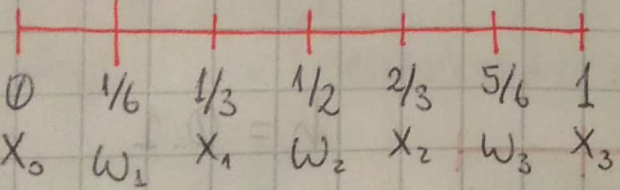
1.- a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = \int_0^1 x^{-1/2}\,dx = \left(2x^{1/2}\right)\Big|_0^1 = 2\left(\sqrt{1}-\sqrt{0}\right)$

$= 2$

b) • Notar que en el extremo izquierdo del intervalo $(x=0)$ la función a integrar se indefine.

• Por lo tanto, parece ideal utilizar Punto-Medio ya que no necesita evaluar en los extremos del intervalo.

• $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx \approx h\sum_{i=1}^{3} f(\omega_i)$, $h = \frac{1}{3}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$



• $\displaystyle h\sum_{i=1}^{3} f(\omega_i) = \frac{1}{3}\left(f(1/6) + f(1/2) + f(5/6)\right)$

$\displaystyle = \frac{1}{3}\left[2.449 + 1.414 + 1.095\right] \approx 1.653$

c) • $2 - 1.653 = 0.347$

2.- • Se pide aproximar cte de elasticidad, la cual podemos despejar de la ecuación.

$$W = \frac{k(\Delta x)^2}{2} \rightarrow k = \frac{2W}{(\Delta x)^2} = \frac{2\int F(x)\,dx}{(\Delta x)^2}$$

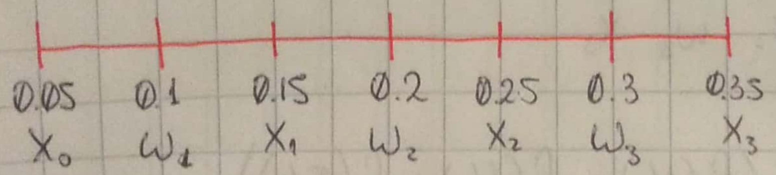
• Dado que la función a integrar corresponde a la fuerza del resorte, esta se modela con la Ley de Hooke.

$$\overline{F(x)} = k \cdot x$$

• Al ser un polinomio de grado 1 puede ser aproximado por Pto. Medio y Trapecio perfectamente.

• Utilicemos pto. Medio: Según la tabla y utilizando 3 evaluaciones:

$$h = 0.1$$



$$\int_{0.05}^{0.35} F(x)\,dx \approx h\left[F(0.1) + F(0.2) + F(0.3)\right] =$$

$$0.1\left[0.82 + 1.40 + 1.86\right] = 0.408$$

• Luego, la constante de elasticidad:

$$k = \frac{2 \cdot 0.408}{(0.35 - 0.05)^2} \approx 9.067$$

3.- a) $L(x,y) = x$, $M(x,y) = 0$

$$\oint_C x\,dx + 0\,dy = \iint_D \left(\frac{\partial 0}{\partial x} - \frac{\partial x}{\partial y}\right) dx\,dy$$

$$\rightarrow \oint_C x\,dx = \iint_D -\frac{\partial x}{\partial y}\,dx\,dy = \iint_D -1\,dx\,dy$$

$$\rightarrow -\oint_C x\,dx = \iint_D dx\,dy \rightarrow \text{Área de D.}$$

$$\rightarrow -\oint_C x\,dx = -\int_0^1 x(s)\,\frac{dx(s)}{ds}\,ds = -\int_0^1 x(s)\cdot x'(s)\,ds$$

- Así: $-\int_0^1 x(s)\,x'(s)\,ds = \text{Área}(D)$

- Sin embargo, se sabe que dependiendo del valor de S la función x cambia, la integral anterior de considerar los contibuciones por cada intervalo $[s_i, s_{i+1}]$.

$$-\int_0^1 x(s)\,x'(s)\,ds = -\sum_{i=0}^{m-1} \int_{s_i}^{s_{i+1}} X_{i+1}(s)\,X'_{i+1}(s)\,ds = \text{Área}(D)$$

Considerando $S_0 = 0$ y $S_m = 1$.

b) · Por lo anterior el algoritmo de calcular m integrales con punto medio y sumar sus resultados.

```
def green_int(x, y, s, x', y', n):
    total = 0
    for i in range(m):
        h = (S_{i+1} - S_i) / (n+1)
        sum = 0
        for j in range(n):
            w = S_i + (2j+1)·h
            sum += X_{i+1}(w) · X'_{i+1}(w)
        total += sum · h
    return total
```