

Compte Rendu du TP de Calibrage

Introduction

L'objectif de la méthode est de réaliser le calibrage de la caméra « Logitech HD Webcam C270 ». Ce calibrage s'effectuera à l'aide de photos contenant un damier où les différentes intersections des cases représenteront des points de référence dans l'image. Les points de référence seront associés à des points connus dans le repère objet (propre au damier). À l'aide de ces données nous allons déterminer les paramètres extrinsèques nécessaires au changement de repère Objet/Camera et les paramètres intrinsèques liés à la caméra qui permettront les changements de repères Camera/Image/Pixel. La méthode utilisée pour résoudre ce problème sera la méthode de Tsai.

Données du problème

Le calibrage se fait donc à l'aide de deux photos possédant un damier. Les points d'intersection sont les points de référence dans le repère Image

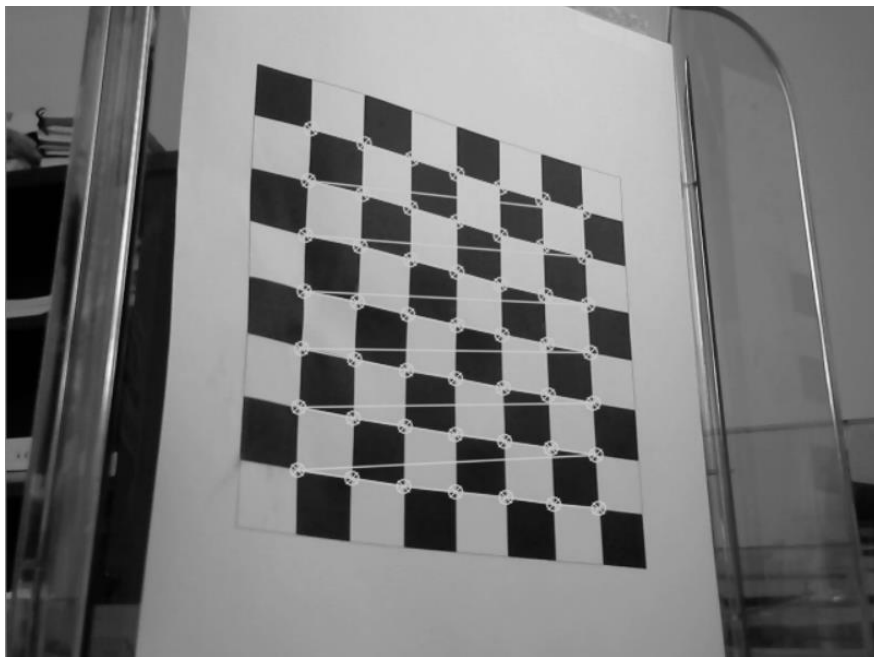


Figure 1: points détectés du damier ($z=0$)

De plus la deuxième photo a été prise avec la même position de caméra mais à une distance de 120 mm de la première. Cette seconde image va nous permettre de déterminer les paramètres de profondeur que l'on ne pourrait avoir avec une seule image.

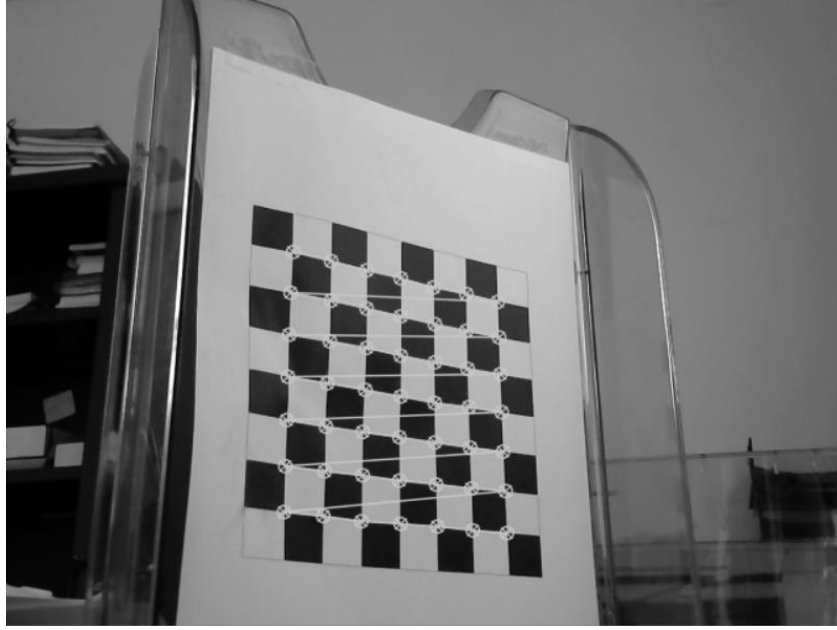


Figure 2 : points détectés du damier ($z=120\text{mm}$)

