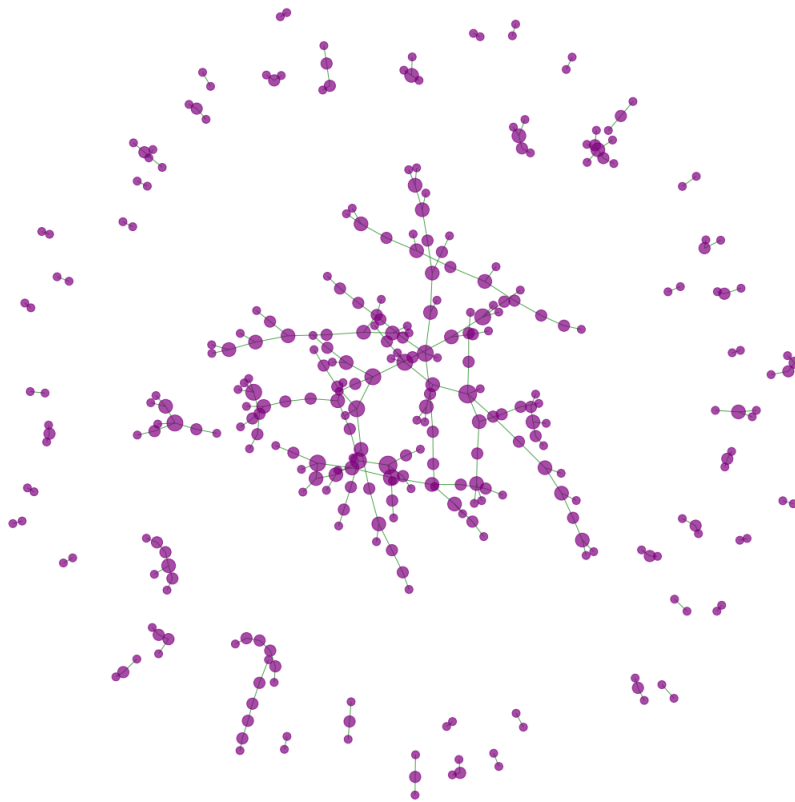


Práctica 2.

Implementación de modelos de redes

Marlon Campoverde, Rebeca Herranz
Guillermo Ovejero, Carlos Sánchez

Diciembre de 2019



Índice

	Página
1. Introducción	1
2. Desarrollo de modelos	2
3. Barabasi-Albert Model	3
4. Erdos-Renyi Model	6
5. Comparación de modelos	8

1. Introducción

Este documento se ha realizado mediante el estudio de dos modelos que son el de Erdos-Renyi y Barabasi-Albert.

El modelo Erdos-Renyi es un modelo de grafos en el cual según un número de nodos n , y con probabilidad p , cada nodo tiene una probabilidad p de conectarse con otro nodo.

En cambio el modelo de Barabasi-Albert no usamos una probabilidad igual para todos los nodos. Si no que se generan m nodos iniciales conectados entre si y en cada paso de simulación se añade un nodo el cual se conecta a m nodos mas siguiendo el *Preferential Attachment* que se basa en esta fórmula.

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j}$$

Una vez se hayan desarrollado los grafos de manera aleatoria se analizarán sus características y se visualizarán con la librería de análisis de grafos para python, *networkx*.

Después se compararán los modelos con la red de películas de la práctica 1 para analizar cual de los dos modelos es mas semejante.

2. Desarrollo de modelos

Los modelos han sido desarrollados mediante la librería de python *networkx* y se han realizado y guardado mediante dos formas, el notebook de jupyter donde luego los hemos analizado y mediante un CLI que genera el modelo que queramos según los parámetros seleccionados, se han generado 100 grafos en total y se han seleccionado los que hemos creído mas útiles para el estudio de ellos.

Con el modelo de Erdos-Renyi además de incluir los nodos a generar, en este caso 500 para todos los grafos realizados con este modelo, hay que añadir una probabilidad $p = 0 < p < 1$ con la que cada nodo se conectara con probabilidad p con los otros $n - 1$ nodos.

