

M'éthode d'optimisation par Essaims de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

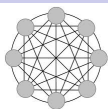
M'éthode d'optimisation par Essaims de particules

Projet de fin de semestre 2, MAM3

Dougnac Jade & Barnetche Carine & Bricout Guillaume &
Dubes Hugo

Polytech Nice Sophia

29 mai 2020



Sommaire

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

1 Introduction et motivations

2 Algorithme

3 Tests de validation

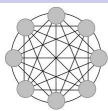
- Fonction booth
- Fonction rastrigin

4 Etude paramétrique himmelblau

- Influence de la taille de l'essaim sur la convergence vers un optimum
- Influence de paramètres PSO

5 Conclusion

6 Annexes



Sommaire

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

1 Introduction et motivations

2 Algorithme

3 Tests de validation

- Fonction booth
- Fonction rastrigin

4 Etude paramétrique himmelblau

- Influence de la taille de l'essaim sur la convergence vers un optimum
- Influence de paramètres PSO

5 Conclusion

6 Annexes



Introduction et motivations

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubés Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth
Fonction rastrigin

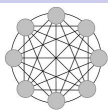
Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

Introduction

Notre projet consiste à étudier l'optimisation par essaim particulière (PSO). L'optimisation est un moyen mathématique permettant de modéliser et résoudre des problèmes numériques en minimisant ou maximisant des fonctions sur un ensemble. Elle est omniprésente dans tous les domaines et ne cesse d'évoluer depuis Euclide. La méthode PSO va permettre de faire converger une fonction vers un ou plusieurs points que l'on appelle optimums. Ce projet sera codé sous Python.



Introduction et motivations

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

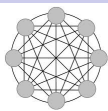
Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

Motivations

Pour la résolution de nombreux problèmes, il est difficile de trouver une solution déterministe en un temps raisonnable. C'est donc pour cela que nous faisons appel à des méthodes dites métaheuristiques. Une métaheuristique est un algorithme d'optimisation dont le but est de résoudre un problème difficile. Cet algorithme va tendre vers un optimum global de la fonction étudiée. Ces méthodes sont souvent utilisées car elles sont généralistes et sont adaptables pour tout type de problèmes d'optimisation.



Introduction et motivations

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubès Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

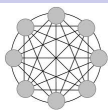
Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

Éléments de la PSO

Pour appliquer la PSO il faut définir un espace de recherche constitué de particules et une fonction objectif à optimiser. Le principe de l'algorithme est de déplacer ces particules afin qu'elles trouvent *l'optimum*.



Introduction et motivations

Méthode d'optimisation par Essaims de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubès Hugo

Introduction et motivations

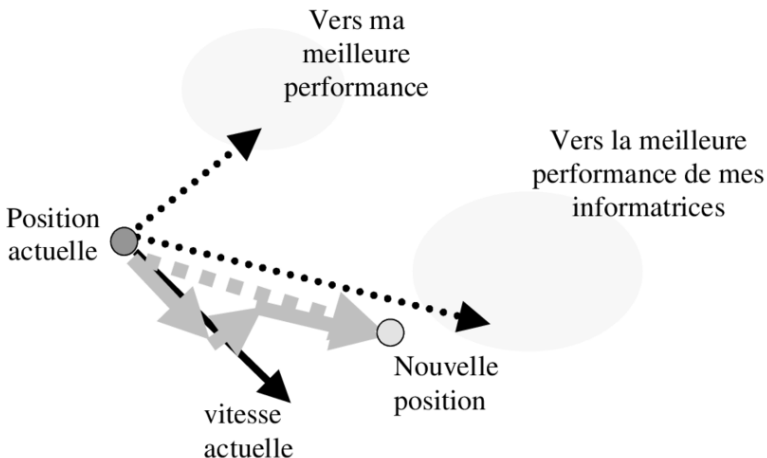
Algorithme

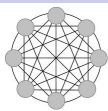
Tests de validation

Fonction booth
Fonction rastrigin

Etude paramétrique himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum
Influence de
paramètres PSO





Sommaire

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

1 Introduction et motivations

2 Algorithme

3 Tests de validation

■ Fonction booth

■ Fonction rastrigin

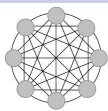
4 Etude paramétrique himmelblau

■ Influence de la taille de l'essaim sur la convergence vers un optimum

■ Influence de paramètres PSO

5 Conclusion

6 Annexes



Algorithme

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

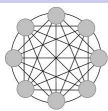
Fonction f

- X est un vecteur à 2 dimensions (x_1, x_2)

