

Tabela Hash: tipos de hashing e tratamento de colisões

Prof. Jefferson T. Oliva

Algoritmos e Estrutura de Dados I (AE22CP)
Engenharia de Computação
Departamento Acadêmico de Informática (Dainf)
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Campus Pato Branco

- Tipos de *Hashing*
- Tratamento de Colisões
 - *Hashing* Estático
 - *Hashing* Dinâmico

Tipos de *Hashing*

Tipos de *Hashing*

- Estático
 - Espaço de endereçamento não muda
 - Fechado: Permite armazenar um conjunto de informações de tamanho limitado
 - Tratamento de colisões: sondagem linear (*overflow* progressivo), sondagem quadrática, segunda função hash
 - Aberto: Permite armazenar um conjunto de informações de tamanho potencialmente ilimitado
 - Tratamento de colisões: encadeamento de elementos

Tipos de *Hashing*

- *Hashing* dinâmico
 - Espaço de endereçamento pode aumentar
 - *Hashing* extensível
 - Pode aumentar se houver colisões

Tratamento de Colisões

Tratamento de Colisões

- Uma função *hashing* pode gerar a mesma posição para chaves diferentes
 - Essa situação é chamada de colisão
- Suponha que utilizamos o resto de divisão para definirmos posições em uma tabela de tamanho 50
 - Se inserirmos as chaves 12 e 62, ocorrerá colisão
 - $12\%50 = 12$
 - $62\%50 = 12$
- Qualquer função *hashing* pode acarretar em colisões

Tratamento de Colisões

- Em uma tabela *hash* deve haver uma forma para tratar colisões
- Desse modo, a estrutura da tabela *hash* é formada em duas partes:
 - Função *hashing*
 - Tratamento de colisões
- As estratégias para tratamento de colisões são aplicadas de acordo com o tipo de *hashing*
 - Estático
 - Endereçamento fechado
 - Endereçamento aberto
 - Dinâmico

Tratamento de Colisões

Hashing estático

- Hashing fechado: aplicação de técnicas de *rehash* para lidar com colisões, como nos exemplos abaixo
 - sondagem linear (*overflow* progressivo)
 - Sondagem quadrática
 - Segunda função *hash*
- Técnica *rehash*
 - Se posição $h(k)$ está ocupada, aplicar função de *rehash* sobre $h(k)$, que deve retornar o próximo bucket livre: $rh(h(k))$
 - Uma boa função *rehash* cobre o máximo de índices entre 0 e o tamanho da tabela - 1 e evita agrupamento de dados
 - Além do índice resultante de $h(k)$, na *rehash* também pode ser utilizada a própria chave k e outras funções *hash*

Tratamento de Colisões

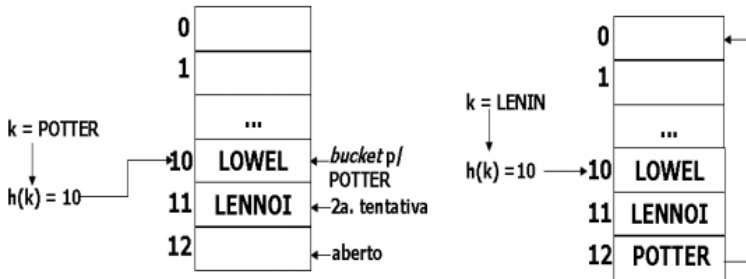
Hashing estático

- Sondagem linear
 - Também conhecido como *Overflow* progressivo
 - Caso a função *hash* ($h(k)$) resulte em uma posição ocupada, tentar a próxima posição: $rh(h(k)) = (h(k) + i) \% B$, sendo i variando de 1 a $B - 1$ e B (*buckets*) é o tamanho da tabela
 - Na primeira tentativa: $i = 1$
 - A variável i é incrementada até que seja encontrada uma posição vazia ou todas as opções sejam esgotadas

Tratamento de Colisões

Hashing estático

- Sondagem linear



- $h(POTTER) = (80+79+84+84+69+82)\%12 = 478\%12 = 10$
- Como saber se a informação procurada não está armazenada?
- Errata: "LENIN" deve ser substituído por "LeNIN"

Tratamento de Colisões

Hashing estático

- Sondagem linear
 - Dificuldade: pode ser necessário percorrer vários campos para encontrar um registro

$h(\text{SMITH}) = 7$

	...
7	ADMS
8	JONES
9	MORRIS
10	SMITH

- No exemplo acima, a remoção do elemento na posição 9 pode causar uma falha na busca

Tratamento de Colisões

Hashing estático

- Sondagem linear
 - Solução para a remoção de elementos: não eliminar o elemento, mas indicar a posição que foi esvaziada, possibilitando a continuação da busca

$h(\text{SMITH}) = 7$

	...
7	ADMS
8	JONES
9	####
10	SMITH

Tratamento de Colisões

Hashing estático

- Sondagem linear
 - Vantagens
 - Simplicidade
 - Custo computacional baixo
 - Desvantagens
 - Agrupamento de dados (causado por colisões)
 - Com a tabela cheia, a busca fica lenta
 - Dificulta as inserções e remoções