En el modelo de Barabási-Albert haremos lo mismo que con el anterior, ahora con dos valores de nodos diferentes, 500 y 5000, también hay que especificar el valor de m_0 , en la práctica hemos usado los valores 3 y 4, además de esto, hemos ido guardando en diferentes csv los pasos de simulación de este modelo, se han cogido solo unos pocos para realizar las visualizaciones y analizarlos, en el repositorio de están el resto de archivos con los restantes pasos de simulación.

3. Barabasi-Albert Model

Hemos realizado la simulación del modelo BA¹, con $n = 500$ y $m_0 = 3$

Los pasos de simulación elegidos hasta llegar al 40, a partir de ahí las visualizaciones se hacían difíciles analizar, además hemos añadido un ranking de tamaños para los nodos y poder visualizar el *Preferential Attachment*.

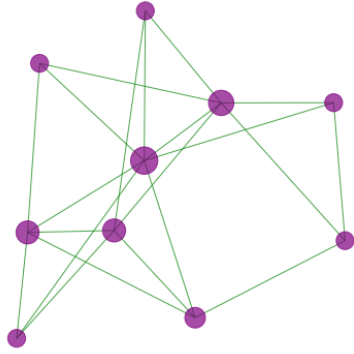


Figura 1: Barabasi Albert $step = 10$

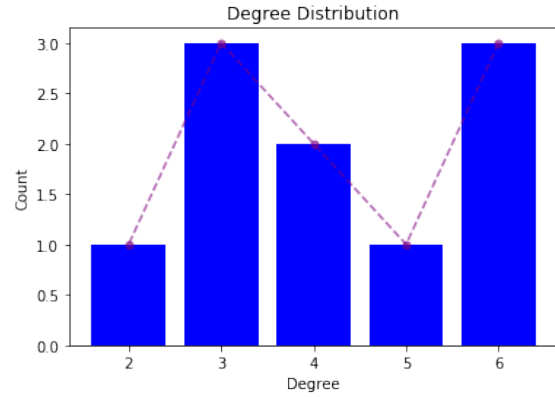


Figura 2: BA Degree Distribution $step = 10$

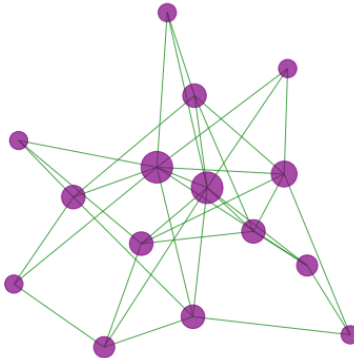


Figura 3: Barabasi Albert $step = 15$

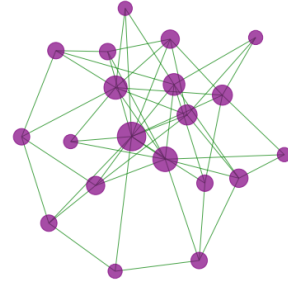


Figura 4: Barabasi Albert $step = 20$

Ya con 20 nodos podemos observar como claramente unos pocos nodos centrales son los que acumulan mayor grado, mientras que la periferia tiene solamente un grado no mayor a 4. Como se ve en la Figura 2. 3 nodos (*los hubs*) tienen grado 6 mientras que los 7 restantes tienen una media de grado de 3.4

¹Modelo de libre escala de Barabasi Albert

Como se observa en la distribución del grado, ya podemos observar como se empieza a distribuir en forma de *Ley de Potencias*, vemos que sigue habiendo 3 nodos con el mayor grado de la red mientras que la mayoría se quedan en el grado 2, debido a que la conexión preferencial hace que los primeros nodos que llegan antes a la red y que mayor grado tienen son a los que mas se quieren unir otros nodos.

