

Universidade Federal do Ceará
Departamento de Computação
Disciplina: Métodos Numéricos
Prof. João Paulo do Vale Madeiro

Aula Prática 01 – Estudo de Erros

1 – Considere o seguinte processo iterativo:

$$x^{(1)} = \frac{1}{3}$$

$$x^{(n+1)} = 4x^{(n)} - 1, \quad n = 1, 2, \dots$$

Observe que $x^{(1)} = \frac{1}{3}, x^{(2)} = 4 \cdot \frac{1}{3} - 1 = \frac{1}{3}, x^{(3)} = \frac{1}{3}$, ou seja, temos uma sequência constante igual a $1/3$. No entanto, ao calcularmos no computador, usando o sistema de numeração double, a sequência obtida não é constante e, de fato, diverge. Faça o teste em Python, colocando $x = 1/3$, e itere algumas vezes a linha de comando

```
>>> x = 4*x-1;
```

Justifique com base no conteúdo das aulas teóricas !

2 – A corrente I em ampères e a tensão V em volts em uma lâmpada se relacionam conforme a seguinte expressão:

$I = \left(\frac{V}{V_0}\right)^\alpha$, em que α é um número entre 0 e 1, e V_0 é tensão nominal em volts.

Sabendo que $V_0 = 220 \pm 3\%$ e $\alpha = -0,8 \pm 4\%$, calcule a corrente e o erro relativo associado quando a tensão vale $220 \pm 1\%$.

OBS: Este problema pode ser resolvido de duas formas distintas: usando a expressão aproximada para a propagação do erro e inspecionando os valores máximos e mínimos que a expressão pode assumir. Pratique os dois métodos. Dica: lembre que $x^\alpha = e^{\alpha \cdot \ln(x)}$

3 – Considere as expressões:

$$\frac{\exp\left(\frac{1}{\mu}\right)}{1 + \exp(1/\mu)}$$

e

$$\frac{1}{\exp(-1/\mu) + 1}$$

Com $\mu > 0$. Verifique que elas são idênticas como funções reais. Teste no computador cada uma delas para $\mu = 0,1$, $\mu = 0,01$, $\mu = 0,001$. Qual dessas expressões é mais adequada quando μ é um número pequeno? Por quê ?

4) Encontre expressões alternativas para calcular o valor das seguintes funções quando x é próximo de zero.

a) $f(x) = \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$

b) $g(x) = \sqrt{1+x} - 1$

c) $h(x) = \sqrt{x + 10^6} - 10^3$

d) $i(x) = \sqrt{1 + e^x} - \sqrt{2}$ Dica: Faça $y = e^x - 1$