

Optimització de la posició d'un panel d'aïllament acústic a l'interior d'un local

Sara del Pozo Ortiz, 1498507
Martí Lorente Quintana, 1444955
Joan Vila Gonzalez, 1534086
Sandra Matutano Sánchez, 1531005

Universitat Autònoma de Barcelona, 2022

Resum

En aquesta pràctica, busquem trobar la posició a la que s'ha de col·locar un plafó aïllant del so a un local per tal de minimitzar el soroll que arriba a un espai determinat d'aquest.

S'emprarà el mètode d'Euler explícit aplicat a l'equació d'ones per a estudiar la propagació del soroll generat a quatre taules d'un restaurant, en tres de les quals s'estan tenint converses, mentre que en l'altra hi ha un infant plorant. El restaurant compta, a més, amb un espai reservat en que se celebren ocasions importants, com sopars d'empresa, que requereixen un mínim de silenci garantit.

El personal del restaurant disposa d'un plafó que pot fer servir a mena de parete aïllant per dificultar la propagació del so a dins del local, però només es pot col·locar en certs punts d'aquest, ja que ha de permetre la mobilitat dels cambrers. L'objectiu és, per tant, trobar quina d'aquestes posicions és l'òptima per a reduir el soroll a l'espai reservat.

Tot el codi emprat a aquesta pràctica està disponible a [aquest enllaç](#), així com en els dos documents adjunts a aquest article.

Índex

1	Introducció i fonaments teòrics	1
2	Modelització	2
2.1	Adimensionalització i discretització	2
2.2	Forts sonores	2
2.3	Condicions inicials	2
2.4	Condicions de contorn	2
3	Resultats	3
4	Conclusions i propostes de millora	5

1 Introducció i fonaments teòrics

Arran de l'incident esdevingut al restaurant *La Cantina* a dia 10 de gener de 2022, en què el plor a la taula 4 va interrompre un sopar d'empresa al reservat del local, es duu a terme un estudi per a trobar la òptima col·locació del panel d'aïllament sonor del que disposa el restaurant. Tal i com es va demanar, considerarem que el panel només es pot situar en perpendicular a la paret de la cuina, a mitja distància entre les dues parets adjacents a aquesta, per tal de facilitar l'accés a les taules per part dels treballadors del local, tal i com es mostra a la figura següent de la planta del local:

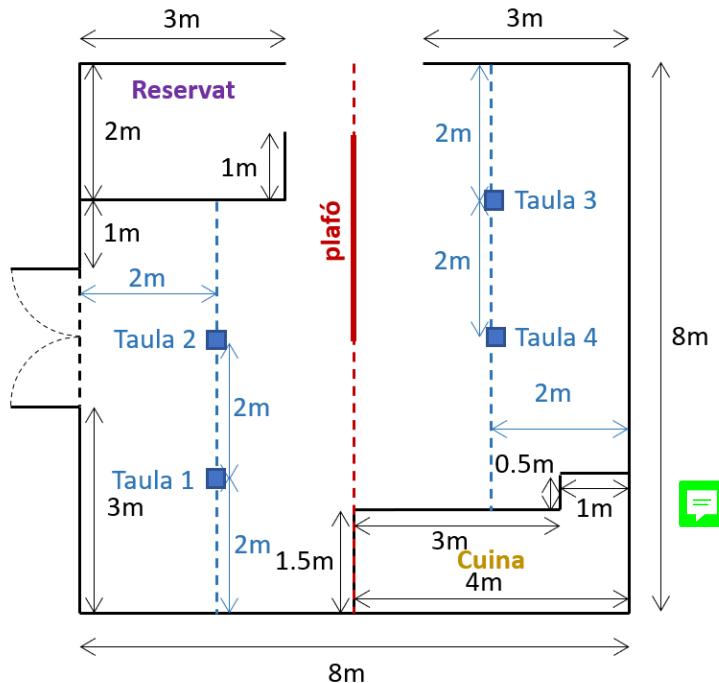


Figura 1: Planta del local. Es mostra la situació de les quatre taules normals (nombrades segons el criteri dels treballadors), l'espai reservat, la cuina, i la recta de posicions admeses pel plafó.

