

Ayudantía 10

Computación Científica II

Profesor: Ariel Sanhueza
Ayudante: Javier Levio Silva

26 de noviembre de 2018

1. El grafeno es un nuevo material que ha revolucionado la industria debido a sus múltiples aplicaciones. Una de sus propiedades relevantes es su alta conductividad de calor. Un importante laboratorio (IL) de ensayo de materiales le ha solicitado a los alumnos de CC2 de la USM realizar una serie de simulaciones computacionales para analizar la conductividad de una varilla de Grafeno de largo l_0 . IL ha solicitado a diferentes compañías la construcción de varillas de Grafeno y ha detectado que cada compañía involuntariamente introduce impurezas en el material. Se ha determinado que las impurezas afectan directamente la conductividad del material. Luego de un largo análisis, se ha podido caracterizar la conductividad de cada varilla para cada compañía como $\alpha_j^2(x)$, para $j = 1 : n$. IL está interesado en hacer un ranking entre las compañías basado en la temperatura media obtenida luego de T unidades de tiempo considerando que la temperatura inicial de la varilla es de 0 grados Celsius y justo al inicio se agrega una fuente de temperatura de β grados Celsius al lado derecho $u(x = l_0, t)$ y que al lado izquierdo se mantiene aislado $u_x(x = 0, t) = 0$ de pérdida de calor.

Considere que el flujo de calor a través de la varilla puede modelarse con la siguiente EDP:

$$u_t(x, t) = \alpha^2(x) u_{xx}(x, t), \quad x \in [0, l_0], \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

$$u(x, 0) = 0 \quad (2)$$

$$u_x(0, t) = 0 \quad (3)$$

$$u(l_0, t) = \beta \quad (4)$$

Donde $u(x, t)$ representa la temperatura de la varilla en la posición x al tiempo t .

- (a) Construya una aproximación de segundo orden para la condición de borde $u_x(0, t) = 0$.
- (b) Establezca una representación explícita que permita estimar la evolución de la EDP en el tiempo.
- (c) Establezca una representación implícita que permita estimar la evolución de la EDP en el tiempo.
- (d) Establezca una representación con el método de Crank-Nicolson que permita estimar la evolución de la EDP en el tiempo.
- (e) Construya un algoritmo que pueda generar el ranking requerido por IL.