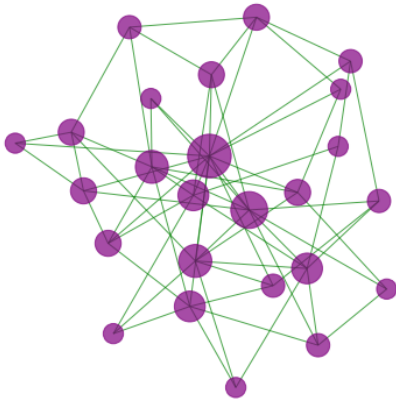


Figura 5: Barabasi Albert $step = 25$

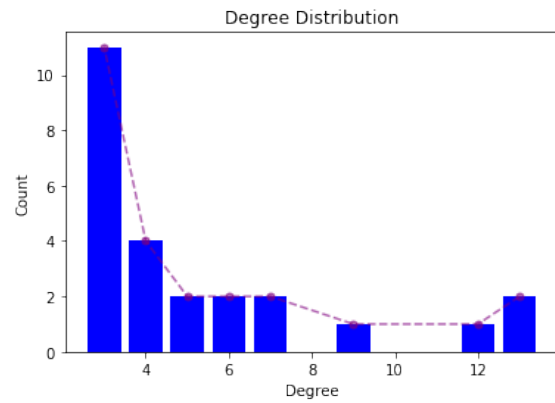


Figura 6: BA Degree Distribution $step = 25$

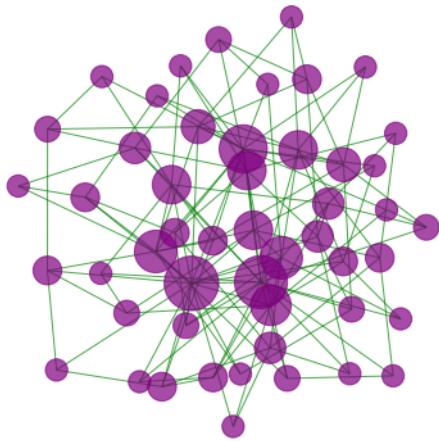


Figura 7: Barabasi Albert $step = 50$

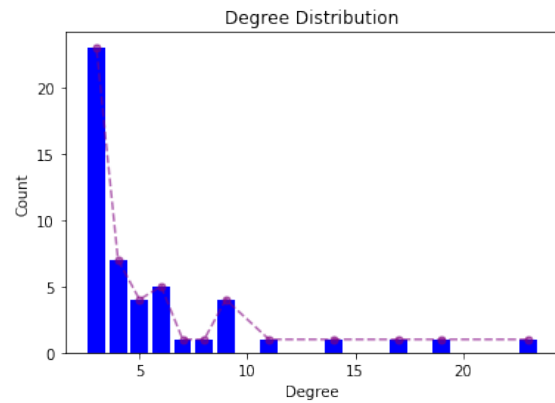


Figura 8: BA Degree Distribution $step = 50$

Por ultimo comparamos las medidas del modelo teórico con los resultados actuales obtenidos del diámetro y del coeficiente de cluster.

Se observa que la tendencia de los resultados tiende a la del modelo, cuantos mas nodos hay mas se acerca a la función del modelo.

