

Ayudantía 11

Computación Científica II

Profesor: Cristopher Arenas Fuentes

Ayudante: Javier Levio Silva

04 de diciembre de 2017

1. Considere la función $\phi_i(t) \in L^2[0, 1]$ con $i \in \{1, \dots, n-1\}$:

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \frac{t - t_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}, & t_{i-1} < t \leq t_i \\ \frac{t_{i+1} - t}{t_{i+1} - t_i}, & t_i < t < t_{i+1} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (1)$$

Además:

$$\phi_0(t) = \begin{cases} \frac{t_1 - t}{t_1 - t_0}, & t_0 \leq t < t_1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2)$$

$$\phi_n(t) = \begin{cases} \frac{t - t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}}, & t_{n-1} < t \leq t_n \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3)$$

donde $t_i = i \cdot \Delta t$ y $\Delta t = \frac{1}{n}$.

(a) Considere $n > 2$. Grafique la función $\phi_0(t)$, $\phi_2(t)$ y $\phi_n(t)$ con $t \in [0, 1]$.

(b) Calcule una expresión para $\phi'_i(t)$.

(c) Muestre que:

$$\int_0^1 \phi_i(t) \phi_{i+1}(t) dt = \frac{\Delta t}{6}$$

(d) Muestre que:

$$\int_0^1 (\phi_i(t))^2 dt = \frac{2\Delta t}{3}$$

(e) Muestre que:

$$\int_0^1 \phi'_i(t) \phi'_{i+1}(t) dt = -\frac{1}{\Delta t}$$

(f) Muestre que:

$$\int_0^1 (\phi'_i(t))^2 dt = \frac{2}{\Delta t}$$

2. Considere la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$$\delta y''(t) = \gamma y(t) + f(t), \quad t \in [0, 1] \quad (4)$$

$$y(0) = y_0 \quad (5)$$

$$y(1) = y_n \quad (6)$$

$$(7)$$

(a) Exprese la ecuación (4) en su *weak form*.

(b) Considere las funciones planteadas en la pregunta 1, $n = 4$ puntos y $g_k = \int_0^1 f(x) \cdot \phi_k(x) dx$. Construya un algoritmo que encuentre una aproximación de la solución del problema.