Es considerarà que en la situació estudiada (so degut únicament a veus humanes), el so es propaga seguint l'equació diferencial coneguda com a equació d'ones, $\partial_t^2 f = c^2 \nabla^2 f$, on c és la velocitat de propagació. Concretament, el so és una ona de pressió p , que considerarem, donada l'aproximada simetria vertical del local, que és propaga només en les dues direccions horizontals, x i y , és a dir:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

Cal remarcar que la percepció sonora humana no és lineal amb la pressió de l'ona, sinó que té un comportament logarítmic caracteritzat per l'equació

$$I = 10 \log_{10} \left(\frac{p^2}{p_0^2} \right)$$

On I és el nivell d'intensitat sonora en decibels (dB), p és la pressió de l'ona, i $p_0 = 20\mu\text{Pa}$ és la pressió mínima que un humà pot sentir, coneguda també com llindar auditiu humà. Per tant, tot i que el mètode numèric funciona necessàriament amb pressures, tot l'anàlisi de les dades es farà en decibels.

2 Modelització

2.1 Adimensionalització i discretització

Partint de l'equació (1), observem que si prenem una longitud característica del sistema, d , i definim les magnituds adimensionals:

$$\tilde{x} = x/d; \quad \tilde{y} = y/d; \quad \tilde{t} = t \cdot c/d; \quad \tilde{p} = p/p_0$$

L'equació diferencial es redueix a

$$\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \tilde{t}^2} = \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \tilde{y}^2}$$

Preneint derivades segones numèriques centrades arreu, i fent servir una discretització tal que $\Delta x = \Delta y$, obtenim l'equació numèrica de diferències finites (desprenent-nos de la notació amb titlles, ja que treballarem amb magnituds adimensionalitzades a menys que s'especifiqui el contrari):

$$p(x, y, t^+) = 2p(x, y, t) - p(x, y, t^-) + \gamma^2 [p(x^+, y, t) + p(x^-, y, t) + p(x, y^+, t) + p(x, y^-, t) - 4p(x, y, t)]$$

On $t^\pm := t \pm \Delta t$, i similarment per x i y , i $\gamma := \Delta t / \Delta x$. Per tal que aquesta equació convergeixi és necessari que $\gamma \leq 1/2$, de manera que cal escollir Δt de forma que $\Delta t \leq \Delta x/2$. Això implica que com més fi sigui el mallat que emprem a les variables espacials més iteracions caldran per simular un interval de temps donat, de forma que cal ser curosos a l'hora de decidir. En el nostre cas, hem decidit prendre com a longitud característica $d = 10\text{m}$, que ens permet simular fàcilment l'entorn del local amb un marge d'un metre amb $0 \leq x, y \leq 1$. Donada la nostra limitada capacitat computacional hem escollit la discretització mínima que considerem que proporciona una resolució suficient, amb $N + 1 = 101$ intervals en x i y , de forma que $\Delta x = 1/N = 0.01$, i $\gamma = 0.5 \implies \Delta t = 0.005$.

2.2 Fonts sonores

Les converses a les taules s'han modelitzat com a sorolls blancs gaussians. Idealment ens hauria agradat associar també freqüències aleatòries que canviessin cada cert temps a les diferents taules, però el rang de freqüències vocals humà ha estat massa petit (100 – 250Hz) per a la discretització temporal escollida, de manera que no s'arribava a apreciar el caràcter sinusoidal de les fonts. En canvi, només es percebia com un soroll d'amplitud ≤ 1 que multiplicava a la pressió, de manera que no aportava res però reduïa el volum efectiu del soroll.

