SEMICONDUCTEURS

Les semiconducteurs ont été découverts en 1833 par Michael Faraday (un très grand nom de l'électromagnétisme…), qui a constaté que contrairement aux métaux la conductivité augmentait avec la température (c'était du Ag_2S). Mais c'est avec l'invention du « transistor bipolaire » vers 1950 que l'électronique à base de semiconducteurs a vraiment démarré, grâce à la possibilité de maîtriser la conductivité par dopage et la possibilité d'associer des semiconducteurs de type N et de type P.

Dans cet exercice, on va étudier la variation de la concentration de porteurs avec la température et le dopage, puis l'impact sur la conduction.

Michael Faraday

On s'intéresse ici à un matériau semiconducteur, sans précision de sa nature particulière.

1- Dans cette question, le semiconducteur est un matériau cristallin parfaitement pur.

Quels sont les « porteurs de charge » ? Que peut-on dire de la valeur relative de leur densité ?

Exprimer la densité de chaque type de porteurs (n et p) en fonction d'une grandeur dépendant uniquement du matériau, de la position relative du niveau de Fermi par rapport au niveau bas de la bande de conduction E_C ou au niveau haut de la bande de valence E_V, et de la température.

2- En déduire la valeur de chacune de ces densités.

Quelle est « l'énergie d'activation » gouvernant la variation exponentielle avec la température ?

Quelle est l'énergie du niveau de Fermi (dite « intrinsèque » pour ce semiconducteur pur) ?

Ordre de grandeur : si $N_C = N_V = 10^{25}$ m-3, que valent ces densités à température ambiante pour un semiconducteur de bande interdite 1 eV ?

On rappelle que k_BT vaut 25 meV à 300K.

3- Le semiconducteur est maintenant de type N, avec un niveau de dopage N_D. Quels sont les porteurs majoritaires et les porteurs minoritaires ? Quelle est la position approximative du niveau de Fermi ?
Calculer la valeur de p.

On écrira également n et p en fonction de l'écart entre E_F et E_i,

Ordre de grandeur : si $N_C = N_V = 10^{25}$ m-3, $N_D = 10^{22}$ m-3, que vaut p à température ambiante pour un semiconducteur de bande interdite 1 eV ?

4- On s’intéresse maintenant aux mécanismes de transport des porteurs. Rappeler pour l’un et l’autre type l’expression de la densité de courant électrique, d’une part en présence d’un champ électrique et d’autre part en présence d’un gradient de densité de porteurs.

5- On considère une zone du semiconducteur où coexistent un champ, électrique et un gradient de densité de porteurs. Dans le cas de l’équilibre thermodynamique, montrer qu’il en résulte une relation entre le coefficient de diffusion et la mobilité (relation d’Einstein).

On pourra représenter sur un diagramme (dit « diagramme de bandes ») la relation entre l’énergie des électrons en bas de bande de conduction et la position.

6- En déduire qu’en dehors de l’équilibre thermodynamique, on peut relier la densité de courant au gradient du niveau de Fermi.

SEMICONDUCTEURS

Corrigé

On s'intéresse ici à un matériau semiconducteur, sans précision de sa nature particulière.

1- Dans cette question, le semiconducteur est un matériau cristallin parfaitement pur.

Quels sont les « porteurs de charge » ? Que peut-on dire de la valeur relative de leur densité ?

Exprimer la densité de chaque type de porteurs (n et p) en fonction d'une grandeur dépendant uniquement du matériau, de la position relative du niveau de Fermi par rapport au niveau bas de la bande de conduction E_C ou au niveau haut de la bande de valence E_V, et de la température.

Revenons sur la notion de « porteurs » : Par porteurs, nous entendons toutes particules ou pseudo-particules porteuse d'une charge élémentaire et libre de se déplacer à l'intérieur du morceau de matière. Pour un SC, N, les porteurs majoritaires sont les électrons de la bande de conduction (i.e. dans un état quantique ou une combinaison d'états de la BC) et les porteurs minoritaires sont les trous de la bande de valence (i.e. les états ou combinaison d'états inoccupés de la bande de valence). Dans tous les cas, le nombre de porteurs est très faible devant le nombre d'états possibles.

Dans le cas pur (intrinsèque), on a exactement n=p.

