#### Le parallélisme : pourquoi et comment?

Jérôme Lelong

Ensimag

Année 2013-2014

Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance

Année 2013-2014 1



#### Contexte

- ▶ Réduire le temps à attendre pour obtenir le résultat
- ▶ Résoudre des problèmes de plus grande taille
- Mutualiser les ressources de plusieurs machines : plus de mémoire et plus de puissance
- ▶ Tirer profits des architectures multi-cœurs
- Mieux utiliser les machines de bureau largement sous exploitées : les plusieurs PC reliés en réseau (très utilisé dans les banques)
- ► Effectuer un nombre de calculs toujours plus importants en un temps fixé : calculs d'exposition au risque (batchs nocturnes), valorisation de produits très sophistiqués (dérivés de crédit par par exemple)
- Les limites du séquentiel
  - ► La vitesse d'accès à la mémoire (optimisations de code possibles)
  - ► Economiquement plus viable de multiplier le nombre de coeurs que d'augmenter la fréquence (problème de surchauffe et miniaturisation)



#### Organisation du cours

- ► Horaires : le lundi matin 8h15 11h45. En général un CM puis un TP.
- Evaluation :
  - ▶ Mini-projet sur les 2 dernières séances de TP
  - Contrôle écrit

Note finale = (Projet + contrôle écrit) / 2.

▶ Quid des TPs...

érôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 2 / 31



### Objectifs

- ► Se familiariser avec les différents concepts.
- Comprendre l'intérêt des concepts vus en cours pour les applications pratiques.
- Mettre en œuvre les différents concepts sur des exemples simples et en comprendre les difficultés.
- ► Réaliser un pricer parallèle.

Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 3/31 Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 4/31

# Plan du cours

- ► Les cours magistraux
  - ► Pourquoi le parallélisme ? Les différentes architectures.
  - ▶ OpenMP
  - ► OpenMPI : messages simples
  - ▶ Les générateurs de nombres aléatoires
  - ▶ OpenMPI : manipulation de structures complexes
- ▶ Les TP
  - ▶ Prise en main de la libraire *PNL* pour la partie calculs mathématiques.
  - D'abord des exemples simples : le Monte Carlo européen (OpenMP puis OpenMPI)
  - Transporter des objets complexes (matrices, vecteurs, structures quelconques) avec OpenMPI
  - ▶ Un pricer parallèle

Jérôme Lelong (Ensimag) Calcui

Année 2013-2014

Jérôme Lelona (Ensi

alcul parallèle en finance

Année 2013-2014 6

Grenoble INP

# Les différents types de parallélisme (classification de Flynn)

- ▶ architecture séquentielle : SISD (Single Instruction Single Data)
- parallélisme de données : réaliser les mêmes opérations sur des données différentes (machines vectorielles, GPU). Fonctionnement de type SIMD (Single Instruction Multiple Data).
  - Exemple type : calcul matriciel
  - → diviser les données en blocs
- parallélisme d'instructions : réaliser des opérations différentes sur des données différentes (plusieurs processeurs indépendants).
   Fonctionnement de type MIMD (Multiple Instructions Multiple Data)
  - diviser pour régner, résolution de plusieurs sous problèmes.

Les architectures

2 Les modèles de parallélisme

3 Et la finance dans tout ça?

Mesure de performances

Grenoble INP Ensimag

#### Pourquoi le parallélisme est-il inéluctable?

- ▶ Plafonnement de la vitesse des processeurs
  - ► Loi de Moore (1965) et limites physiques : ce n'est pas la puissance mais la densité de transistors qui double tous les 18 mois.
  - ▶ Patterson (2007) : si la fréquence continue à augmenter, on ne pourra plus allimenter tout ce que l'on sait mettre sur une puce.
- Comment améliorer les performances :
  - ► hausse de la fréquence ⇒ hausse consommation et température
  - ré-ordonnancement : plus de concurrence dans l'ordre des instructions.
  - caches plus grands et plus rapides

Les 2 premiers points s'épuisent.

- ► Plus de cœurs = gain d'énergie
- La mémoire est un goulet

érôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 7/31 Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 8/31

# Grenoble INP

#### La mémoire est un goulet

- ► Les accès mémoire limitent souvent les performances **Example** : a[i] = b[i] + c[i]. Les 3 accès prennent plus de temps que l'addition
  - ▶ 2 lectures et une écriture
  - ► l'addition se fait en un cycle
  - Core 2 duo P8800 (FSB=1033 Mhz, CPU=2.66 Ghz) → 2.5 cycles de CPU pour transférer 64 bits.
- ▶ localité de la mémoire : prises en compte des caches, contiguité des données à accéder, . . .

Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance



Caches et multi-cœurs

Année 2013-2014

- Avantages
  - ► identique à un cache simple
  - ▶ pas de problème liée à la cohérence
- Inconvénients
  - bande passante limitée
  - taille réduite
  - ► maintien en cohérence ?