À chaque point détecté dans les images, on associe des points dans le repère objet choisi. En effet en posant le repère Objet $R_o(0, e_1^o, e_2^o, e_3^o)$ centré au coin détecté en haut à gauche de la première image, e_1^o est en direction de la droite, e_2^o est en direction du bas et e_3^o en direction de la profondeur.

Dans ce repère aligné au damier de l'image 1 nous considérons que tous les points du damier ont une profondeur de 0, pour l'image 2 les points sont identiques mais avec une profondeur de 120 mm.

De plus la focale f de la caméra est connue à l'aide de la documentation technique de la camera et est égale à 4 mm.

Le calibrage est déterminé par la méthode de Tsai qui permet de décomposer le problème général ci-dessous en la résolution de plusieurs systèmes linéaires.

Le problème général peut être décrit de façon matricielle de la forme :

$$\begin{pmatrix} \alpha u_1 \\ \alpha u_2 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 & 0 & i_1 & 0 \\ 0 & f_2 & i_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & o_1^c \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & o_2^c \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & o_3^c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^o \\ x_2^o \\ x_3^o \\ 1 \end{pmatrix}$$

Nous chercherons donc ici à identifier chacun des paramètres présents dans ces matrices en ne connaissant que les coordonnées pixels (u_i) et objet (x_i) de chacun des points d'intersections du damier. À l'aide du damier utilisé ici, nous avons 49 points d'intersection, soit 49*2 équations solvables afin de trouver les paramètres, respectivement à l'ordre des matrices, intrinsèques et extrinsèques de notre situation (caméra utilisée, position et inclinaison du damier, taille de l'image, ...).

Méthode de Tsai

La troisième composante permet d'obtenir :

$$\alpha = r_{31}x_1^o + r_{32}x_2^o + r_{33}x_3^o + o_3^c$$

Ainsi la première et la seconde composante peuvent s'écrire en posant $\tilde{u}_1 = u_1 - i_1$ et $\tilde{u}_2 = u_2 - i_2$

$$\tilde{u}_1 = f_1 \frac{r_{11}x_1^o + r_{12}x_2^o + r_{13}x_3^o + o_1^c}{r_{31}x_1^o + r_{32}x_2^o + r_{33}x_3^o + o_3^c} \quad (1)$$

$$\tilde{u}_2 = f_2 \frac{r_{21}x_1^o + r_{22}x_2^o + r_{23}x_3^o + o_2^c}{r_{31}x_1^o + r_{32}x_2^o + r_{33}x_3^o + o_3^c} \quad (2)$$

En inversant la deuxième équation et en multipliant les deux équations on obtient :

$$\tilde{u}_1 f_2 (r_{21}x_1^o + r_{22}x_2^o + r_{23}x_3^o + o_2^c) = \tilde{u}_2 f_1 (r_{11}x_1^o + r_{12}x_2^o + r_{13}x_3^o + o_1^c) \quad (5)$$

Cette équation se réécrit

$$\tilde{u}_1 = (\tilde{u}_2 x_1^o, \tilde{u}_2 x_2^o, \tilde{u}_2 x_3^o, \tilde{u}_2, -\tilde{u}_1 x_1^o, -\tilde{u}_1 x_2^o, -\tilde{u}_1 x_3^o) \cdot L$$

$$\text{Avec } \beta = f_1/f_2 \text{ et } L^t = (\frac{\beta r_{11}}{o_2^c}, \frac{\beta r_{12}}{o_2^c}, \frac{\beta r_{13}}{o_2^c}, \frac{\beta o_1^c}{o_2^c}, \frac{r_{21}}{o_2^c}, \frac{r_{22}}{o_2^c}, \frac{r_{23}}{o_2^c})$$

