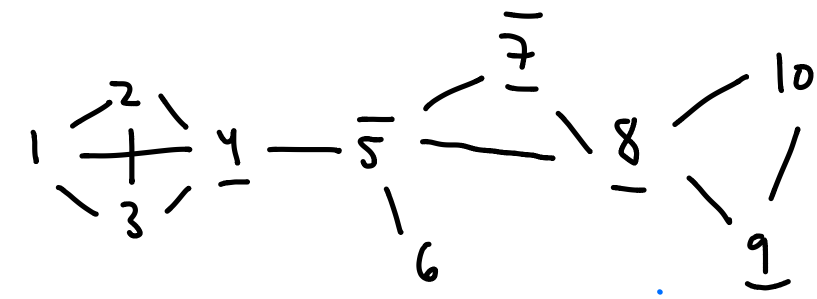
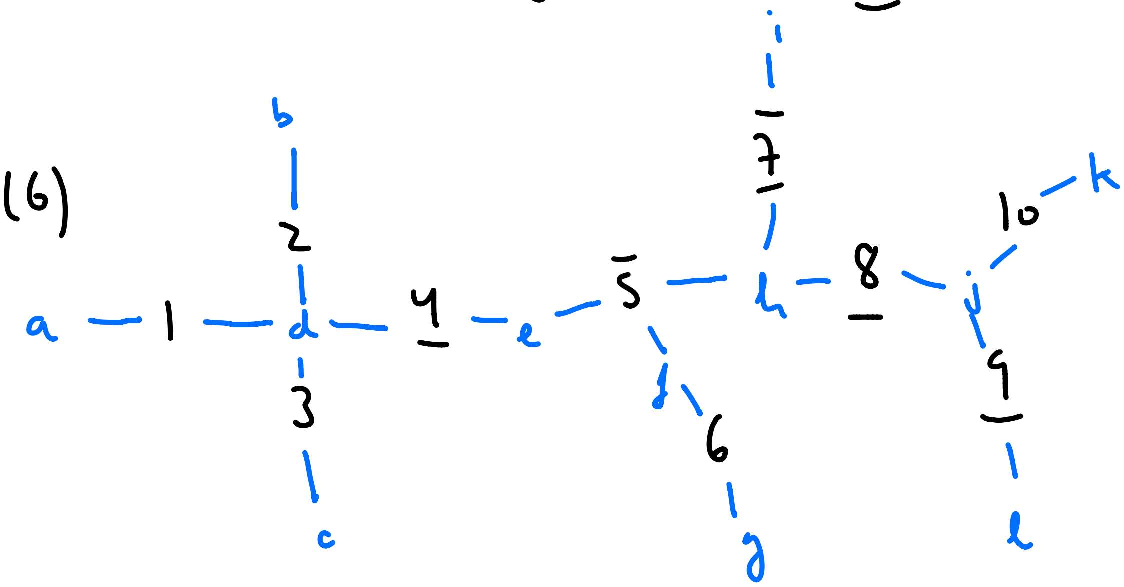
G



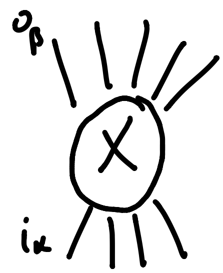
Sk(G)



<u>Épine</u> sur G

- arbre orienté avec sommets étiquetés par une partition de $V = \{1, 2, 3, \underline{4}, \overline{5}, 6, \underline{\overline{7}}, \underline{8}, \underline{9}, 10\}$

- condition locale



1 entrante pour chaque cc de $Sk(G) \setminus \underline{X}$, avec $sc(i_x)$ dans cette composante.

- arêtes étiquetées par des ss-ensembles de $\{a, .., l\}$

Propriétés

[TORSION D'UNE OP. DE GRAPHES??].

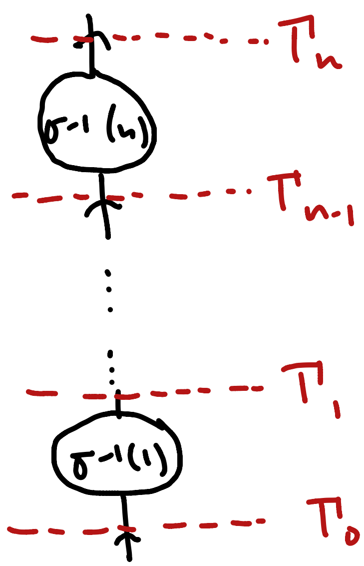
1. Contraction, extension d'arêtes ($\to$ poset)
2. Une coupe Π $\Rightarrow$ une partition de $\{1, \dots, \ell\}$.

