

Sistemas Numéricos

Ignacio Lorenzo, Sergio Ríos, Allan Acevedo, Andres Prado

Instituto Tecnológico de Costa Rica

Nachxx22@gmail.com

Sergiorc200030@gmail.com

Acevedoarias21@gmail.com

Andresps1408@gmail.com

I.INTRODUCCIÓN

Se realizó diferentes investigaciones sobre los Sistemas Numéricos, para poder entender mejor este nombre donde el concepto puede ser muy extenso para algunas personas se realizaron diferentes temas los cuales tomamos personalmente como los más importantes para dar un mejor entendimiento sobre el tema general que son los Sistemas Numéricos, la importancia de la investigación recae en encontrar diferentes maneras de optimizar circuitos eléctricos a través de restas y divisiones de las tres conversiones a bases que conocemos las cuales serían: Binario, Octal y Hexadecimal. Es importante conocer sobre las bases numéricas ya que son utilizadas en muchas cosas o en su casi totalidad donde lleve algún tipo de circuitos y podríamos entender mejor su funcionamiento gracias a simplemente conocer una parte que los compone. Uno de los mayores problemas al trabajar con creaciones de circuitos completos es que a veces se hace demasiado extenso por eso a través de los temas derivados de los Sistemas Numéricos se busca reducir la cantidad de circuitos que utilizamos para crear uno mucho más grande y complicado.

Nuestros objetivos serían el intentar hacer que los lectores comprendan sobre los Sistemas Numéricos y se hagan una buena idea sobre cada una de las bases numéricas y puedan pasar de decimal a cualquiera de ellas, ya sea enteras o fraccionarias, y que puedan realizar algunas operaciones aritméticas con ellas sin mucha complejidad. Creemos que se ha hecho una investigación bastante buena que a la vez se recomienda que el lector mientras lee este documento vaya practicando las partes aritméticas que contiene este mismo para que pueda ir entendiéndolo mientras realiza la lectura y tenga un entendimiento mucho mayor.

II.DESARROLLO

A. Conversiones a Bases

A lo largo del tiempo, la humanidad se ha ido desarrollando más y más, sin embargo, desde la prehistoria se ha tenido la misma necesidad de expresar cantidades, medir distancias, etc... Aunque no se sabe con exactitud el momento en el que el ser humano comenzó a utilizar los números para este propósito, se sabe que siempre ha contado con un sistema para organizarse en cantidades determinadas. Con esta necesidad, nacen los números. De los registros más antiguos que se tienen sobre la historia de los números, se encuentran la civilización Sumeria, la cual desarrolló una forma de escritura numérica llamada Cuneiforme (Figura 1). La cual fue expandiéndose y terminó siendo adoptada por los Babilónicos. Este sistema ha evolucionado a lo largo de la historia hasta convertirse en lo que hoy conocemos como sistema decimal.

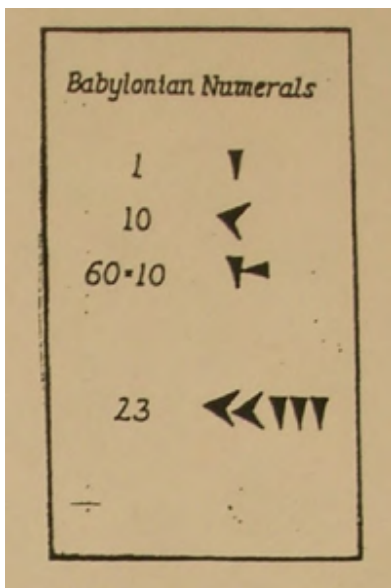


Figura2 Escritura Cuneiforme

La escritura numérica cuneiforme tiene una característica y es que no contempla el número 0, este número es contemplado en el siglo tercero antes de Cristo cuando el matemático indio llamado Pingala, presentó el concepto de este número y lo hizo, presentando un sistema de numeración binario. Este sistema es retomado por Francis Bacon en 1605 y por Juan Caramuel en 1670, este último publica su libro *Mathesis Biceps* una descripción del sistema binario.

