Clase N°2

miércoles, 11 de diciembre de 2024 15:18

Conjuntos numéricos
Operaciones. Características
Propiedades de las operaciones

$\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$

$\mathbb{N}$ naturales

1; 2, 3, ...

$5 - 3 = 2$

$\boxed{3 - 5 = ?}$

Negativos

$-1; -2; -3; \ldots$

Cero: 0

Enteros

$\mathbb{Z}$

$9 : 2 = \frac{9}{2}$

fraccionarios

$0,\overset{\frown}{6} = \frac{2}{3}$; $-\frac{1}{4}$; $\frac{9}{2} = 4,5$

exp. decimal N° periódico

N° decimal

Racionales

$\mathbb{Q}$

Todo n° que se puede escribir como fracción.

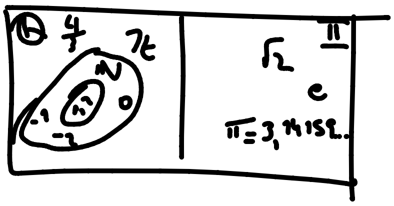
$\sqrt{2} = 1,4142\ldots$

N° Irracionales $\mathbb{I}$

π

Reales

$\mathbb{R}$



$\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$

$\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

$\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

1 $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ son conj discretos

1 y 5 ; -1 y 8

$\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$, $\mathbb{R}$ son densos

1 y 2 , $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$

Operaciones

$\nexists$ $2 / 0$

$a : b$, $b \neq 0$

$\frac{a}{b}$, $b \neq 0$

Potenciación: $a \in \mathbb{R}$

1°) $a^0 = 1$; $a \neq 0$

2°) $a^1 = a$

3°) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $m, n \in \mathbb{Z}$

$3°)\quad a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad , \quad m, n \in \mathbb{Z}$

Producto de potencias de igual base

$4°)\quad a^m : a^n = a^{m-n} \quad a \neq 0$

Cociente de potencias de igual base

$5)\quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Potencia de otra potencia

$2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3$

$x^2 y^2 = (xy)^2$

6) Prop. distributivas:

Al producto $(a \cdot b)^m = \boxed{a^m \cdot b^m}$

Y al cociente $(a : b)^n = a^n : b^n \quad , b \neq 0$

La potenciación NO ES DISTRIBUTIVA CON RESPECTO A LA SUMA NI A LA RESTA

$(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$

Cuadrado de un binomio

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm \underbrace{3a^2b + 3ab^2}_{} \pm b^3$

Cubo de un binomio

$\cancel{(a \pm b)^n}$

$(2+x)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2x + x^2 = 4 + 4x + x^2$

Radicación:

$\sqrt[n]{a} = b$ si $b^n = a \quad , \; n:$ par $\rightarrow a \geq 0$ (No negativo)

$n \rightarrow$ índice

$a \rightarrow$ radicando

Ej: $\cancel{\sqrt{-4}} \notin \mathbb{R}$

$\sqrt[3]{-8} = -2 \quad , \; (-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8$

$-3^2 = -9$

$(-3)^2 = 9$

Propiedades

NO ES DISTRIBUTIVA CON RESPECTO A LA SUMA NI A LA RESTA

$$\sqrt{64+36} \neq \sqrt{64} + \sqrt{36}$$
$$\sqrt{100} \neq 8 + 6 = 14$$
$$10$$

$\cdot\ n \in \mathbb{N}$

Potencia de exponente entera negativa

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^{n}, \quad a \neq 0$$

$$\text{Eg: } \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{9}{4}$$

inverso

$$\frac{2}{1} \longrightarrow \frac{1}{2}$$

$$1 = \frac{1}{1}$$

$$\frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$1 : \frac{2}{3} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

Potencia con exponente fraccionario

$$2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^{3}} = \sqrt[4]{8}$$

$m, n \in \mathbb{N}$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^{m}}$$

$$(a+b)^{2} = (a+b)\cdot(a+b) = a^{2} + ab + ba + b^{2} =$$
$$= a^{2} + 2ab + b^{2}$$

NÚMERO	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{I}$
0	$\notin$			$\notin$
-4	$\notin$			$\notin$
$\frac{2}{3}$	$\notin$	$\notin$		$\notin$
1,25	$\notin$	$\notin$		$\notin$
$\sqrt{7}$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	
π				
$1,\widehat{38}$	$\notin$	$\notin$		$\notin$
$-\frac{5}{2}$	$\notin$	$\notin$		$\notin$
$\frac{9}{3} = 3$				$\notin$
0,040040004…	$\notin$	$\notin$	$\notin$	