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(x_1, x_2) \mapsto f(x)$$

Notre essaim contient N particules d'où X^i avec $0 < i \leq N$ et on regarde le déplacement des points pour un temps k donné avec $0 < k \leq K_{max}$



Algorithme

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth
Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

Composantes qui définissent X_k

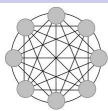
- V_k qui est la vitesse au point k
- $pbest^i$ qui est la meilleure position de la particule
- $pbest = f(pbest_X)$ qui est le "personal best" de la particule
- $best_X$ qui représente la meilleure position de toutes les particules
- $gbest = f(best_X)$ qui représente le minimum global

Calcul de la vitesse V_{k+1}

Présence des constantes ω, ϕ_1, ϕ_2

Présence de nombres aléatoires entre 0 et 1 U_1 et U_2

$$V_{k+1}^i = V_k^i + \phi_1 * U_1 * (pbest_X - X_k^i) + \phi_2 * U_2 * (best_X - X_k^i)$$



Algorithme

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubès Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

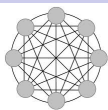
Calcul de la valeur X_{k+1}^i

$$X_{k+1}^i = X_k^i + V_k^i$$

On a :

X_k^i : position de la i ème particule au temps k

On génère X_0 et V_0 au début de notre programme avec $V_0 = 0$
pour toutes les particules



Sommaire

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

1 Introduction et motivations

2 Algorithme

3 Tests de validation

- Fonction booth

- Fonction rastrigin

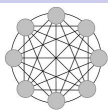
4 Etude paramétrique himmelblau

- Influence de la taille de l'essaim sur la convergence vers un optimum

- Influence de paramètres PSO

5 Conclusion

6 Annexes



Test de validation

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubès Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

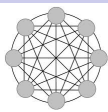
Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

Ces tests de validation nous permettent de vérifier que notre code fonctionne bien avec des fonctions quelconques. Parmi les tests de validation, nous avons choisi :

- La fonction Booth
- La fonction Rastrigin



Tests de validation

Fonction booth

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

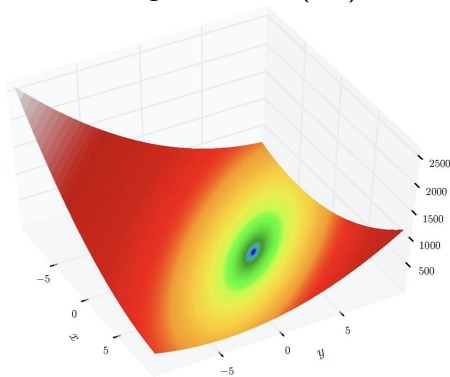
Influence de
paramètres PSO

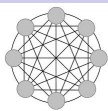
La fonction booth se définit ainsi :

$$f(x,y) = (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2$$

Son domaine de recherche est : $-10 \leq x_i \leq 10$

Son minimum global est : $f(1,3)=0$





Tests de validation

Fonction booth

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth
Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

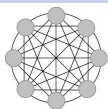
Paramètres

On choisit $\omega = 0.4$, $\phi_1 = 0.1$ et $\phi_2 = 0.9$. On se place dans l'intervalle $]-10; +10[$

On prend 200 nombres de particules et le nombre d'itérations maximales $N_{\max}=100$.

Observations

Nous remarquons que notre erreur est proche de 0 ce qui signifie que l'on approche bien du minimum. De plus, toutes les particules convergent bien vers le minimum.



Tests de validation

Fonction booth

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

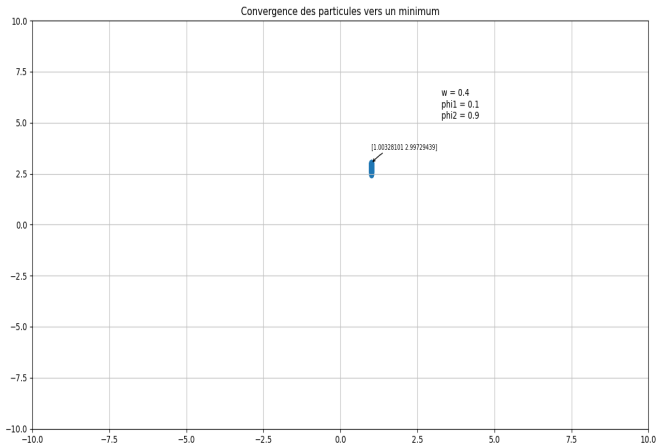
Fonction booth

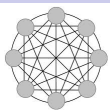
Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO





