

Problema da Seleção

• Entrada: $\left\{ \begin{array}{l} \text{- conjunto de inteiros } A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} \\ \text{- inteiro } k \end{array} \right.$

• Saída: k -ésimo menor elemento de A
(o elemento da posição k , quando os valores são em ordem).

1ª ideia de solução: ordenação = $O(n \log n)$

(\rightarrow Porém, queremos algoritmos mais eficientes!)

casos especiais:

- $k = 1$ (menor elem.) - $k = n$ (maior) $\left\{ \begin{array}{l} \text{- } k = \frac{n}{2} \text{ (mediana)} \end{array} \right.$

Seleção do k -ésimo menor (divisão e conquista)

3	5	9	8	7	4
---	---	---	---	---	---

1 2 3 4 5 6

p

n



$k=5$

$k=3$

3

1

p

4

2

q

5	9	8	7
---	---	---	---

3 4 5 6

p

n

n

Seleção (A, p, n, k)

1 Se ($p = n$) Retorne ($A[p]$)

2 $pivot \leftarrow A[n]$

3 $q \leftarrow Particionar$

4 ($A, p, n, pivot$)

5 Se ($q = k$)

6 Retorne ($A[k]$)

7 Senão Se $q > k$

8 Retorne Seleção ($A, p, q-1, k$)

9 Senão

10 Retorne Seleção ($A, q+1, n, k-q$)

complexidade?

-Pior caso:

$$T(n) = T(n-1) + O(n)$$

$$T(n) = O(n^2)$$

- Melhor caso:

$$T(n) = T(n/2) + O(n)$$

$$T(n) = O(n)$$

- complexidade de
caso médio:

$$\underline{\underline{O(n)}}$$

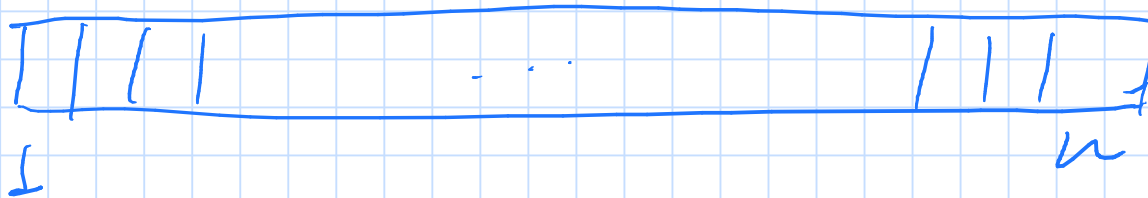
* Seleção de k -ésimo em tempo linear

↳ e se garantirmos um bom pivot?

↳ Refinamento do algoritmo anterior para atender esse requisito.

Descrição dos passos:

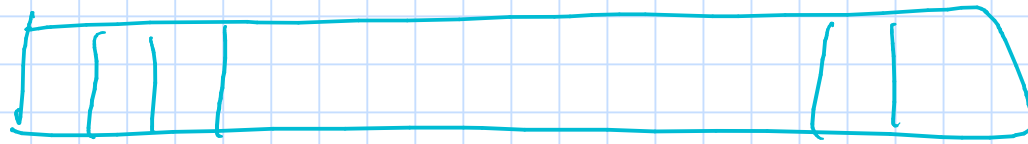
1) Divide os n elementos da entrada em $\lfloor n/5 \rfloor$ grupos de 5 elementos cada



↳ $n/5$ groups

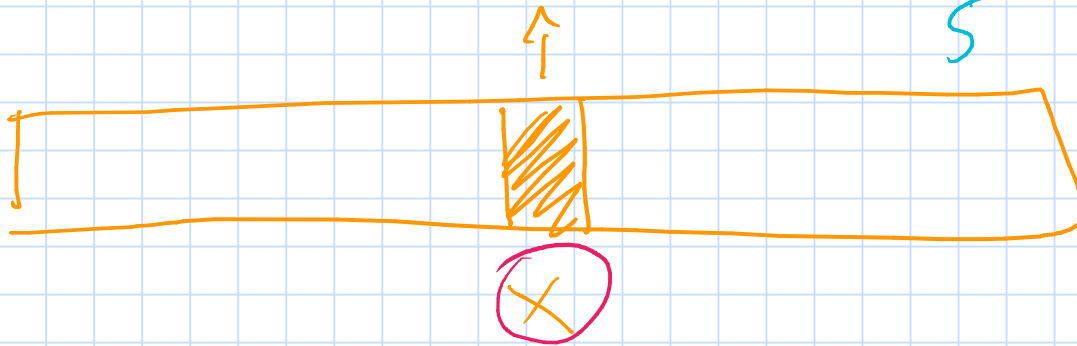
2) Ordena cada grupo (complex? $O(n)$)
e pega a mediana (3º elemento) de cada grupo.

