

UTEC, UTC501. Devoir maison n°4

Exercice 1. Relation d'ordre - Majorants

On définit sur \mathbb{R}^2 une relation notée \ll et définie par :

$$(x, y) \ll (x', y') \Leftrightarrow |x' - x| \leq y' - y$$

1° A-t-on $(2,3) \ll (3,5)$? A-t-on $(2,3) \ll (1,5)$? A-t-on $(2,3) \ll (4,4)$? L'ordre est-il total ?

2° Vérifier que c'est une relation d'ordre. Indication : pour la transitivité, vous pouvez utiliser le résultat suivant (inégalité triangulaire) : $\forall x, x', x'' \in \mathbb{R}, |x'' - x| \leq |x'' - x'| + |x' - x|$

3° Dessiner l'ensemble des majorants d'un couple (a, b) .

Exercice 2. Division euclidienne – PGCD

Des boîtes identiques servent à contenir des boulons identiques. On ignore combien une boîte peut contenir de boulons. On sait seulement que :

- Pour ranger 102 boulons, on remplit plusieurs boîtes et la dernière n'est pas remplie et elle contient 6 boulons.
- Pour ranger 236 boulons, on remplit plusieurs boîtes et la dernière n'est pas remplie et elle contient 8 boulons.

Combien une boîte contient-elle de boulons ?

Exercice 3. Système d'équations linéaires

Trois matières premières entrent dans la fabrication de trois produits. Le tableau suivant donne la contribution de chaque unité de matière première à la quantité de chaque produit.

Matière 1	Matière 2	Matière 3	
1	4	7	Produit A
2	5	8	Produit B
3	6	9	Produit C

Par exemple, une unité de Matière 1 contribue pour fabriquer 1 unité de Produit A, une unité de Matière 1 contribue pour fabriquer 2 unités de Produit B et une unité de Matière 1 contribue pour fabriquer 3 unités de Produit C.

Les contributions des matières s'additionnent. Par exemple, si on utilise une unité de chaque produit, on va produire 12 Produit A, 15 Produit B et 18 Produit C.

On veut produire 18 unités de Produit A, 24 unités de Produit B et 30 unités de Produits C. Et on voudrait savoir quelles quantités de Matières 1, 2 et 3 sont nécessaires.

1° On note x_i la quantité de Matière i pour $i=1,2,3$. Ecrire le système d'équations linéaires que doivent vérifier les quantités x_i .

2° Résoudre le système par l'algorithme de Gauss-Jordan.