

QUIZ 8 - ILI286  
PRIMAVERA 2017 - MI 06.12.17

NOMBRE: \_\_\_\_\_ ROL: \_\_\_\_\_

Responda las siguientes preguntas de forma personal. **Tiempo Máximo:** 40 minutos.

Sea  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  una partición **equies-**  
**paciada** y  $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ , para  $i = 1, \dots, n-1$ .

$$\phi_i(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} & x_{i-1} < x \leq x_i \\ \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} & x_i < x < x_{i+1} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (1)$$

$$\int_a^b \phi_i(x) \phi_{i+1}(x) dx = \frac{\Delta x}{6} \quad (2)$$

$$\int_a^b (\phi_i(x))^2 dx = \frac{2\Delta x}{3} \quad (3)$$

$$\int_a^b \phi'_i(x) \phi'_{i+1}(x) dx = -\frac{1}{\Delta x} \quad (4)$$

$$\int_a^b (\phi'_i(x))^2 dx = \frac{2}{\Delta x} \quad (5)$$

1. [40 puntos] Demuestre la ecuación (3).
2. [60 puntos] Considere la Ecuación Diferencial Ordinaria:

$$-u''(x) = 3u(x) \quad (6)$$

$$u(0) = 3 \quad (7)$$

$$u(2) = 1 \quad (8)$$

Construya un algoritmo basado en el *Método de Elementos Finitos* que determine puntos  $x_i \in [0, 2]$  tales que  $\frac{1}{u(x_i)} < \alpha$ , con  $\alpha$  un parámetro del algoritmo. Queda a su criterio la elección de  $x_i$ , pero debe explicitarla. Además, deberá indicar todas las ecuaciones, restricciones, sistemas lineales y/o otros elementos que considere relevantes en su respuesta.