ÁLGEBRA - CURSO ACADÉMICO 2022/2023

Hoja 1 : Álgebra de Boole

1. Sea E un álgebra de Boole y a, b, c variables. Indica cuáles de las siguientes funciones lógicas son equivalentes. En caso de que sean iguales realiza una demostración y, en caso contrario, encuentra una asignación de valores de $a, b, c \in E = \{0, 1\}$, que muestren la desigualdad (contraejemplo).

(a.1) $\overline{a\cdot(b+c)} + \overline{a}\cdot(\overline{b}+\overline{c}) + (\overline{a}+\overline{b})\cdot(\overline{a}+\overline{c}) = \overline{a}$

(a.2) $a+\overline{a}\cdot b+\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot c = b + a\cdot\overline{b}+\overline{a}\cdot\overline{b}+\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot\overline{c}$

(b.1) $a+b+\overline{\overline{a}+b+c} = a+\overline{a+\overline{b}} + a\cdot(b+c)+\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot c$

(b.2) $a+b\cdot c+\overline{a\cdot b\cdot c}+a = \overline{a}+\overline{b}+\overline{c}+(a+b)\cdot(a+c)$

(c.1) $a+b+\overline{\overline{a}+b+c} = a+\overline{a\cdot\overline{b}}+a\cdot(b+c)$

(c.2) $a+a\cdot b+a\cdot b\cdot c = a\cdot(1+c)$

(d.1) $(\overline{a}+\overline{b}+\overline{c})\cdot(\overline{a}+b+\overline{c})+\overline{c} = \overline{\overline{a}\cdot b+c}$

(d.2) $\overline{a\cdot b\cdot c}+a = a\cdot(1+b\cdot c)+\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}$

(e.1) $(a+\overline{b}+a\cdot\overline{b})\cdot(a\cdot b+\overline{a}\cdot c+b\cdot c) = a\cdot b+\overline{a+\overline{b}}\cdot c$

(e.2) $\overline{a\cdot(b+c)} = \overline{a}+a\cdot\overline{b}$

(f.1) $(a+\overline{b}+a\cdot b)\cdot(a+\overline{b})\cdot\overline{a}b = (a+b)\cdot\overline{(a+b)}$

(f.2) $(a+\overline{b}+a\cdot\overline{b})\cdot(a\cdot b+\overline{a}\cdot c+b\cdot c) = a\cdot b+(a\cdot b+\overline{a}\cdot\overline{b})\cdot c$

(g.1) $\overline{a\cdot(b+c)}\cdot a+\overline{a+b} = \overline{a\cdot(b+\overline{c})}+a$

(g.2) $a+\overline{a}\cdot b+\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot c = a+a\cdot b+a\cdot b\cdot c+(\overline{a}\cdot b+\overline{a}\cdot\overline{b})\cdot(\overline{a}\cdot b+c)$

Recordamos que los axiomas del Álgebra de Boole son:

$(1a)$	$a+b=b+a$	$(1b)$	$a\cdot b=b\cdot a$
$(2a)$	$a+(b+c)=(a+b)+c$	$(2b)$	$a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$
$(3a)$	$a+0=a$	$(3b)$	$a\cdot 1=a$
$(4a)$	$a+1=1$	$(4b)$	$a\cdot 0=0$
$(5a)$	$a+\overline{a}=1$	$(5b)$	$a\cdot\overline{a}=0$
$(6a)$	$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$	$(6b)$	$a+b\cdot c=(a+b)\cdot(a+c)$
(7)	$a+b=1,\ a\cdot b=0\ \Rightarrow\ a=\overline{b}$		

Y las propiedades interesantes para calcular la **FNDC** son:

(1) $\overline{a+b}=\overline{a}\cdot\overline{b}$ (Ley de De Morgan)

(2) $\overline{a\cdot b}=\overline{a}+\overline{b}$ (Ley de De Morgan)

(3) $\overline{\overline{a}}=a$

(4) $a=a\cdot b+a\cdot\overline{b}$

(5) $a=a+a$

(6) $a=a\cdot a$