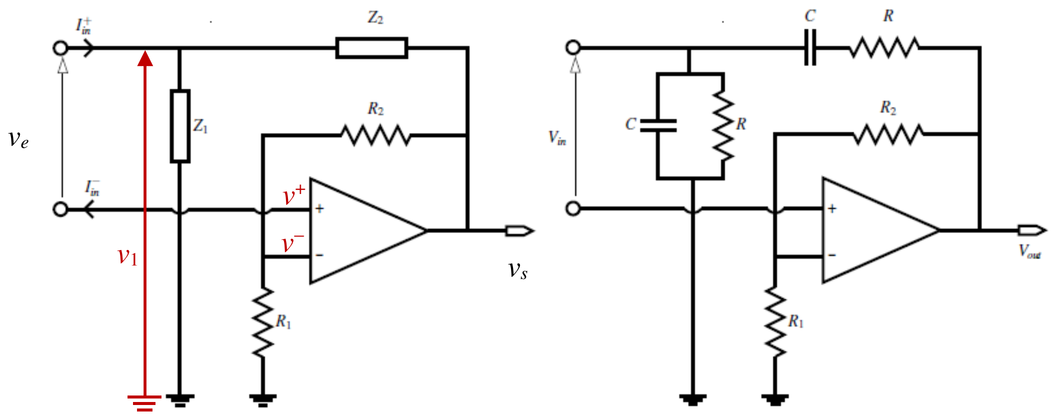
ELEC101 – Corrigés exos LG3 Amplification 2

Ex. 1 : Amplificateur différentiel – Calcul de la fonction de transfert d'un circuit à base d'amplificateur opérationnel

On considère le circuit dont la stabilité a déjà été étudiée précédemment dans le chapitre sur la transformée de Laplace, la FT étant donnée. L'objectif est ici de la calculer.

L'amplificateur opérationnel est supposé idéal : le gain en tension de l'amplificateur est infini et indépendant de la fréquence et son impédance d'entrée est infinie. La tension d'entrée v_{in} est une tension différentielle (donc $I_{in}^{+} = I_{in}^{-}$).



1. *En utilisant la représentation haut-niveau de la figure, calculer la fonction de transfert* $F(p) = \frac{v_s(p)}{v_e(p)}$ *en fonction de* $a = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ *et* $H = \frac{Z_1}{Z_1+Z_2}$

   Dans ce genre de circuits (AOP idéal, etc.), inutile de nommer des courants : utiliser UNIQUEMENT des « ponts diviseurs » (ou « diviseurs de tension »).

   AOP idéal $\rightarrow$ impédances d'entrée (différentielle et de mode commun) $\infty \implies i^+ = i^- = 0$ & gain $\infty \implies v^+ = v^-$.

   Soit v_1 la tension aux bornes de Z_1 ; Z_1 et Z_2 sont parcourues par le même courant (car $I_{in}^{+} = 0$), donc :

   $v_1 = \frac{Z_1}{Z_1+Z_2} v_s$; Idem pour R_1 et R_2 (car $i^- = 0$), donc : $v^- = \frac{R_1}{R_1+R_2} v_s$

   Par ailleurs : $v_1 = v_e + v^+ = v_e + v^-$

   d'où : $\frac{Z_1}{Z_1+Z_2} v_s = v_e + \frac{R_1}{R_1+R_2} v_s \implies (H - \frac{1}{a}) v_s = v_e \implies \boxed{F(p) = \frac{v_s(p)}{v_e(p)} = \frac{-a}{1-aH}}$

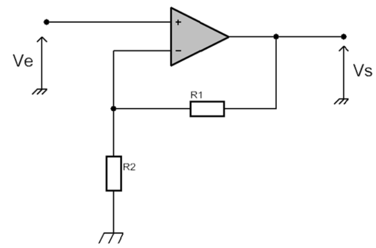
2. *En particularisant les dipôles* Z_1 *et* Z_2 *selon la figure de droite, exprimer* $Z_1(p)$, $Z_2(p)$ et $H(p)$ *en fonction de* $\tau = RC$

