

Funciones proposicionales. Su cuantificación

Definición: Función proposicional en una variable o indeterminada x es toda oración en la que figura x como sujeto u objeto directo, la cual se convierte en proposición para cada especificación de x .

El símbolo $P_{(x)}$ es la representación de un predicado o propiedad relativo al objeto indeterminado x , perteneciente a cierto universo o conjunto.

Ejemplo: si nos referimos a los números enteros y la propiedad es ser impar, la traducción de $P_{(x)}$ consiste en: **x es impar**, y se escribe: **$P_{(x)}: x$ es impar**.

El enunciado “ **x es impar**” no es una proposición, pues no podemos darle algún valor de verdad (V o F), para que adquiera tal denominación, debemos especificar x ; cada asignación dada al sujeto x permite obtener su valor de verdad, transformando dicho enunciado en una proposición. Se llama a este tipo de expresiones: funciones o esquemas proposicionales.

$P_{(-4)}$: -4 es impar (F).

$P_{(5)}$: 5 es impar (V).

Entonces, a partir de funciones proposicionales es posible obtener proposiciones generales mediante un proceso llamado cuantificación

Asociados a la indeterminada x , se introducen los símbolos $\forall x$ y $\exists x$, llamados cuantificador universal y existencial respectivamente.

Las expresiones: **Para todo x , se verifica $P_{(x)}$, se denota:** $\forall x: P_{(x)}$

Existe al menos un x , tal que se verifica $P_{(x)}$, se denota: $\exists x / P_{(x)}$

Una función proposicional cuantificada adquiere el carácter de proposición, como observamos en el primer ejemplo:

“Todos los números enteros son impares”

Es una proposición general cuyo valor de verdad es Falso; dicha expresión en forma simbólica se denota:

$\forall x : x \text{ es impar}$ (Falso)

Si cuantificamos existencialmente la misma función proposicional: **$\exists x / x \text{ es impar}$ (Verdadero)**

Negación de los cuantificadores

$$-\left[\forall x \in A: P_{(x)}\right] \Leftrightarrow \left[\exists x \in A / -P_{(x)}\right]$$

$$-\left[\exists x \in A / P_{(x)}\right] \Leftrightarrow \left[\forall x \in A: -P_{(x)}\right]$$