Així, s'ha optat per senzillament associar, a cada instant de temps, una intensitat sonora aleatòria a cada taula. Segons la bibliografia, una conversa normal es correspon amb una intensitat sonora de 50 – 70dB, o bé 5 – 7B, de manera que a les taules 1, 2 i 3 hem associat una distribució normal de mitjana 6 i variància 1, mentre que a la taula 4 hem fet servir una mitjana de 9 i variància 1.5, corresponent al plor o crit d'atenció d'un infant. Aleshores s'ha calculat la pressió (adimensionalitzada) corresponent com $p = 10^{I/2}$, de la definició d'intensitat sonora.

2.3 Condicions inicials

El sistema partirà d'un estat de silenci absolut, $p(x, y, 0) \equiv 0$, ja que el que es pretén amb la simulació es, partint d'aquí, arribar a la situació d'equilibri en el local que es vol estudiar. En aquesta línia, s'ha escollit simular 1 segon de temps real, ja que en aquest temps una ona sonora ha tingut temps de viatjar 343.2m, que és molt superior als 10m de longitud característica del sistema.

2.4 Condicions de contorn

S'ha considerat que totes les parets, així com el plafó aïllant, són aïllants perfectes, de manera que a ells $p \equiv 0$. D'altra banda, s'ha considerat que tant la porta del local com la finestra que

es poden veure a la figura 1 són completament obertes a l'exterior. L'accés al reservat es troba permanentment obert. La cuina s'ha considerat que està generalment tancada, i, per tant, al seu interior també $p \equiv 0$. Per reduir l'esforç computacional, s'ha considerat tota sencera (parets e interior) com un obstacle aïllant, de forma que el càlcul numèric no es realitzi a l'interior.

A les vores i cantons de la matriu, inicialment s'han fet servir les expressions per les segones derivades laterals en diferències finites, però després de detectar problemes de convergència s'ha decidit mantenir només el flux d'energia tangent a la paret, i no el perpendicular, ja que en el temps de simulació s'ha observat que no interfereix amb la pressió a l'interior del local. En principi qualsevol casella a les vores de la matriu es mantindrà a $p \equiv 0$, ja que només es veurà afectada per les caselles adjacents també de la vora, que són 0 des del començament. Tanmateix, s'ha decidit mantenir aquesta característica en el codi per si en algun moment s'hagués de simular una situació similar en què el so provinent de l'entorn del local sí fos important i s'hagués de tenir en compte.

3 Resultats

Es pren com a situació objectiu aconseguir que la intensitat sonora provenint de les taules al reservat en cap cas arribi als 50dB, el límit inferior del volum d'una conversa, ja que així els comensals no tindran problema en sentir-se uns als altres.

Per això, durant l'últim 10% de temps de la simulació (és a dir, en el nostre cas durant l'últim 0.1s), s'anotarà, a cada iteració, la intensitat sonora més alta que es doni al reservat, i un cop terminada la simulació es farà la mitjana d'aquests valors, i es prendrà com intensitat sonora al reservat a l'equilibri.

Això es farà per a totes les posicions possibles del plafó, que com que no pot ni xocar contra la paret de la cuina ni impedir l'apertura de la finestra, són les posicions en que el límit superior del plafó es troba a entre 1m i 3.5m de la finestra.

Donat el caràcter aleatori de la simulació introduït per l'ús de soroll blanc gaussià, s'ha considerat oportú dur-la a terme 5 cops i treballar amb les mitjanes aritmètiques de les intensitats obtingudes per a cada posició. Un cop fet això, s'analitzarà el gràfic obtingut per a trobar la posició de mínima intensitat.