   $Z_1(p) = R//C = \frac{R\frac{1}{Cp}}{R+\frac{1}{Cp}} = \frac{R}{1+\tau p}, \quad Z_2(p) = R + \frac{1}{Cp} = \frac{1+\tau p}{Cp}$ et $H(p) = \frac{\frac{R}{1+\tau p}}{\frac{R}{1+\tau p}+\frac{1+\tau p}{Cp}} = \frac{\tau p}{1+3\tau p+\tau^2p^2}$

3. Donner l'expression de la fonction de transfert F(p) en fonction de a et de τ

   $F(p) = \frac{-a}{1-aH} = \frac{-a}{1-a\frac{\tau p}{1+3\tau p+\tau^2p^2}} = \frac{-a(1+3\tau p+\tau^2p^2)}{1+3\tau p+\tau^2p^2-a\tau p} = \frac{-a(1+3\tau p+\tau^2p^2)}{1+(3-a)\tau p+\tau^2p^2}$

Ex. 2 : Etude de la stabilité d'un système bouclé



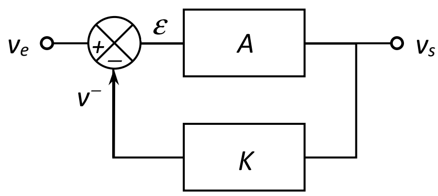
On considère le circuit ci-contre.

1. *On suppose dans un premier temps l'AOP parfaitement idéal. Exprimer la fonction de transfert* $H_0 = \frac{v_s}{v_e}$ *de l'amplificateur.*

   AOP idéal $\Longrightarrow i^- = 0$ et $v_e = v^+ = v^-$ donc : $v_e = \frac{R_2}{R_1+R_2} v_s$,

   soit $H_0 = \frac{R_2+R_1}{R_1}$

2. *On suppose maintenant que le gain différentiel A de l'AOP est fini et donné par :*



$$A(p) = \frac{A_0}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}, \quad \text{avec} \quad \tau_1 >> \tau_2$$

Montrer que le fonctionnement du circuit peut être représenté par le schéma fonctionnel ci-contre. Déterminer K et exprimer le gain en boucle fermée $H = v_s / v_e$ *en fonction de A et de K.*

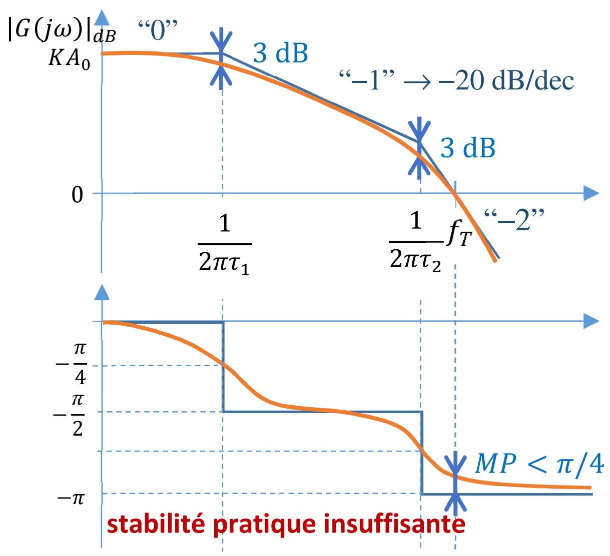
$v_s = A(v^+ - v^-) = A(v_e - \frac{R_2}{R_1+R_2} v_s) \Longrightarrow H = \frac{A}{1+KA}$, avec $K = \frac{R_2}{R_1+R_2}$

