

## UTEC, UTC501. Devoir maison n°1

### Exercice 1. Relation d'ordre - Diagramme de Hasse

Soit l'ensemble  $E = \{a, b, c\}$ .

1° Enumérer l'ensemble des parties de  $E$ .

2° On note  $P(E)$  l'ensemble des parties de  $E$  et  $\subseteq$  le symbole d'inclusion. Représenter le diagramme de Hasse de  $(P(E), \subseteq)$ .

### Exercice 2. Cryptographie - Algorithme RSA

Soient  $p=17$ ,  $q=11$  deux nombres premiers. Soit  $n=pq=187$ . Soit  $e=7$  premier avec  $(p-1)(q-1)=160$ . On rappelle que l'inverse de  $e$  modulo  $(p-1)(q-1)$  est un entier  $d$  tel que  $ed \equiv 1 \pmod{(p-1)(q-1)}$ .

1° A l'aide de l'algorithme d'Euclide, trouver  $d$  l'inverse de  $e$  modulo  $(p-1)(q-1)$  avec  $0 < d < (p-1)(q-1)$ .

Vérifier que le  $d$  trouvé est bien l'inverse de  $e$  modulo  $(p-1)(q-1)$  en se référant au rappel donné ci-dessus.

2° Soit le codage numérique des lettres alphabétiques et de l'espace (carré) suivant :

lettre	□	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	ℓ	m	...	z
code	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	...	26

A l'aide de la clé publique  $(n, e)$ , Alice vous a envoyé le message codé par bloc de 3 digits suivant :

037020095144

Décoder le message d'Alice.

### Exercice 3. Système d'équations linéaires – Décomposition en éléments simples

Soit la fonction de  $x \in \mathbb{R}$ , définie par le ratio de deux polynômes, suivante  $\frac{5x^2+8x+1}{(x+1)^2(x-2)}$ . On veut décomposer cette fonction en éléments simples, c'est-à-dire trouver  $\alpha, \beta, \gamma$  réels tels que :

$$\frac{5x^2 + 8x + 1}{(x + 1)^2(x - 2)} = \frac{\alpha x + \beta}{(x + 1)^2} + \frac{\gamma}{x - 2}$$

1° Formuler ce problème comme la résolution d'un système linéaire.

2° Appliquer l'algorithme de Gauss-Jordan pour résoudre le système.