[OPERADIC PARTITION POSET?!?]

$$\boxed{\exists \text{ bij. entre arêtes coupées et cc de } Sk(G) \setminus (s(\overline{\Pi}) \cup t(\underline{\Pi}))}$$

Prop : Chaque permutation $\sigma : V \longrightarrow [n]$ est extension linéaire d'une unique épine maximale.

démo : On construit S par récurrence. On voit σ comme un arbre linéaire à n sommets et $n+1$ arêtes

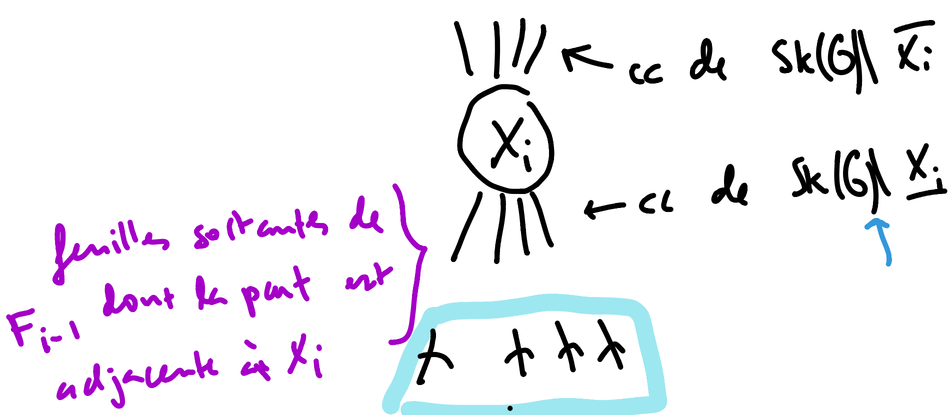


0) On dessine une forêt (F_0) d'arêtes, une par chaque cc de $Sk(G) \setminus \underline{V}$

i) Je prends le sommet $\sigma^{-1}(i)$, je l'attache aux feuilles de F_{i-1} dont les cc sont à $\sigma^{-1}(i)$, je fais partir des feuilles par chaque cc de $Sk(G) \setminus \{\overline{\sigma^{-1}(i)}\}$.

Invariant de l'algorithme : à chaque étape, les feuilles sortantes de F_i étiquetées par les cc de $Sk(G) \setminus \left(\overline{s(\Pi_i)} \cup \underline{t(\Pi_i)}\right)$. (la partition de $\{1, \dots, l\}$.)

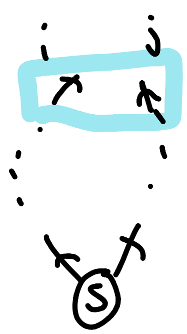
Algorithme de balayage de la permutation



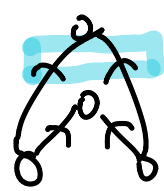
Je reconstruis S par balayage en construisant une suite de forêts $F_0, \dots, F_n$, avec arêtes étiquetées par ss-ens. de $\{1, \dots, l\}$.

On ne peut pas créer un cycle : $\boxed{++}$ proviennent d'arbres différents de F_{i-1} ; si elles étaient ds le m arbre, on prend un chemin entre les z_i $\exists$ un sommet s avec 2 sortants $\#$ [SK(G) est un arbre]

$\Rightarrow$ s sépare l'arbre



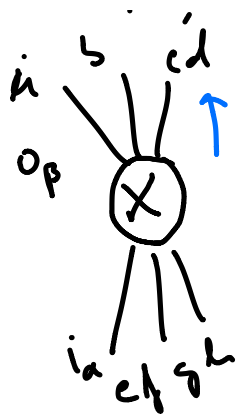
$S = \bar{S}_1 \Rightarrow$



Hyp. de récurrence :

F_{i-1} est une forêt !

unique chemin qui relie les 2 feuilles i et j ; le long de ce chemin il y a au moins un sommet avec 2 sortants ; ce sommet sépare le graphe ! [SK(G) est un arbre].



$S(i) = (e+f)gh$

$T(i) = ab(c+d)$

$p(s)_x = S(i) - T(i) + \sum_{ut(o_\beta)} a_i$

Alg: ~~permutation~~ ordre total

$\sigma \longmapsto S_\sigma$ épine maximale

~~partition ordonnée~~ préposet linéaire sur V [partie 4 de Signed Tree Ass]

$\nu \longmapsto S_\nu$ épine quelconque.

partitions ordonnées $\cong$ les cônes de ↑ de Coxeter ↑

l'éventail tresses

↳ écrire l'algorithme général

↳ $\sigma : \{1, \dots, n\} \longrightarrow V$ = $\boxed{\text{ordre total sur } V}$