Ayudantía 7
Computación Científica II

Profesor: Cristopher Arenas Fuentes
Ayudante: Javier Levio Silva

06 de noviembre de 2017

1. Construya una aproximación de segundo orden para la primera derivada de una función. *Hint: Build an interpolation with* 3 *points, compute the derivative an evaluate it on the left point. It is a good idea to use the Lagrange interpolation polynomial!*

2. Considere la siguiente Ecuación de Poisson unidimensional con condiciones de borde de Dirichlet y Neumann en los bordes:

$$\Delta u = \exp(-x^2) \tag{1}$$
$$u'(0) = -1 \tag{2}$$
$$u(1) = 1 \tag{3}$$
$$0 \leq x \leq 1 \tag{4}$$

   (a) Proponga un algoritmo numérico para resolver la Ecuación de Poisson. Utilice un método que crea conveniente desarrolle los pasos necesarios y recuerde incluir debidamente las condiciones de borde.

   (b) Indique el orden que usted espera de su aproximación. Justifique por qué su método es de dicho orden.

3. Considere nuestro viejo péndulo con roce del curso FIS-110 como el de la Figura 8. El sistema puede expresarse en función de la variación del ángulo θ del péndulo como:

$$\ddot{\theta}(t) = -\frac{g}{L}\sin(\theta(t)) + b\,\dot{\theta}(t), \quad \theta(0) = \theta_0, \quad \theta(T) = \theta_T \tag{5}$$

   donde $b > 0$ es el coeciente de roce, g es la aceleración de gravedad y L el largo de la cuerda. Cuando el roce es nulo, el pendulo oscila libremente y esperamos una solución periódica $\theta(t)$. Ante la presencia de roce esperamos que la solución decaiga con el tiempo hasta el equilibrio, en donde la velocidad y aceleración angular son nulas.

   (a) Despreciando el roce y suponiendo que usted sostiene el péndulo al inicio a un ángulo de θ_0, plantee un algoritmo utilizando **diferencias finitas** para encontrar la **velocidad angular inicial** con la que debe inicializar el péndulo tal que luego de un tiempo T el péndulo alcance un ángulo de θ_T.

   (b) Escriba explícitamente el sistema de ecuaciones que debe resolverse y que metodo utilizara para resolverlo. Considere $n = 5$ puntos de discretización para el intervalo $[0, T]$, con $T = 1$.

Ejercicios 2 y 3 sacados de la Guía "Ejercicios de Certamenes Anteriores v1.1".