El resultat obtingut és el següent:

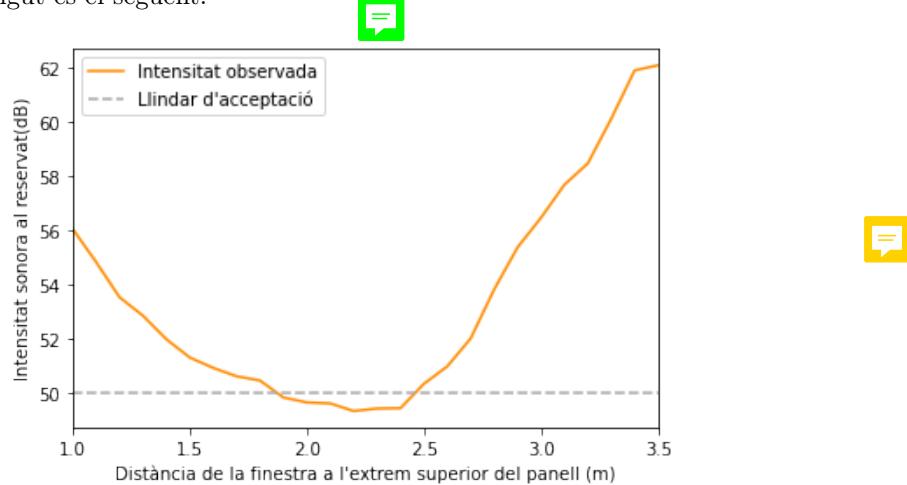


Figura 2: Mitjana temporal durant els últims 0.1s de la intensitat sonora màxima detectada al reservat en funció de la posició del panel

Observem que aconseguim reduir el soroll per sota de 50dB quan l'extrem superior del panel es troba a entre 1.9m i 2.5m de distància de la finestra, que dóna als cambrers una bona guia d'on l'han de situar quan sigui necessari, sent la distància òptima $d_{opt} \simeq 2.2\text{m}$.

A continuació, incloem dues animacions del primer segon d'evolució del sistema, una de control, sense panel aïllant, i l'altra amb el panel situat a la posició òptima. No tots els lectors de .pdf suporten aquestes animacions, Adobe Acrobat Reader, per exemple, sí ho fa.



Figura 3: Representació gràfica de la intensitat en funció del temps i la posició durant el primer segon d'evolució del sistema. Situació de control (sense panel).

Figura 4: Representació gràfica de la intensitat en funció del temps i la posició durant el primer segon d'evolució del sistema. Situació òptima (panel a 2.2m de la finestra).

Es pot apreciar com, a l'equilibri, el front d'intensitat sonora penetra notablement menys al reservat quan situem el panel.

4 Conclusions i propostes de millora

En aquesta pràctica hem modelitzat i simulat de forma reeixida la propagació del so en un espai tancat.

També hem trobat la posició òptima on s'ha de col·locar el panel aïllant per tal de minimitzar el soroll en una regió determinada del local, a 2.25m de distància de la paret superior.

Una millora evident del resultat emprat seria un mallat més fi de les dimensions espacials, que no només comportaria més resolució i més precisió en la simulació, sinó que també permetria trobar una millor corba d'intensitats en funció de la posició, ja que permetria situar el panell en més posicions entre el metre i els 3.5 metres de distància a la finestra (amb el nostre mallat, només hem pogut estudiar 26 punts).

Bé aprofitant l'afinament que això implica, o bé de forma independent prenen un valor més petit de γ , una altra possible millora és l'afinament del mallat temporal, que a banda de la reducció de l'error, també aportaria per mallats de $\Delta t = \lesssim (100\text{Hz})^{-1}/100 = 0.0001\text{s}$ en temps real, la possibilitat d'incloure i distingir oscil·lacions sinusoïdals de freqüència vocal humana a les fonts d'ones.

Tot i que en aquest cas ha resultat no ser un problema, l'absència de flux d'ona cap a l'exterior de la matriu de representació pot ser un problema per a intervals de temps més llargs o modelitzacions que requereixin més precisió. Un últim punt de millora seria la inclusió de derivades laterals als punts de les vores i els cantons de la matriu, que permetin la dissipació a l'exterior de l'ona.