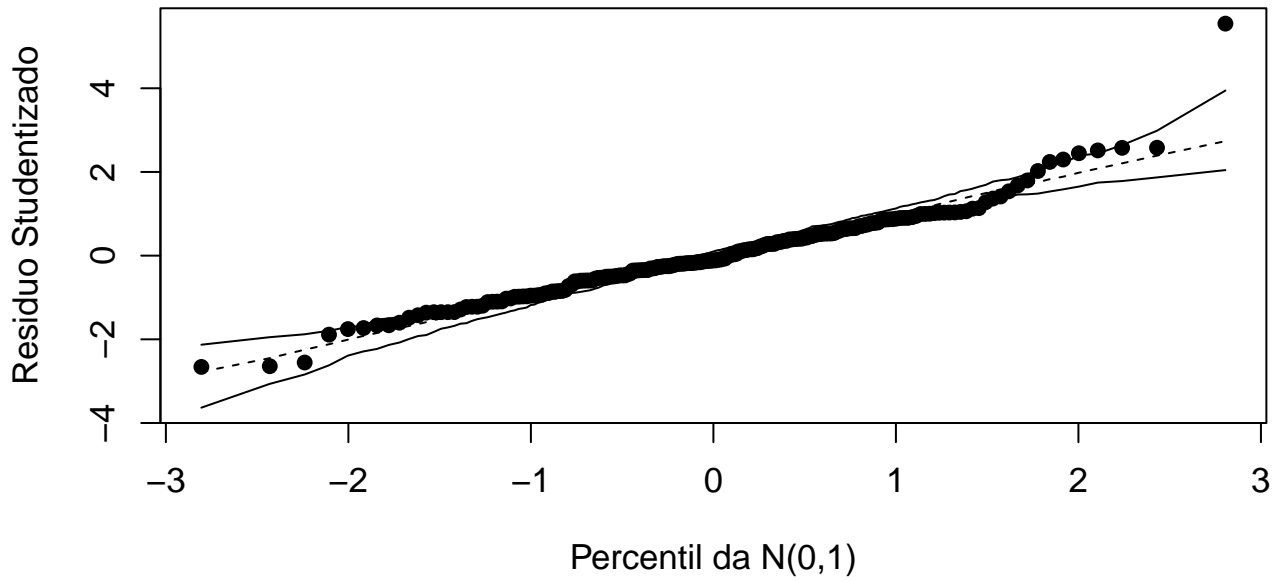


Figura 11: Gráfico de envelope para os resíduos studentizados para o modelo 4

Tabela 2: Estimativas dos parâmetros, intervalo de confiança e teste de nulidade

Modelo	Parâmetro	Estimativa	EP	Valor T	Valor p
Modelo 1	$\beta_{01}$	65,30	0,60	108,07	<0,0001
	$\beta_{02}$	1,15	0,07	16,98	<0,0001
Modelo 2	$\beta_{01}$	60,48	1,12	54,20	<0,0001
	$\beta_{02}$	68,30	1,35	50,50	<0,0001
	$\beta_{11}$	0,52	0,25	2,07	0,0397
	$\beta_{12}$	1,15	0,27	4,24	<0,0001
	$\beta_{21}$	-0,01	0,02	-0,46	0,6427
	$\beta_{22}$	-0,01	0,01	-0,66	0,5075
Modelo 3	$\beta_{11}$	65,30	0,60	108,07	1
	$\beta_{12}$	1,15	0,07	16,98	1
Modelo 4	$\beta_{11}$	0,07	0,14	0,51	1
	$\beta_{12}$	-0,14	0,13	-1,01	1
	$\beta_{21}$	0,00	0,00	2,03	1
	$\beta_{22}$	0,00	0,00	4,21	<0,0001

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
AIC	1421.57	1403.02	1417.30	1400.14
BIC	1431.45	1426.07	1427.18	1416.60
Log-Verossimilhança	-707.79	-694.51	-705.65	-695.07

#### 4. Conclusões

escrever conclusões

escrever conclusões

escrever conclusões

escrever conclusões escrever conclusões escrever conclusões

## 5. Referências Bibliográficas

- Azevedo, C. L. N (2016). Notas de aula sobre planejamento e análise de experimentos, [http://www.ime.unicamp.br/~cnaber/Material\\_ME613\\_2S\\_2016.htm](http://www.ime.unicamp.br/~cnaber/Material_ME613_2S_2016.htm)
- Faraway, J. J. (2014). Linear Models with R, Second Edition, Chapman e Hall/CRC Texts in Statistical Science
- Draper, N. R. and Smith, H. (1998). Applied regression analysis, third edition. New York, NY: John Wiley e Sons.
- Paula, G. A. (2013). Modelos de regressão com apoio computacional, versão pré-eliminar [https://www.ime.usp.br/~giapaula/texto\\_2013.pdf](https://www.ime.usp.br/~giapaula/texto_2013.pdf)

## 6. Apêndice