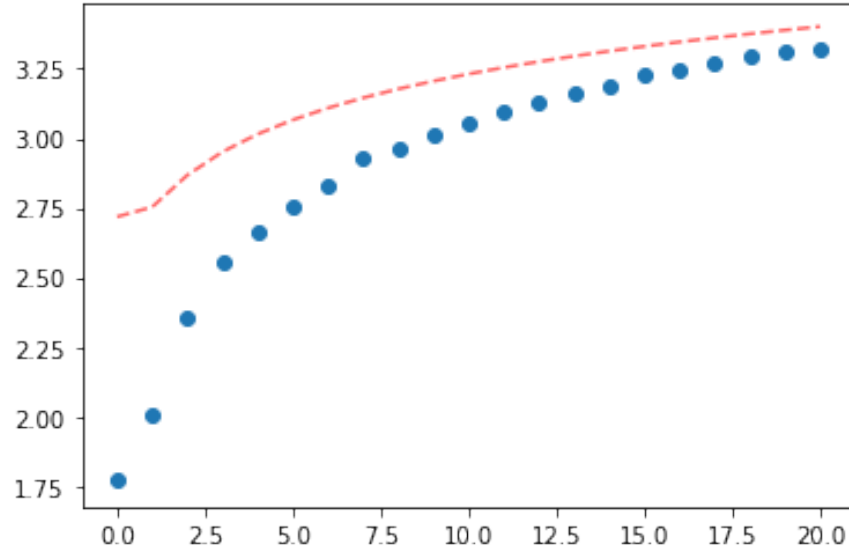


Figura 9: Diámetro actual (azul) vs Modelo $\frac{\ln N}{\ln(\ln N)}$ (rojo), pasos de 10 a 500

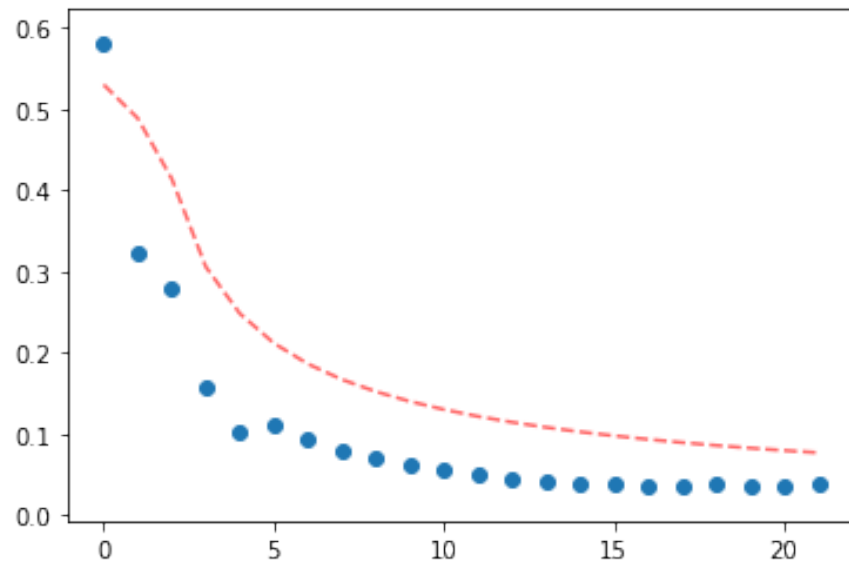


Figura 10: Coeficiente de Cluster actual (azul) vs Modelo $\frac{(\ln N)^2}{N}$ (rojo), pasos de 10 a 500

4. Erdos-Renyi Model

Las etapas de evolución del grafo de erdos-renyi son subcrítica ($p < 1/N$), crítica ($p = 1/N$), supercrítica ($p > 1/N$) y conectada ($p > \frac{\ln N}{N}$).

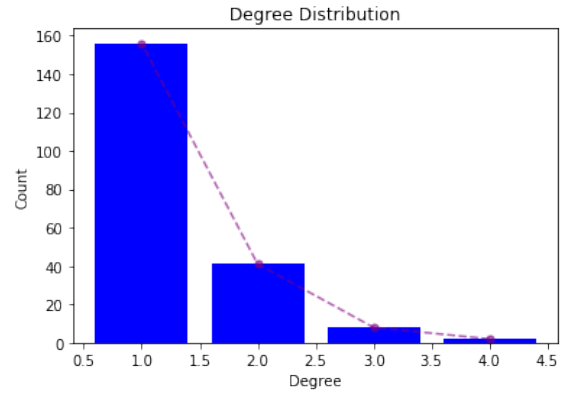
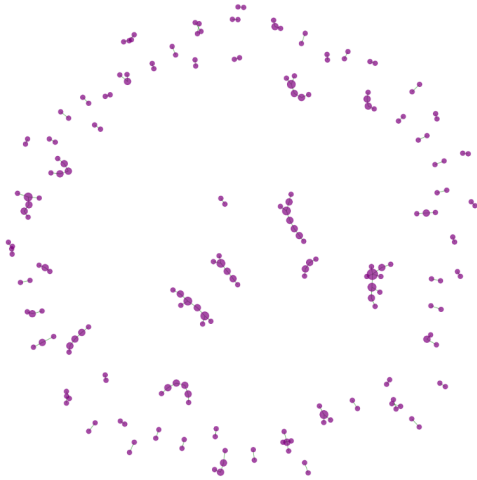