#### Caches et multi-cœurs

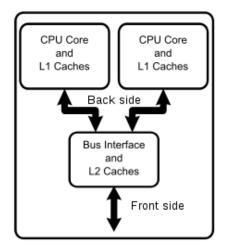


FIGURE: partage des caches (source : Wikipédia)

Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 10 / 31



## Les architectures I

- Les machines mutli-coeurs : mémoire partagée (centralisée). Toutes les tâches ont la même image de la mémoire
  - ► mauvais passage à l'échelle
  - programmation assez facile (OpenMP)
  - pas de problèmes de transmission de messages mais des accès concurrents
- Les clusters de PC: mémoire distribuée. Chaque tâche a sa mémoire locale. L'accès à la mémoire d'une autre tâche passe par un accès réseau
  - ► bon passage à l'échelle
  - programmation délicate.
  - ▶ pas d'accès concurrents mais besoin d'un protocole de communication.
  - rapport calcul/communication : choix du grain de parallélisation ?

Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 11/31 Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 12/31



#### Les architectures II

- clusters de machine multi-coeurs : parallélisation à 2 niveaux avec un premier niveau en mémoire distribuée puis un second en mémoire partagée, typiquement au sein de chaque noeud.
  - ▶ Programmation délicate avec deux niveaux de parallélisme
  - L'optimisation est délicate
  - ► Les gains potentiels de performance sont meilleurs
- Nouvelles architectures de type grille : unités de calculs hétérogènes connectées sur un réseau classique.

Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 13



#### Mémoire distribuée

- Chaque processeur a sa propre mémoire locale, pas d'adressage globale.
- Chaque processeur travaille indépendamment des autres et ne voit pas les modifications faites par les autres.
- ► L'accès à de la mémoire d'un autre processeur se fait par la mise en oeuvre explicite d'une communication
  - viet temps d'accès réseau pour la mémoire non locale.
- ► A priori, peu adaptée aux problèmes mathématiques non locaux



#### Mémoire partagée

- Même espace d'adressage global pour toutes les tâches mais une mémoire locale propre
- Chaque processeur/coeur travaille indépendamment des autres mais les modifications faites par l'un sont immédiatement visibles par tous les autres.
  - → protection des accès mémoire
- 2 types de mémoire partagée :
  - Uniform Memory Access (UNA). Même temps d'accès mémoire pour tous les processeurs : Symmetric MultiProcessor (SMP).
  - Non Uniform Memory Access (NUNA). Conçues pour pallier les accès concurrents via un bus unique. Tous les processeurs peuvent accéder à toute la mémoire mais pas au même coût. Présence de mémoire cache locale.

Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 14/31

- Les architectures
- Les modèles de parallélisme
- 3 Et la finance dans tout ça?
- Mesure de performances

érôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 15 / 31 Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 16



#### Choix du modèle de parallélisme

Grenoble INP Ensimag

#### Décomposition du code

- Plusieurs paramètres influencent ce choix :
  - ► Flexibilité : support de différentes architectures.
  - Efficacité : bon passage à l'échelle.
  - ► Complexité : contenir le coût de maintenance du code.
- ► Il faut analyser les éléments suivants :
  - ▶ Regroupement de données : indépendance ou dépendance temporelle.
  - Ordonnancement : identifier quelles tâches créent quelles données et quelles données sont requises par quelles tâches.
- ► Partage des données :
  - ► Quelles données sont partagées entre plusieurs tâches.
  - ► Garantir l'accès aux données.

Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 17



# Les modèles de parallélisme

- ► SPMD (Programme unique, données multiples)
- Maître/Esclave
- ▶ Manager/Travailleur
- ► Fork/Join
- ▶ Boucle
- ► Flux

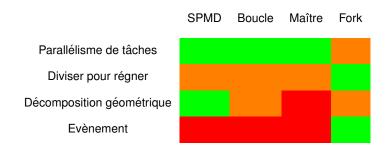
- ▶ Identifier les éléments qui autorisent un traitement parallèle.
- Comment décomposer le code pour obtenir le meilleur degré de parallélisme?
- Parallélisme de tâches : le code séquentiel se découpe en plusieurs sous-tâches qui peuvent être exécutées indépendamment.
- ► Parallélisme de données : le problème peut se découper en plusieurs problèmes sur des sous-parties indépendantes des données.
- Parallélisme de flux : les données arrivent de manière séquentielle.
  Principe du travail à la chaine : pipeline.

Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 18 / 31



#### Modèles et algorithmes

Année 2013-2014



Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 19 / 31 Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en f

#### Grenoble INP Ensimag

#### Modèles et paradigmes



Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 21 /



Et la finance dans tout ça? I

#### Méthodes Monte–Carlo Européen. $\mathbb{E}(f(X)) \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} f(X_i)$ .

- ▶ Vitesse de convergence de l'ordre de  $\sqrt{n}$  Var(f(X)).
- ► Une bonne précision implique *n* grand
  - $\leadsto$  temps de calcul très long.
- ▶ Pas de lien entre les itérations, facile à mettre en œuvre sur une architecture parallèle
  - besoin de générateurs aléatoires parallèle,
  - i.e. chaque processus doit pouvoir générer une suite de nombres statiquement indépendants de celles utilisées par les autres processus.

