1. La red de datos de nuestra empresa cuenta con 3 routers, A, B y C. De acuerdo con las especificaciones de los equipos, las probabilidades de fallo en cada uno de ellos son $0{,}01$, $0{,}025$ y $0{,}005$ respectivamente. Sabemos que el router A maneja el 50 % de las transmisiones, repartiéndose el resto de forma igual entre los routers B y C.

   a) Calcula la probabilidad de que se produzca un error debido al router en una transmisión cualquiera.

   b) Si una transmisión ha resultado errónea, ¿cuál es la probabilidad de que la procesara el router C?

2. Antes de sacar al mercado una nueva versión de un determinado programa, la empresa que lo desarrolla decide someterlo a un proceso de prueba para detectar posibles errores. Para ello, se tiene la opción de enviar una versión beta a tres empresas de verificación de software, para que analicen el programa de forma independiente. Las tres empresas garantizan que detectan cualquier fallo en el software con probabilidad 0.1, 0.3 y 0.4 respectivamente. Responde a la siguientes preguntas:

   - a) Si el programa contiene un fallo y se le envía a alguna de las empresas ¿cual es la probabilidad de que el fallo sea detectado?
     Solución: En primer lugar, determinemos los sucesos que intervienen en el problema:
     F: El fallo es detectado A: La primera empresa analiza el código.
     B: La segunda empresa analiza el código.
     C: La tercera empresa analiza el código.
     La información de la que disponemos es la siguiente: $P(F|A) = 0{,}1$, $P(F|B) = 0{,}3$ y $P(F|C) = 0{,}4$. Además tenemos que $P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$, puesto que se le envía a alguna de las empresas, pero no nos dicen cual.
     Se nos pide que calculemos $P(F)$, para calcular esta probabilidad podemos aplicar la regla de probabilidad total:
     $$\begin{aligned} P(F) &= P(F|A)P(A) + P(F|B)P(B) + P(F|C)P(C) \\ &= 0{,}1 * 1/3 + 0{,}3 * 1/3 + 0{,}4 * 1/3 = 0{,}27 \end{aligned}$$

   - b) Si el programa contiene un fallo y se le envía a las tres empresas ¿cual es la probabilidad de que el fallo sea detectado?
     Solución: En primer lugar, determinemos los sucesos que intervienen en el problema:
     FA: La primera empresa detecta el fallo.
     FB: La segunda empresa detecta el fallo.
     FC: La tercera empresa detecta el fallo.
     La información de la que disponemos es la siguiente: $P(FA) = 0{,}1$, $P(FB) = 0{,}3$ y $P(FC) = 0{,}4$.
     La probabilidad de que el fallo sea detectado por al menos una de las empresas es $P(FA \cup FB \cup FC)$, que se puede calcular como 1 menos la probabilidad del suceso contrario, es decir,
     $$P(FA \cup FB \cup FC) = 1 - P(FA^c \cap FB^c \cap FC^c) = 1 - (0{,}9 \times 0{,}7 \times 0{,}6) = 0{,}622\ ,$$
     dado que al ser los sucesos FA, FB y FC independientes, se cumple que $P(FA^c \cap FB^c \cap FC^c) = P(FA^c)P(FB^c)P(FC^c)$.

3. Según un estudio, 1 de cada 100 archivos disponibles en un servidor p2p tienen virus. Se dispone de un antivirus que da positivo sobre un archivo que no está infectado con probabilidad 0.05.

   - a) Si se sabe además que el antivirus da negativo sobre un archivo que está infectado con probabilidad de 0.01. ¿Cuál es la probabilidad de que un archivo para el cuál el antivirus da positivo, tenga realmente un virus?
     Solución: En primer lugar, determinemos los sucesos que intervienen en el problema:
     V: Un archivo tiene virus.
     A: El antivirus da positivo.
     La información de la que disponemos es la siguiente: $P(A|V^c) = 0{,}05$, $P(A^c|V) = 0{,}01$ y $P(V) = 0{,}01$.

