

# Ayudantía 9

## Computación Científica II

Profesor: Cristopher Arenas Fuentes

Ayudante: Javier Levio Silva

20 de noviembre de 2017

1. Considere la siguiente EDP:

$$u_{tt}(x, t) = 4u_{xx}(x, t) \quad (1)$$

$$u(x, 0) = 2 \quad (2)$$

$$u_t(x, 0) = 1 \quad (3)$$

$$u(0, t) = 1 \quad (4)$$

$$u(1, t) = 2 \quad (5)$$

(a) ¿A qué tipo de EDP corresponde el problema?

(b) ¿Es posible realizar una estimación mediante diferencias finitas utilizando  $\Delta x = 0.25$  y  $\Delta t = 0.01$ ? *Hint: Verifique la condición CFL.*

(c) Utilizando diferencias finitas, determine un sistema matricial para encontrar una solución en  $t = t_0$  y en  $t = t_n$  para  $0 < n \leq t_N$ .

2. Considere el siguiente sistema no-lineal de ecuaciones diferenciales parciales definido en  $(x, t) = [0, 1] \times [0, T]$ :

$$u_{tt}(x, t) = c(x(x, t))u_{xx}(x, t) \quad (6)$$

$$v_{tt}(x, t) = v_{xx}(x, t) \quad (7)$$

$$u(x, 0) = \sin(\pi x) \exp(-(x - 0.5)^2) \quad (8)$$

$$v(x, 0) = \sin(\pi x) \exp(-(x - 0.5)^2) \quad (9)$$

$$u_t(x, 0) = 0 \quad (10)$$

$$v_t(x, 0) = 0 \quad (11)$$

$$u(1, t) - u(0, t) = 0 \quad (12)$$

$$v(1, t) = 0 \quad (13)$$

$$v(0, t) + v_x(0, t) = \frac{\pi}{\exp(1/4)} \quad (14)$$

$$c(x) = 1 + \epsilon \cos(x) \quad (15)$$

(a) Construya un algoritmo basado en diferencias finitas que encuentre una aproximación numérica de las funciones incógnitas  $u(x, t)$  y  $v(x, t)$  en la grilla  $(x_i, t_k)$  donde  $x_i = \frac{i}{n}$  y  $t_k = \frac{kT}{m}$  para  $i \in \{0, 1, \dots, n\}$  y  $k \in \{0, 1, \dots, m\}$ . Considere  $\epsilon$ ,  $T$ ,  $n$  y  $m$  como parametros de su algoritmo.