En ayant $n = 49$ points et connaissant leur coordonnées image $(\tilde{u}_1, \tilde{u}_2)$ et leurs coordonnées objet (x_1^o, x_2^o, x_3^o) on obtient le 1^{er} système de la méthode de Tsai :

$$U_1 = AL$$

$$\text{Avec } U_1 = \begin{pmatrix} \tilde{u}_1^1 \\ \tilde{u}_1^2 \\ \vdots \\ \tilde{u}_1^n \end{pmatrix} \text{ et } A = \begin{pmatrix} \tilde{u}_2^1 x_1^{o^1} & \tilde{u}_2^1 x_2^{o^1} & \tilde{u}_2^1 x_3^{o^1} & \tilde{u}_2^1 & -\tilde{u}_1^1 x_1^{o^1} & -\tilde{u}_1^1 x_2^{o^1} & -\tilde{u}_1^1 x_3^{o^1} \\ \tilde{u}_2^2 x_1^{o^2} & \tilde{u}_2^2 x_2^{o^2} & \tilde{u}_2^2 x_3^{o^2} & \tilde{u}_2^2 & -\tilde{u}_1^2 x_1^{o^2} & -\tilde{u}_1^2 x_2^{o^2} & -\tilde{u}_1^2 x_3^{o^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{u}_2^n x_1^{o^n} & \tilde{u}_2^n x_2^{o^n} & \tilde{u}_2^n x_3^{o^n} & \tilde{u}_2^n & -\tilde{u}_1^n x_1^{o^n} & -\tilde{u}_1^n x_2^{o^n} & -\tilde{u}_1^n x_3^{o^n} \end{pmatrix}$$

On résout le système au sens des moindres carrés à l'aide de la pseudo inverse de A. Ce qui nous permet d'obtenir le vecteur L.

Le vecteur L permet ensuite de d'obtenir analytiquement $\beta, |o_2^c|, o_1^c, r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{21}, r_{22}, r_{23}$. De plus l'obtention du signe de o_2^c se fait logiquement par rapport à la position du centre O dans le repère C, dans notre cas o_2^c est négatif. Attention, ce signe est particulièrement dépendant du repère choisi lors de la modélisation du repère image et du repère objet. Enfin r_{31}, r_{32}, r_{33} sont obtenus par produit vectoriel de r_1 et r_2 car la matrice déterminant la rotation est orthogonale.

Nous obtenons alors les angles de rotation entre le repère objet et le repère caméra.