Tests de validation

Fonction rastrigin

Méthode
d'optimisation
par Essais
de particules

Dougnac Jade
& Barnette
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubès Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

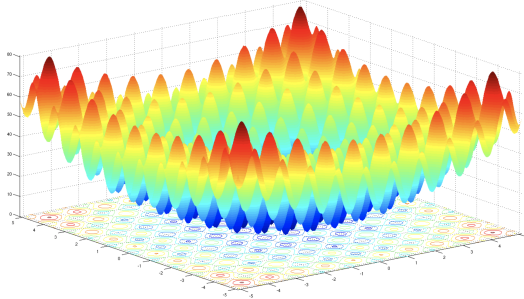
Influence de
paramètres PSO

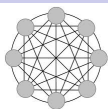
Nous avons étudié en deuxième fonction test la fonction rastrigin :

$$f(x) = An + \sum_{i=1}^n x_i^2 - A \cos(2\pi * x_i)$$

Son domaine de recherche est : $-5.12 \leq x_i \leq 5.12$

Son minimum global est : $f(0, \dots, 0) = 0$





Tests de validation

Fonction rastrigin

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth
Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

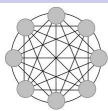
Paramètres

On choisit $\omega = 0.4$, $\phi_1 = 0.1$ et $\phi_2 = 0.9$. On se place dans l'intervalle $]-5.12; +5.12[$

On prend 200 nombres de particules et le nombre d'itérations maximales $N_{\max}=100$.

Observations

Nous remarquons que de même l'erreur est proche de 0 et toutes les particules convergent bien vers le minimum.



Tests de validation

Fonction rastrigin

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

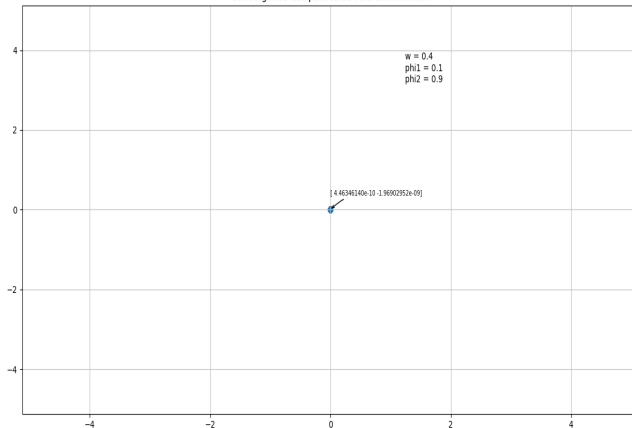
Fonction rastrigin

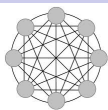
Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

Convergence des particules vers un minimum





Sommaire

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

1 Introduction et motivations

2 Algorithme

3 Tests de validation

■ Fonction booth

■ Fonction rastrigin

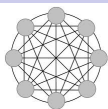
4 Etude paramétrique himmelblau

■ Influence de la taille de l'essaim sur la convergence vers un optimum

■ Influence de paramètres PSO

5 Conclusion

6 Annexes



Etude paramétrique himmelblau

Influence de la taille de l'essaim sur la convergence vers un optimum

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubès Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

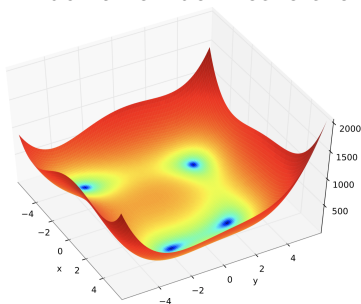
Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

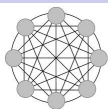
Influence de
paramètres PSO

Nous avons eu à étudier la fonction Himmelblau qui se définit ainsi :

$$f(x,y) = (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2$$

Son domaine de recherche est : $-5 \leq x_i \leq 5$





Etude paramétrique himmelblau

Influence de la taille de l'essaim sur la convergence vers un optimum

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubès Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