~~$\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} \neq \emptyset$~~

Nº	Afirmación	V o F
a)	$x^0 = 0$	F
b)	$\sqrt[p]{x^q} = x^{p/q}$ $x^{q/p}$	F
c)	$(x^p)^q = x^{pq}$	V
d)	$x^p x^q = x^{p+q}$	V
e)	$\frac{x^p}{x^q} = x^{p/q}$ x^{p-q}	F
f)	$\frac{4^{a^2}}{4^{b^2}} = 4^{\boxed{(a-b)(a+b)}}$	V
g)	~~$\lvert -1,5 \rvert = -1,5$~~	
h)	$\sqrt{-144} = -12$	F
i)	$\sqrt{100} = \pm 10$ $\sqrt{100} = 10$	F
j)	$\sqrt{16+9} = \sqrt{16} + \sqrt{9}$	F

$x \neq 0 \;,\; x^0 = 1$

$\frac{4^{a^2}}{4^{b^2}} = 4^{a^2-b^2}$

$(-12)^2 = 144$

$10^2 = 100$

$(-10)^2 = 100$

$2^3 + \sqrt{100} - 5$

$8 + \pm 10$

Si el opuesto de un número entero es 4, el siguiente del número es.... -3

$-5 \quad -4 \quad -3$

Si el opuesto del siguiente de un número es 8, el siguiente del número es... -8

-9

$-(x+1) = 8$

$x + 1 = -8$

$x = -9$

x

8

opuesto

$-a$

$-(-4) = 4$

$\sqrt[3]{27} = 3 \quad ; \quad \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$

$\sqrt[3]{27x^5 \cdot y^6 \cdot \frac{1}{8}} = \sqrt[3]{3^3 \cdot x^5 \cdot y^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3} = \sqrt[3]{3^3 \cdot x^3 \cdot x^2 \cdot y^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3} =$

$= \sqrt[\cancel{3}]{3^{\cancel{3}} \cdot x^{\cancel{3}} \cdot y^{\cancel{6}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\cancel{3}}} \cdot \sqrt[3]{x^2} = 3 \cdot x y^2 \frac{1}{2} \sqrt[3]{x^2} =$

$= \frac{3}{2} x y^2 \sqrt[3]{x^2}$

8	2
4	2
2	2

$8 = 2^3$

27	3
9	3
3	3

$27 = 3^3$

$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$ $8 = 2^3$

$\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$ $2^4 = 3$

$$\sqrt[4]{81\underbrace{x^8y^2x^{12}}} = 3\sqrt[\cancel{4}]{x^{\cancel{20}\,5}}\cdot\sqrt[\cancel{4}\,2]{y^{\cancel{2}\,1}} =$$

$\hookrightarrow \sqrt[4]{81}\cdot\sqrt[4]{x^{20}}\cdot\sqrt[4]{y^2}$

$$\boxed{\sqrt[4]{81}=3}$$

$$\sqrt{16\cdot\frac{b^4}{c^6}} = \sqrt{16}\cdot\sqrt{\frac{b^{\cancel{4}\,2}}{c^{\cancel{6}\,3}}} = 4\cdot\frac{b^2}{c^3}$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\frac{4^{-3}\cdot 4^{-3}}{4^{-6}} = \frac{4^{-}}{4^{-6}} =$$

$$-8-(-6)$$

$$9^{18}:3^{32}-\frac{\sqrt{2}.\sqrt{50}}{160}+\frac{4^{-3}.4^{-5}}{4^{-6}}-\left(-4+\sqrt[3]{3.41+2}\right)^{20}=$$

$$\underbrace{(3^2)^{18}:3^{32}} - \frac{\sqrt{2.50}}{160} + 4^{-2} - \left(-4+\frac{\sqrt[3]{125}}{5}\right)^{20} =$$

$$(3^2)^{18} = 3^{36}$$

$$\frac{1\cancel{0}}{16\cancel{0}}$$

$$3^4 - \cancel{\frac{1}{16}} + \cancel{\frac{1}{16}} - 1^{20} =$$

$$4^{-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$81 - 1 = 80$$