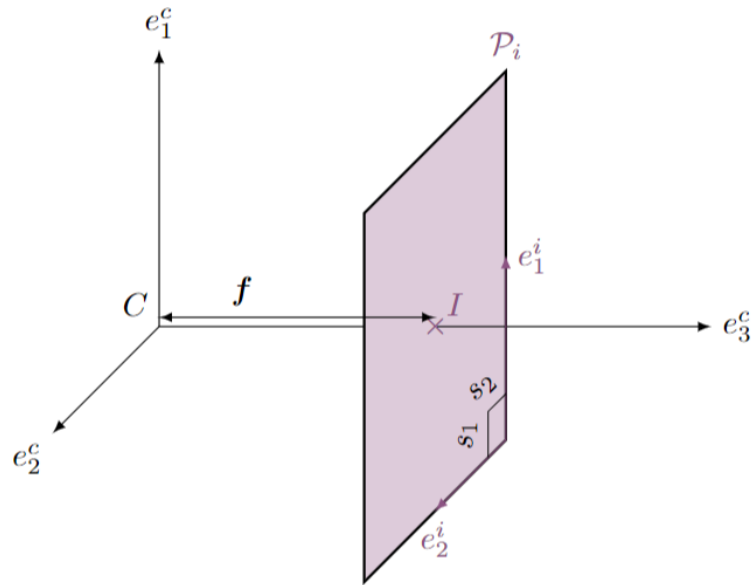


Figure 3 : Repère image et repère camera

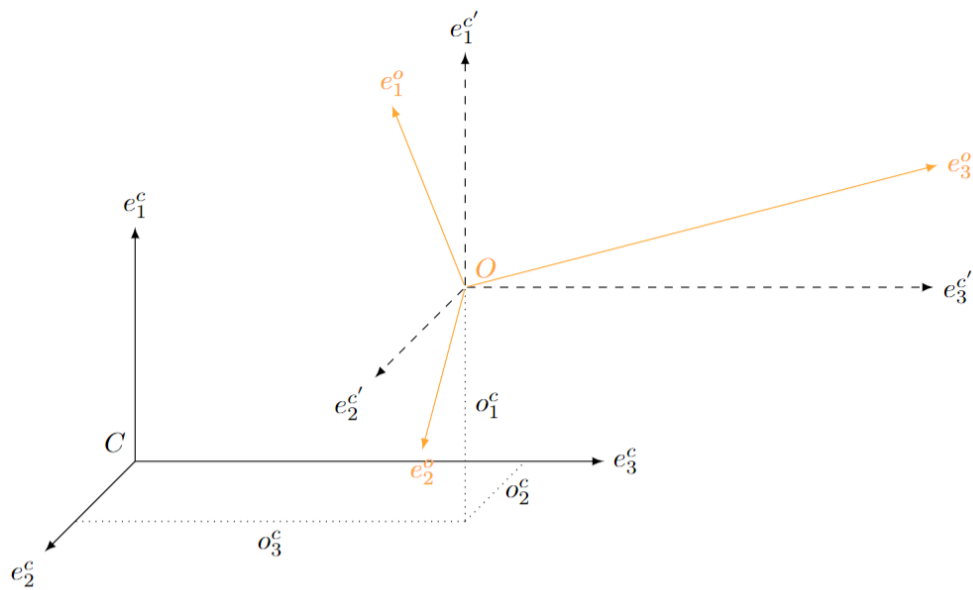


Figure 4 : Repère objet et repère camera

Suite à la résolution du premier système les angles obtenus expérimentalement sont :

$$\begin{aligned}\phi &= -21.6^\circ \\ \gamma &= -0.05^\circ \\ \omega &= -9.43^\circ\end{aligned}$$

Ces angles sont des rotations autour des axes camera e_1^c , e_2^c et e_3^c respectivement, on vérifie bien que les valeurs et l'orientation de ces angles est cohérente avec les images comme nous pouvons voir dans les figures 3 et 4.

De plus le rapport de largeur et hauteur des pixels du capteur $\beta = \frac{f_1}{f_2} = \frac{s_2}{s_1}$ est de **0.83** ce qui est proche de 1 (les pixels du capteur ont à priori les même dimensions)

Afin d'obtenir les paramètres manquants au problème de calibrage qui sont o_3^c et f_2 on utilise l'équation 2 :

$$\tilde{u}_2 o_3^c - (r_{21}x_1^o + r_{22}x_2^o + r_{23}x_3^o + o_2^c) f_2 = -\tilde{u}_2(r_{31}x_1^o + r_{32}x_2^o + r_{33}x_3^o) \quad (4)$$

$$-\tilde{u}_2^1(r_{21}x_1^{o^1} + r_{22}x_2^{o^1} + r_{23}x_3^{o^1} + o_2^c)$$

Qui comme précédemment peut s'écrire sous forme matricielle :

$$BM = R$$

Tel que

$$B = \begin{pmatrix} \tilde{u}_2^1 & -(r_{21}x_1^{o^1} + r_{22}x_2^{o^1} + r_{23}x_3^{o^1} + o_2^c) \\ \tilde{u}_2^2 & -(r_{21}x_1^{o^2} + r_{22}x_2^{o^2} + r_{23}x_3^{o^2} + o_2^c) \\ \vdots & \vdots \\ \tilde{u}_2^n & -(r_{21}x_1^{o^n} + r_{22}x_2^{o^n} + r_{23}x_3^{o^n} + o_2^c) \end{pmatrix} \text{ et } R = \begin{pmatrix} -\tilde{u}_2^1(r_{31}x_1^{o^1} + r_{32}x_2^{o^1} + r_{33}x_3^{o^1}) \\ -\tilde{u}_2^2(r_{31}x_1^{o^2} + r_{32}x_2^{o^2} + r_{33}x_3^{o^2}) \\ \vdots \\ -\tilde{u}_2^n(r_{31}x_1^{o^n} + r_{32}x_2^{o^n} + r_{33}x_3^{o^n}) \end{pmatrix}$$

En résolvant au sens des moindres carrés comme précédemment nous obtenons o_3^c et f_2 .

On obtient ainsi les paramètres intrinsèques à la camera s1 et s2 représentant la taille d'un pixel du capteur de la caméra égales respectivement à 6.97 μ m et 5.80 μ m.

Reconstruction

Maintenant que la caméra est calibrée on est capable de retrouver avec les formules (1) et (2) les coordonnées pixel en connaissant les points dans le repère objets.