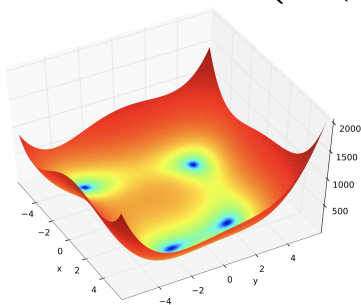
Etude
paramétrique
himmelblau

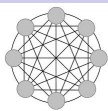
Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

Ses minimums globaux sont :

$$\text{Min} = \left\{ \begin{array}{lcl} f(3.0, 2.0) & = & 0.0 \\ f(-2.805118, 3.131312) & = & 0.0 \\ f(-3.779310, -3.283186) & = & 0.0 \\ f(3.584428, -1.848126) & = & 0.0 \end{array} \right.$$





Etude paramétrique himmelblau

Influence de la taille de l'essaim sur la convergence vers un optimum

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubés Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth
Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

Taille de l'essaim : 5

Erreur = [0.5504019058187315, 0.012993849576906857]

Taille de l'essaim : 50

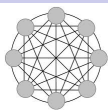
Erreur = [0.02052687082602933, 0.0016952323161176786]

Taille de l'essaim : 500

Erreur = [0.00018530695694352062, 6.842553463970447e-05]

Analyse des valeurs

En prenant 100 itérations, on remarque que la distance entre le minimum de l'essaim et le minimum théorique réduit fortement (avec un facteur > 10) et que lorsque l'on prend une taille de l'essaim de 500, on a une erreur qui se rapproche de 10^{-6} pour les y ce qui nous montre donc que la taille de l'essaim possède une influence importante sur la convergence de la fonction. En effet, au plus elle augmente, au plus on obtient un résultat précis.



Etude paramétrique himmelblau

Influence de paramètres PSO

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubès Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

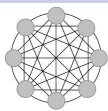
Introduction

Pour une meilleure compréhension nous avons fait l'étude en regardant autour du minimum atteint en (3,2). Nous obtenons des résultats similaires pour les autres minimums.

Paramètres fixes

Nous avons dans un premier temps fixés les paramètres $\omega = 0.4$, $\phi_1 = 0.1$ et $\phi_2 = 0.9$.

Avec ces paramètres tous les points convergents vers un minimum de la fonction et se retrouvent sur le minimum à la dernière itération.



Etude paramétrique himmelblau

Influence de paramètres PSO

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubès Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

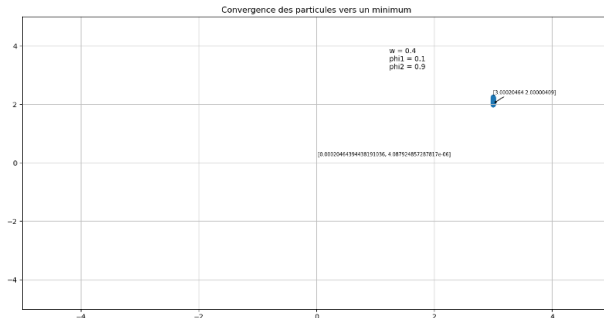
Etude
paramétrique
himmelblau

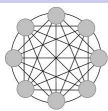
Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

Résultat obtenu

Voici ce que l'on obtient (sur chaque graphique on a affiché l'erreur entre le minimum de l'essaim obtenu et le minimum théorique).





Etude paramétrique himmelblau

Influence de paramètres PSO

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubé Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth
Fonction rastrigin

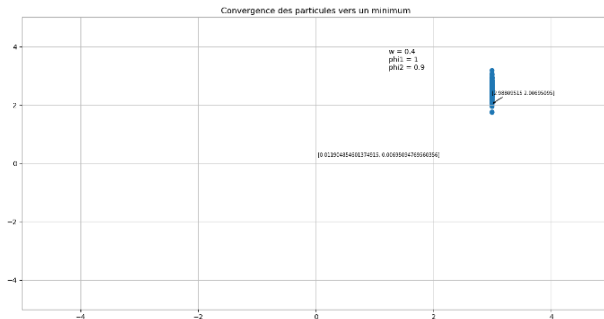
Etude
paramétrique
himmelblau

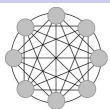
Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

Variation de ϕ_1

Après avoir fixé $\omega = 0.4$ et $\phi_2 = 0.9$, nous avons fait varier ϕ_1 en le faisant augmenter à chaque fois et on observe le résultat à la fin de la dernière itération. Voici ce qu'on obtient pour $\phi_1=1$.





