9 nov. 2020

1. Approximation de la diagonale
2. Épines sur un graphe quelconque

Soit G un graphe. On numérote les sommets $V(G)$ de 1 à n.

Pour chaque sommet, on décore avec $\{\circ, \bullet, ◓, \odot\}$. $\underline{\overline{4}}$

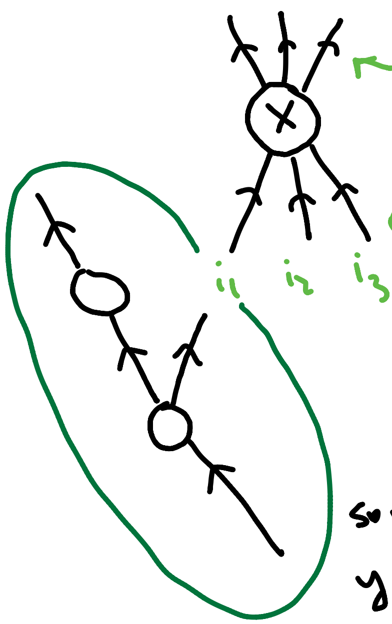
ground set V

Déf: Une <u>épine</u> S

— arbre orienté S

— $V(S)$ étiquetés par une partition $V(G)$

— condition locale



← $t(j_\beta)$ " $G \setminus \bar{X}$

← $s(i_\alpha)$ doivent être dans comp. conn. de $G \setminus \underbrace{(X \cap \bullet)}_{X}$

distinctes

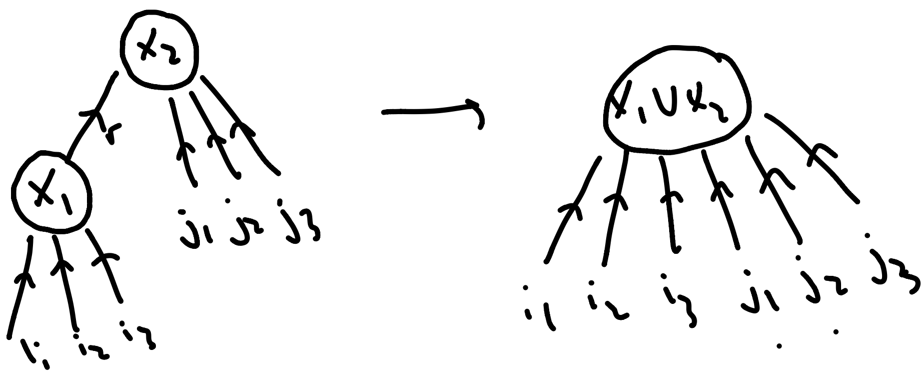
sommet y, $\exists!$ chemin c jusqu'à x

$y \in s(i_1) \Leftrightarrow y \in c$

= ce qu'on obtient en <u>étirant</u> i_1

Déf: Les G-épines $S(G)$, les maximales $MS(G)$

Prop. 1 : Les épines sont stables par contraction d'arête.



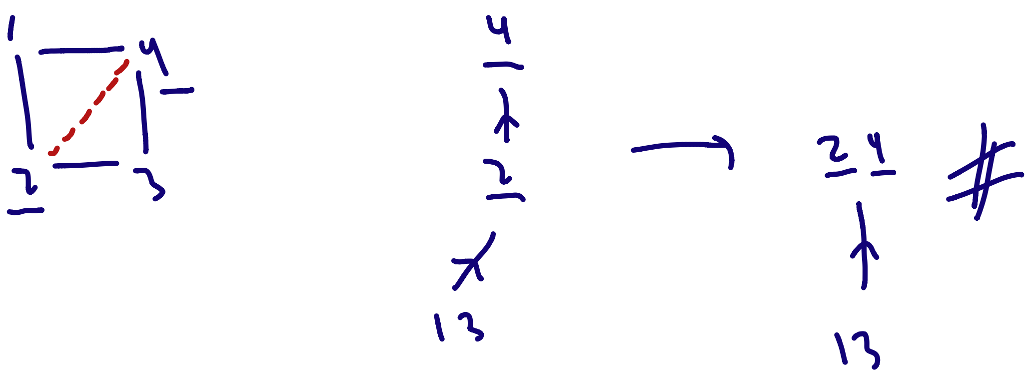
* 1) les $sc(i_\alpha)$ sont ds ccd de $G \setminus \underline{X_1}$