La versión actual de este sistema fue documentada completamente por Leibniz, en el siglo XVII. Este sistema es importante para la ciencia de la computación debido al Británico George Boole (Figura2) quien realizó un sistema de lógica llamado Álgebra de Boole o Álgebra Booleana.

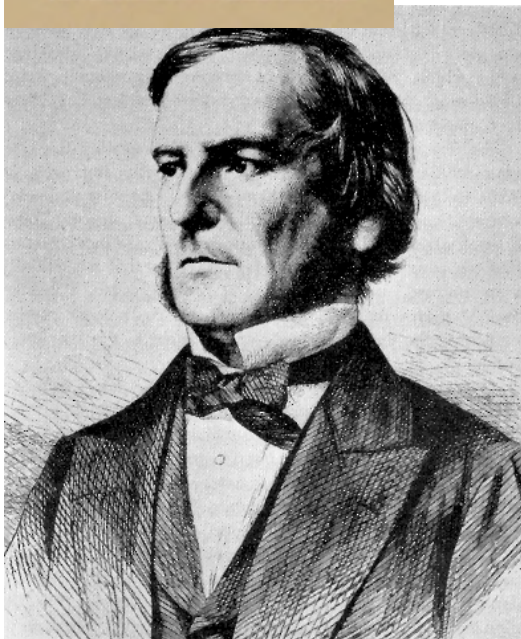


Figura2 George Boole 1815-1864

Debido a que el sistema binario requiere de gran cantidad de dígitos para expresar las cantidades, se crearon los números Octales y los Hexadecimales, que descienden ambos del sistema binario. Estos no requieren de tantos dígitos para representar un número y se pueden convertir fácilmente a base binaria.

Una conversión es el proceso mediante el cual es posible pasar una cifra de una base a otra, siendo estas equivalentes.

Por ejemplo: el número 2 en base decimal equivale a 10 en base binaria.

A

continuación, se detallarán las bases: Binaria, Octal, Decimal y Hexadecimal.

1-Binario: Esta base también es llamada base 2, debido a que utiliza dos dígitos para representar sus números. Estos dígitos son el 0 y el 1

El sistema binario es utilizado mayormente en la circuitería ya que, entre otras cosas, facilita representar estados de corrientes

La forma para pasar de cualquier base a base binaria es la siguiente:

El número en la base a pasar se divide entre 2 hasta que no se pueda seguir dividiendo, al llegar a este punto, se anotan todos los residuos de las divisiones de derecha a izquierda y este será el número en binario.

2- Decimal: Utiliza 10 dígitos para representar sus números: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. Cuando se combinan estos dígitos, se utilizan posiciones para cada uno de ellos, por ejemplo: unidades, decenas, centenas,

etc. Para convertir un número a base 10 se realiza lo siguiente: se suman los resultados de la multiplicación del dígito por 2 elevado a la posición de este en el número. Se representa de mejor forma en el siguiente ejemplo: de base binaria a base decimal. Número: 10
 $10 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 = 2$

3- Octal: Usa 8 dígitos los cuales son: 0,1,2,3,4,5,6,7. Similar al sistema decimal, con la diferencia de que el 8 y el 9 no son utilizados. Debido a la facilidad para realizar conversiones entre esta base y la binaria, también es bastante utilizada en circuitería digital los pasos para realizar una conversión hacia la base octal son: se divide el número entre 8 hasta que ya no resulte posible, cuando se logra alcanzar este punto, se escriben los residuos de las divisiones pasadas de derecha a izquierda y este será el número en base 8.

4- Hexadecimal: Este sistema posee la característica de que no solo usa dígitos para representar sus números, sino que también utiliza letras del alfabeto arábico las cuales son: A, B, C, D, E, F. Creando en total: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A, B, C, D, E, F. Esta base es utilizada en la actualidad debido a la comodidad que representa, ya que normalmente una computadora agrupa los conjuntos de los bits en múltiplos de 4, este sistema logra que se representen estos grupos tan solo con un símbolo. Para realizar la conversión hacia esta base, se siguen estos pasos:

Se agrupan los dígitos de 4 en 4 y de izquierda a derecha, después se compara con una tabla de relación entre bases y se escribe el resultado de derecha a izquierda.

