

Exemplos iniciais:

1) Busca do menor elemento de um vetor

Menor ($A[1..n]$)

menor $\leftarrow A[1]$
pos-menor $\leftarrow 1$

Para $i \leftarrow 2$ até n $O(n)$

se $A[i] < \text{menor}$

menor $\leftarrow A[i]$
pos-menor $\leftarrow i$

Retorna menor
pos-menor

2) Ordenação pelo menor

Ordena-menor($A[1..n]$)

Para $j \leftarrow 1$ até n

menor $\leftarrow A[j]$
pos-menor $\leftarrow j$

Para $i \leftarrow j+1$ até n

$O(n^2)$

Se $A[i] < \text{menor}$

menor $\leftarrow A[i]$
pos-menor $\leftarrow i$

$A[j] \leftrightarrow A[\text{pos-menor}]$

Notação assintótica

(para análise do tempo de execução de algoritmos)

Análise assintótica de funções (domínio dos naturais)

↳ Ideia:

- Valores suficientemente grandes
- Ordem de crescimento

Notação O

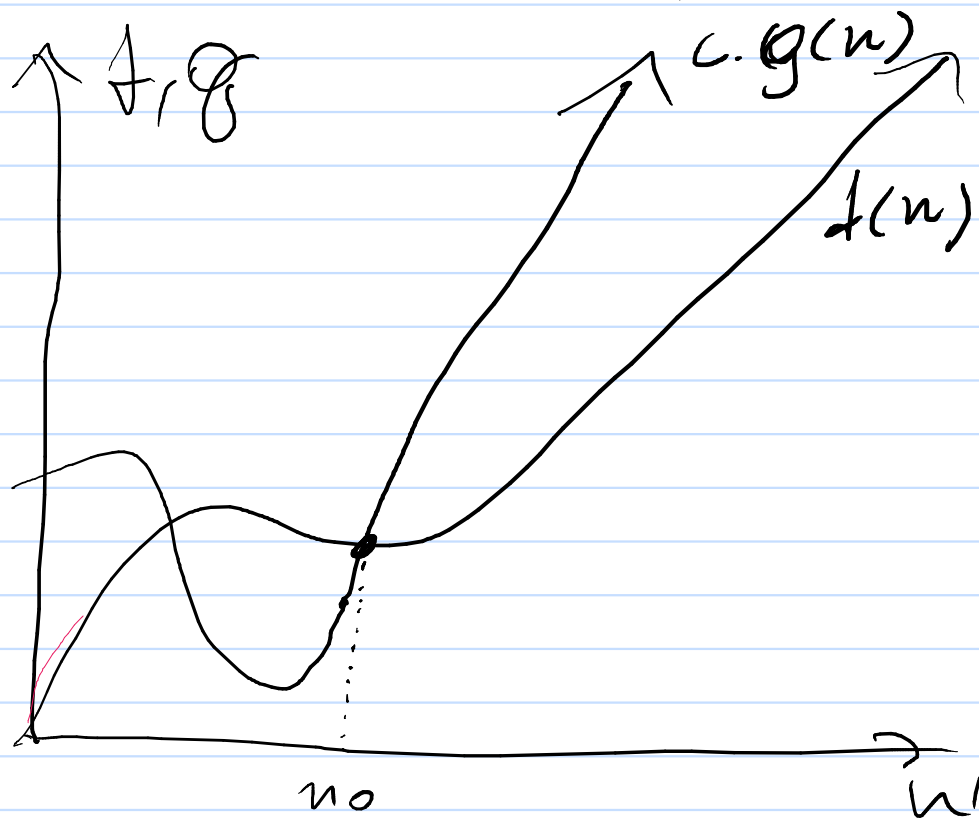
↳ limite superior

$$O(g(n)) = \{f(n) :$$

\exists constantes positivas

c e n_0 tal que

$$0 \leq \underline{f(n)} \leq c \cdot g(n), \forall n \geq n_0\}$$



$$\text{Ex: } n = O(n^2) ?$$

$$f(n) \in O(g(n)) ?$$

Sol.: Provamos c e n_0

$$n \leq c \cdot n^2 \quad n_0 ?$$

$$\text{Ex: } 3 + \frac{2}{n} = O(1)$$

$$3 + \frac{2}{n} \leq 3 + 1 \leq 4 \cdot 1$$

$$n \geq 2, \quad c = 4$$

Ex: $f(n) = n^2 = O(g(n))$

Suppose that is true.

$$\exists c, n_0 \text{ t.s.}$$

$$\frac{n^2 \leq c \cdot (n + 1)}{n^2 \leq c(n + n)}$$

$$n^2 \leq 2cn$$

$$n \leq 2c$$



Contradiction!

