

Questão 1

Item A)

Recursos	Produto A	Produto B	Disponibilidade do recurso
Matéria Prima	20kg/kg	5kg/kg	9500kg/semana
Tempo	0,04hr/kg	0,12hr/kg	40hs/semana
Armazenamento	1kg	1kg	550kg/semana

|Lucro|45|20

Formulação total do problema de programação linear:

Função Objetivo: $Z = 45x_1 + 20x_2$

Matéria Prima: $20x_1 + 5x_2 \leq 9500$

Tempo: $0,040x_1 + 0,12x_2 \leq 40$

Armazenamento: $x_1 + x_2 \leq 550$

Restrições Lógicas: $x_1, x_2 \geq 0$

Onde x_1 é quantiade de kilos do Produto A e x_2 é quantiade de kilos do Produto B

Item B)

```
In [1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
In [2]: def funcao_obj(x1,z):
        x2 = (z-(45*x1))/20
        return (x1,x2)
```

```
In [3]: def funcao_obj_2(x2,z):
        x1 =(z-(20*x2))/45
        return (x1,x2)
```

```
In [4]: def rest_1(x1):
        return (9500-20*x1)/5
```

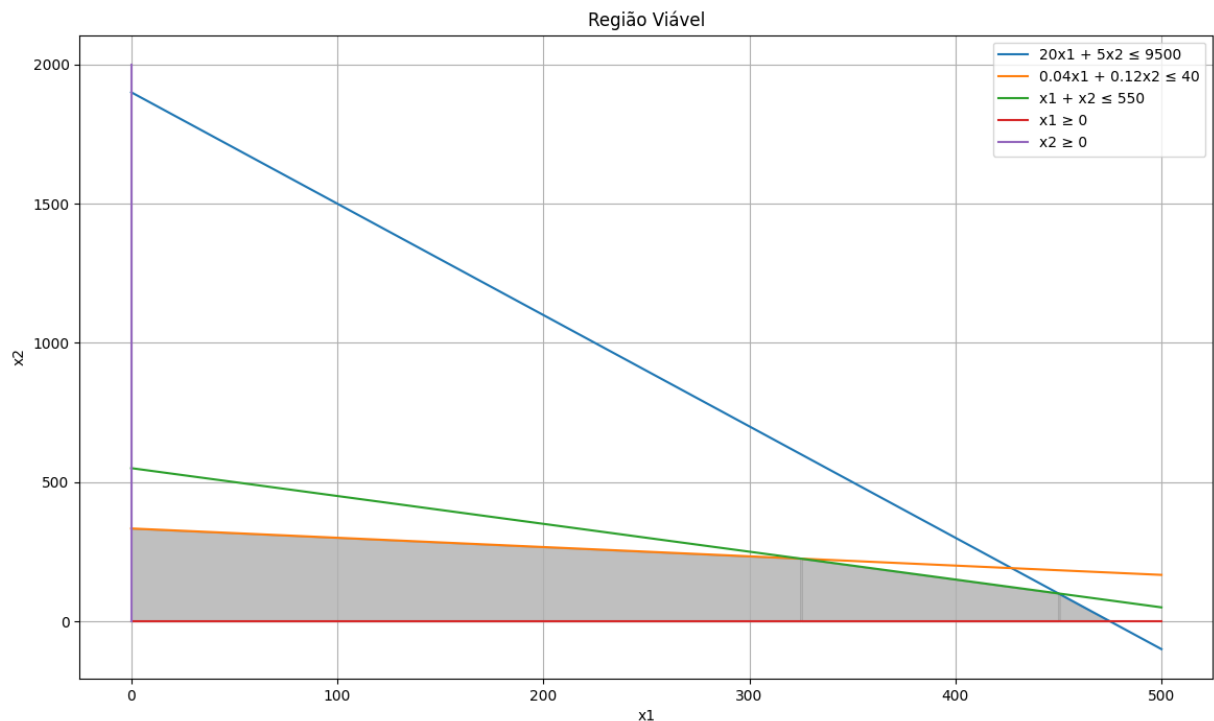
```
In [5]: def rest_2(x1):
        return (40-0.04*x1)/0.12
```

```
In [6]: def rest_3(x1):  
        return 550-x1
```

```
In [7]: def rest_4(x1):  
        return 0*x1
```

```
In [8]: x1 = np.linspace(0,500,1000)  
        x2 = np.linspace(0,2000,1000)  
        y1 = rest_1(x1)  
        y2 = rest_2(x1)  
        y3 = rest_3(x1)  
        y4 = rest_4(x1)  
        y5 = rest_4(x1)  
  
        plt.figure(figsize=(14, 8)) # Define o tamanho do gráfico  
        plt.grid()  
        plt.plot(x1, y1, label='20x1 + 5x2 ≤ 9500')  
        plt.plot(x1, y2, label='0.04x1 + 0.12x2 ≤ 40')  
        plt.plot(x1, y3, label='x1 + x2 ≤ 550')  
        plt.plot(x1,y4, label='x1 ≥ 0')  
        plt.plot(y5,x2, label='x2 ≥ 0')  
        plt.fill_between(x1, 0, y1, where=(y1 <= y3) & (y1 >= 0) & (x1 >= 0) , color=  
        plt.fill_between(x1, 0, y2, where=(y2 >= 0) & (x1 >= 0) & (y2 <= y3), color=  
        plt.fill_between(x1, 0, y3, where=(y3 >= 0) & (x1 >= 0) & (y3 <= y1) & (y3 <  
  
        plt.xlabel('x1')  
        plt.ylabel('x2')  
        plt.title('Região Viável')  
  
        plt.legend()
```

```
Out[8]: <matplotlib.legend.Legend at 0x7f2f469cf850>
```



