

Analyse I
Examen - 1ère Partie
Licence 1 Informatique (2024-2025)

Guillaume Metzler
Institut de Communication (ICOM)
Université de Lyon, Université Lumière Lyon 2
Laboratoire ERIC UR 3083, Lyon, France
guillaume.metzler@univ-lyon2.fr

Durée : 30 minutes

L'usage des notes de cours, des notes personnelles ou encore de tout matériel électronique est interdit pendant toute la durée de cet examen

Vous pourrez répondre directement sur le sujet à ces différentes questions.

Ce travail permettra d'obtenir une première note sur 10 qui sera combiné à un autre travail afin de vous permettre d'avoir une note sur 20.

Nom :

Prénom :

Etude d'une fonction hyperbolique

Dans cet exercice, on cherchera à étudier la fonction sh cette fonction et montrer quelques relations sur cette dernière.

1. Donner l'expression de la fonction sh à l'aide de la fonction exponentielle. On précisera son ensemble de définition.

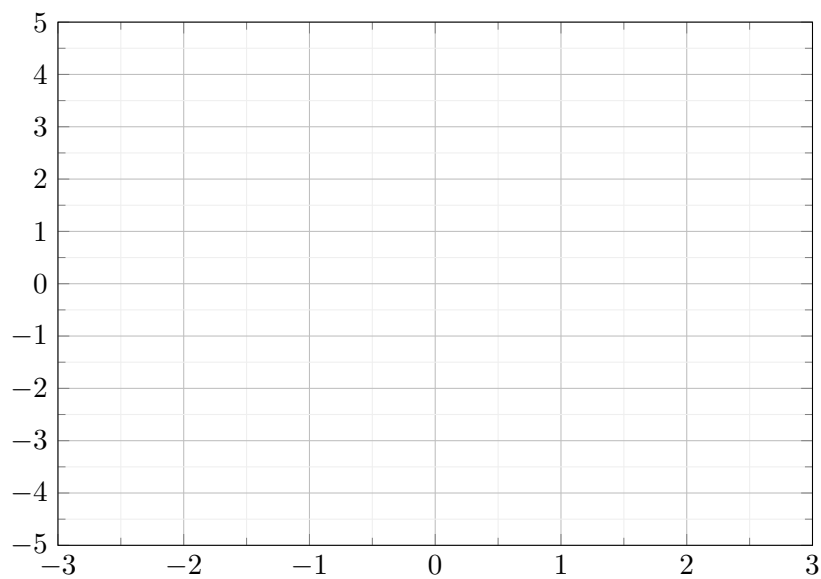
2. Préciser l'ensemble sur lequel la fonction sh est dérivable et donner sa dérivée.

3. Montrer que pour tout réel x , nous avons

$$\operatorname{sh}(2x) = 2 \operatorname{ch}(x) \operatorname{sh}(x).$$

4. Etudier les limites de la fonction sh en les bornes de son intervalle de définition et dresser le tableau de variation.

5. Représenter graphiquement cette fonction sh .



6. Montrer que la fonction sh réalise une bijection de \mathbb{R} à valeur dans \mathbb{R} . On notera argsh la fonction réciproque.

7. Montrer que pour tout $x \in [1, +\infty[$, nous avons

$$\operatorname{argsh}(x) = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right).$$

Indication : on utilisera un résultat sur la somme $\operatorname{ch} + \operatorname{sh}$ ainsi que le fait que $\operatorname{sh}(\operatorname{argch}(x))$ pour tout $x \geq 1$.