Tratamento de Colisões

Hashing estático

- Sondagem quadrática
 - Também conhecida como espalhamento quadrático, tentativa quadrática ou *rehash* quadrático
 - Utiliza uma equação de segundo grau para calcular *rehash*:
$$rh(h(k), i) = (h(k) + c_1 * i + c_2 * i^2) \% B$$
onde: c_1 e c_2 são constantes diferentes de 0, e i varia de 1 a $B - 1$
 - Pode ter um desempenho melhor do que a sondagem linear, mas c_1 , c_2 e B são limitados
 - Evita o agrupamento primário (causado pela sondagem linear), mas pode acarretar em agrupamento secundário (quadrático)
 - Exemplo: se duas ou mais chaves possuem o mesmo endereço na aplicação da função *hash*, então as sequências de sondagem serão iguais

Tratamento de Colisões

Hashing estático

- Sondagem quadrática

- Exemplo para $B = 41$, $c_1 = 0,5$, $c_2 = 0,5$ e $h(k) = 5$, então temos:

- Para $i = 1$: $rh(k, i) = (5 + 0,5 * 1 + 0,5 * 1^2) \% 41 = 6$

- Para $i = 2$: $rh(k, i) = (5 + 0,5 * 2 + 0,5 * 2^2) \% 41 = 8$

- Para $i = 3$: $rh(k, i) = (5 + 0,5 * 3 + 0,5 * 3^2) \% 41 = 11$

- Para $i = 4$: $rh(k, i) = (5 + 0,5 * 4 + 0,5 * 4^2) \% 41 = 15$

- Para $i = 5$: $rh(k, i) = (5 + 0,5 * 5 + 0,5 * 5^2) \% 41 = 20$

- Para $i = 6$: ?

Tratamento de Colisões

Hashing estático

- Sondagem quadrática
 - Principal vantagem
 - Evita o agrupamento primário causado pela sondagem linear
 - Principal desvantagem
 - Ainda pode gerar agrupamento (mesmo que seja de forma secundária)

Tratamento de Colisões

Hashing estático

- Segunda função *hash*
 - Também conhecida como *hash* duplo
 - Utiliza duas funções como auxiliares
 - $h1(k)$: função *hash* primária
 - $h2(k)$: função *hash* secundária
 - Algumas boas funções auxiliares
 - $h1(k) = k \% B$
 - $h2(k) = 1 + k \% (B - 1)$
 - Função *rehash*
 - $rh(k, i) = (h1(k) + i * h2(k)) \% B$
- ou
- $rh(k, i) = (h1(k) + i * (1 + k \% (B - 1))) \% B$

- Segunda função *hash*

- Exemplo para $B = 41$, $h1(k) = 5$ e $h2(k) = 6$, então temos:

- Para $i = 1$: $rh(k, i) = (5 + 6 * 1) \% 41 = 11$

- Para $i = 2$: $rh(k, i) = (5 + 6 * 2) \% 41 = 17$

- Para $i = 3$: $rh(k, i) = (5 + 6 * 3) \% 41 = 23$

- Para $i = 4$: $rh(k, i) = (5 + 6 * 4) \% 41 = 29$

- Para $i = 5$: $rh(k, i) = (5 + 6 * 5) \% 41 = 35$

- Para $i = 6$: ?

Tratamento de Colisões

Hashing estático

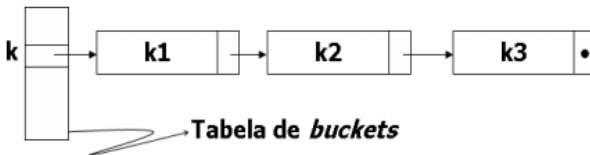
- Segunda função *hash*
 - Vantagem
 - Geralmente evita agrupamento de dados
 - Desvantagens
 - Difícil achar funções *hash* que, ao mesmo tempo, satisfaçam os critérios de cobrir o máximo de índices da tabela e evitem agrupamento de dados
 - Operações de buscas, inserções e remoções são mais difíceis

Tratamento de Colisões

Hashing estático

- Hashing aberto

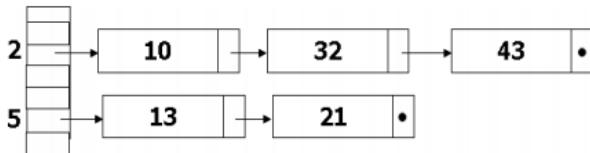
- A tabela de *buckets*, indo de 0 a $B - 1$, contém apenas ponteiros para uma lista de elementos
- Quando há colisão, o item é inserido no *bucket* como um novo nó da lista



Tratamento de Colisões

Hashing estático

- *Hashing* aberto
 - Se as listas estiverem ordenadas, reduz-se o tempo de busca



Tratamento de Colisões

Hashing estático

- *Hashing* aberto
 - Principal vantagem
 - A tabela pode receber mais itens mesmo quando um *bucket* já foi ocupado
 - Desvantagens
 - Quantidade de endereços não pode ser aumentado
 - Espaço extra para as listas
 - Listas longas pode implicar em muito tempo gasto na busca

