

# Ayudantía 8

## Computación Científica II

Profesor: Cristopher Arenas Fuentes

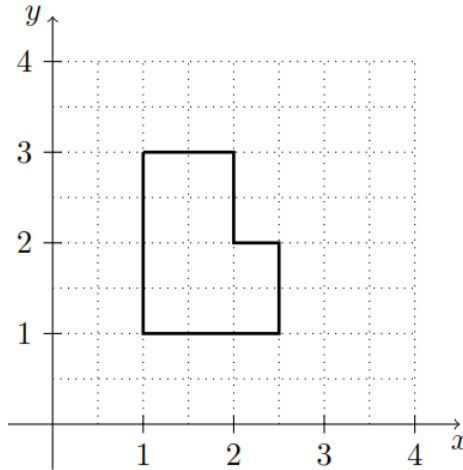
Ayudante: Javier Levio Silva

15 de noviembre de 2017

1. Una pieza de un material térmico en forma de  $L$  posee una distribución de temperatura, que en estado estacionario, se rige por la Ecuación Diferencial Parcial:

$$-\Delta u(x, y) = -u(x, y) \quad (1)$$

$$u(x, y) = xy \quad \forall (x, y) \in \delta\Omega \quad (2)$$



Usted debe realizar una discretización de la EDP con el método de Diferencias Finitas. Para ello responda las siguientes preguntas:

- (a) ¿Qué aproximaciones utilizará para discretizar la EDP?
  - (b) Discretice la EDP y exprese en forma matricial el sistema de ecuaciones para los puntos interiores del material. Considere  $\Delta x = \Delta y = 0,5$
  - (c) Proponga un método numérico para resolver el sistema de ecuaciones de la pregunta anterior.
2. Considere el dominio  $\Omega$  indicado en la Figura 1 y su frontera  $\delta\Omega$  también indicada en la misma figura. En la Figura 1 se propone una discretización del dominio donde los círculos representan la discretización de la frontera y los triángulos representan la discretización de los puntos interiores.

El problema a discutir es la siguiente ecuación en derivadas parciales:

$$-\Delta u(x, y) = \lambda u(x, y) \quad (3)$$

$$u(\delta\Omega) = 0 \quad (4)$$

Nuestro interés es encontrar aproximaciones numéricas de  $u(x, y)$  en los puntos interiores indicados en la Figura 1 y  $\lambda$ .

- (a) Obtenga una discretización del Laplaciano en los puntos interiores indicados en la Figura 1.
- (b) Construya explícitamente las ecuaciones discretas y representela matricialmente.
- (c) Explique claramente (¡No resuelva!) que algoritmo necesita para encontrar todas las soluciones no nulas de  $u(x, y)$  y sus  $\lambda$ 's respectivos dada la discretización sugerida en la Figura 1.

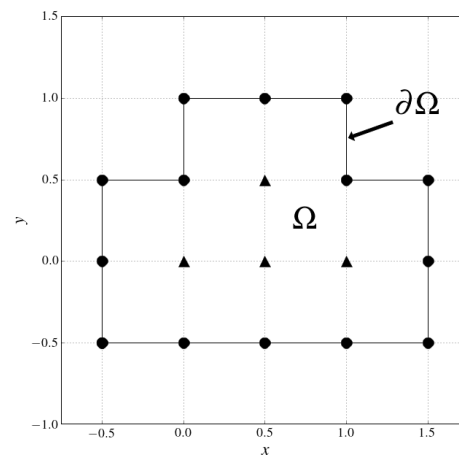


Figura 1: Malla de diferencias finitas. Los círculos representan los puntos de frontera y los triángulos los puntos interiores.