Os pontos de interseção da região de convergência

Podemos perceber que para resolver as seguintes equações:

$$1. \frac{9500-20x_1}{5} = 550 - x_1$$

$$2. \frac{40-0.04x_1}{0.12} = 550 - x_1$$

$$3. \frac{9550-20x_1}{5} = 0$$

$$4. \frac{40-0.12x_2}{0.04} = 0$$

Resolvendo essas equações a gente obtém o seguinte os seguinte:

$$1. x_1 = 450$$

$$2. x_1 = 325$$

$$3. x_1 = 477.5$$

$$4. x_2 \approx 333.3$$

Aplicando os valores de Equação 1 e 2 em $x_1 + x_2 = 550$ para encontrar o valor de x_2 :

1.

$$x_2 = 550 - 450 \quad x_2 = 100$$

2.

$$x_2 = 550 - 325 \quad x_2 = 225$$

Colocando os pares ordenados no gráfico para encontrar a solução ótima.

```
In [9]: x1 = np.linspace(0,500,1000)
x2 = np.linspace(0,2000,1000)
x3 = np.linspace(0,100,1000)

y1 = rest_1(x1)
y2 = rest_2(x1)
y3 = rest_3(x1)
y4 = rest_4(x1)
y5 = rest_4(x1)

#Definindo as linhas da função objetivo
z1 = funcao_obj(0,1000) #z =1000
r1 = funcao_obj_2(0,1000)
z2 = funcao_obj(0,4000)#z =4000
r2 = funcao_obj_2(0,4000)
z3 = funcao_obj(0,8000)#z =8000
r3 = funcao_obj_2(0,8000)
z4 = funcao_obj(0,16000)#z =16000
r4 = funcao_obj_2(0,16000)
z5 = funcao_obj(0,22300)#z =22300
r5 = funcao_obj_2(0,22300)
```

```

plt.figure(figsize=(14, 8)) # Define o tamanho do gráfico
plt.grid()

plt.plot(x1, y1, label='20x1 + 5x2 ≤ 9500')
plt.plot(x1, y2, label='0.04x1 + 0.12x2 ≤ 40')
plt.plot(x1, y3, label='x1 + x2 ≤ 550')
plt.plot(x1, y4, label='x1 ≥ 0')
plt.plot(y5, x2, label='x2 ≥ 0', color='purple')
plt.plot(r1, z1, color='blue', linestyle = 'dashed', label='Z = 1000')
plt.plot(r2, z2, color='green', linestyle = 'dashed', label='Z = 4000')
plt.plot(r3, z3, color='purple', linestyle = 'dashed', label='Z = 8000')
plt.plot(r4, z4, color='black', linestyle = 'dashed', label='Z = 16000')
plt.plot(r5, z5, color='gray', linestyle = 'dashed', label='Z = 22300')

plt.fill_between(x1, 0, y1, where=(y1 <= y3) & (y1 >= 0) & (x1 >= 0), color=
plt.fill_between(x1, 0, y2, where=(y2 >= 0) & (x1 >= 0) & (y2 <= y3), color=
plt.fill_between(x1, 0, y3, where=(y3 >= 0) & (x1 >= 0) & (y3 <= y1) & (y3 <

plt.scatter(450, 100, color='black', label='A:(450,100)')
plt.scatter(325, 225, color='black', label='B:(325,225)')
plt.scatter(477.5, 0, color='black', label='C:(477.5,0)')
plt.scatter(0, 333.3, color='black', label='D:(0,333.3)')

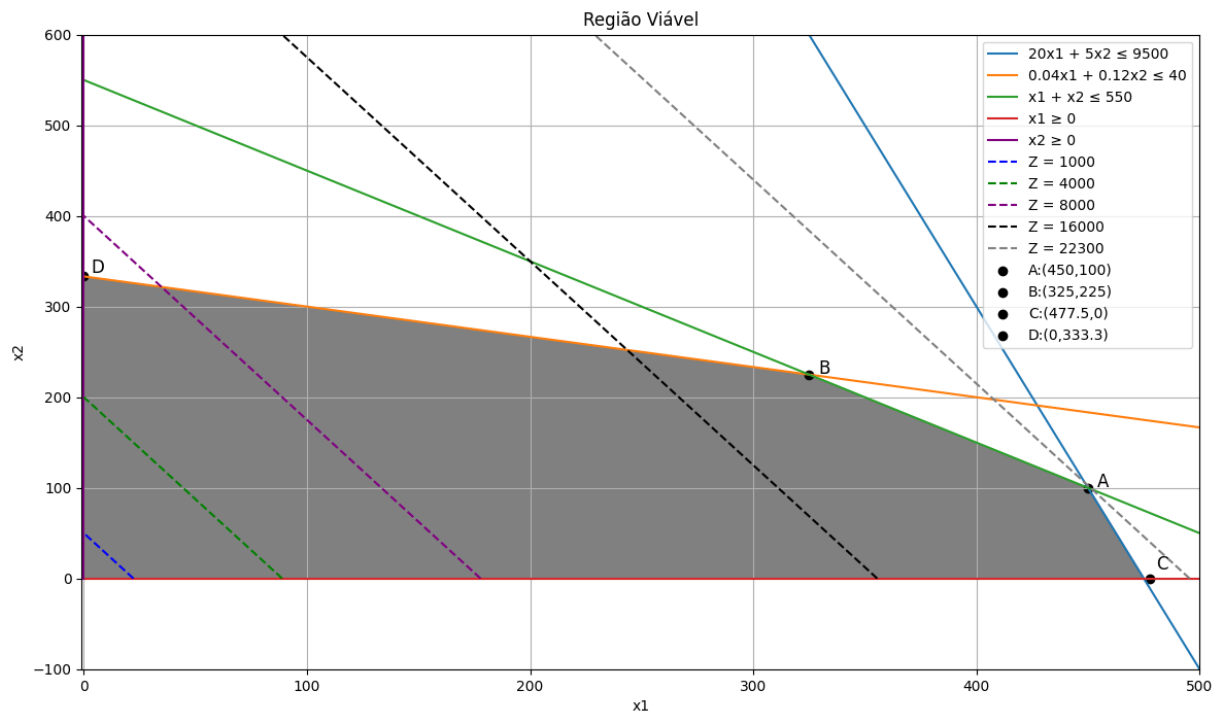
plt.text(450+4, 100+1, 'A', fontsize=12, color='black')
plt.text(325+4, 225+1, 'B', fontsize=12, color='black')
plt.text(477.5+3, 0+10, 'C', fontsize=12, color='black')
plt.text(0+3, 333.3+4, 'D', fontsize=12, color='black')

plt.xlim(-1, 500)
plt.ylim(-100, 600)

plt.xlabel('x1')
plt.ylabel('x2')
plt.title('Região Viável')

plt.legend()
graf = plt.show()