Figure 5 : reconstruction des points du damier (z= 120 mm, z=0)

La reconstruction des points pixels fonctionne mais n'est pas parfaite, l'erreur peut être due aux erreurs liées aux résolutions au sens des moindres carrés, à l'approximation des mesures (distance entre les 2 damiers) ou encore aux distorsions créées par la caméra.

Le test effectué ensuite consiste à calibrer la caméra avec deux photos (damier à 0 et 100 mm en profondeur) et de reproduire une troisième photo dans laquelle la position du damier est reculée de 200 mm.



Figure 6 : image 1 ($z=0$)



Figure 7 : Image 2 ($z=100\text{mm}$)



Figure 8 : Image 3 ($z = 200\text{mm}$)

La reconstruction des points est quasiment parfaite pour les deux images qui ont servi au calibrage. Par contre, pour la reconstruction des points avec une profondeur de 200mm, il y a plus d'erreur mais la reconstruction est très proche de la solution. L'erreur peut être dû comme précédemment à des erreurs de mesure, une légère erreur dans les solutions au sens des moindres carrés ou encore à cause des déformations de la caméra.

De plus nous trouvons $s1 = 3.03\mu\text{m}$ et $s2 = 3.01\mu\text{m}$. La différence avec les $s1$ et $s2$ s'explique car les dernières photos ont été prises avec une résolution de 1270x720 au lieu de 640x480. On peut en effet vérifier que pour plusieurs calibrages avec une résolution de 1270x720 les valeurs de $s1$ et $s2$ ne change pas.

De plus il existe une fonction de la librairie OpenCV qui permet de calibrer automatiquement la caméra à l'aide des points Objets et Images.

Cette fonction possède en plus une gestion de la déformation due à la caméra. En effet le système optique de la camera induit obligatoirement des déformations de l'image qui ne sont pas prises en compte dans le modèle de sténopé simple mis en place lors du TP.

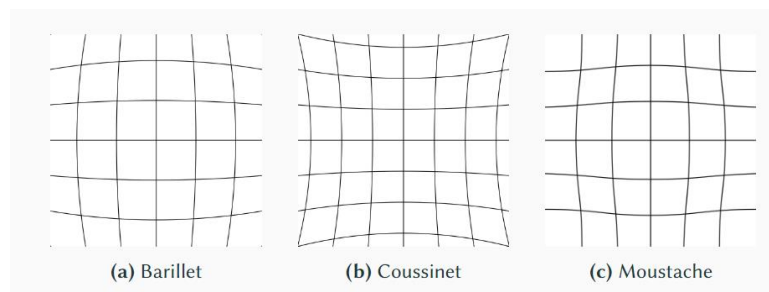


Figure 9 : Exemples de déformations dû à la camera

Grace aux fonctions propres à la librairie de OpenCV, il est possible d'estimer cette déformation et de reconstruire les images non déformées :

