

Universidade Federal do Ceará
Departamento de Computação
Disciplina: Métodos Numéricos
Prof. João Paulo do Vale Madeiro

Aula Prática 03 – Raízes de Equações (Métodos da Falsa Posição e Ponto Fixo)

1 – Encontre a menor raiz positiva da função $x^2 |\cos \sqrt{x}| = 5$ (x está em radianos) usando o método da falsa posição. Para localizar a região na qual estão as raízes, inicialmente trace a função para valores de x entre 0 e 5. Faça os cálculos até que ϵ_a fique abaixo de $\epsilon_s = 1\%$. Verifique sua resposta final substituindo-a na função original.

2 – Água está escoando em um canal trapezoidal a uma vazão de $Q=20\text{m}^3/\text{s}$. A profundidade crítica y para tal canal deve satisfazer a equação $0 = 1 - \frac{Q^2}{gA_c^3} B$

em que $g=9,81\text{m/s}^2$, A_c é a área da seção transversal (m^2), e B é a largura do canal na superfície (m). Para esse caso, a largura e a área transversal podem ser relacionadas à profundidade y por

$$B = 3 + y$$

$$A_c = 3y + \frac{y^2}{2}$$

Encontre a profundidade crítica usando a falsa-posição. Use aproximações iniciais de $x_l=0,5$ e $x_u=2,5$. Itere até que o erro aproximado fique abaixo de 1% ou que o número de iterações ultrapasse 10.

3 – Considere o problema de encontrar o zero da função $f(x) = x \cdot e^x - 10$. Uma maneira geral de construir um problema de ponto fixo equivalente é o seguinte:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \alpha f(x) = 0 \Rightarrow x - \alpha f(x) = x, \text{ para qualquer parâmetro } \alpha \neq 0.$$

Consideremos, então, as seguintes duas funções:

$$g_1(x) = x - 0,5 \cdot f(x) \text{ e } g_2(x) = x - 0,05 \cdot f(x)$$

Utilizando código em Python, construa as iterações de ponto fixo $x_1^{(n+1)} = g_1(x_1^{(n)})$ e $x_2^{(n+1)} = g_2(x_2^{(n)})$, tomando $x_1^{(1)} = x_2^{(1)} = 1,7$. Itere as respectivas funções e verifique a convergência.

4) Mostre que a equação $x.e^x = 10$ é equivalente às seguintes equações:

$$x = \ln\left(\frac{10}{x}\right) \text{ e } x = 10.e^{-x}.$$

Destas, considere as seguintes iterações de ponto fixo:

$$a) x^{(n+1)} = \ln\left(\frac{10}{x^{(n)}}\right)$$

$$b) x^{(n+1)} = 10.e^{-x^{(n)}}$$

Tomando $x^{(1)} = 1$, verifique se estas sequências são convergentes.