```



Traçando as funções objetivo podemos ver que elas vão se distanciando da origem

Na Situação limite, o ponto A é interceptado pela reta da função objetivo. Então podemos presumir que os valores de x_1 e x_2 no ponto A são os valores para se obter o valor ótimo da função objetivo

Item C)

Para aplicar o método simplex nesse problema precisamos primeiro colocar variáveis de folga nas inequações. Essas variáveis servem para

$$Z - 45x_1 - 20x_2 = 0$$

$$20x_1 + 5x_2 + x_3 = 9500$$

$$0,040x_1 + 0,12x_2 + x_4 = 40$$

$$x_1 + x_2 + x_5 = 550$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Variáveis	Z	X1	X2	X3	X4	X5	Solução
Z	1	-45	-20	0	0	0	0
X3	0	20	5	1	0	0	9500
X4	0	0.04	0.12	0	1	0	40
X5	0	1	1	0	0	1	550

```

In [10]: def simplex(A):
    ms = np.array(A, dtype='float')
    nLinhas, nColunas = ms.shape
    var_folga = nColunas - nLinhas

    basicas = ["Z"] + [f"X{i+var_folga}" for i in range(1, nLinhas)]
    naoBasicas = ["Z"] + [f"X{i}" for i in range(1, nColunas-1)] + ["SOL"]
    copiaColunaSolucao = np.empty(nLinhas, dtype=float)

    def copiar_coluna_solucao():
        for i in range(0, nLinhas):
            copiaColunaSolucao[i] = ms[i][nColunas-1]

    def identificar_coluna_pivo():
        menor = 999999999
        cMenor = -1

        for c in range(0, nColunas):
            if ms[0][c] < 0 and ms[0][c] < menor:
                menor = ms[0][c]
                cMenor = c

        return cMenor

    def identificar_linha_pivo(cPivo):
        menor = 999999999
        lMenor = -1

        for l in range(1, nLinhas):
            if ms[l][cPivo] != 0:
                aux = (copiaColunaSolucao[l] / ms[l][cPivo])
                if aux < menor and aux >= 0:
                    menor = aux
                    lMenor = l

        return lMenor

    def dividir_linha_pivo_pelo_elemento(lPivo, cPivo):
        pivo = ms[lPivo][cPivo]
        if pivo != 0:
            for c in range(nColunas):
                ms[lPivo][c] = (ms[lPivo][c] / pivo)

    def eliminar_coef_da_coluna_pivo(lPivo, cPivo):
        for l in range(nLinhas):
            if l != lPivo:
                multiplicador = -ms[l][cPivo]
                for c in range(nColunas):
                    ms[l][c] += (multiplicador * ms[lPivo][c])

    existeNegativo = 1
    while existeNegativo == 1:
        copiar_coluna_solucao()
        cPivo = identificar_coluna_pivo()

```

```

        if cPivo != -1: # Critério de parada
            lPivo = identificar_linha_pivo(cPivo)
            dividir_linha_pivo_pelo_elemento(lPivo, cPivo)
            basicas[lPivo] = naoBasicas[cPivo]
            eliminar_coef_da_coluna_pivo(lPivo, cPivo)
        else:
            existeNegativo = 0

    return (ms,basicas)

```

```

In [11]: coef = [[1,-45,-20,0,0,0,0],
                 [0,20,5,1,0,0,9500],
                 [0,0.040,0.12,0,1,0,40],
                 [0,1,1,0,0,1,550]] #Coeficientes das variaveis

```

```

[tabela,var_basicas] = simplex(coef)
np.set_printoptions(precision=2, suppress=True)
print(tabela)

```

```

[[ 1.    0.    0.    1.67    0.    11.67 22250. ]
 [ 0.    1.    0.    0.07    0.    -0.33  450. ]
 [ 0.    0.    0.    0.01    1.    -0.15   10. ]
 [ 0.    0.    1.   -0.07    0.     1.33  100. ]]