Etude paramétrique himmelblau

Influence de paramètres PSO

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubés Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

Résultat obtenu

Voici ce qu'on obtient pour $\phi_1=2.5$





Etude paramétrique himmelblau

Influence de paramètres PSO

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

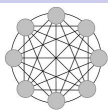
Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

Observations

On remarque qu'au fur et à mesure que nous augmentons ϕ_1 , les points sont de plus en plus dispersés autour d'un minimum. Ainsi en augmentant ϕ_1 on augmente l'influence du « personal best » sur le chemin parcouru par les particules, ce qui fait qu'elles se dispersent un peu plus.

Cependant, quelle que soit la valeur de ϕ_1 , nous arrivons toujours à afficher le minimum exact (le $best_x$), on a donc toujours convergence des particules de manière plus ou moins éparpillées vers le minimum.



Sommaire

Méthode d'optimisation par Essaims de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

1 Introduction et motivations

2 Algorithme

3 Tests de validation

- Fonction booth

- Fonction rastrigin

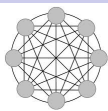
4 Etude paramétrique himmelblau

- Influence de la taille de l'essaim sur la convergence vers un optimum

- Influence de paramètres PSO

5 Conclusion

6 Annexes



Conclusion

Méthode d'optimisation par Essaims de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction et motivations

Algorithme

Tests de validation

Fonction booth

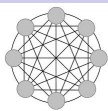
Fonction rastrigin

Etude paramétrique himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

L'optimisation par essaim de particules est une nouvelle méta-heuristique très efficace car, à partir de peu de modifications, elle permet la résolution d'un grand nombre de problèmes. De plus, elle fournit de très bons résultats pour des applications d'optimisation discrète alors qu'elle est définie à la base pour des problèmes d'optimisation continue.



Sommaire

Méthode
d'optimisation
par Essaims
de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubes Hugo

Introduction
et motivations

Algorithme

Tests de
validation

Fonction booth

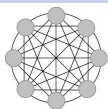
Fonction rastrigin

Etude
paramétrique
himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

- 1 Introduction et motivations
- 2 Algorithme
- 3 Tests de validation
 - Fonction booth
 - Fonction rastrigin
- 4 Etude paramétrique himmelblau
 - Influence de la taille de l'essaim sur la convergence vers un optimum
 - Influence de paramètres PSO
- 5 Conclusion
- 6 Annexes



Annexes

Méthode d'optimisation par Essaims de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubés Hugo

Introduction et motivations

Algorithme

Tests de validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude paramétrique himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

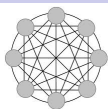
```
import matplotlib
matplotlib.use('TkAgg')
import numpy as np
import random
import matplotlib.animation as animation
from matplotlib import pyplot as plt

#Fonction de HIMMELBLAU
def f(x, y):
    return (x **2+ y - 11)**2 + (x + y**2 - 7)**2

"""
#FONCTIONS UTILISEES POUR LE TEST DE VALIDATION
#Fonction de RASTRIGIN
def f(x,y):
    return 20 + x * x + y * y - 10 * (np.cos(2 * np.pi * x) + np.cos(2 * np.pi * y))

#Fonction de BOOTH
def f(x,y):
    return (x+2*y-7)**2+(2*x+y-5)**2
"""

Nmax = 100
nbparticules = 200
ndim = 2
phi1 = 0.1
phi2 = 0.9
w=0.4
```

Annexes

Méthode d'optimisation par Essaims de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubés Hugo

Introduction et motivations

Algorithme

Tests de validation

Fonction booth

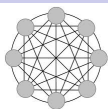
Fonction rastrigin

Etude paramétrique himmelblau

Influence de la taille
de l'essaim sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

```
def PSO():  
    """  
    INITIALISATION  
    """  
    #X et V sont des tableaux à trois dimensions, vides dans un premier temps  
    #X[i] contient la position des points (X[i] = (x[i],y[i]) au temps i  
    #V[i] contient la vitesse au temps i  
    X = np.empty((Nmax + 1, nbparticules, ndim))  
    V = np.empty((Nmax + 1, nbparticules, ndim))  
  
    #Le premier élément de X contiendra nparticules points (x,y) pris au hasard compris entre -5 et 5  
    X[0] = np.random.uniform(-5, 5, (nbparticules, 2))  
    #Le premier élément de V est un tableau contenant des zeros de dimension nbparticules x 2  
    V[0] = np.zeros((nbparticules, 2))  
  
    #pbest_X = la meilleure position de la particule  
    #pbest = f(pbest_X), c'est le "personnal best"  
    #On les initialise avec la position de départ  
    pbest = f(X[0][0][0], X[0][0][1])  
    pbest_X = np.array(X[0][0][0], X[0][0][1])  
  
    #best_X est la meilleure position de toutes les particules  
    #gbest = f(best_X), c'est le "global best"  
    best_X = np.array([X[0][0][0], X[0][0][1]])  
    gbest = f(X[0][0][0], X[0][0][1])  
  
    iterations = []
```