$$\forall n \geq n_0$$

Notação Ω

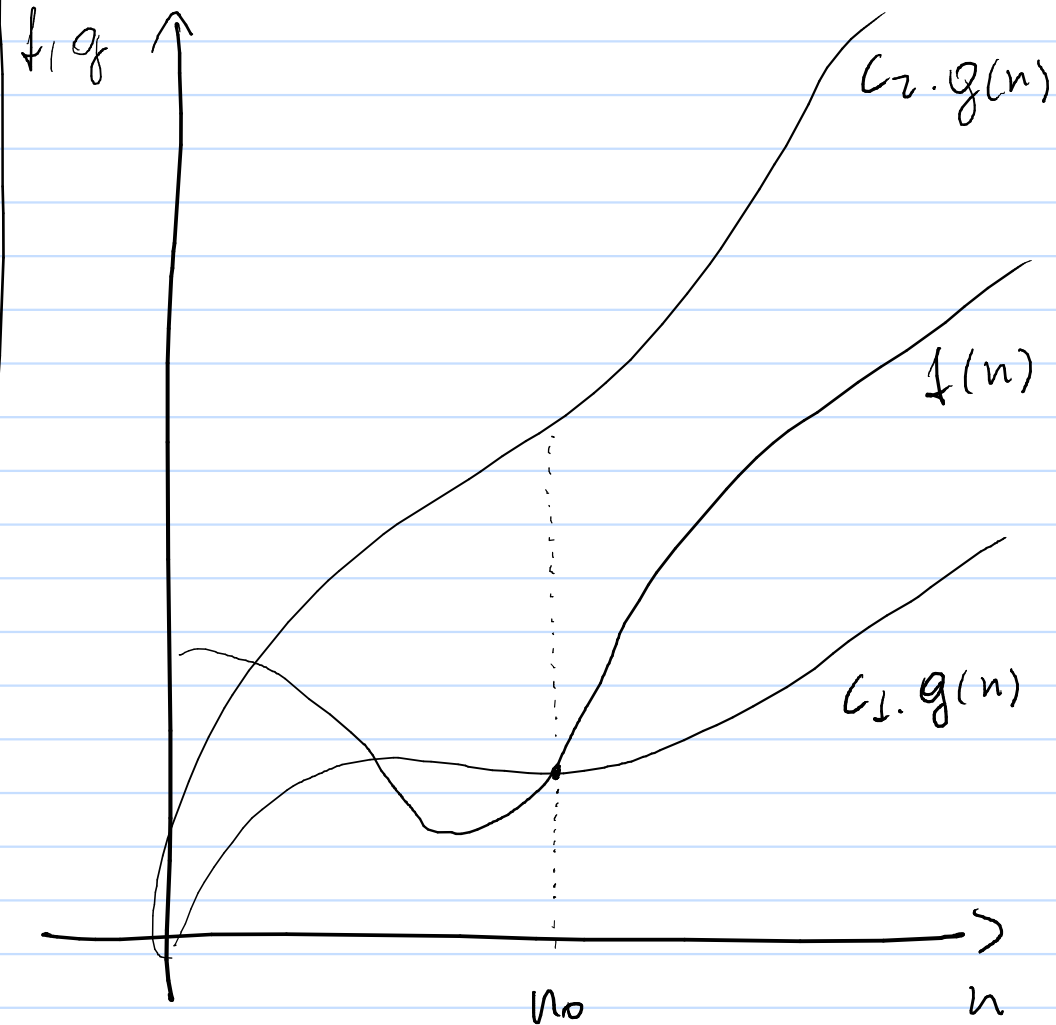
↳ limite inferior

$\Omega(g(n)) = \{ f(n) : \exists$
constant positive c and
f.g. $0 \leq c \cdot g(n) \leq f(n),$
 $\forall n \geq n_0 \}$.

Notação Θ

↳ limite assintótico
apertado (Ω e O
mesmo tempo)

$\Theta(g(n)) = \{ f(n) : \exists$ constantes
positivas c_1, c_2, n_0 f.g.
 $0 \leq c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n), \forall n \geq n_0 \}$



$$\text{Ex: } f(n) = \frac{n^7}{150} - 99n^6 + 88n^4$$

$$-77n^3 + 66n^2 - 55n + 44$$

$$g(n) = n^7$$

$$f(n) = \Theta(g(n))?$$

Lim. sup.:

$$f(n) \leq$$

$$\frac{n^7}{150} + 88n^4 + 66n^2 + 44 \leq$$

$$n^7 + 88n^7 + 66n^7 + 44n^7 \leq$$

$$\underline{200n^7} = O(n^7)$$

$$C = 200 \quad n > \downarrow \begin{matrix} A \\ n_0 \end{matrix}$$

Lim. inf.

$$f(n) \geq$$

$$\frac{n^7}{150} - 99n^6 - 77n^3 - 55n \geq$$

$$\frac{n^7}{150} - 99n^6 - 77n^6 - 55n^6 \geq$$

$$\frac{n^7}{150} - 300n^6 =$$

$$\frac{n^6}{150} (n - 45000) \geq$$

$$\begin{matrix} \swarrow \searrow \\ n/2 \end{matrix} \quad \downarrow$$

$$\frac{n^6}{150} \cdot \frac{n}{2} =$$

so $n \geq 90000$

$$\boxed{C = \frac{1}{300} \quad n_0 = 90.000}$$

Notação ①

$$O(g(n)) = \{ f(n) :$$

para qualquer constante $c > 0$, existe $n_0 > 0$ t.q.

$$0 \leq \underline{f(n)} \leq c \cdot g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

$$\text{Ex: } f(n) = 5n$$

$$g(n) = n^2$$

$$f(n) = O(g(n))?$$

$$5n < c \cdot n^2$$

$$\frac{5}{c} < n$$