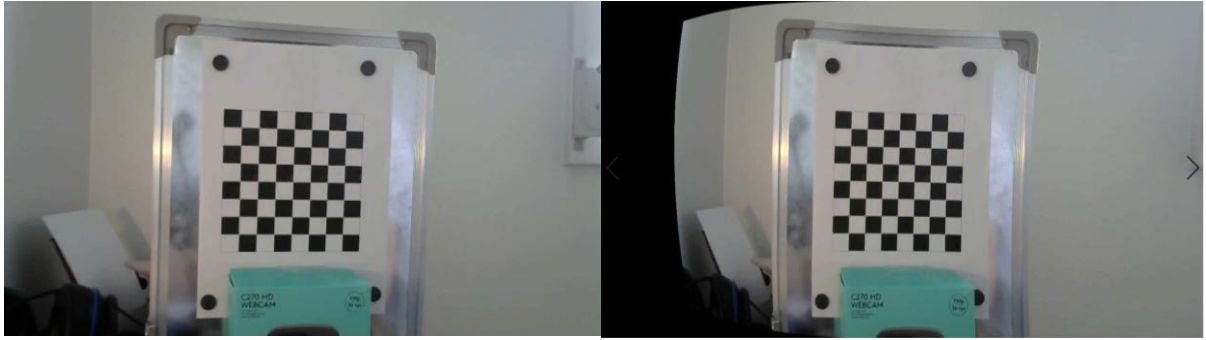


Figure 10 : Comparaison Image 1 avec et sans déformation

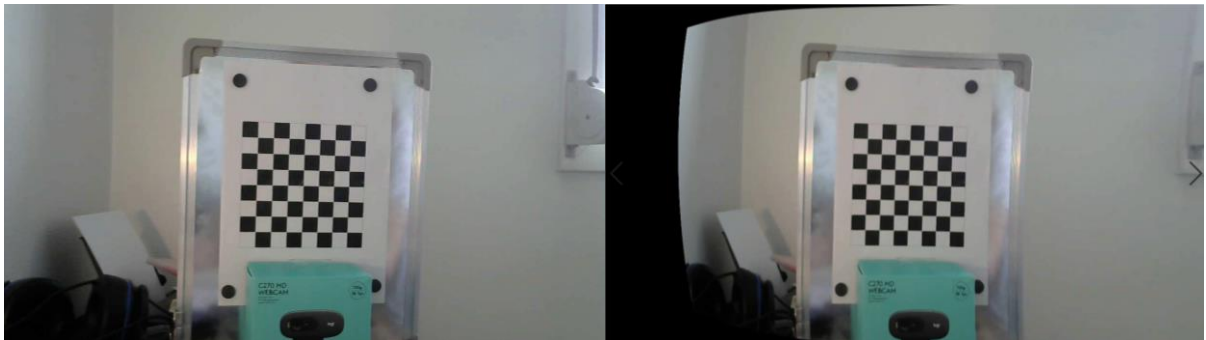


Figure 11 : Comparaison Image 2 avec et sans déformation

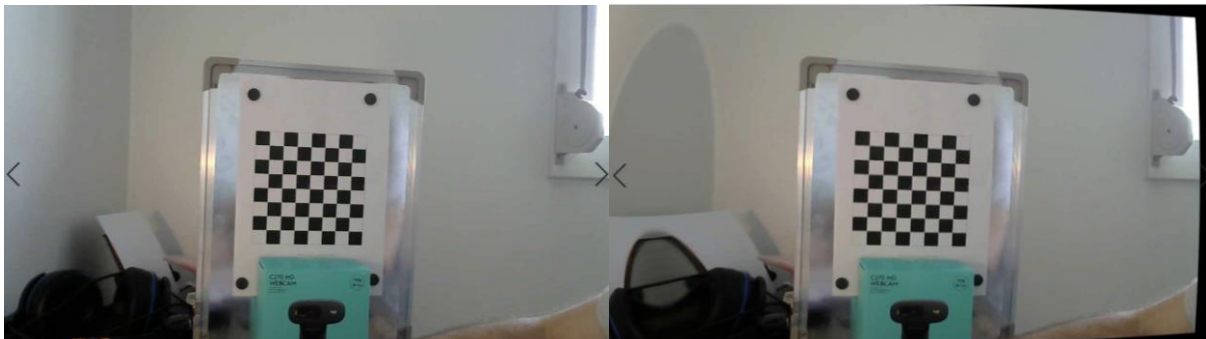


Figure 12 : Comparaison Image 3 avec et sans déformation

Dans le cas de nos photos l'impact des déformations sur le damier est très léger (les déformations sont plus importantes sur les bords de l'image) donc cela ne modifie que très légèrement les résultats si on refait un recalibrage sur les nouvelles photos.

Cependant il ne faut pas négliger ces déformations car elles peuvent fausser les coordonnées pixel et ainsi fausser le calibrage.

Conclusion

Le problème de calibrage est un problème compliqué qui peut nécessiter beaucoup de données pour le paramétrer, en utilisant la méthode de Tsai, il est possible de décomposer le problème pour réduire le nombre d'inconnues à retrouver.

De plus il est nécessaire de bien connaître sa caméra et ses paramètres car ils sont utilisés dans la résolution des systèmes matriciels, de plus la caméra peut créer des déformations qu'il faut prendre en compte si on souhaite être plus précis.

Une fois le calibrage réalisé il est possible de déterminer où va se projeter un objet 3D dans l'image 2D. Cette information a plusieurs applications concrètes comme dans le domaine médical en particulier en chirurgie où le chirurgien n'a qu'une visibilité très réduite de son champ des possibles et peut nécessiter une visualisation de ses mouvements en temps réel sur un écran ou encore dans la réalité augmentée, visant à immerger des objets, personnages ou encore textes dans le monde « réel » capturé par l'objectif de la caméra de l'utilisateur.