Pre-Certamen N°2 ILI-286

SCT - Mi.15.11.17

Nombre:______________________________ Rol:______________________________

Instrucciones: *Usted tiene 120 minutos para responder el Certamen.*

Usted tiene que mostrar todo su trabajo para obtener todos los puntos.

Puntos parciales serán entregados a preguntas incompletas. Respuestas finales sin desarrollo o ***sin nombre*** *reciben 0 puntos.* Copy-and-Paste *de algoritmos reciben 0 puntos. ¡Buena Suerte!*

1. Proponga un algoritmo numérico que obtenga una aproximación numérica de $u(x)$:

$$(u(x)\,u'(x))' = 0, \quad 0 < x < \pi, \tag{1}$$

$$u(0) = 0, \quad u'(\pi) = 1. \tag{2}$$

NOMBRE:______________________________ ROL:______________________________

2. Considere una barra conductora de Laminanium de largo L desarrollado por ingenieros de la Universidad de Yavin IV. La barra tiene una dirección de mayor longitud, digamos, x, y otras dos dimensiones de tamaño mucho menor. La barra se encuentra sometida a una fuente de calor $p(x)$[°C] y está sujetada en los extremos por dos soportes que se encuentran a 0[°C]. La Figura 1 muestra el esquema de la barra de Laminanium bajo la fuente de calor descrita. La distribución

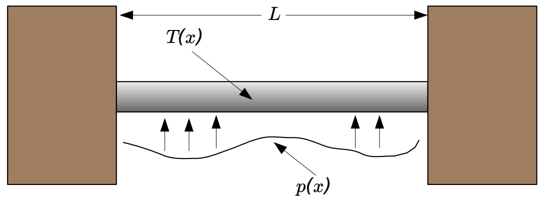


Figura 1: Esquema de barra de Laminanium.

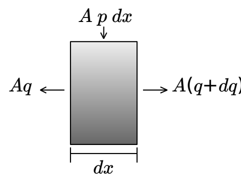


Figura 2: Descripción infinitesimal de la barra.

de temperatura $T(x)$ puede ser obtenida cuando se equilibran las energías relacionadas en una sección infinitesimal de la barra, como en la Figura 2 tal que:

$$A\,(q + dq) - A\,q = A\,p\,dx, \tag{3}$$

donde A es el área de la sección transversal de barra. Recuerde además la Ley de Fourier en (4) que relaciona el calor q con el gradiente de temperatura $\dfrac{dT}{dx}$ y la conductividad térmica k:

$$q = -k\frac{dT}{dx} \tag{4}$$

(a) Elimine de la ecuación (3) la componente de calor q mediante la Ley de Fourier. Exprese su resultado en función de la distribución de temperatura $T(x)$.

(b) Plantee el problema de encontrar $T(x)$ de alguna de las formas vistas en clase (IVP, BVP, IBVP, Eigenvalue problem...). Por simplicidad sitúe el sistema de referencia al inicio de la barra.

(c) Escriba un pseudocódigo para encontrar la temperatura en cualquier punto de la barra.

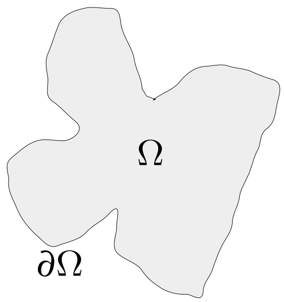
Nombre:________________________________ Rol:________________________

3. Proponga un algoritmo estable para resolver numéricamente $u''(s)+u(s) = -\cos^3(s)$, con $u(0) = u'(0) = 0$, para $s = [0, 10]$.

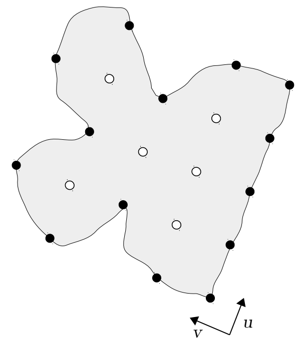
NOMBRE:______________________________ ROL:______________________________

4. Considere la ecuación de Poisson sobre la región $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ como se muestra en la Figura 3a, donde la incógnita es la función $G(u, v)$. Note que en $\partial\Omega$ se cumple condición de Dirichlet nula. Se ofrece la siguiente discretización del dominio sobre las direcciones u, v, como se aprecia en la Figura 3b. La ecuación de Poisson en este sistema de coordenadas es

$$-G_{uu} - G_{vv} = f$$



(a) Dominio Ω con su frontera $\partial\Omega$



(b) Discretización de Ω

(a) Los puntos en negrita corresponden a la discretización del borde, mientras que los puntos sin rellenar son aquellos en donde no se conoce el valor de G. Escriba el sistema de ecuaciones matricial que permite conocer el valor de $G(u_i, v_j)$ en los puntos incógnitos.