

Ayudantía 12

Computación Científica II

Profesor: Cristopher Arenas Fuentes

Ayudante: Javier Levio Silva

11 de diciembre de 2017

1. Una varilla de Grafeno construida por una compañía posee una constante de conductividad α^2 . Considere que el flujo de calor a través de la varilla puede modelarse con la siguiente EDP:

$$u_t(x, t) = \alpha^2 u_{xx}(x, t), \quad x \in [0, l_0], \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

$$u(x, 0) = f(x) \quad (2)$$

$$u_x(0, t) = 0 \quad (3)$$

$$u(l_0, t) = 0 \quad (4)$$

IL está interesado en conocer el tiempo en que la temperatura máxima de la varilla no exceda los β grados.

- (a) Utilice el enfoque Crank-Nicolson para discretizar la EDP descrita anteriormente y realice un sketch que muestre como el enfoque realiza las aproximaciones en cada evolución en el tiempo. Escriba su algoritmo en forma matricial.
 - (b) Construya un algoritmo que utilice el código propuesto de (a) para determinar el tiempo en que la temperatura de la varilla no exceda los β grados Celsius.
2. Considere el siguiente sistema no-lineal de ecuaciones diferenciales parciales definido en $(x, t) = [0, 1] \times [0, T]$:

$$u_{tt}(x, t) = c u_{xx}(x, t) \quad (5)$$

$$u(x, 0) = \sin(\pi x) \quad (6)$$

$$u_t(x, 0) = 0 \quad (7)$$

$$u(1, t) - u(0, t) = 0 \quad (8)$$

- (a) Construya un algoritmo basado en diferencias finitas que encuentre una aproximación numérica de las función incógnita $u(x, t)$ en la grilla (x_i, t_j) donde $x_i = \frac{i}{n}$ y $t_k = \frac{jT}{m}$ para $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ y $j \in \{0, 1, \dots, m\}$. Considere T , n y m como parámetros de su algoritmo.