La densité d'électrons de la bande de conduction se calcule en intégrant le produit de la densité d'états dans cette bande par l'occupation moyenne de l'état. Celle-ci est donnée par la distribution de Fermi-Dirac qui s'approxime à la distribution de Maxwell-Boltzmann car $E—E_F >> k_BT$ pour un état de la BC et une température ambiante. Pour rappel, E_G est de l'ordre de l'eV. (1,12ev pour le Si)

L'approximation de MB donne pour les électrons :

$$f(E) = \exp\left(\frac{E_f - E}{kT}\right) \quad \text{soit} \quad f(E) = \exp\left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right)\exp\left(\frac{E_c - E}{kT}\right)$$

Le paramètre E_f étant fixé par le décompte du nombre total N d'électrons $N = \int_{E=0}^{+\infty} f(E)D(E)dE$

Le nombre d'électrons dans la bande de conduction est donné par : $n = \int_{E=E_c}^{+\infty} f(E)D(E)dE$

On en déduit : $n = N_c \exp\left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right)$

Même calcul pour les trous de la BV en intégrant sur les états non occupés de la BV dont la distribution est donné par 1-f(E).

$p = \int_{E=0}^{E_v} [1 - f(E)]D(E)dE$ avec $\quad 1 - f(E) = \exp\left(\frac{E - E_f}{kT}\right) = \exp\left(\frac{E - E_v}{kT}\right)\exp\left(\frac{E_v - E_f}{kT}\right)$

$$p = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_f}{kT}\right)$$

2- En déduire la valeur de chacune de ces densités.

Quelle est « l'énergie d'activation » gouvernant la variation exponentielle avec la température ?

Quelle est l'énergie du niveau de Fermi (dite « intrinsèque » pour ce semiconducteur pur) ?

Ordre de grandeur : si $N_C = N_V = 10^{25}$ m-3, que valent ces densités à température ambiante pour un semiconducteur de bande interdite 1 eV ?

On rappelle que k_BT vaut 25 meV à 300K.

Comme on a n=p, cela impose : $N_C exp\left(\frac{E_f - E_C}{kT}\right) = N_V exp\left(\frac{E_V - E_f}{kT}\right)$
D'où $E_F = \frac{E_V + E_C}{2} + \frac{k_BT}{2} ln\left(\frac{N_V(T)}{N_C(T)}\right) = E_i$
Autrement dit, E_F est proche du milieu de la bande interdite. On l'appelle Niveau de Fermi intrinsèque (noté E_i).

Le produit np est inchangé : $np = N_c N_v \exp(-E_g/kT) = A = n_i^2$ où n_i est la densité intrinsèque. En effet ce produit traduit une loi d'action de masse relatif à la réaction $e^- + t^+ \leftrightarrows$ énergie.

En effet, la création d'une paire $e^- + t^+$ est purement thermique et est donc fixée à une température donnée. Pour que l'équilibre soit maintenu, il faut que p soit divisé par 2 si n est multiplié par 2, de façon à conserver la probabilité de la réaction de recombinaison de la paire $e^- + t^+$ (probabilité de « rencontre » des particules).

n=p=$N_i(T) = \sqrt{N_C(T)N_V(T)}\exp(-E_G/2k_BT)$
La concentration de porteurs suit donc essentiellement une loi d'activation thermique (si on omet les lentes variations de N_C et N_V avec T), faisant intervenir une énergie d'activation qui est la moitié du gap.

Dans l'AN, on trouve un peu moins de 2x10^{16} porteurs de chaque type / m^3. Cela peut sembler beaucoup, mais ça correspond à moins de 2x10^{10} porteurs / cm^3, ou encore 1 porteur par cube de 3 µm de côté, et pour parfaire environ un porteur de chaque type pour 50 milliards d'atomes de silicium !

3- Le semiconducteur est maintenant de type N, avec un niveau de dopage N_D (tous les donneurs sont ionisés). Quels sont les porteurs majoritaires et les porteurs minoritaires ? Quelle est la position approximative du niveau de Fermi ?
Calculer la valeur de p.

On écrira également n et p en fonction de l'écart entre E_F et E_i,

Ordre de grandeur : si $N_C = N_V = 10^{25}$ m-3, $N_D = 10^{22}$ m-3, que vaut p à température ambiante pour un semiconducteur de bande interdite 1 eV ?

Le produit np est inchangé : $np = N_c N_v \exp(-E_g / kT) = A = n_i^2$ où n_i est la densité intrinsèque. En effet ce produit traduit une loi d'action de masse relatif à la réaction $e^- + t^+ \leftrightarrows$ énergie.

A très peu de choses près, $n \approx N_D$, ce qui impose que le niveau de Fermi soit proche de la BC. Et par contrecoup, $p \approx n_i^2 \ / N_D$.

Dans l'AN, on trouve de l'ordre de 10^{10} trous / m^3, soit encore de l'ordre de 10 trous par mm^3, ce qui est extrêmement faible.

Noter au passage que n_i augmente exponentiellement avec la température ce qui a pour conséquence de masquer le dopage dès que la température devient trop élevée (n_i voisin de N_D).