Tratamento de Colisões

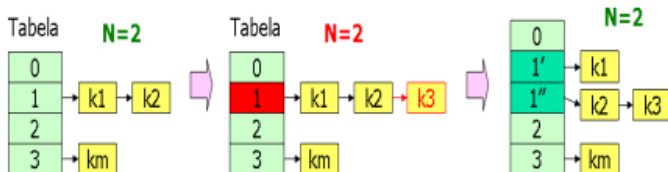
Hashing estático

- Eficiência
 - *Hashing* fechado
 - Depende da técnica de *rehash*
 - A tabela pode ficar cheia
 - *Hashing* aberto
 - Depende do tamanho das listas e da função *hash*

Tratamento de Colisões

Hashing dinâmico

- O tamanho do espaço de endereçamento (número de *buckets*) pode aumentar
- Exemplo de *hashing* dinâmico:
 - *Hashing* extensível: conforme os elementos são inserido na tabela, o tamanho aumenta se necessário



Tratamento de Colisões

Hashing dinâmico

- *Hashing* extensível
 - Em geral, trabalha-se com bits
 - Após $h(k)$ ser computada, uma segunda função f transforma o índice $h(k)$ em uma sequência de bits
 - Alternativamente, h e f podem ser unificadas como uma única função *hash* final
 - Função *hash* computa sequência de m bits para uma chave k , mas apenas os i primeiro bits ($i \leq m$) do início da sequência são usados como endereço
 - Se i é o número de bits usados, a tabela de *buckets* terá 2^i entradas
 - Portanto, tamanho da tabela de *buckets* cresce sempre com potência de 2 (aumenta a quantidade de bits em uma unidade)

Tratamento de Colisões

Hashing dinâmico

- Hashing extensível
 - N é o número de nós permitidos por bucket
 - Tratamento de colisões: geralmente por listas encadeadas
 - Exemplo: tabela inicialmente vazia, $m = 4$ (bits) e ($N = 2$)

$i = 1$

0	1
1	1

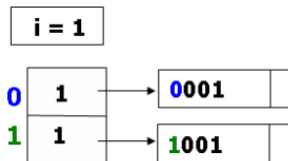
→ indica o número de bits utilizados para diferenciar as chaves

→ bits indexadores das chaves

Tratamento de Colisões

Hashing dinâmico

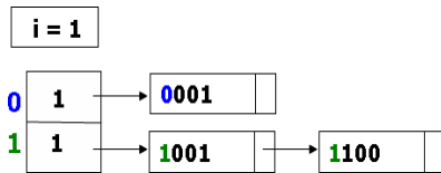
- Hashing extensível
 - Exemplo: inserção dos elementos 0001 e 1001, respectivamente



Tratamento de Colisões

Hashing dinâmico

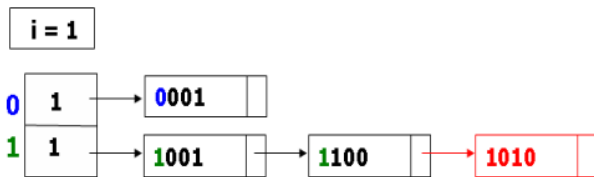
- Hashing extensível
 - Exemplo: inserção do elemento 1100



Tratamento de Colisões

Hashing dinâmico

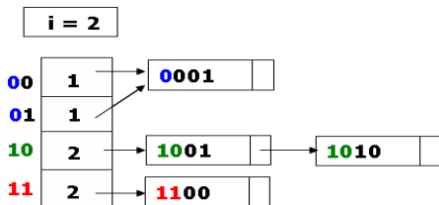
- Hashing extensível
 - Exemplo: inserção do elemento 1010



Tratamento de Colisões

Hashing dinâmico

- Hashing extensível
 - Exemplo: inserção do elemento 1010



Tratamento de Colisões

Hashing dinâmico

- Hashing dinâmico
 - Vantagens
 - Custo de acesso constante, determinado pelo tamanho de N
 - A tabela pode crescer
 - Desvantagens
 - Complexidade extra para gerenciar o aumento do arranjo e a divisão das listas
 - Podem existir sequências de inserções que façam a tabela crescer rapidamente, tendo, contudo, um número pequeno de registros
- Principal desvantagem de *hashing*: Os elementos da tabela não são armazenados sequencialmente e nem sequer existe um método prático para percorrê-los em sequência



Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., Stein, C.
Introduction to Algorithms.

Third edition, The MIT Press, 2009.



Madalosso, E.

Hashing Universal. AE22CP – Algoritmos e Estrutura de Dados I.

Notas de Aula. Engenharia de Computação.

Dainf/UTFPR/Pato Branco, 2019.



Oliva, J. T.

Tratamento de Colisões. AE22CP – Algoritmos e Estrutura de Dados I.

Notas de Aula. Engenharia de Computação.

Dainf/UTFPR/Pato Branco, 2020.



Rosa, J. L. G.

Métodos de Busca. SCE-181 – Introdução à Ciência da Computação II.

Slides. Ciência de Computação. ICMC/USP, 2018.



Ziviani, N.

Projeto de Algoritmos - com implementações em Java e C++.
Thomson, 2007.