Figura 11: Subcrítica $p < \frac{1}{N}$ $p = 0,001$

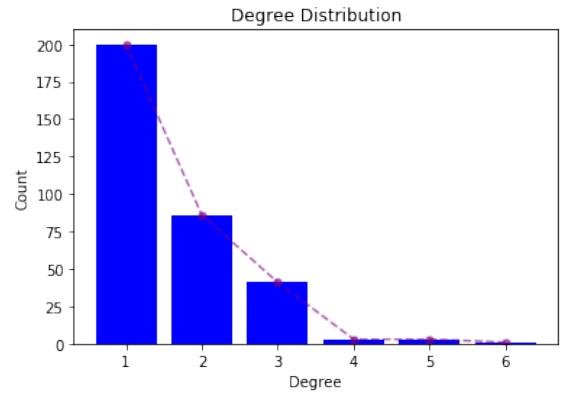
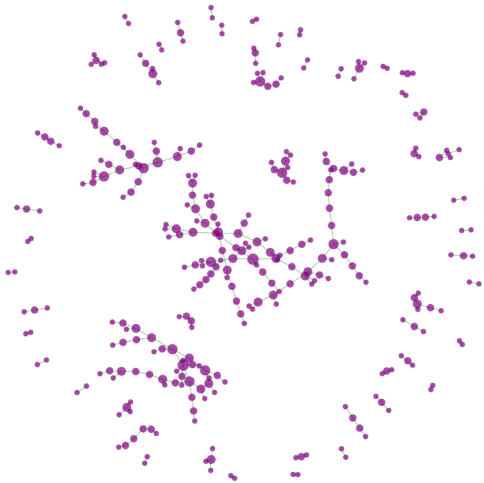


Figura 12: Crítica $p = \frac{1}{N}$ $p = 0,002$

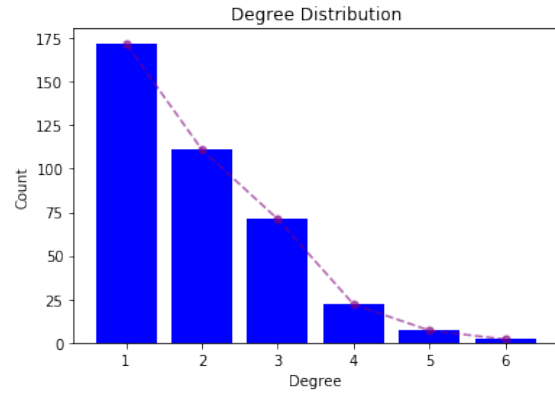
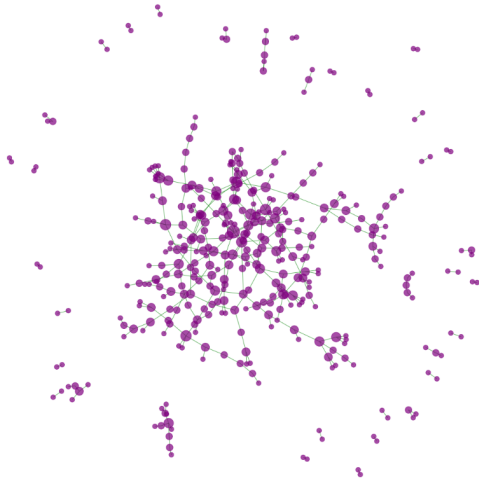