Les architectures
 Les modèles de parallélisme
 Et la finance dans tout ça?
 Mesure de performances

Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 22 / 31



Et la finance dans tout ça? II

Valorisation d'un gros portefeuille de produits financiers : cas typique de l'évaluation des risques imposée aux établissements financiers par les règles de Bâle

- ▶ Les calculs sont indépendants :
- Complexité des calculs très inégale : bcp de calculs très courts et peu de calculs vraiment coûteux
  - ~> répartition des calculs difficile : engorgement rapide du maître dans une stratégie maître/esclave.
- ▶ Besoin de pouvoir estimer la complexité d'un calcul pour que le calcul parallèle soit efficace :
  - Minimiser le nombre de communications (il est plus rapide d'envoyer un *gros* paquet que d'envoyer une *multitude de petits* paquets).

Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 23 / 31 Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 24 / 3



#### Et la finance dans tout ça? III

#### Les problèmes délicats.

 Pricing d'options américaines : résolution de l'équation de programmation dynamique

$$\begin{cases} u_T = \phi(S_T) \\ u_t = \max(\mathbb{E}(u_{t+1}|\mathcal{F}_t), \phi(S_t)) \end{cases}$$

► Résolution d'EDP : typiquement un algorithme itératif en temps

$$(\partial_t + \mathcal{L})u = f$$

 Possibilité d'utiliser localement un code parallèle : recours à des librairies spécifiques (Scalapack, FFTW, ...)

Jérôme Lelong (Ensimag

Calcul parallèle en finance

Année 2013-2014

Jérôme Lelong (Ensimag)

alcul parallèle en finance

Année 2013-2014

. . . . . .

### Grenoble INP Ensimag

#### Mesure de performances I

► Un calcul séquentiel se décompose en 3 phases : une phase d'initialisation, une phase de calcul, une phase de finalisation

$$T_{total} = T_{init} + T_{calcul} + T_{final}$$

▶ Si le calcul se réalise sur P processeurs / cœurs

$$T_{total}(P) = T_{init} + \frac{T_{calcul}}{P} + T_{final}$$

Deux notions sont essentielles pour mesurer la performance d'un code parallèle

#### Definition

Le speedup

$$S(P) = \frac{T_{total}}{T_{total}(P)}$$

L'efficacité

$$E(P) = \frac{S(P)}{P}$$

Les architectures

2 Les modèles de parallélisme

3 Et la finance dans tout ça?

Mesure de performances

Grenoble INP Ensimag

Mesure de performances II

- ▶ En règle général, on a toujours S(P) < P et E(P) < 1.
- ► Dans de rares cas, on peut légèrement dépasser ces bornes supérieures mais il faut alors soigneusement argumenter les résultats obtenus. Une explication possible :
  - changement de hiérarchie mémoire.
  - ▶ taille des caches mémoire : toutes les données peuvent rester en cache.

Jérôme Lelong (Ensimag) Calcul parallèle en finance Année 2013-2014 27 / 31

cimag) Calcul parallòlo en finance

Année 2013-2014 28 / 31



#### Loi de Amdhal I

Les parties du code qui ne peuvent s'exécuter simultanément représentent une certaine fraction du temps total d'exécution

$$\gamma = \frac{T_{init} + T_{final}}{T_{total}(1)}$$

#### Definition (loi de Amdhal)

$$S(P) = \frac{T_{total}(1)}{\left(\gamma + \frac{1-\gamma}{P}\right) T_{total}(1)} = \frac{1}{\gamma + \frac{1-\gamma}{P}}$$

- ▶ C'est un speedup idéal qui ne prend pas en compte les aléas de programmation : gestion des threads, étranglement.
- ► Cette loi suppose qu'il n'y a pas de surcoût lié au parallélisme

Année 2013-2014 29 / 31



## Loi de Gufstason

 $\blacktriangleright$  On normalise  $\gamma$  par rapport au nombre d'unités de calcul utilisées

$$\gamma(P) = \frac{T_{init} + T_{final}}{T_{total}(P)}$$

# Definition (loi de Gufstason)

$$S(P) = P(1 - \gamma(P)) + \gamma(P)$$

► Cette version permet d'étudier l'influence du nombre d'unités de calcul sur le speedup.

Année 2013-2014 31 / 31

#### Loi de Amdhal II

- 1  $\gamma$  représente la part de code parfaitement parallélisable
- ► Le borne supérieure du speedup est donnée par

$$S(P) < \frac{1}{\gamma}$$

▶ A charge constante, il est inutile de continuer à augmenter le nombre de processeurs.

Année 2013-2014 30 / 31