Fisi 4125 ***11 de mayo de 2021***

Universidad de Puerto Rico
Recinto Universitario de Mayagüez
Departamento de Física
Examen Final

Instrucciones para Entregar su Examen

1. Suba los programas usados para contestar el examen con los nombres que desee, pero siempre usando la terminación *.py* a la plataforma Moodle antes de las 8:15 pm del domingo, 16 de mayo de 2021. Suba TODAS las respuestas a las preguntas del examen en un documento pdf (incluyendo gráficas, resultados numéricos, igual que cuando contestan asignaciones).
2. 100 puntos = 100%

Oscilador Armónico Amortiguado

Sabemos por experiencia que la mayoría de los movimientos oscilatorios que aparecen en la naturaleza disminuyen gradualmente hasta que el desplazamiento se hace cero; este tipo de movimiento se dice que es *amortiguado* y se dice que el sistema es *disipativo* en vez de conservativo. En este proyecto vamos a escribir un programa en **Python** que simule el movimiento de un oscilador armónico amortiguado. Para velocidades pequeñas, una aproximación razonable es asumir que la fuerza de arrastre (drag force) es proporcional a la primera potencia de la velocidad. En este caso la ecuación de movimiento del oscilador armónico amortiguado puede escribirse como

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 x - \gamma \frac{dx}{dt}.$$

El *coeficiente de arrastre* γ es una medida de la magnitud del término de arrastre. Note que de la ecuación de movimiento la fuerza de arrastre se opone al movimiento. En este proyecto vas a simular el comportamiento del oscilador armónico amortiguado.

a) Escriba un programa en **Python** que incorpore los efectos de amortiguamiento en un oscilador armónico (debe usar el método de Runge-Kutta de 4to orden para resolver la ecuación diferencial), y haga una gráfica de la posición y la velocidad como funciones del tiempo. Describa el comportamiento cualitativo de $x(t)$ y $v(t)$ para $\omega_0 = 3$ y $\gamma = 0.5$ con $x(t=0) = 1$ y $v(t=0) = 0$. (50 puntos)

b) El periodo del movimiento es el tiempo entre máximos sucesivos de $x(t)$. Compute el periodo y la frecuencia angular correspondiente, y compare con el caso sin amortiguamiento. ¿Es el periodo más largo o corto? Haga corridas adicionales para $\gamma = 1$, 2, y 3. ¿Aumenta o disminuye el periodo con más amortiguamiento? ¿Por qué? (10 puntos)

c) La amplitud es el valor máximo de x durante un ciclo. Compute el *tiempo de relajamiento* τ, el tiempo que le toma a la amplitud de una oscilación disminuir por *1/e* ≈ 0.37 de su valor máximo. ¿Es el valor de τ constante durante todo el movimiento? Compute τ para los valores de γ considerados en la parte (b) y discuta la dependencia cualitativa de τ en γ. (10 puntos)

d) Compute la energía total como función del tiempo para los valores de γ considerados en la parte (b). ¿Sí la disminución en la energía no es monotónica, explique? (10 puntos)

e) Compute la dependencia en el tiempo de $x(t)$ y $v(t)$ para γ = 4, 5, 6, 7, y 8. ¿Es el movimiento oscilatorio para todo γ? ¿Cómo puedes caracterizar el decaimiento? Para ω_0 fijo, se dice que el oscilador está *amortiguado críticamente* en el valor de γ más pequeño para el cual decaimiento al equilibrio es monotónico. ¿Para cuál valor de γ el movimiento es monotónico para ω_0 = 4 y ω_0 = 2? Para cada valor de ω_0, compute el valor de γ para el cual el sistema alcanza el equilibrio más rápidamente. (10 puntos)

f) Compute el diagrama de fase para ω_0 = 3 y γ = 0.5, 2, 4, 6 y 8. ¿Por qué la trayectoria en el espacio de fase converge a $x = 0$ y $v = 0$? Este punto se conoce como un *atractor*. ¿Son las características cualitativas del diagrama de fase independiente de γ? (10 puntos)