A continuación, una tabla donde se relacionan los números de las diferentes bases

TABLA I
 RELACIÓN Y EQUIVALENCIAS DE NÚMEROS ENTRE BASES

| Binario | Octal | Decimal | Hexadecimal |
|---------|-------|---------|-------------|
| 0000 | 0 | 0 | 0 |
| 0001 | 1 | 1 | 1 |
| 0010 | 2 | 2 | 2 |
| 0011 | 3 | 3 | 3 |
| 0100 | 4 | 4 | 4 |
| 0101 | 5 | 5 | 5 |
| 0110 | 6 | 6 | 6 |
| 0111 | 7 | 7 | 7 |
| 1000 | 10 | 8 | 8 |
| 1001 | 11 | 9 | 9 |
| 1010 | 12 | 10 | A |
| 1011 | 13 | 11 | B |
| 1100 | 14 | 12 | C |
| 1101 | 15 | 13 | D |
| 1110 | 16 | 14 | E |
| 1111 | 17 | 15 | F |

B. Aritmética de Sistemas Numéricos

Los sistemas numéricos están expresados en bases, las más comunes siendo la base 2(binaria), 8(octal) y 16(hexadecimal), estas bases son las más utilizadas en la programación para expresar cantidades específicas entre millones de posibilidades, estas bases dichas son las que terminan siendo el trasfondo en el lenguaje de programación ya que en los lenguajes más bajos de programación se utilizan mucho los valores Booleanos, definidos por True y False, traducidos al computador como 0 y 1, los únicos valores utilizados en el sistema binario, el más común cuando hablamos de los 3 que más se usan en la programación de hoy día.

En el sistema decimal para traducir a cualquier otra base simplemente se utilizan un método simple que consiste en dividir el número entre lo más que se pueda ir dejando los residuos, finalmente tomar el último residuo y colocarlo de primero, e ir colocando el resto de izquierda a derecha para ir expresando toda la cantidad.

$$\begin{array}{r}
 768 \quad | \quad 8 \\
 \hline
 48 \quad 96 \quad | \quad 8 \\
 \hline
 0 \quad 16 \quad 12 \quad | \quad 8 \\
 \hline
 \quad \quad 0 \quad 4 \quad 1
 \end{array}$$

La aritmética para la suma, resta, multiplicación y división de números traducidos a otra base es diferente que la normal, conlleva un procedimiento más complejo.

En la suma se aplican las reglas de adición en columnas y de división en ángulo, lo cual no cambia mucho en las diferentes bases, incluyendo el decimal, solo es de tomar en cuenta que se hace el traslado a la hora de llegar al número de la base, el decimal es 10 la base, por eso cuando sumamos y llegamos a 10 dejamos un 0 y trasladamos un 1, funciona el traslado dependiendo de la base.

La multiplicación se hace de igual manera en columnas, cada dígito por el número de arriba y si el segundo número es de más de un dígito efectuando una suma como si fuera una multiplicación normal, pero tomando en cuenta siempre que el “máximo” es la base definida previamente, y la división se hace en ángulo, de igual manera todo el resto de operaciones a las que lleve en el procedimiento se hacen en torno a la base, para no alterar el resultado.