```

```

In [12]: nLinhas, nColunas = tabela.shape
        for i in range(nLinhas):
            print(var_basicas[i],"=",tabela[i][nColunas-1])

```

```

Z = 22250.0
X1 = 450.0
X5 = 10.0
X2 = 100.0

```

Variáveis	Z	X1	X2	X3	X4	X5	Solução
Z	1	0	0	1.67	0	11.67	22250
X1	0	1	0	0.07	0	-0.33	450
X4	0	0	0	0.01	1	-0.15	10
X2	0	0	1	-0.07	0	1.33	100

Item D)

```

In [13]: valores_variados = np.linspace(0,800,1000)

```

```

resultados_1 = []
resultados_2 = []
resultados_3 = []

for valor in valores_variados:
    aux = np.copy(coef)
    aux[1][-1] += valor #Tempo
    [tabela, var_basicas] = simplex(aux)
    resultados_1.append(tabela[0][-1])

```

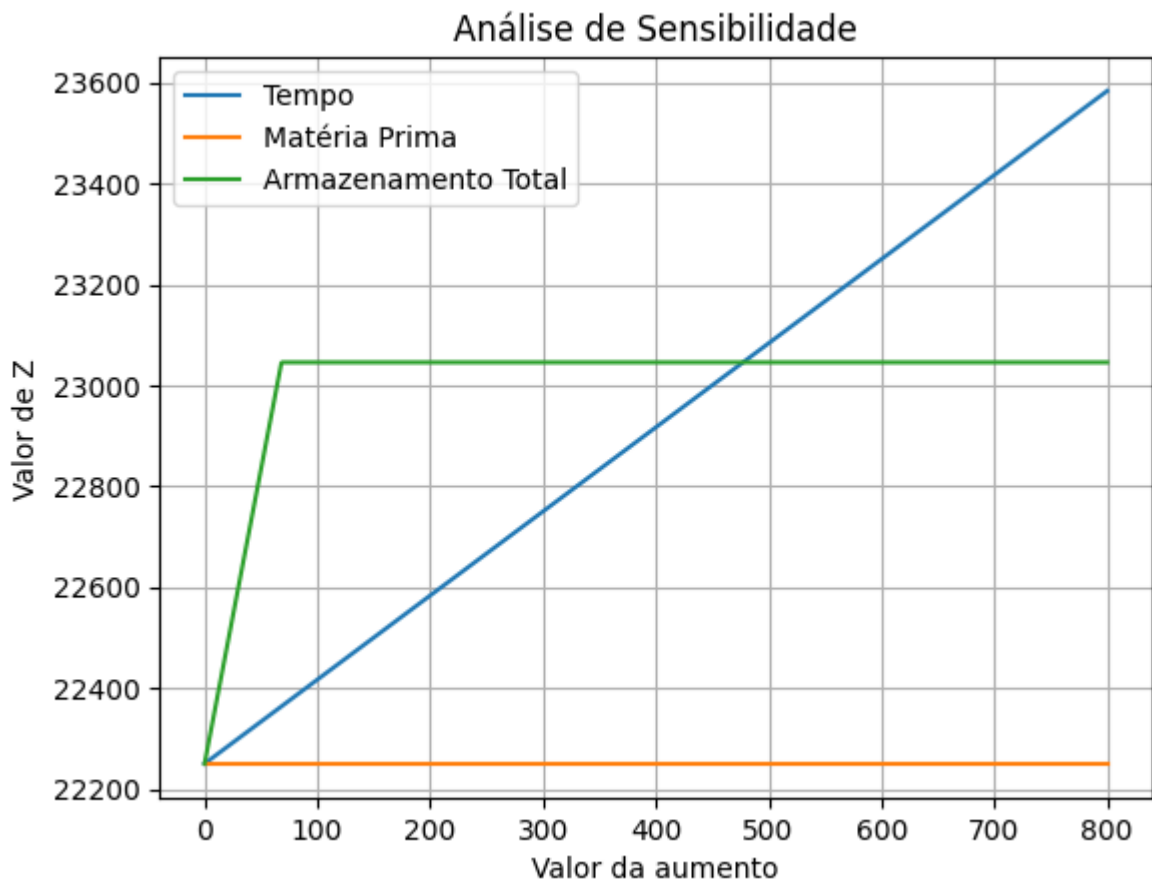
```

aux = np.copy(coef)
aux[2][-1] += valor #Gás bruto
[tabela, var_basicas] = simplex(aux)
resultados_2.append(tabela[0][-1])

aux = np.copy(coef)
aux[3][-1] += valor #Gás bruto
[tabela, var_basicas] = simplex(aux)
resultados_3.append(tabela[0][-1])

plt.plot(valores_variados, resultados_1, label='Tempo')
plt.plot(valores_variados, resultados_2, label='Matéria Prima')
plt.plot(valores_variados, resultados_3, label='Armazenamento Total')
plt.xlabel('Valor da aumento')
plt.ylabel('Valor de Z')
plt.title('Análise de Sensibilidade')
plt.legend()
plt.grid(True)

```



Pelo gráfico de lucro obtido aumentando cada restrição que a empresa tenha, podemos ver que logo de cara para um aumento muito pouco dos recursos, aumentar o Armazenamento total leva a um aumento maior. Contudo, entre aumentos maiores que 500 podemos ver que aumentar o tempo de produção é que leva a um lucro maior, visto que o lucro com aumento do Armazenamento tende a estabilizar, enquanto o lucro aumentando o tempo só continua a crescer.

