

# Aéro 3 — Ma 322 (2023-2024)

## TP 1 — Intégration numérique

### Question 1

Programmer les fonctions suivantes qui calculent des valeurs approchées d'une intégrale  $\int_a^b f(x) dx$  en subdivisant l'intervalle  $[a, b]$  en  $N$  sous-intervalles et utilisant sur chaque sous-intervalle une méthodes classique ou une méthode décrite par une formule de quadrature.

- `MGauche(f, a, b, N)` utilisant la méthode des rectangles à gauche.
- `MDroite(f, a, b, N)` utilisant la méthode des rectangles à droite.
- `MTrapezes(f, a, b, N)` utilisant la méthode des trapèzes.
- `MPointMilieu(f, a, b, N)` utilisant la méthode du point milieu.
- `MSimpson(f, a, b, N)` utilisant la méthode de Simpson.
- `MformuleGL2(f, a, b, N)` utilisant la formule de quadrature suivante (dite de Gauss-Legendre à deux nœuds) :

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

- `MBooleV(f, a, b, N)` utilisant la formule de quadrature suivante (dite de Boole-Villarceau) :

$$\int_0^1 f(x) dx \approx \frac{1}{90} \left( 7f(0) + 32f\left(\frac{1}{4}\right) + 12f\left(\frac{1}{2}\right) + 32f\left(\frac{3}{4}\right) + 7f(1) \right)$$

### Question 2

Tester les méthodes pour calculer

$$I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}.$$

Comparer avec la valeur exacte pour différentes valeurs de  $N$ .

Représenter sous forme graphique l'évolution de l'erreur en fonction de  $N$  pour chacune des méthodes, éventuellement avec une échelle logarithmique.

### Question 3

Pour les intégrales suivantes, donner des valeurs approchées à moins de  $10^{-8}$  près en utilisant une ou des méthodes programmées dans le TP.

1.  $I_1 = \int_1^2 \frac{e^{-x}}{x^2} dx$

2.  $I_2 = \int_0^2 \sin(x^3) dx$

3.  $I_3 = \int_2^{10} \frac{x}{\ln x} dx$

4.  $I_4 = \int_0^1 \frac{\sin x}{1+x^6} dx$

5.  $I_5 = \int_0^\pi \cos(\sin x) dx$

6.  $I_6 = \int_0^3 \frac{1}{\ln(4+x)} dx$