Função de Várias Sentenças

Karla Lima

Terça-feira, 24 de Novembro de 2020

Resumo

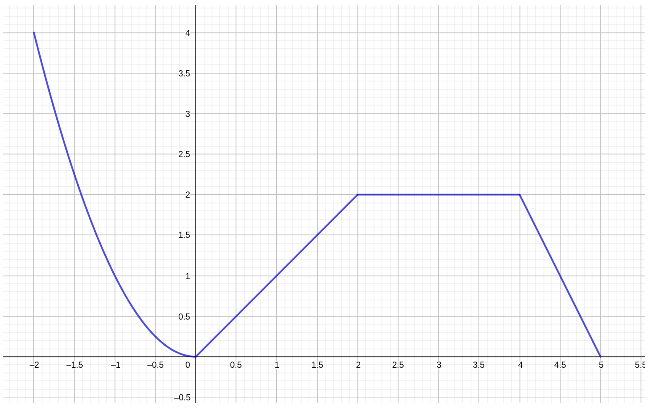
Na Unidade 2, discutiremos as principais propriedades das funções **afim**, **constantes**, **modulares** e **quadráticas**.

1 Função de Várias Sentenças

Seja $f : [-2, 5] \to \mathbb{R}$, dada por:

- $f(x) = x^2$, se $-2 \leq x < 0$;
- $f(x) = x$, se $0 \leq x < 2$;
- $f(x) = 2$, se $2 \leq x < 4$;
- $f(x) = -2x + 10$, se $4 \leq x \leq 5$.

Seu gráfico é apresentado abaixo:



Esta é uma **função de várias sentenças**. Para calcular $f(x)$, deve-se identificar em qual intervalo a variável x se encontra e aplicar a regra que a função possui nesse intervalo:

- $f(-1) = (-1)^2 = 1$, pois $-1 \in [-2, 0)$;
- $f(0.5) = 0.5$, pois $0.5 \in [0, 2)$;
- $f(2) = 2$, pois $2 \in [2, 4)$;

- $f(\pi+1) = -2(\pi+1) + 10 = -2\pi + 8$, pois $\pi + 1 \in [4,5]$.

Exemplo 1.1 *A função que calcula o imposto de renda anual devido, é uma função de várias sentenças.*

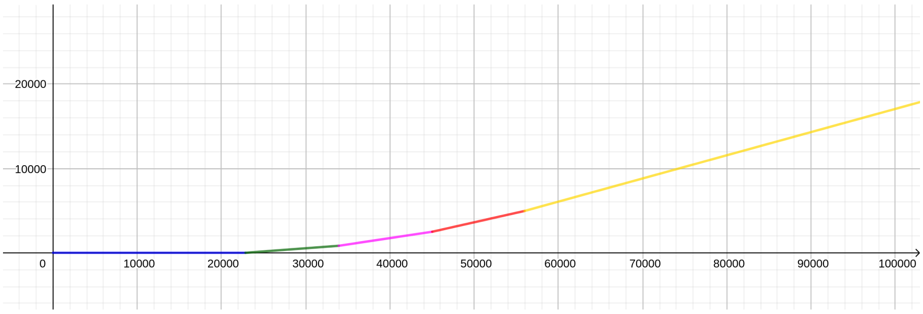
A tabela abaixo é utilizada para descrever a função imposto devido I em função da renda anual r:

Valor	Alíquota (%)	Parcela a deduzir do IRPF (R$)
Até R$ 22.847,76	Isento	R$ 0,00
De R$ 22.847,77 até R$ 33.919,80	7,5%	R$ 1.713,58
De R$ 33.919,81 até R$ 45.012,60	15%	R$ 4.257,57
De R$ 45.012,61 até R$55.976,16	22,5%	R$ 7.633,51
Acima de R$ 55.976,16	27,5%	R$ 10.432,32

A partir dessa tabela, obtemos a função de várias sentenças $I(r)$:

$$I(r) = \begin{cases} 0, & se\ 0 \leq r \leq 22847.76 \\ 0.075r - 1713.58, & se\ 22847.77 \leq r \leq 33919.80 \\ 0.15r - 4257.57, & se\ 33919.81 \leq r \leq 45012.60 \\ 0.225r - 7633.51, & se\ 45012.61 \leq r \leq 55976.16 \\ 0.275r - 10432.32, & se\ 55976.17 \leq r. \end{cases}$$