$$x_2 + x_7 = 6$$

$$x_3 + x_8 = 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Agora que temos as equações com as variáveis de folga, podemos colocar os coeficientes numa tabela. A partir dessa tabela a gente vai implementar o método simplex

Tabela para o problema da Questão 2:

Variáveis	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Solução
Z	1	-150	-175	-250	0	0	0	0	0	0
X4	0	10	8	12	1	0	0	0	0	80
X5	0	7	11	15	0	1	0	0	0	154
X6	0	1	0	0	0	0	1	0	0	9
X7	0	0	1	0	0	0	0	1	0	6
X8	0	0	0	1	0	0	0	0	1	5

```
In [14]: coef1 = [[1,-150,-175,-250,0,0,0,0,0,0], [0,10,8,12,1,0,0,0,0,80], [0,7,11,15,0,1,0,0,0,154],
                [0,1,0,0,0,0,0,1,0,0,9], [0,0,1,0,0,0,0,0,1,0,6], [0,0,0,1,0,0,0,0,0,1,5]]

[tabela,var_basicas] = simplex(coef1)
np.set_printoptions(precision=2, suppress=True)
print(tabela)
```

```
[[ 1.    58.33  0.    0.    20.83  0.    0.    8.33  0.
 1716.67]
 [ 0.    0.    1.    0.    0.    0.    0.    1.    0.
 6. ]
 [ 0.   -5.5  0.    0.   -1.25  1.    0.   -1.    0.
 48. ]
 [ 0.    1.    0.    0.    0.    0.    1.    0.    0.
 9. ]
 [ 0.   -0.83  0.    0.   -0.08  0.    0.    0.67  1.
 2.33]
 [ 0.    0.83  0.    1.    0.08  0.    0.   -0.67  0.
 2.67]]
```

```
In [15]: nLinhas, nColunas = tabela.shape
for i in range(nLinhas):
    print(var_basicas[i], "=", tabela[i][nColunas-1])
```

```
Z = 1716.6666666666667
X2 = 6.0
X6 = 48.0
X7 = 9.0
X8 = 2.3333333333333335
X3 = 2.6666666666666665
```

Variáveis	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Solução
Z	1	58.33	0	0	20.83	0	0	8.33	0	1716.67

Variáveis	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Solução
X2	0	0	1	0	0	0	0	1	0	6
X6	0	-5.5	0	0	-1.25	1	0	-1	0	48
X7	0	1	0	0	0	0	1	0	0	9
X8	0	-0.83	0	0	-0.08	0	0	0.67	1	2.33
X3	0	0.83	0	1	0.08	0	0	-0.67	0	2.67

Item C)

```
In [16]: valores_variados = np.linspace(0,20,1000)

resultados_1 = []
resultados_2 = []
resultados_3 = []
resultados_4 = []
resultados_5 = []

for valor in valores_variados:
    aux = np.copy(coef1)
    aux[1][-1] += valor #Tempo
    [tabela, var_basicas] = simplex(aux)
    resultados_1.append(tabela[0][-1])

    aux = np.copy(coef1)
    aux[2][-1] += valor #Gás bruto
    [tabela, var_basicas] = simplex(aux)
    resultados_2.append(tabela[0][-1])

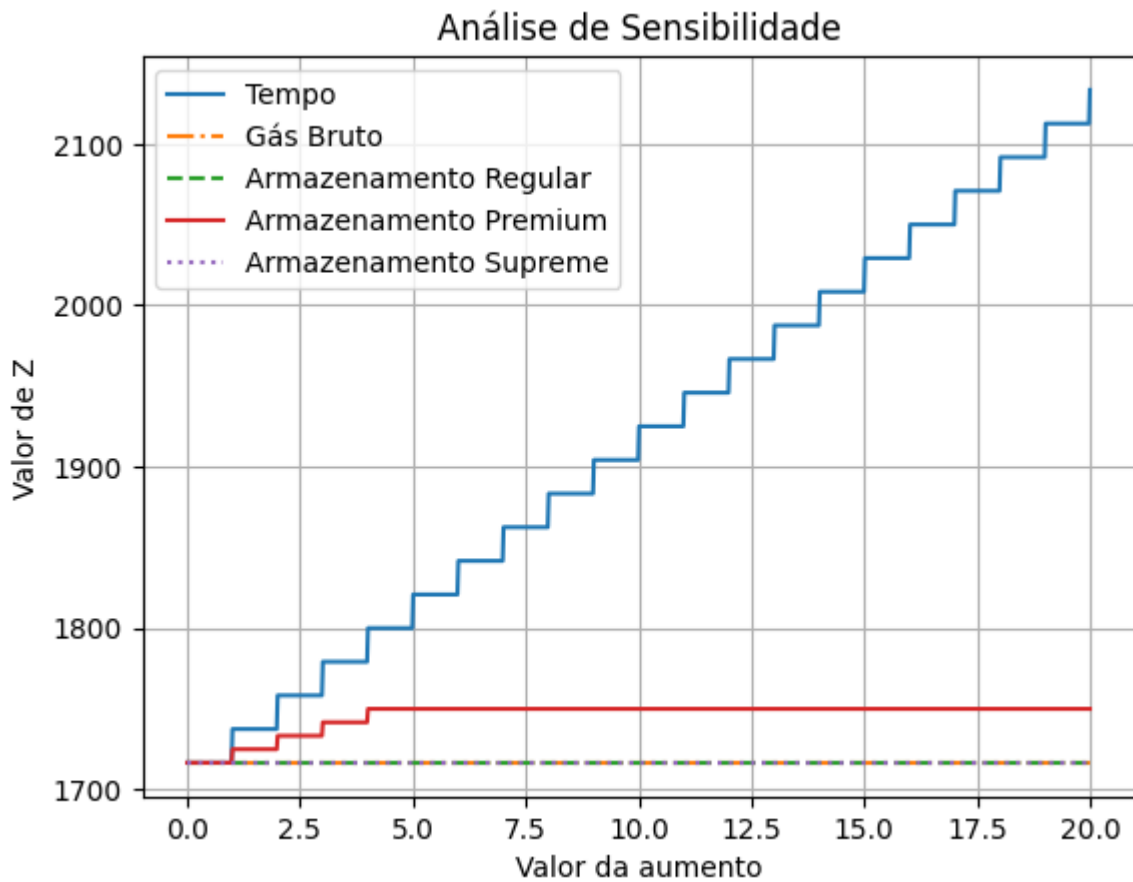
    aux = np.copy(coef1)
    aux[3][-1] += valor #Regular
    [tabela, var_basicas] = simplex(aux)
    resultados_3.append(tabela[0][-1])

    aux = np.copy(coef1)
    aux[4][-1] += valor #Premium
    [tabela, var_basicas] = simplex(aux)
    resultados_4.append(tabela[0][-1])

    aux = np.copy(coef1)
    aux[5][-1] += valor #Supreme
    [tabela, var_basicas] = simplex(aux)
    resultados_5.append(tabela[0][-1])

plt.plot(valores_variados, resultados_1, label='Tempo')
plt.plot(valores_variados, resultados_2, linestyle='dashdot', label='Gás Bruto')
plt.plot(valores_variados, resultados_3, linestyle='--', label='Armazenamento')
plt.plot(valores_variados, resultados_4, label='Armazenamento Premium')
plt.plot(valores_variados, resultados_5, linestyle='dotted', label='Armazename')
plt.xlabel('Valor da aumento')
plt.ylabel('Valor de Z')
```

```
plt.title('Análise de Sensibilidade')
plt.legend()
plt.grid(True)
```