Figura 13: Supercrítica $p > \frac{1}{N} p = 0,003$

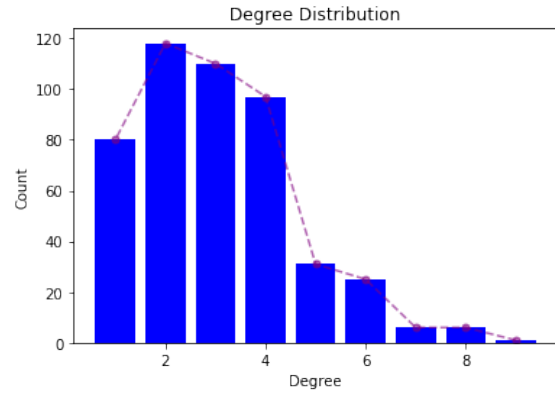
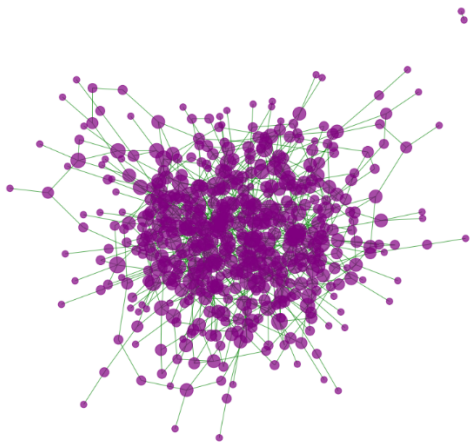


Figura 14: Conectada $p > \frac{\ln N}{N} = p > 0,0054$
 $p = 0,006$

5. Comparación de modelos

De los 2 modelos estudiados vemos con la red de la practica 1 se parece mucho mas al modelo de Barabasi Albert.

Viendo la distribucion de los grados del modelo y de la red real podemos observar como ambas siguen la ley de las potencias, haciendo que haya muchos nodos con poco grado y unos pocos con grado muy alto (los hubs)

