

Problema :

Entraola: Vektor $A[p_{oor}]$

tal que $\Delta[p \circ g]$ e

$A[0..n]$ están ordenados

Sonido : A [p...r] ordenado.

~~A~~

A [0 1 2 3 4 5 7 30]

↓ ↓ n

L $[0 \ 1 \ 2 \ 3 \ \infty]$ $[4 \ 5 \ 7 \ 30 \ \infty] R$
 p q $q+1$ n

Intercala (A, p, q, r)

$$n_1 \leftarrow q - p + 1$$

$$n_2 \leftarrow r - q$$

crie vetores $L[1 \dots n_1 + 1]$
e $R[1 \dots n_2 + 1]$

$$L[n_1 + 1] \leftarrow \infty$$

$$R[n_2 + 1] \leftarrow \infty$$

Para $i \leftarrow 1$ até n_1

$$L[i] \leftarrow A[p + i - 1]$$

Para $i \leftarrow 1$ até n_2

$$R[i] \leftarrow A[q + i]$$

•

$$j \leftarrow 1$$

Para $k \leftarrow p$ até r

$$\text{Se } L[i] \leq R[j]$$

$$A[k] \leftarrow L[i]$$

$$i \leftarrow i + 1$$

Senão

$$A[k] \leftarrow R[j]$$

$$j \leftarrow j + 1$$

Invariante do último
passo:

$A[p..k-1]$ contém os $k-p$ menores elementos de L e R ordenados. Além disso $L[i]$ e $R[j]$ são os menores elementos em seus vetores que não foram copiados de volta em A .

Merge Sort (A, p, r)

1 Se $p < r$

2 $q \leftarrow \left\lfloor \frac{p+r}{2} \right\rfloor$

3 Merge Sort (A, p, q)

4 Merge Sort ($A, q+1, r$)

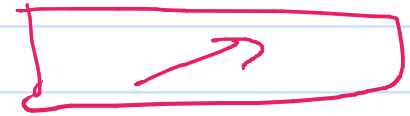
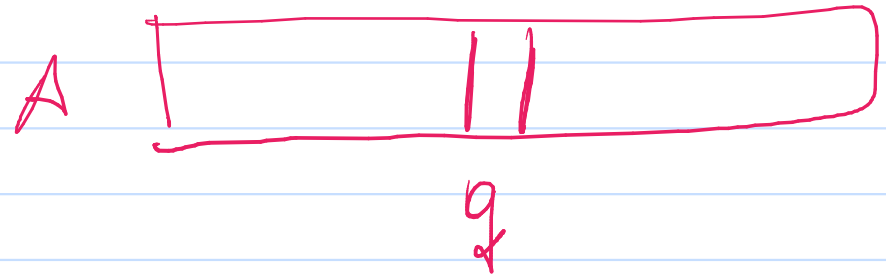
5 $\text{Intervala}(A, p, q, r)$

Divisão e Conquista:

↳ Dividir em subproblemas

↳ conquistar resolvendo subproblemas recursivamente

↳ combinar as soluções



MergeSort(A, p, r)

1 Se $p < r$

2 $q \leftarrow \lfloor \frac{p+r}{2} \rfloor$

3 MergeSort(A, p, q)

4 MergeSort(A, q+1, r)

5 Intervala(A, p, q, r)

Teorema: MergeSort

ordena corretamente
um vetor de n
elementos.

Prova: Indução em n

Base: $n = 1$

O algoritmo não
executa nenhuma operação
no vetor, que está trivial-
mente ordenado.


hipótese: MergeSort

ordena corretamente
vetores $n \leq k$ elementos.

passo: considerar como
 $(n = k)$.

Supondo $p < r$.

Na linha 3, o algoritmo
é chamado recursiva-
mente para um vetor de
 $k/2$ elementos. Pela hipó-
tese de indução, a primei-
ra metade do vetor é
ordenada corretamente.

Na linha 4, o mesmo ocorre
na com a segunda
metade do vetor. Na
linha 5, a rotina Intervala
é chamada. A corretude
segue da corretude do
Intervala. 

Merge Sort (A, p, r)

Se $p < r$

$$q \leftarrow \left\lfloor \frac{p+r}{2} \right\rfloor$$

Merge Sort (A, p, q)

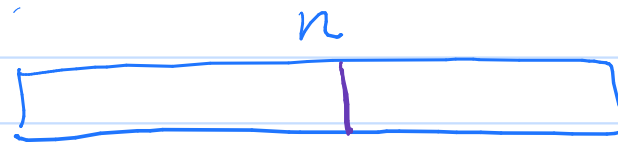
Merge Sort (A, q+1, r)

Intercala (A, p, q, r)

$O(n \log n)$

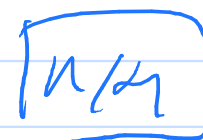
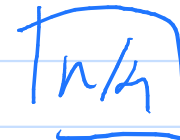
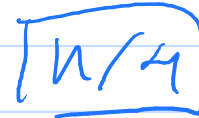
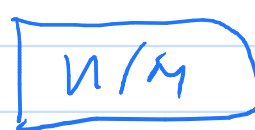
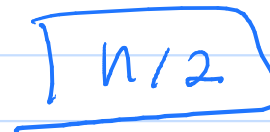
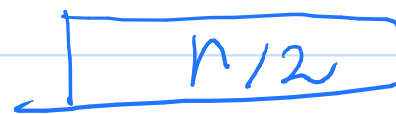
↓ a manha
do sub prob.
na nivel i
 $\frac{n}{2^i}$

Total qsorte
no nivel i



n

n



n

\circ
 \circ
 \circ

n

$\frac{n}{2^i}$

$\frac{n}{2^2}$

\circ
 \circ
 \circ

$\frac{n}{2^i}$

$$\frac{n}{2^i} = 1$$

$$n = 2^i$$

$$i = \log n$$