Pelo gráfico podemos ver que quando aumentamos o tempo de produção dos gases obtemos um lucro maior.

Também podemos ver que aumentar as restrições não gera nem aumento significativo de lucro.

Questão 3

```
In [17]: def objetivo(x1,z):
          x2 = (z-(1.75*x1))/1.25
          return (x1,x2)
```

```
In [18]: def objetivo_2(x2,z):
          x1 = (z-(1.25*x2))/1.75
          return (x1,x2)
```

```
In [19]: def func_1(x):
          return (14 - 1.2*x)/2.25
```

```
In [20]: def func_2(x):  
         return (8-x)/1.1
```

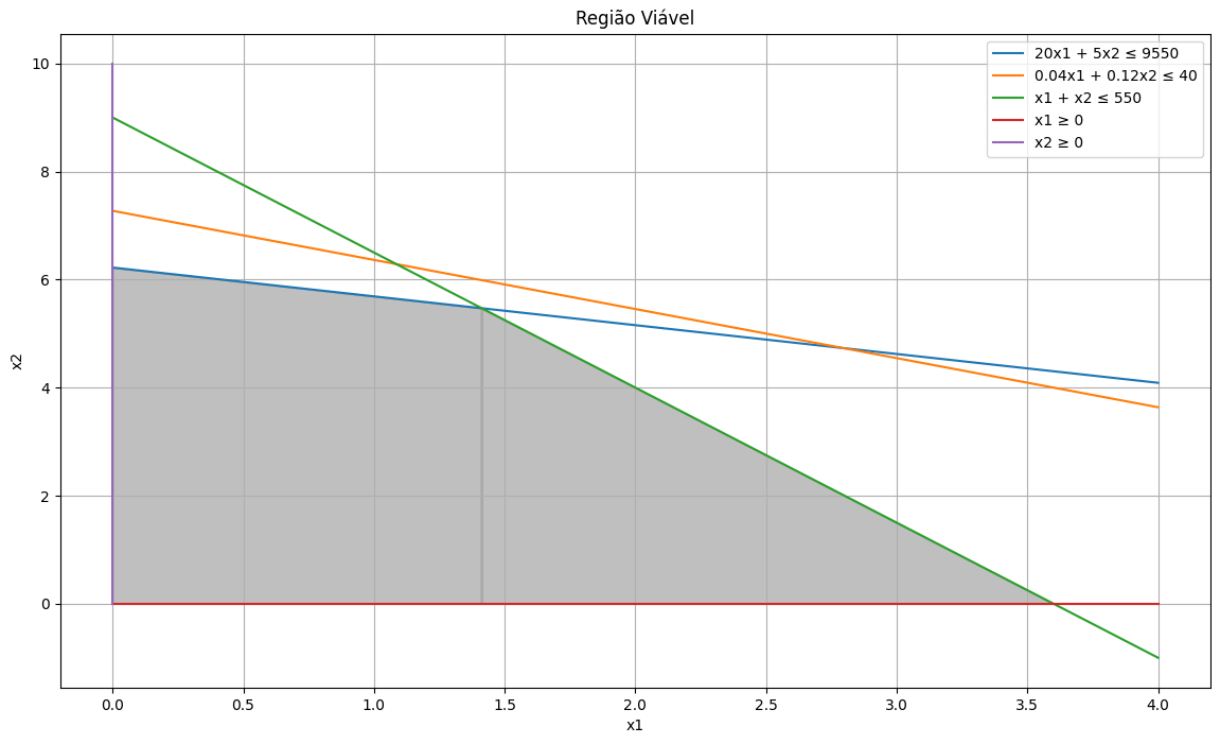
```
In [21]: def func_3(x):  
         return (9 - 2.5*x)
```

```
In [22]: def func_4(x):  
         return 0*x
```

