LSINF1121 TP5: PQ, UNION-FIND ET HUFFMAN

QUESTION 5.1.9 HEAPIFY

Prouvez qu’on fait cette opération en O(n)

Pour n=2^m - 1, on a:

- tableaux de taille 1 à heapifier. Coût
- tableaux de taille 3.
- tableaux de taille 7.
- ....

$$2^{m-1}$$

$$2^{m-2}$$

2^{m-3}

$$2^{m-1} \cdot \log(1) = 0$$

$$2^{m-2} \cdot \log(3) \sim 2 \cdot 2^{m-2}$$

$$2^{m-3} \cdot \log(7) \sim 3 \cdot 2^{m-3}$$

$$\sum_{i=2}^{m} i \cdot 2^{m-i} = \sum_{i=2}^{m} i \cdot \frac{n}{2^i} = n \sum_{i=2}^{m} i \cdot (\frac{1}{2})^i$$

Or on a que $\sum_{k=0}^{\infty} kx^k = \frac{x}{(1-x)^2}$ si $|x| < 1$

D'où $n \sum_{i=2}^{m} i \cdot (\frac{1}{2})^i \leq 2n$

QUESTION 5.1.9 HEAPIFY

Prouvez qu'on fait cette opération en O(n)

Pour n=2^m - 1, on a:

- 2^{m-1} tableaux de taille 1 à heapifier. Coût $2^{m-1} \cdot \log(1) = 0$
- 2^{m-2} tableaux de taille 3. $2^{m-2} \cdot \log(3) \sim 2 \cdot 2^{m-2}$
- 2^{m-3} tableaux de taille 7. $2^{m-3} \cdot \log(7) \sim 3 \cdot 2^{m-3}$
- ....

$$\sum_{i=2}^{m} i \cdot 2^{m-i} = \sum_{i=2}^{m} i \cdot \frac{n}{2^i} = n \sum_{i=2}^{m} i \cdot (\frac{1}{2})^i$$

Or on a que $\sum_{k=0}^{\infty} kx^k = \frac{x}{(1-x)^2}$ si $|x| < 1$

D'où $n \sum_{i=2}^{m} i \cdot (\frac{1}{2})^i \leq 2n$

QUESTION 5.1.10 HUFFMAN

A - 5	B - 3	C - 1	D - 2	E - 8	F - 7	G - 5