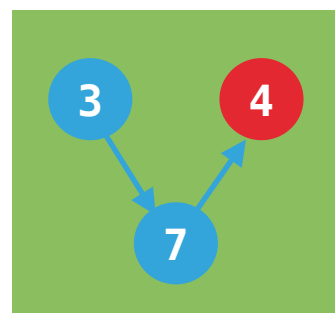
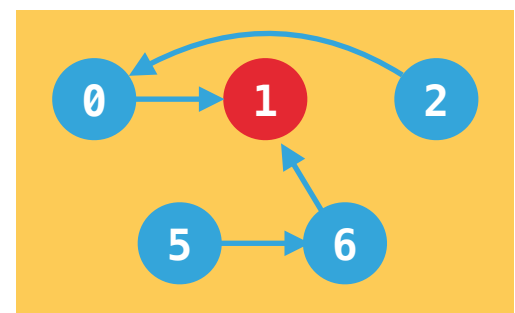


QUESTION 5.1.1 UNION-FIND: WEIGHTED QUICK-UNION

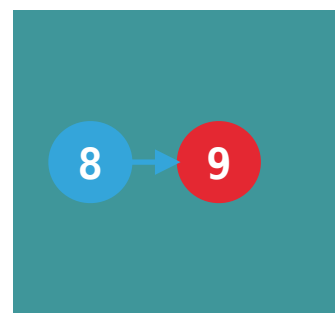
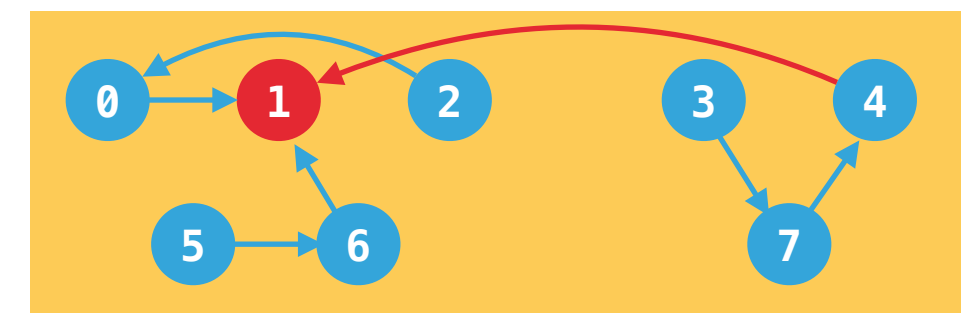
Val	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Rep 1 1 0 7 4 6 1 4 9 9



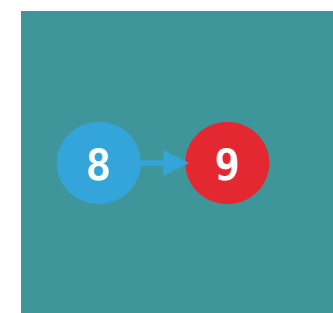
Val	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Rep 1 1 0 7 **1** 6 1 4 9 9



```
int find(int a) { //O(n) ?
    if(tab[a] != a)
        return find(tab[a]);
    return a;
}

void union(int a, int b) { //O(n) ?
    int i = find(a);
    int j = find(b);
    if(size[i] > size[j])
        return union(j, i);
    tab[i] = j;
    size[j] += size[i];
}
```



QUESTION 5.1.1 UNION-FIND: WEIGHTED QUICK-UNION

La hauteur d'un arbre avec k noeuds en weighted quick-union est au plus $\log(k)$. Par induction.

La hauteur d'un arbre de 1 noeud est 0, donc c'est bon pour $k = 1$ ($\log(1) = 0$).

Par induction, considérons que c'est vrai pour tout $i < k$. Prenons deux arbres avec un nombre de noeud i et j tel que $i \leq j$ et $i + j = k$.

On merge donc i sur j . La hauteur des noeuds de i augmente de 1. Or

$$1 + \log(i) = \log(2) + \log(i) = \log(2i) \leq \log(i + j) = \log(k)$$