C. Enteros y Fracciones

- **Enteros:** Cuando nos referimos a enteros son las típicas conversiones de bases que conocemos al poco tiempo de investigar sobre estas, sin ninguna coma, solamente un número o si tiene una letra, todo esto dependiendo de la base en la cuál esta, cuando esta se convierte se hace de la manera tradicional con la división para convertidos a decimal a binaria, octal o hexadecimal
- **Fracciones:** Al contrario, al anterior concepto estos son números igualmente pero con una coma adicional, refiriendo que no es un número totalmente entero si no que también tiene números adicionales a este, en el momento de hacer conversiones si cambia un poco la manera de hacerlos, por ejemplo para convertirlas de decimal a binario tendríamos que hacer la parte izquierda de la coma totalmente normal mientras tanto que la derecha tendríamos que hacerla multiplicándola por 2 dándonos así números con un “acarreo” que sería el número antes de la coma el cual será 1 o 0 debido a que binario solo tiene estos dos dígitos, los números que estén después de la coma volverán a ser multiplicados por 2, y así hasta que los números después de la coma sean solamente 00. A diferencia de las operaciones hacia la izquierda de la coma estas no se tendrán que escribir de derecha a izquierda según los resultados si no que mantiene su orden según se hayan hecho las operaciones.

Y de binario fraccionario a decimal fraccionario se mantendría parecido al normal, solamente que ahora después de la coma serán números elevados por negativo, comenzando desde “-1” y así sucesivamente (esto hace referencia a que sea: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, y así sucesivamente, duplicando solamente el denominador)

Para en el caso de octal en vez de usar un 2 utilizaríamos un 8 y en hexadecimal utilizaríamos 16, lo único que cambia sería el número por multiplicar y que solo multiplicaríamos una vez y ese resultado sería el que vaya después de la coma.

D. Complementos a la base

Se define por la siguiente fórmula:

$$*N = r^m - N$$

Donde, r = base (siempre 10) dado que el número en su base es equivalente a 10, N = Número, m = números enteros (siempre en la base pedida)

Tabla I

Ejemplo de complemento a la base.

| N | r | m | *N |
|--------|-------|---|--------|
| 47.057 | 8(10) | 2 | 30,051 |

a. Complemento a la base disminuida

Se define por la siguiente formula:

$$-N = r^m - N - r^{-n} + \text{el número que resta}$$

Donde, r es la base (siempre 10), N=es el número que resta, n=cantidad de números decimales del número que resta y m= enteros del número que resta.

Ejemplo1: 111011,11(2)-0,001101

| N | r | m | n | -N |
|----------|-------|-----|-----|---------------|
| 0,001101 | 10(2) | 110 | 110 | 111011,000111 |

Procedimiento:

$$-N = 10^{110} - 0,001101 - 10^{-110}$$

$$-N = 1000000 - 0,00101 - 1000000$$

$$-N = 1000000,000111 - 1000000$$

$$-N = 0,000111 (2) + 111011,11(2)$$

$$-N = 111011,000111$$

III.CONCLUSIÓN

Se concluye que los Sistemas Numéricos podemos utilizarlos para minimizar la cantidad de circuitos utilizados, o con el fin de representar cantidades en programación.

REFERENCIAS.

[1] [1] G.M.Quetglás, F.T.Lobo, V.C.Lleó. Fundamentos de Informática y Programación. (1er edición). Valencia, España. IRTIC. 2002.

[2] Generalidades Sobre Sistemas Numéricos. (2015, 8 marzo). Recuperado 22 abril, 2019, de <https://es.slideshare.net/laloape/sistemas-numricos-programacion>

[3] Muñoz Luis. (S.f.). Capítulo 4: Aritmética y representación de la información del computador .Recuperado de: https://www.academia.edu/16212765/CAP%C3%8DTULO_4_ARITM%C3%89TICA_Y_REPRESENTACI%C3%93N_DE_LA_INFORMACI%C3%93N_EN_EL_COMPUTADOR

[4] F.Zúñiga. (2013, noviembre 21). Complemento a las bases. [online]. Disponible: <https://es.slideshare.net/fabianzunigav/complemento-a-las-bases>

- [5] G.M.Quetglás, F.T.Lobo, V.C.Lleó. Fundamentos de Informática y Programación. (1er edición). Valencia, España. IRTIC. 2002
- [6] V. D'Alessio Sistema Octal: Historia, Sistema de Numeración y Conversiones. [online] Available: <https://www.lifeder.com/sistema-octal/>
- [7] (2019, Abr,11) George Boole [online] Available: https://es.wikipedia.org/wiki/George_Boole
- [8] (2018, Jun,28)Pingala[online] Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/Pingala>