Seu gráfico é representado a seguir:



Cada cor representa a reta que é o gráfico da função nos intervalos determinados acima.

a) *Quem recebe mensalmente* R\$1045.00*, tem um rendimento anual de* R\$13585.00 *(incluindo o* 13^o *salário). Logo, seu rendimento está no intervalo* $[0, 22847.76]$*, não tendo imposto a pagar.*

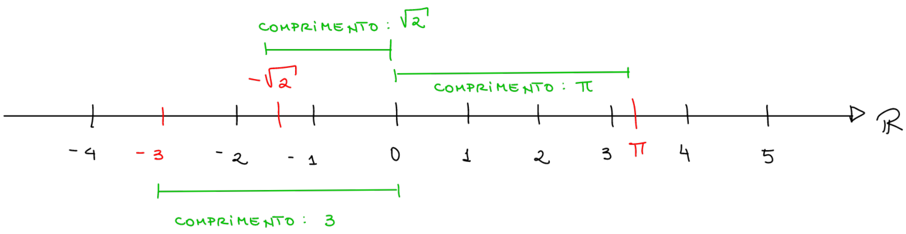
b) *Agora, quem recebe mensalmente* R\$3000.00*, tem um rendimento anual de* R\$39000.00*, ficando no intervalo* $[33919.81, 45012.60]$*. O imposto devido é*

$$\begin{aligned} I(39000) &= 0.15(39000) - 4257.57 \\ &= 1592.43, \end{aligned}$$

ou seja, R\$1592.43.

2 A Função Modular

O **módulo** ou **valor absoluto** de um número real é a distância desse número até a origem da reta.



Escrevemos $|x|$ para denotar o módulo do número real x.

Definição 2.1 *A **função modular** é a função que associa o número real x ao seu módulo $|x|$. É uma função de várias sentenças, dada por:*

$$|x| = \begin{cases} -x, & \text{se } x \leq 0 \\ x, & \text{se } 0 \leq x. \end{cases}$$

Exemplo 2.1 *Considere os números reais $-2, -\frac{\pi}{2}, 1$ e e.*

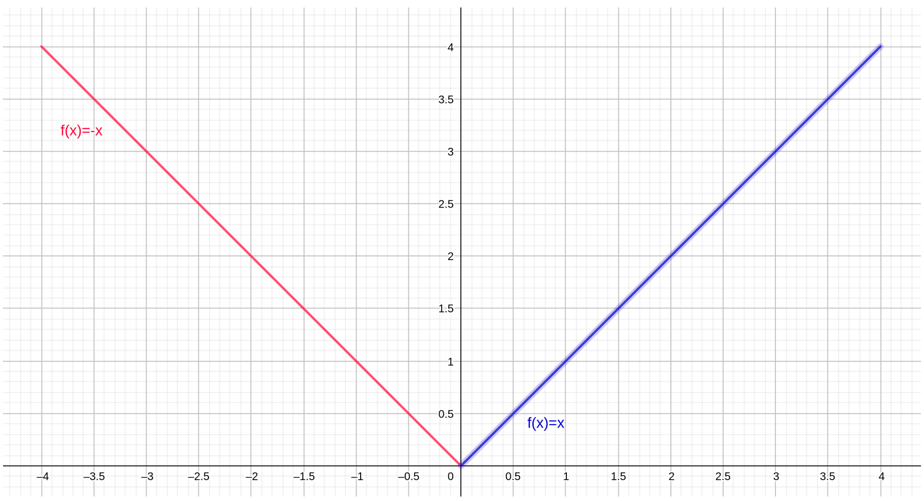
a) *Como $-2 < 0$, temos que $|-2| = -(-2) = 2$;*

b) *Como $-\frac{\pi}{2} < 0$, temos que $\left|-\frac{\pi}{2}\right| = -\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$;*

c) *Como $1 > 0$, temos que $|1| = 1$;*

d) *Como $e > 0$, temos que $|e| = e$.*

O **gráfico da função modular** é igual ao da função $f(x) = -x$, quando $x \leq 0$, e igual ao da função $f(x) = x$, quando $0 \leq x$:



O gráfico está todo acima do eixo x, uma vez que essa função não atinge valores negativos.