Item A)

```
In [23]: x1 = np.linspace(0,4,1000)  
         x2 = np.linspace(0,10,1000)  
         y1 = func_1(x1)  
         y2 = func_2(x1)  
         y3 = func_3(x1)  
         y4 = func_4(x1)  
         y5 = func_4(x1)  
  
         plt.figure(figsize=(14, 8)) # Define o tamanho do gráfico  
         plt.grid()  
         plt.plot(x1, y1, label='20x1 + 5x2 ≤ 9550')  
         plt.plot(x1, y2, label='0.04x1 + 0.12x2 ≤ 40')  
         plt.plot(x1, y3, label='x1 + x2 ≤ 550')  
         plt.plot(x1,y4, label='x1 ≥ 0')  
         plt.plot(y5,x2, label='x2 ≥ 0')  
  
         plt.fill_between(x1, 0, y1, where=(y1 <= y3) & (y1 >= 0) & (x1 >= 0) , color  
         plt.fill_between(x1, 0, y3, where=(y3 >= 0) & (x1 >= 0) & (y3 <= y1) & (y3 <  
  
         plt.xlabel('x1')  
         plt.ylabel('x2')  
         plt.title('Região Viável')  
  
         plt.legend()
```

```
Out[23]: <matplotlib.legend.Legend at 0x7f2f46707c90>
```



Os pontos de interseção da região de convergência

Podemos perceber que para resolver as seguintes equações:

$$\frac{14 - 1.2x_1}{2.25} = 9 - 2.5x_1$$

$$9 - 2.5x_1 = 0$$

$$\frac{14 - 2.25x_2}{1.2} = 0$$

Resolvendo essas equações a gente obtém o seguinte os seguinte:

$$1. x_1 \approx 1.4125$$

$$2. x_1 = 3.6$$

$$3. x_2 \approx 6.222$$

Aplicando os valores da Equação 1 em $2.5x_1 + x_2 = 9$ para encontrar o valor de x_2 :

