

1. Calcula todos los valores $a \in \mathbb{R}$ que hacen cero los siguientes determinantes.

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad A &= \begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ -2 & a-4 & -1 \\ 5 & 5 & a+3 \end{pmatrix} & \text{(d)} \quad D &= \begin{pmatrix} a & a & a & 1 \\ -a & 0 & a & a \\ a & -a & a & 0 \\ a & -a & 2 & 0 \end{pmatrix} \\
 \text{(b)} \quad B &= \begin{pmatrix} a-1 & 3 & -3 \\ -3 & a+5 & -3 \\ -6 & 6 & a-4 \end{pmatrix} & \text{(e)} \quad E &= \begin{pmatrix} 1 & -a & a^2 \\ 1 & 2 & 4 \\ -1 & -8 & 2 \end{pmatrix} \\
 \text{(c)} \quad C &= \begin{pmatrix} a-1 & -1 & -1 \\ 1 & a-1 & 1 \\ -1 & 0 & a-2 \end{pmatrix} & \text{(f)} \quad F &= \begin{pmatrix} a & -2 & 2 & 4 \\ -1 & 1+a & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1+a & -2 \\ -1 & -1 & -1 & 2+a \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

2. Calcula, utilizando uno de los dos métodos vistos en clase, el rango de las siguientes matrices:

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad A &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -2 & 8 \\ -1 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} & \text{(d)} \quad D &= \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 3 & 0 \\ 5 & 4 & 6 & 6 \\ 2 & 6 & 6 & 0 \end{pmatrix} \\
 \text{(b)} \quad B &= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} & \text{(e)} \quad E &= \begin{pmatrix} 4 & 8 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -5 & -2 & 4 \end{pmatrix} \\
 \text{(c)} \quad C &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} & \text{(f)} \quad F &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

3. Discute los siguientes sistemas según los valores reales de los parámetros a, b . Resolver el sistema cuando sea compatible indeterminado:

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad \begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = b \\ x + y + az = 1 \end{cases} & \text{(d)} \quad \begin{cases} (a+1)x + ay = 1 \\ -ax - ay - z = 1 \\ ax + ay = 1 \end{cases} \\
 \text{(b)} \quad \begin{cases} 2x - y + az = 0 \\ (1+a)x - ay + az = 0 \\ (2+a)x - ay + (a-1)z = 0 \end{cases} & \text{(e)} \quad \begin{cases} ax + 2z = 2 \\ 5x + 2y = 1 \\ x - 2y + 2z = 3 \end{cases} \\
 \text{(c)} \quad \begin{cases} ax + y + z + t = 1 \\ x + ay + z + t = -1 \\ x + y + az + t = 1 \\ x + y + z + at = -1 \end{cases} & \text{(f)} \quad \begin{cases} ax + 2x = 2 \\ 5x + 2y = 1 \\ x - 2y + bz = 3 \end{cases}
 \end{aligned}$$