La cuestión que tenemos que resolver es calcular $P(V|A)$, que es equivalente a calcular $1 - P(V^c|A)$. Por la regla de Bayes, sabemos que

$$\begin{aligned} P(V^c|A) &= \frac{P(A|V^c)P(V^c)}{P(A|V)P(V) + P(A|V^c)P(V^c)} && (1) \\ &= \frac{P(A|V^c)P(V^c)}{(1 - P(A^c|V))P(V) + P(A|V^c)P(V^c)} && (2) \\ &= \frac{0{,}05 * 0{,}99}{0{,}99 * 0{,}01 + 0{,}05 * 0{,}99} = 0{,}83 && (3) \end{aligned}$$

Por tanto,

$$P(V|A) = 1 - P(V^c|A) = 1 - 0{,}83 = 0{,}17$$

- b) Y si la información que nos dan es: si el antivirus da negativo, la probabilidad de que el archivo realmente no esté infectado es de 0.99. ¿Cuál sería ahora la probabilidad de que un archivo para el cuál el antivirus da positivo, tenga realmente un virus?

Solución:

La información de la que dispondríamos ahora sería: $P(A|V^c) = 0{,}05$, $P(V^c|A^c) = 0{,}99$ y $P(V) = 0{,}01$.

De nuevo, la cuestión que tenemos que resolver es calcular $P(V|A)$, que es equivalente a calcular $1 - P(V^c|A)$. Por la regla de Bayes, sabemos que

$$P(V^c|A) = \frac{P(A|V^c)P(V^c)}{P(A|V)P(V) + P(A|V^c)P(V^c)},$$

pero desconocemos el valor de $P(A|V)$. Sin embargo, conocemos $P(V^c|A^c)$, y por la regla de Bayes,

$$\begin{aligned} P(V^c|A^c) &= \frac{P(A^c|V^c)P(V^c)}{P(A^c)} = \frac{(1 - P(A|V^c))P(V^c)}{1 - P(A)} \\ &\Rightarrow \ 1 - P(A) = \frac{(1 - 0{,}05) \times 0{,}99}{0{,}99} \\ &\Rightarrow \ P(A) = 0{,}05 \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$P(V|A) = 1 - P(V^c|A) = 1 - \frac{P(A|V^c)P(V^c)}{P(A)} = 1 - \frac{0{,}05 \times 0{,}99}{0{,}05} = 0{,}01$$

4. En un sistema de alarma antivirus, la probabilidad de que se produzca un riesgo de contagio de virus es 0.1. Si éste se produce, la probabilidad de que salte una alerta es de 0.95. La probabilidad de que salte una alerta sin haber un verdadero riesgo es 0.03. Hallar:
   a) Probabilidad de que habiendo saltado una alerta, no haya habido riesgo de contagio.
   b) Probabilidad de que haya un riesgo y la alerta no funcione.
   c) Probabilidad de que no habiendo saltado la alerta, haya un riesgo de contagio.
5. Dos máquinas A y B han producido respectivamente, 100 y 200 componentes electrónicos. Se sabe que A produce un 5 % de componentes defectuosos y B un 6 %. Se toma un componente y se pide:
   a) Probabilidad de que sea defectuoso (puede haber sido producido por A o por B).
   b) Sabiendo que es defectuoso, probabilidad de que proceda de la máquina A.
6. Se ha realizado una encuesta de satisfacción sobre los usuarios de tres sistemas operativos en una empresa, denominados A, B y C. El 90 % de los usuarios del sistema A están satisfechos, mientras que dichos porcentajes son del 80 % para B y del 35 % para C. Se sabe además que el 30 % de los entrevistados usan el sistema A y el 10 % usan B.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado de la empresa elegido al azar esté satisfecho con el sistema operativo?

b) Si se sabe que un usuario no está satisfecho con el sistema operativo, ¿cuál es la probabilidad de que esté utilizando el B?.

7. En cierta facultad el 25 % de los estudiantes suspenden Matemáticas, el 15 % Estadística y el 10 % ambas. Se selecciona un estudiante al azar.

    a) Si ha suspendido Estadística, ¿cuál es la probabilidad de que suspendiera Matemáticas?

    b) Si tiene la Estadística aprobada, ¿cuál es la probabilidad de que tenga también las Matemáticas aprobadas?

8. Tres estudiantes compañeros de piso tratan de decidir quién sacará hoy la basura. Para ello meten en una bolsa opaca dos cigarros rubios y uno negro y extraen cada uno sucesivamente un cigarro sin volverlo a meter. El elegido será el que escoja el cigarro negro. Demuestra que todos tienen la misma probabilidad de que les toque, sea cual sea el orden en que se efectúen las extracciones.