3) Formar um vetor com estas $\frac{n}{5}$ medianas
e aplicar o algoritmo recursivamente para
obter a mediana x de estas medianas



$\frac{n}{5}$

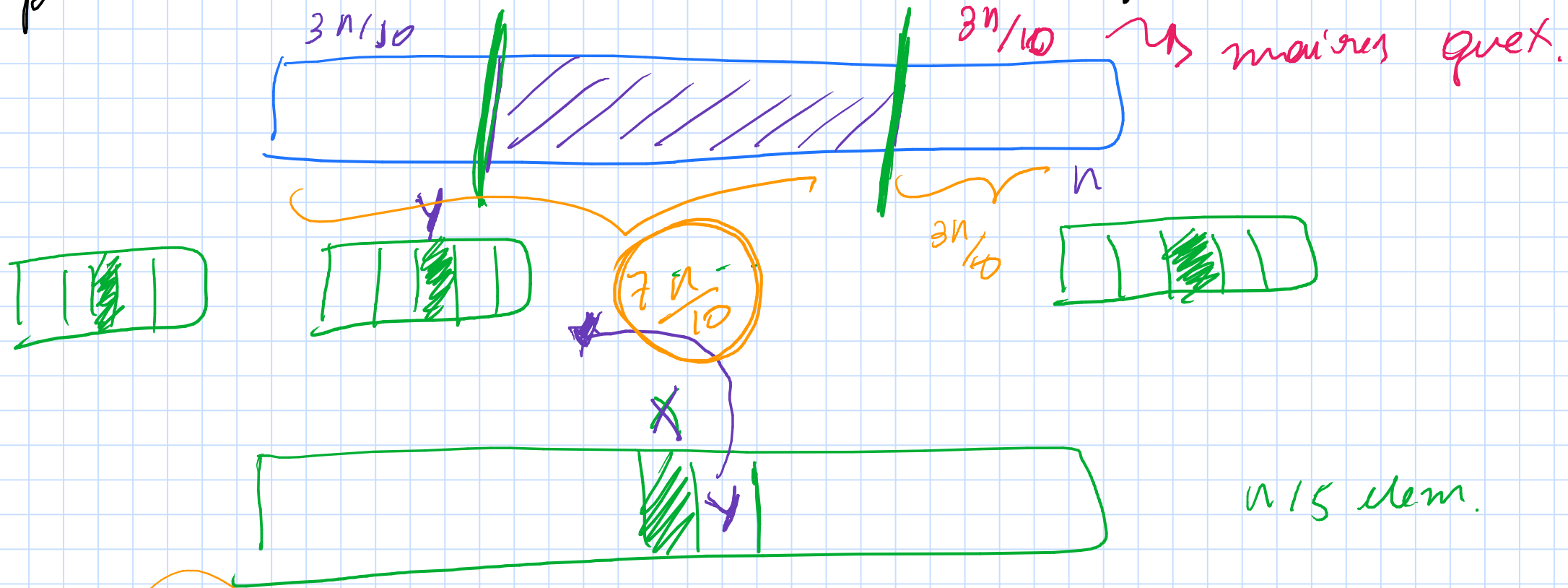
→ Vetor com as
 $\frac{n}{5}$ medianas



4) Executar a rotina Particiona usando x como pivot.

5) Repetir o procedimento de seleção until anteriormente:

* Qual o tamanho dos subvetores gerados pela rotina Particiona com esse pivot (x)?



$n/5$ elem.

Logo, há pelo menos $\frac{3n}{10}$ elementos menores que x

Logo, há pelo menos $\frac{3n}{10}$ elementos maiores que x

$\frac{n/5}{2} = \frac{n}{10}$ elementos menores que x no vetor L para

Complex. do algoritmo:

Chamada
depende do
particionamento.

$$T(n) = T\left(\frac{n}{5}\right) + T\left(\frac{7n}{10}\right) + \Theta(n) =$$

↓

Chamada
recursiva p/
encontrar o
mediano das
medianas

$\Theta(n)$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{5}\right) + T\left(\frac{7n}{10}\right) + \textcircled{1}n = O(n)$$

Р6. $\overline{\text{мозаи}}$
 a_{10}

костя на
 nivel
 n

$$\frac{9n}{10}$$