$$x_2 = 9 - 3.53125 x_1 \approx 5.468$$

Colocando os pares ordenados no gráfico para encontrar a solução ótima.

```
In [24]: x1 = np.linspace(0,4,1000)
x2 = np.linspace(0,10,1000)
y1 = func_1(x1)
y2 = func_2(x1)
y3 = func_3(x1)
y4 = func_4(x1)
```

```

y5 = func_4(x1)

#Definindo as linhas da função objetivo
z1 = funcao_obj(0,10) #z =1000
r1 = funcao_obj_2(0,10)
z2 = funcao_obj(0,50)#z =4000
r2 = funcao_obj_2(0,50)
z3 = funcao_obj(0,95)#z =8000
r3 = funcao_obj_2(0,95)
z4 = funcao_obj(0,130)#z =16000
r4 = funcao_obj_2(0,130)
z5 = funcao_obj(0,173)#z =22300
r5 = funcao_obj_2(0,173)

plt.figure(figsize=(14, 8)) # Define o tamanho do gráfico
plt.grid()
plt.plot(x1, y1, label='20x1 + 5x2 ≤ 9550')
plt.plot(x1, y2, label='0.04x1 + 0.12x2 ≤ 40')
plt.plot(x1, y3, label='x1 + x2 ≤ 550')
plt.plot(x1,y4, label='x1 ≥ 0')
plt.plot(y5,x2, label='x2 ≥ 0')
plt.plot(r1, z1,color='blue',linestyle = 'dashed', label='Z = 10')
plt.plot(r2, z2,color='green',linestyle = 'dashed',label='Z = 50' )
plt.plot(r3, z3,color='purple',linestyle = 'dashed', label='Z = 95')
plt.plot(r4, z4,color='black',linestyle = 'dashed', label='Z = 130')
plt.plot(r5, z5,color='gray',linestyle = 'dashed', label='Z = 173')

plt.scatter(0,0, color='black', label='A:(0,0)')
plt.scatter(3.6,0, color='black', label='B:(3.6,0)')
plt.scatter(0, 6.222, color='black', label='C:(0,6.222)')
plt.scatter(1.41, 5.46, color='black', label='D:(1.41,5.46)')

plt.text(0, 0, 'A', fontsize=12, color='black')
plt.text(3.6, 0, 'B', fontsize=12, color='black')
plt.text(0, 6.222, 'C', fontsize=12, color='black')
plt.text(1.41, 5.46, 'D', fontsize=12, color='black')

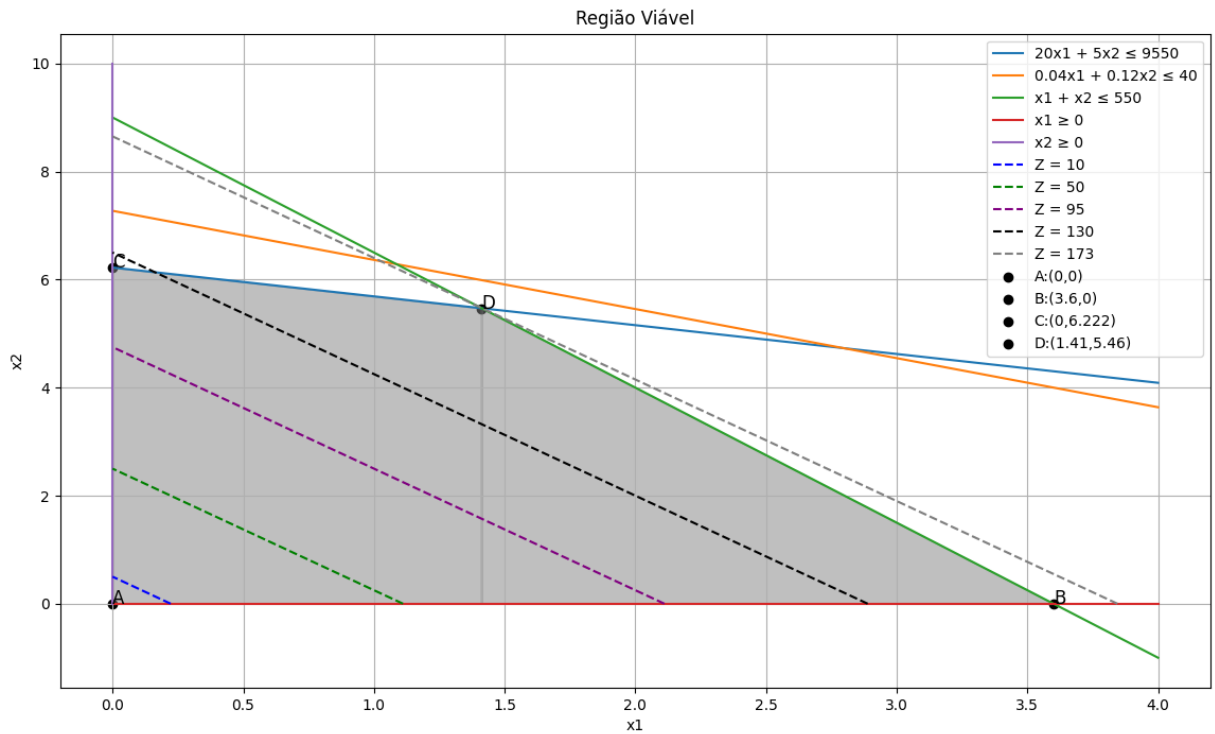
plt.fill_between(x1, 0, y1, where=(y1 <= y3) & (y1 >= 0) & (x1 >= 0) , color
plt.fill_between(x1, 0, y3, where=(y3 >= 0) & (x1 >= 0) & (y3 <= y1) & (y3 <

plt.xlabel('x1')
plt.ylabel('x2')
plt.title('Região Viável')

plt.legend()

```

Out[24]: <matplotlib.legend.Legend at 0x7f2f46874a50>



Traçando as funções objetivo podemos ver que elas vão se distanciando da origem

Na Situação limite, o ponto D é interpretado pela reta da função objetivo. Então podemos presumir que os valores de x_1 e x_2 no ponto D são os valores para se obter o valor ótimo da função objetivo

Item B)

Para aplicar o método simplex nesse problema precisamos primeiro colocar variáveis de folga nas inequações. Essas variáveis servem para

$$Z - 1.75x_1 - 1.25x_2 = 0$$

$$1.2x_1 + 2.25x_2 + x_3 = 14$$

$$x_1 + 1.1x_2 + x_4 = 8$$

$$2.5x_1 + x_2 + x_5 = 9$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Variáveis	Z	X1	X2	X3	X4	X5	Solução
Z	1	-1.75	-1.25	0	0	0	0
X3	0	1.2	2.25	1	0	0	14
X4	0	1	1.1	0	1	0	8
X5	0	2.5	1	0	0	1	9

```
In [25]: coef3 = [[1, -1.75, -1.25, 0, 0, 0, 0],
                  [0, 1.2, 2.25, 1, 0, 0, 14],
                  [0, 1, 1.1, 0, 1, 0, 8],
                  [0, 2.5, 1, 0, 0, 1, 9]] #Coeficientes das variaveis
```

```
[tabela, var_basicas] = simplex(coef3)
np.set_printoptions(precision=2, suppress=True)
print(tabela)
```

```
[[ 1.    0.    0.    0.31  0.    0.55  9.31]
 [ 0.    0.    1.    0.56  0.   -0.27  5.47]
 [ 0.    0.    0.   -0.4   1.   -0.21  0.57]
 [ 0.    1.    0.   -0.23  0.    0.51  1.41]]
```

```
In [26]: nLinhas, nColunas = tabela.shape
         for i in range(nLinhas):
             print(var_basicas[i], "=", tabela[i][nColunas-1])
```

```
Z = 9.307909604519773
X2 = 5.468926553672316
X5 = 0.571751412429379
X1 = 1.4124293785310735
```

Variáveis	Z	X1	X2	X3	X4	X5	Solução
Z	1	0	0	0.31	0	0.55	9.31
X2	0	0	1	0.56	0	-0.27	5.47
X5	0	0	0	-0.4	1	-0.21	0.57
X1	0	1	0	-0.23	0	0.51	1.41