3. *Tracer les diagrammes de Bode asymptotique, puis « réel » (approché à main levée) du gain en boucle ouverte* $G = \frac{v^-}{\varepsilon}$, *pour les deux cas :* $\tau_2 \omega_T > 1$ et $\tau_2 \omega_T < 1$ où $f_T = \omega_T / 2\pi$ *est la fréquence de transition de l'AOP. On indiquera l'écart (en dB) entre les tracés des gains « réel » et asymptotique pour les points d'intérêt, ainsi que la* marge de phase MP *sur les diagrammes.*

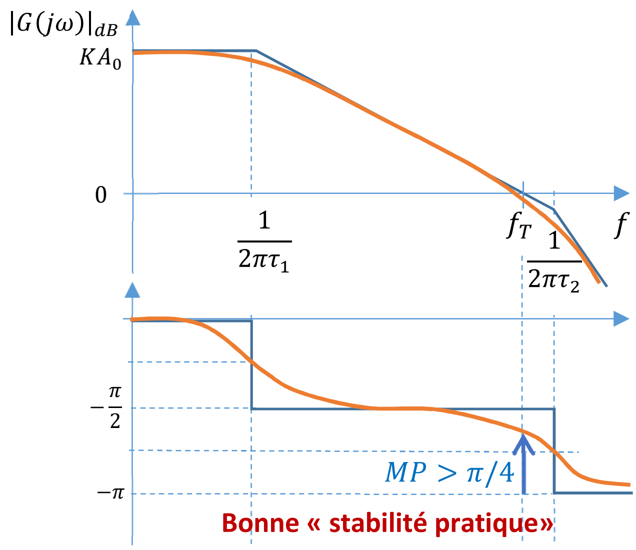
Pour calculer le gain en boucle ouverte, il suffit de calculer $G = \frac{v^-}{\varepsilon}$ en coupant la boucle de retour au niveau du soustracteur. On a ainsi : $G(p) = \frac{v^-}{\varepsilon} = KA = \frac{KA_0}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$

$G(j\omega) = \frac{KA_0}{(1+j\omega\tau_1)(1+j\omega\tau_2)} \quad \Longrightarrow \quad |G(j\omega)| = \frac{KA_0}{\sqrt{(1+\omega^2\tau_1^2)(1+\omega^2\tau_2^2)}}$, avec $\frac{1}{\tau_1} \ll \frac{1}{\tau_2}$

$\tau_2 \omega_T > 1$



$\tau_2 \omega_T < 1$



$\frac{1}{\tau_1} \ll \frac{1}{\tau_2} \quad \Longrightarrow \quad |G(j\omega_1)| \cong \frac{KA_0}{\sqrt{2}} \Longrightarrow \quad |G(j\omega_1)|_{dB} = 20\log|G(j\omega_1)| \cong G_{0dB} - 3$, avec $G_0 = |G(0)|$

$|G(j\omega_2)| \cong \frac{KA_0}{\omega_2 \tau_1 \sqrt{2}} \Longrightarrow \quad |G(j\omega_2)|_{dB} = 20\log|G(j\omega_2)| \cong |G(0)|_{dB} - 20\log\omega_2\tau_1 - 3 = \left|G_{asym}(j\omega_2)\right|_{dB} - 3,$

Marges de phase MP : $MP = \varphi(\omega_T) - (-\pi) = \varphi(\omega_T) + \pi \quad \rightarrow$ stabilité « pratique » : $MP > \frac{\pi}{4}$

