

Ayudantía 5

Computación Científica II

Profesor: Ariel Sanhueza
Ayudante: Javier Levio Silva

22 de octubre de 2018

1. Considere el siguiente IVP:

$$u'(t) = (1 - \mu)u(t), \quad u(0) = u_0, \quad \mu \in \mathbb{R} \quad (1)$$

Suponga que se utiliza el siguiente método para solucionar el IVP (46), el cual viene dado por:

$$\kappa_1 = hf(t_n, u_n) \quad (2)$$

$$\kappa_2 = hf(t_n + h, u_n + \kappa_1) \quad (3)$$

$$u_{n+1} = u_n + \alpha\kappa_1 + (1 - \alpha)\kappa_2 \quad (4)$$

- (a) Determine la región de estabilidad para este método considerando $\mu > 1$. (*Hint: the stability region must be in function of α .*)
- (b) Comente sobre la región de estabilidad considerando $\alpha = 1$.
- (c) Comente sobre la región de estabilidad considerando $\alpha = \frac{1}{2}$.
2. Un circuito eléctrico RLC en serie está compuesto por una resistencia de $R [\Omega]$, un capacitor de capacitancia $C [F]$ y una bobina de inductancia $L [H]$. En el tiempo $t = 0$, el circuito se encuentra cargado con una carga $Q_0 [C]$ y circula una corriente $I_0 [A]$.

La Segunda Ley de Kirchhoff establece la ecuación diferencial ordinaria:

$$L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} q(t) = 0 \quad (5)$$

Además, se considerará que este circuito está *sobre amortiguado* si $R^2 \geq \frac{4L}{C}$.

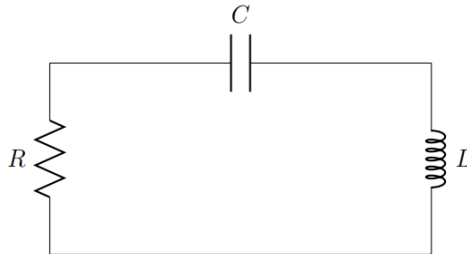


Figura 1: Circuito RLC en serie.

- (a) Transforme la EDO a un sistema dinámico.
- (b) Considere $R = 6[\Omega]$, $L = 1[H]$ y $C = 2[F]$. ¿Cuál es el máximo valor de Δt que asegura que el Método de Euler será estable?
- (c) Considere que el circuito eléctrico está *sobre amortiguado*. ¿Cuál es el máximo valor de Δt que asegura que el Método de Euler será estable? Expresé su resultado en términos de R , L y C .

3. Un problema de valor inicial se puede describir de la siguiente forma:

$$\dot{y} = f(t, y) \tag{6}$$

$$y(0) = y_0 \tag{7}$$

Considerando que se utilizará la regla del trapecio para obtener una aproximación numérica de la solución,

$$y_{n+1} = y_n + \Delta t \left(\frac{f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1})}{2} \right)$$

- (a) Determine la región de estabilidad lineal de la regla del trapecio.
- (b) ¿Es posible utilizar la regla del trapecio para encontrar una aproximación numérica de $\dot{y}_1(t) = a_{1,1}y_1(t) + a_{1,2}y_2(t)$ y $\dot{y}_2(t) = a_{2,1}y_1(t) + a_{2,2}y_2(t)$ con $y_1(0) = y_2(0) = 1$? Justifique. Donde $a_{1,1}$, $a_{1,2}$, $a_{2,1}$ y $a_{2,2}$ son parámetros fijos.
- (c) Si su respuesta fue positiva en la parte (b), explique claramente como se debe utilizar el método de la regla del trapecio para el problema de valor inicial indicado (b).