

Subseqüência comum mais longa

Dadas duas seqüências:

$$X = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$$

$$Y = \langle y_1, y_2, \dots, y_n \rangle$$

Encontrar a maior subseqüência que pertence a ambas X e Y .

Ex:
7

$X = ABCBDAB$

$Y = BDCABC$

ABC

BD

AB

A
B
C
D

*

BCAB

BC

*

BDAB

→ Ideia para versão geral: definir todos os casos como parter no subproblema?

↳ Seja $Z = \langle z_1, \dots, z_k \rangle$ a maior subsequência de $X = \langle x_1, \dots, x_m \rangle$ e $Y = \langle y_1, \dots, y_n \rangle$

1. Se $x_m = y_n$, então $z_k = x_m = y_n$ e

Z é a maior subseq. em

$\langle x_1, \dots, x_{m-1} \rangle$ e $\langle y_1, \dots, y_{n-1} \rangle + z_k$

2. Se $x_m \neq y_n$, então se $z_k \neq x_m$, então

Z é a maior subseq. comum em

$\langle x_1, \dots, x_{m-1} \rangle$ e Y .

3. Se $x_m \neq y_n$, então se $z_k \neq y_n$, então Z é a maior sub. comum em X e $\langle y_1, \dots, y_{n-1} \rangle$

• Definindo a recorrência:

↳ Seja D_{ij} a maior subseqüência de
 $\langle x_1, \dots, x_i \rangle$ e $\langle y_1, \dots, y_j \rangle$

- Se $i=0$ e $j=0$

$$D_{ij} = 0$$

- Se $x_i = y_j$

$$D_{ij} =$$

$$D_{i-1, j-1} + 1$$

- Se $x_i \neq y_j$

$$D_{ij} =$$

$$\max \{ D_{i-1, j}, D_{i, j-1} \}$$

Subseq-Mais-hungar ($x[1..n]$, $y[1..m]$)

cria $D[n][m]$

Para $i \leftarrow 0$ até n

$D[i][0] \leftarrow 0$

Para $j \leftarrow 0$ até m

$D[0][j] \leftarrow 0$

Para $i \leftarrow 1$ até n

Para $j \leftarrow 1$ até m

Se ($x[i] = y[j]$)

$D[i][j] \leftarrow D[i-1][j-1] + 1$

Senão

$D[i][j] \leftarrow \max(D[i-1][j],$
 $D[i][j-1])$

Subseq - Mais - longo ($X[1..n], Y[1..m]$)

função $D[n][m]$

Para $i \leftarrow 0$ até n

$D[i][0] \leftarrow 0$

Para $j \leftarrow 0$ até m

$D[0][j] \leftarrow 0$

Para $i \leftarrow 1$ até n

Para $j \leftarrow 1$ até m

Se $(X[i] = Y[j])$

$D[i][j] \leftarrow D[i-1][j-1] + 1$

Senão

$D[i][j] \leftarrow \max(D[i-1][j], D[i][j-1])$

$i \rightarrow$

	0	1	2	3	4	5	6
		B	D	C	A	B	A
0	0	0	0	0	0	0	0
1	A	0	0	0	1	1	1
2	B	0	1	1	1	2	2
3	C	0	1	1	2	2	2
4	B	0	1	1	2	2	3
5	D	0	1	2	2	2	3
6	A	0	1	2	2	2	3
7	B	0	1	2	2	2	4