Annexes

Méthode d'optimisation par Essaims de particules

Dougnac Jade & Barnetche Carine & Bricout Guillaume & Dubes Hugo

Introduction et motivations

Algorithme

Tests de validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude paramétrique himmelblau

Influence de la taille de l'essai sur la convergence vers un optimum

Influence de paramètres PSO

ALGORITHME

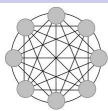
"""

```
for k in range(0, Nmax):
    for i in range(0, nbparticules):
        U1 = random.uniform(0, 1)
        U2 = random.uniform(0, 1)
        newV = w*V[k][i] + phi1 * U1 * (pbest_x - X[k][i]) + phi2 * U2 * (best_x - X[k][i])
        newX = X[k][i] + newV
        V[k + 1][i] = newV
        X[k + 1][i] = newX
        if (f(newX[0], newX[1]) < gbest):
            gbest = f(newX[0], newX[1])
            best_X = newX
            pbest = f(newX[0], newX[1])
            pbest_X = np.array(newX[0], newX[1])
    print('Minimum = ', best_X)
    return X, best_X
```

X, best_X = PSO()

*#On calcule l'erreur qui est la différence entre le minimum théorique
et le minimum de que l'on a obtenu (position du "global best")*

```
def erreur(best_X):
    Erreur = []
    if (best_X[0] < 0 and best_X[1] > 0):
        Erreur.append(abs(-2.805118 - best_X[0]))
        Erreur.append(abs(3.131312 - best_X[1]))
    if (best_X[0] < 0 and best_X[1] < 0):
        Erreur.append(abs(-3.779310 - best_X[0]))
        Erreur.append(abs(-3.283186 - best_X[1]))
    if (best_X[0] > 0 and best_X[1] < 0):
        Erreur.append(abs(3.584428 - best_X[0]))
        Erreur.append(abs(-1.848126 - best_X[1]))
    if (best_X[0] > 0 and best_X[1] > 0):
        Erreur.append(abs(3.0 - best_X[0]))
        Erreur.append(abs(2.0 - best_X[1]))
    return Erreur
erreur=erreur(best_X)
```



Annexes

Méthode d'optimisation par Essaims de particules

Dougnac Jade
& Barnetche
Carine &
Bricout
Guillaume &
Dubés Hugo

Introduction et motivations

Algorithme

Tests de validation

Fonction booth

Fonction rastrigin

Etude paramétrique himmelblau

Influence de la taille
de l'essai sur la
convergence vers un
optimum

Influence de
paramètres PSO

```
"""
MODELISATION
On modélise la convergence des particules avec un graphique animé
"""

fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
ax.grid(True, linestyle='-', color='0.75')
ax.set_xlim([-5, 5])
ax.set_ylim([-5, 5])
scat = plt.scatter(X[0][:, 0], X[0][:, 1])
Y, Z = np.meshgrid([-5, 5], [-5, 5])

def anime(i):
    scat.set_offsets(X[i])
    return scat,

anim = animation.FuncAnimation(fig, anime, frames=np.arange(0, Nmax, 1),
                               interval=100, repeat=False)

plt.title("Convergence des particules vers un minimum")

plt.text(1.2, 3.2, " w = 0.4\n phi1 = 0.1\n phi2 = 0.9 ")

plt.annotate(best_X,
             xy=(best_X[0], best_X[1]), xycoords='data',
             xytext=(+0, +15), textcoords='offset points', fontsize=7,
             arrowprops=dict(arrowstyle="->", connectionstyle="arc3,rad=.2"))

plt.annotate(erreur,
             xy=(erreur[0], erreur[1]), xycoords='data',
             xytext=(+2, +10), textcoords='offset points', fontsize=7)

plt.show()
```