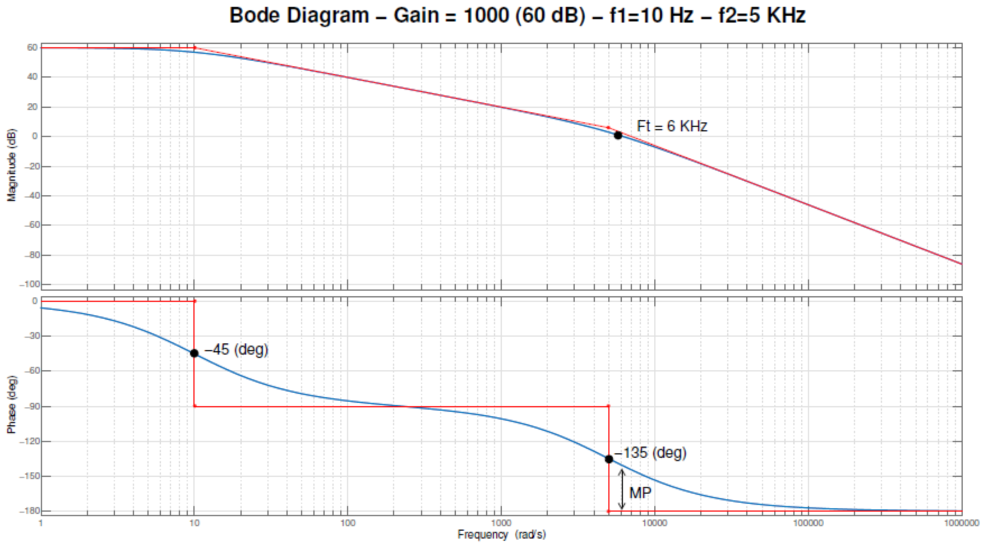


FIGURE 1.5 – Premier cas $f_T > \frac{1}{2\pi\tau_2}$

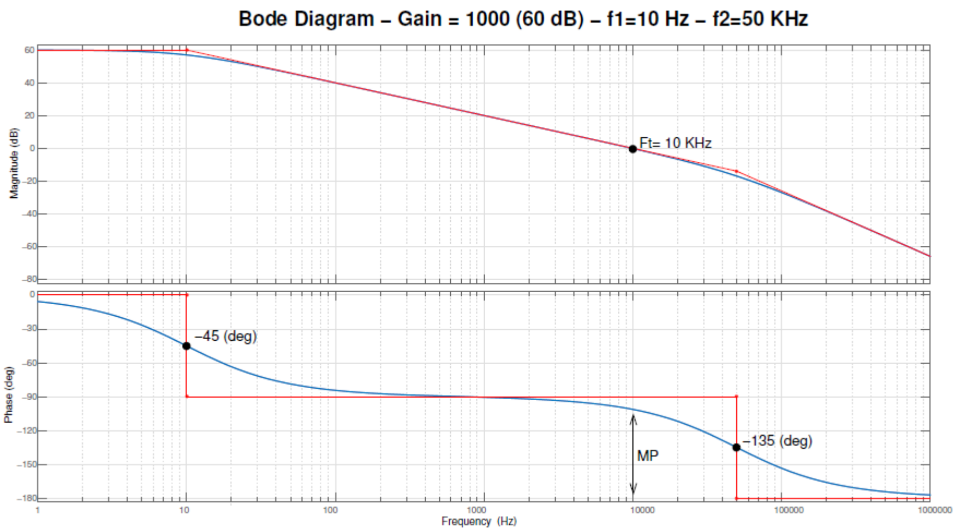


FIGURE 1.4 – Premier cas $f_T < \frac{1}{2\pi\tau_2}$

4. *Donner la condition pour assurer une marge de phase suffisante* $MP \geq \pi/4$. *En quoi cette condition a une relation avec la « conservation du produit gain-bande » ?*

On a exactement $MP = \frac{\pi}{4}$ pour $\omega_T = \omega_2 \Longrightarrow \omega_T \leq \omega_2$ est la condition.

L'approximation du « produit gain-bande » $f_T \cong PBG = G_0 f_1$ est d'autant meilleure que $f_2 \gg f_T$, c'est-à-dire que $MP \rightarrow \frac{\pi}{2}$. Mais par ex. pour $f_2 = f_T$, (c'est-à-dire $MP = \frac{\pi}{4}$), on a : $f_T \cong \frac{PBG}{\sqrt{2}}$.