Par ailleurs, lorsque E_F s'écarte de E_i, la densité d'électrons comme de trous varie exponentiellement à l'écart, on a donc de façon générale :

$$n = n_i exp\left(\frac{E_F - E_i}{k_B T}\right) \quad \text{et} \quad p = n_i exp\left(\frac{E_i - E_F}{k_B T}\right)$$

4- On s'intéresse maintenant aux mécanismes de transport des porteurs. Rappeler pour l'un et l'autre type de porteurs l'expression de la densité de courant électrique, d'une part en présence d'un champ électrique et d'autre part en présence d'un gradient de densité de porteurs.

Il s'agit du courant de « dérive » : $\vec{J} = (n\mu_n + p\mu_p)|e|\vec{F}$

où $\vec{F}$ est le champ électrique (comme « Field » en anglais et pour éviter toute confusion avec l'énergie).

On peut rappeler que ce régime « ohmique » provient de la limitation de l'accélération des porteurs chargés par les collisions avec toutes sortes d'imperfections (phonons = vibrations du réseau, notamment, mais aussi les impuretés ionisées).

Courant de diffusion : $\vec{J}_{n,diff} = -eD_n \vec{\nabla} n \ = +|\mathrm{e}| \ D_n \vec{\nabla} n$

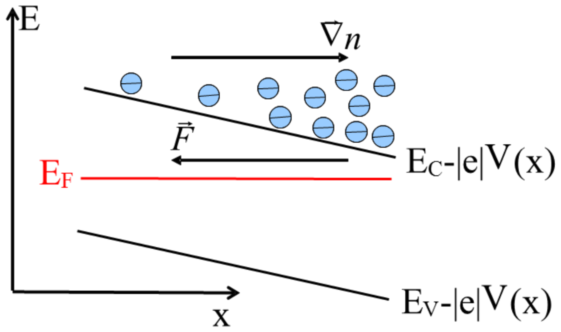
5- On considère une zone du semiconducteur où coexistent un champ, électrique et un gradient de densité de porteurs. Dans le cas de l'équilibre thermodynamique, montrer qu'il en résulte une relation entre le coefficient de diffusion et la mobilité (relation d'Einstein).

Prenons simplement le cas des électrons en 1D :

$$n(x) = \int \quad exp\left[-\frac{(\varepsilon_n(\vec{k}) - |e|V(x) - E_F)}{k_B T}\right] \frac{2}{(2\pi)^3} d^3k = n_0 \, exp\left[\frac{|e|V(x) + E_F}{k_B T}\right]$$

$$\frac{1}{n}\frac{dn}{dx} = \frac{|e|}{k_B T}\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{|e|}{k_B T}F \qquad 0 = |e| n\mu_n F + |e| D_n n \frac{-|e|}{k_B T} \qquad D_n = \frac{k_B T}{|e|}\mu_n$$

La superposition de l'énergie des bandes et de l'énergie potentielle du champ électrique nous permet de raisonner aisément sur ce « diagramme de bandes » où l'on voit bien que les électrons tendent à s'accumuler dans les zones de plus basse énergie. Ce type de raisonnement graphique est extrêmement puissant pour aider à comprendre « avec les mains » le fonctionnement des composants.



6- En déduire qu'en dehors de l'équilibre thermodynamique, on peut relier la densité de courant au gradient du niveau de Fermi.

En reprenant $\vec{J}_n = |e|(D_n\vec{\nabla}n + n\mu_n\vec{F})$, on obtient facilement $\vec{J}_n = n\mu_n\vec{\nabla}E_{Fn}$ en tenant compte de $\vec{F} = -\vec{\nabla}V = -\vec{\nabla}\left(\frac{E_C(x)}{e}\right) = \frac{1}{|e|}\vec{\nabla}E_C$ et de la relation d'Einstein $D_n = \frac{k_B T}{|e|}\mu_n$. Il en serait bien entendu de même pour les trous.

Evidemment à l'équilibre thermique, E_F est constant donc le courant est nul.

Dans le cas hors d'équilibre, on voit donc apparaître une notion de quasi-niveau de Fermi, dont on imagine aisément qu'elle a des chances d'être valide lorsque l'écart à l'équilibre n'est pas trop violent, c'est-à-dire pour des champs qui ne sont pas trop forts (dans le régime linéaire de la relation vitesse-champ). Illustration amusante qui vaut ce qu'elle vaut : si vous montez du des skis à faible pente, vous atteignez très vite une vitesse limite stable, tout se passe bien. En revanche si la pente est de 90°, vous n'allez pas tenir sur les skis et partir en roulade très rapide, vous êtes sorti du régime linéaire ☺.