

Busca linear ( $A[1..n]$ ,  $v$ )

```
1   $i \leftarrow 1$   
2  Enquanto  $i \leq n$   
3      Se  $A[i] = v$   
4      Retorne  $i$   
5       $i++$   
6  Retorne  $i$ 
```

Lemma: Busca-linear( $A, v$ )

Retorna um índice  $k$  tal que

- ou  $1 \in \{1, \dots, n\}$  e  $A[k]$  é a primeira ocorrência de  $v$  em  $A$ .
- ou  $1 = n+1$  e  $v \notin A$ .

Prova:

Lema: Busca-linear ( $A, v$ )

Retorna um valor  $k$   
tal que:

- ou  $k \in \{1, \dots, n\}$   
e  $A[k]$  é a primeira  
ocorrência de  $v$  em  $A$ .
- ou  $k = n+1$  e  $v \notin A$ .


Prova:

- Se o retorno acontece  
na linha 4%

considere que iteração  
em que o algoritmo  
retorna é quando  $i = x$ .  
Como a iteração é  
executada, a condição  
da linha 2 é verdadeira.  
Então  $x \leq n$ . Além disso,  
o valor inicial de  $i = 1$ .  
Logo,  $x \in \{1, \dots, n\}$ .

Se sabemos que, no início  
de cada iteração,  $v \notin A[1, \dots, i-1]$   
e o algoritmo retorna na  
linha 4, é porque  $A[x]$   
é a primeira ocorrência de  $v$  em  $A$ .

- Se o retorno acontece na linha 6, o loop foi executado até o fim e condição de linha 2 finalmente é falsa. Dessa forma,  $C = n + 1$ .

Se sabermos que  $v \notin A[1, \dots, i-1]$ , então podemos concluir que o elemento não está no vetor. 

## Invariantes de loop:

↳ Propriedade que se mantém verdadeira durante toda a execução do loop.

Baixa-linear ( $A[1..n], v$ )

```
1  i ← 1
2  Enquanto i ≤ n
3      Se A[i] = v
4          Retorne i
5      i++
6  Retorne i
```

Invariante de loop.

Baixa-linear:

=  $\forall j \in \{1, \dots, i-1\},$

$A[j] \neq v$

=  $1 \leq i \leq n+1$

## Provas de Invariantes :

1. Validade Inicial:

Mostrar que a afirmação é válida logo antes de logo começar.

2. Manutenção:

Mostrar que a afirmação continua verdadeira ao fim de cada iteração de logo.

Invariante:

$$\forall j \in \{1, \dots, i-1\},$$

$$A[j] \neq 0.$$

Prova:

Validade inicial:

É verdadeiro pois, no início de logo,  $i=1$  e  $\forall j \in \{1, \dots, i-1\} \neq \emptyset$ .

Mantenção:

Considere uma execução de uma iteração que chegue ao fim. Seja  $x$  tal iteração.

Então,  $\forall j \in \{1, \dots, x-1\}$ ,  $A[j] \neq 0$ .

Como a iteração chega ao fim, a condição de linha 3 é falsa.

Logo,  $\forall j \in \{1, \dots, x\}$ ,

$A[j] \neq 0$ .

Na linha 5,  $i$  é incrementado e passa a ter valor  $x+1$ .

Dessa forma, no fim da iteração, a invariante é verdadeira.  $\square$