et ds un m̂ cc de $G \setminus \underline{X_2}$

les $sc(j_\beta)$ sont ds ccd de $G \setminus \underline{X_2}$

2) $G \setminus (\underline{X_1} \cup \underline{X_2}) = G \setminus (\underline{X_1 \cup X_2})$

a) $sc(i_\alpha)$ sont ds ccd de $G \setminus (\underline{X_1 \cup X_2})$

$G =$ 

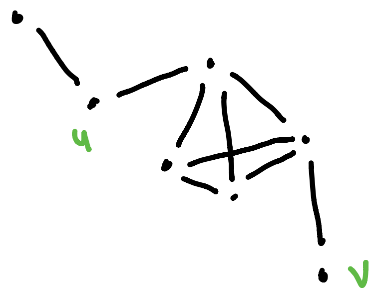
$\Longrightarrow$ on a besoin de chordful !!! (dès qu'il manque une corde c'est foutu !)

Prop. G chordful $\Rightarrow$ toute intersection de ss-graphes connexes est connexe

[à réfléchir!]

$X_1 \cap X_2 \ni u, v$

$\exists!$ chemin c de u à v



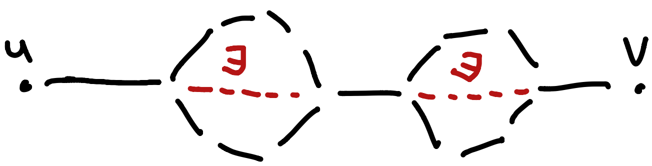
"un arbre de cliques"

X_1 connexe $\Rightarrow c \in X_1$

X_2 connexe $\Rightarrow c \in X_2$ $\square$

$\exists\, c_1 : u \to v$ dans X_1

$\exists\, c_2 : u \to v$ dans X_2



$c_1 \cap c_2$ est un chemin car G est chordful. $\square$

Corollaire : $sc(i,j)$ est dans cc de $G \setminus \underline{X}_1$ et dans cc de $G \setminus \underline{X}_2$

$\Rightarrow$ est dans intersection des 2 cc, qui est elle-même cc car G est chordful

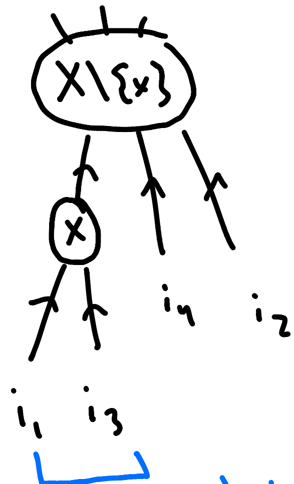
cc de $G \setminus \underline{X_1 \cup X_2}$

Prop. 2 : Les épines sont stables par éclatement.

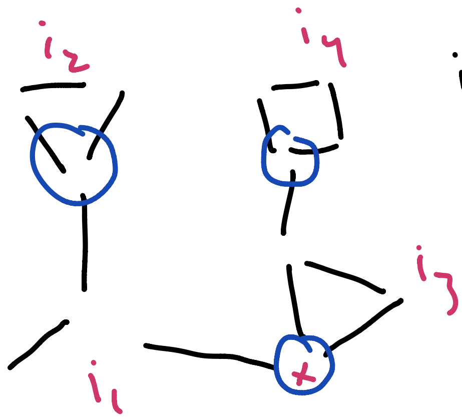
$|X| \geq 2$

$\forall x \in X$,

Si $x \in \underline{X}$,



cc de $G \setminus \underline{X}$ qui sont adjacentes à x



Si $x \in \overline{X}$, dual.