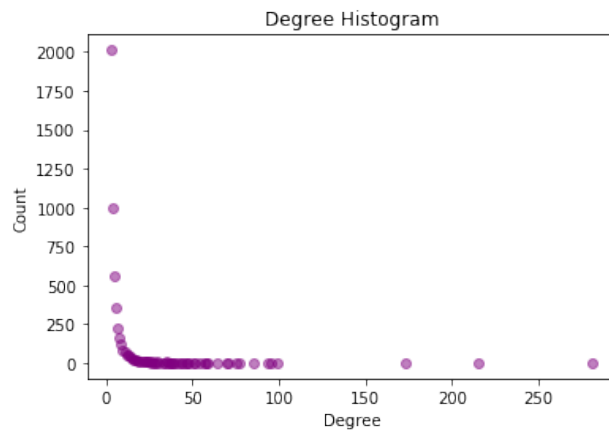


Figura 15: BA model $n = 5000$

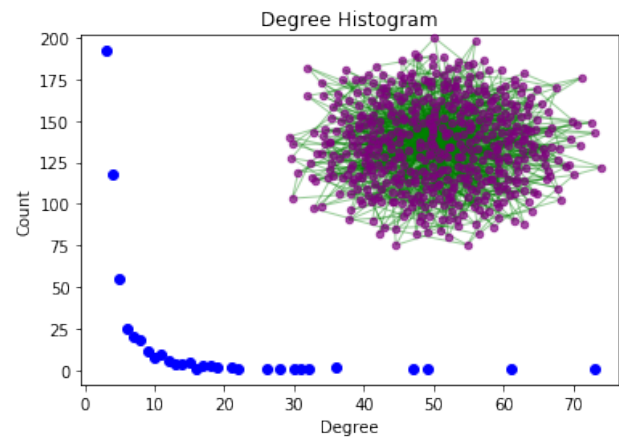


Figura 16: BA model $n = 500$

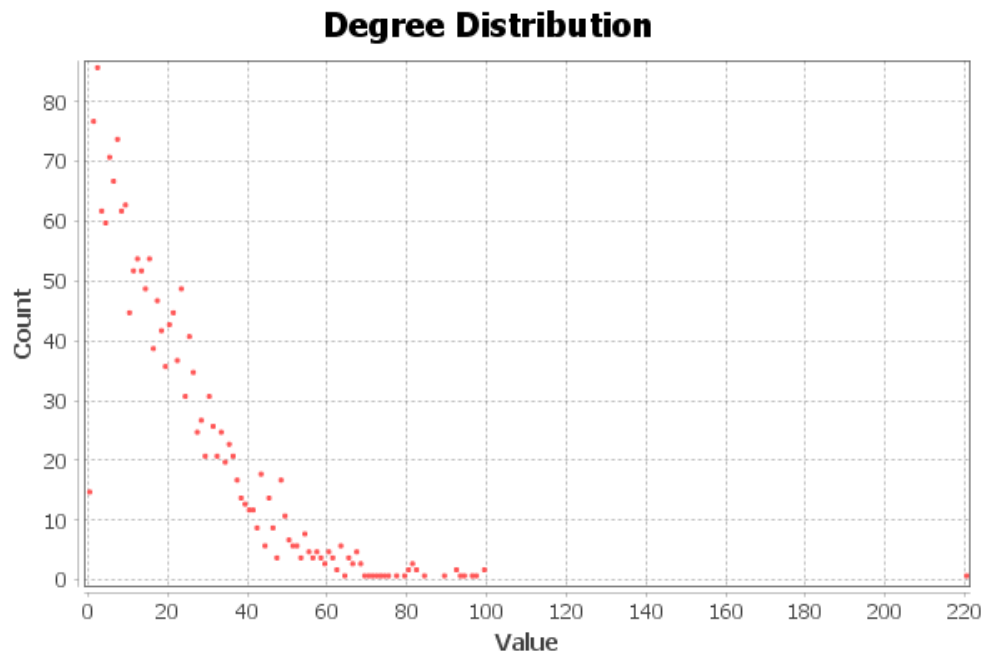


Figura 17: Degree Distribution from movie network

El modelo generado para que resultase lo mas similar a la red real ha sido con $n = 1895$ y $m = 9$

Podemos observar como la mayoría de medidas que se muestran no se desvían demasiado con el modelo generado

Nodos: 1896 Aristas: 18797 Grafo no dirigido		
Filtros	Estadísticas ×	—
Configuración		
<input checked="" type="checkbox"/> Visión general de la red		
Grado medio	19,828	Ejecutar ⓘ
Grado medio con pesos	21,285	Ejecutar ⓘ
Diámetro de la red	9	Ejecutar ⓘ
Densidad de grafo	0,01	Ejecutar ⓘ
HITS		Ejecutar ⓘ
Modularidad	0,383	Ejecutar ⓘ
PageRank		Ejecutar ⓘ
Componentes conexos	27	Ejecutar ⓘ
<input checked="" type="checkbox"/> Visión general de los nodos		
Coefficiente medio de clustering	0,362	Ejecutar ⓘ
Centralidad de vector propio		Ejecutar ⓘ
<input checked="" type="checkbox"/> Visión general de las aristas		
Longitud media de camino	3,133	Ejecutar ⓘ

Figura 18: Medidas de la red de películas

Nodos: 1895 Aristas: 16974 Grafo no dirigido		
Filtros	Estadísticas ×	—
Configuración		
<input checked="" type="checkbox"/> Visión general de la red		
Grado medio	17,915	Ejecutar ⓘ
Grado medio con pesos	17,915	Ejecutar ⓘ
Diámetro de la red	4	Ejecutar ⓘ
Densidad de grafo	0,009	Ejecutar ⓘ
HITS		Ejecutar ●
Modularidad	0,206	Ejecutar ⓘ
PageRank		Ejecutar ●
Componentes conexos	1	Ejecutar ⓘ
<input checked="" type="checkbox"/> Visión general de los nodos		
Coefficiente medio de clustering	0,036	Ejecutar ⓘ
Centralidad de vector propio		Ejecutar ⓘ
<input checked="" type="checkbox"/> Visión general de las aristas		
Longitud media de camino	2,759	Ejecutar ⓘ

Figura 19: BA model $n = 1895$ $m = 9$