

QUIZ 1 - ILI286  
PRIMAVERA 2017 - Mi 13.09.17

NOMBRE: \_\_\_\_\_ ROL: \_\_\_\_\_

Responda las siguientes preguntas de forma personal. **Tiempo Máximo:** 25 minutos.

1. **[30 puntos]** Considere la matriz  $A$ , con valores propios  $\lambda_1 = 3$  y  $\lambda_2 = -1$ :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- (a) **[10 puntos]** ¿Qué valor/es propio/s obtendrá si utiliza *Power Iteration* sobre la matriz  $A$ ?
- (b) **[10 puntos]** Considere  $I$ , la matriz identidad de  $2 \times 2$ . ¿Qué valor/es propio/s obtendrá si utiliza *Power Iteration* sobre la matriz  $A - 5I$ ?
- (c) **[10 puntos]** Considere  $I$ , la matriz identidad de  $2 \times 2$ . ¿Qué valor/es propio/s obtendrá si utiliza *Power Iteration* sobre la matriz  $(A^{-1} + 5I)^{-1}$ ?
2. **[70 puntos]** Considere  $A$  una matriz de  $n \times n$ , con entradas reales, simétrica y con ceros en la diagonal principal. Los valores propios de esta matriz no se repiten y satisfacen  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_n$ .

Obtener numéricamente el valor propio  $\lambda_1$  de  $A$  con *Power Iteration* no es factible, debido a que este valor no es necesariamente el valor propio dominante. Tal vez, si se usa *Power Iteration* sobre la matriz  $A$  desplazada en un *shift* conveniente sea más efectivo, ya que los valores propios quedarán ordenados por magnitud al ser todos positivos o todos negativos, pero el valor propio dominante de esta nueva matriz no será exactamente el valor propio  $\lambda_1$  que se requiere determinar.

Construya un algoritmo que haga uso del *Teorema del Círculo de Gerschgorin* para encontrar un *shift* conveniente sobre la matriz  $A$  y que obtenga numéricamente el valor propio  $\lambda_1$ .

*Hint: Teorema:* Sea  $A$  una matriz de  $n \times n$  con entradas  $a_{ij}$ ,  $1 \leq i \leq n$ ,  $1 \leq j \leq n$ . Cada valor propio  $\lambda$  de  $A$  pertenece por lo menos a uno de los discos  $|\lambda - a_{ii}| \leq \sum_{j \neq i} |a_{ij}|$ .