

Cálculo Numérico

Exercícios: sistemas de equações lineares

1. Escreva um programa que use o método da eliminação gaussiana (triangularização e substituição regressiva) para resolver o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - 5x_3 = -18 \\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -40 \\ 2x_1 - x_2 - 9x_3 = -26 \end{cases}.$$

2. Use sua implementação do método da eliminação gaussiana para resolver o sistema linear $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, sendo $A_{ij} = \frac{1}{i+j-1}$ e $b_i = \frac{1}{i}$, para $i, j = 1, \dots, n$ com

$$(a) \ n = 5. \qquad (b) \ n = 10. \qquad (c) \ n = 20. \qquad (d) \ n = 50.$$

Observe que a solução exata é $\mathbf{x} = (1, 0, 0, \dots, 0)$.

3. Use eliminação gaussiana para resolver o sistema de equações lineares $n \times n$ que tem sua primeira equação dada por

$$-2(1+h^2)x_1 + x_2 = 1,$$

para $i = 2, \dots, n-1$ a i -ésima equação é dada por

$$x_{i-1} - 2(1+h^2)x_i + x_{i+1} = 0$$

e a última equação é dada por

$$x_{n-1} - 2(1+h^2)x_n = 1,$$

com $h = 0.1$ e

$$(a) \ n = 5. \qquad (b) \ n = 10. \qquad (c) \ n = 30.$$

4. Escreva um programa que use fatoração LU para resolver o sistema linear

$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - 5x_3 = -18 \\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -40 \\ 2x_1 - x_2 - 9x_3 = -26 \end{cases}.$$

5. Use fatoração LU para resolver o sistema linear $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, sendo $A_{ij} = \frac{1}{i+j-1}$ e $b_i = \frac{1}{i}$, para $i, j = 1, \dots, n$ com

$$(a) \ n = 10. \qquad (b) \ n = 30. \qquad (c) \ n = 50.$$

6. Use eliminação gaussiana com pivotamento para resolver o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 4x_4 = 12 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 = 14 \\ 10x_1 + 8x_2 + 19x_3 + 12x_4 = 46 \end{cases}.$$

7. Use o método de Jacobi para resolver o sistema definido por

$$\begin{aligned} -2(1+h^2)x_1 + x_2 &= 1, & (i=1) \\ x_{i-1} - 2(1+h^2)x_i + x_{i+1} &= 0, & \text{para } i=2:n-1 \\ x_{n-1} - 2(1+h^2)x_n &= 1, & (i=n) \end{aligned}$$

com $h = 0.1$ e $n = 10$.

8. Use o método de Gauss-Seidel para resolver o sistema definido por

$$\begin{aligned} -2(1+h^2)x_1 + x_2 &= 1, & (i=1) \\ x_{i-1} - 2(1+h^2)x_i + x_{i+1} &= 0, & \text{para } i=2:n-1 \\ x_{n-1} - 2(1+h^2)x_n &= 1, & (i=n) \end{aligned}$$

com $h = 0.1$ e $n = 10$.