Ayudantía 5
Computación Científica II

Profesor: Cristopher Arenas Fuentes
Ayudante: Javier Levio Silva

23 de octubre de 2017

1. Considere el siguiente IVP:

$$u'(t) = (1-\mu)u(t), \quad u(0) = u_0, \quad \mu \in \mathbb{R} \tag{1}$$

Suponga que se utiliza el siguiente método para solucionar el IVP (46), el cual viene dado por:

$$\kappa_1 = hf(t_n, u_n) \tag{2}$$
$$\kappa_2 = hf(t_n + h, u_n + \kappa_1) \tag{3}$$
$$u_{n+1} = u_n + \alpha\kappa_1 + (1-\alpha)\kappa_2 \tag{4}$$

(a) Determine la región de estabilidad para este método considerando $\mu > 1$. (*Hint: the stability region must be in function of* α.)

(b) Comente sobre la región de estabilidad considerando $\alpha = 1$.

(c) Comente sobre la región de estabilidad considerando $\alpha = \frac{1}{2}$.

2. Un circuito eléctrico RLC en serie está compuesto por una resistencia de $R\,[\Omega]$, un capacitor de capacitancia $C\,[F]$ y una bobina de inductancia $L\,[H]$. En el tiempo $t = 0$, el circuito se encuentra cargado con una carga $Q_0\,[C]$ y circula una corriente $I_0\,[A]$.

La Segunda Ley de Kirchhoff establece la ecuación diferencial ordinaria:

$$L\frac{d^2q(t)}{dt^2} + R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C}q(t) = 0 \tag{5}$$

Además, se considerará que este circuito está *sobre amortiguado* si $R^2 \geq \frac{4L}{C}$.

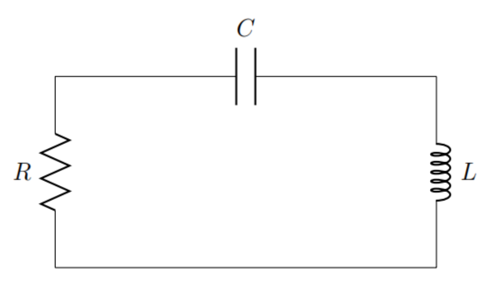

Figura 1: Circuito RLC en serie.

(a) Transforme la EDO a un sistema dinámico.

(b) Considere $R = 6[\Omega]$, $L = 1[H]$ y $C = 2[F]$. ¿Cuál es el máximo valor de Δt que asegura que el Método de Euler será estable?

(c) Considere que el circuito eléctrico está *sobre amortiguado*. ¿Cuál es el máximo valor de Δt que asegura que el Método de Euler será estable? Exprese su resultado en términos de R, L y C.

3. Un problema de valor inicial se puede describir de la siguiente forma:

$$\dot{y} = f(t, y) \tag{6}$$
$$y(0) = y_0 \tag{7}$$

Considerando que se utilizará la regla del trapecio para obtener una aproximación numérica de la solución,

$$y_{n+1} = y_n + \Delta t \left(\frac{f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1})}{2} \right)$$

(a) Determine la región de estabilidad lineal de la regla del trapecio.

(b) ¿Es posible utilizar la regla del trapecio para encontrar una aproximación numérica de $\dot{y}_1(t) = a_{1,1}y_1(t) + a_{1,2}y_2(t)$ y $\dot{y}_1(t) = a_{2,1}y_1(t) + a_{2,2}y_2(t)$ con $y_1(0) = y_2(0) = 1$? Justifique. Donde $a_{1,1}$, $a_{1,2}$, $a_{2,1}$ y $a_{2,2}$ son parámetros fijos.

(c) Si su respuesta fue positiva en la parte **(b)**, explique claramente como se debe utilizar el método de la regla del trapecio para el problema de valor inicial indicado **(b)**.

Todos los ejercicios se sacaron de la guía "Ejercicios de Certamenes Anteriores v1.1" disponible en el moodle del curso.