Quiz 3 - ILI286

Primavera 2017 - Mi 25.10.17

Nombre: PAUTA Rol: ____________

Responda las siguientes preguntas de forma personal. **Tiempo Máximo:** 30 minutos.

1. **[100 puntos]** Considere el circuito eléctrico de la Figura 1, compuesto por una Resistencia de $R[\Omega]$ y un Condensador de placas paralelas, con capacitancia $C[F]$, los cuales están conectados en serie. En el tiempo $t = 0$ el Condensador se encuentra cargado, de tal forma que la diferencia de potencial entre las placas es de $V_0[V]$.

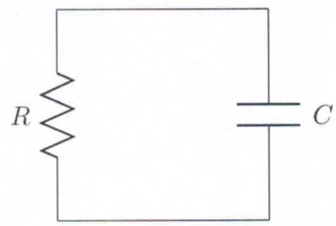

Figura 1: Circuito RC en serie.

La Ley de Kirchhoff relativa a la corriente, establece que la diferencia de potencial en el condensador se rige por la Ecuación Diferencial Ordinaria:

$$C\frac{\mathrm{d}V(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{V(t)}{R} = 0$$

(a) **[5 puntos]** Escriba el Problema de Valor Inicial asociado al contexto explicado anteriormente.

(b) **[15 puntos]** Observando el Problema de Valor Inicial anterior, ¿qué esperaría que ocurriera con la diferencia de potencial cuando $t \to \infty$?

(c) **[40 puntos]** Usted desea determinar numéricamente la diferencia de potencial en el circuito anterior para cualquier valor posible de V_0, R y C. Si utiliza *Forward Euler*, ¿es necesario realizar un análisis de estabilidad? En caso afirmativo encuentre una cota para h de modo que el método sea estable. Si su respuesta es negativa, argumente brevemente porqué no es necesario hacerlo.

(d) **[40 puntos]** Usted desea determinar numéricamente la diferencia de potencial en el circuito anterior para cualquier valor posible de V_0, R y C. Si utiliza el *Backward Euler*, ¿es necesario realizar un análisis de estabilidad? En caso afirmativo encuentre una cota para h de modo que el método sea estable. Si su respuesta es negativa, argumente brevemente porqué no es necesario hacerlo.

(a) $V'(t) = -\frac{1}{RC}V(t)$

$V(0) = V_0$

(b) Es un IVP de la forma $\dot{y} = \lambda y$ con $Re(\lambda) < 0$, por lo tanto $\lim_{t\to\infty} V(t) = 0$

(c) Se sabe que $y_n = y_0(1 + h\lambda)^n$, con $\lambda = \frac{-1}{RC}$. El límite $\lim_{n\to\infty} y_n$ no es cero para todos los casos y la región de estabilidad queda restringida por la condición

$$|1+h\lambda|<1$$

donde $0<h<-\frac{2}{\lambda}$ es una cota para h. $(0<h<2RC)$

(d) Se sabe que $y_n = \frac{y_0}{(1-h\lambda)^n}$ y $\lim_{n\to\infty} y_n = 0$ si $Re(\lambda)<0$.
Luego no es necesario realizar un análisis de estabilidad.