

# Fascicule de TD

---

Université Claude Bernard Lyon1



FIGURE 1 – La gravure sur bois dite « de Flammarion »

Astrophysique pour la licence

Université Lyon 1

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Vie des étoiles</b>	<b>3</b>
1.1	La lumière des étoiles	3
1.1.1	Photosphère et température effective	3
	Exercice 1 : Luminosité du Soleil	3
	Exercice 2 : Rayon des étoiles	3
	Exercice 3 : Équilibre radiatif de la Terre	3
1.1.2	Système de magnitudes	3
	Exercice 4 : Indices de couleur	3
1.2	Classification spectrale	4
1.2.1	Mesures des distances	4
	Parallaxe trigonométrique	4
	Exercice 5 :	4
	Exercice 6 : Astrométrie spatiale	4
	Exercice 7 :	4
	Exercice 8 : Méthode du point convergent	4
1.2.2	Classification stellaire	4
	Exercice 9 : Types spectraux	4
	Exercice 10 : Diagramme HR	4
1.2.3	Mesure des rayons	4
	Exercice 11 : Interférométrie	4
1.2.4	Mesure de masse	5
	Étoiles doubles	5
	Exercice 12 :	5
	Exercice 13 :	5
1.3	Les systèmes planétaires	5
1.3.1	Les lois de Kepler	5
	Exercice 14 : Invariant de Runge-Lenz	5
	Exercice 15 : Orbite de Pluton	6
	Exercice 16 : Dérivation des lois de Kepler	6
	Exercice 17 :	6
<b>2</b>	<b>Vie des galaxies</b>	<b>7</b>
2.1	Milieu interstellaire	7
2.1.1	Mise en évidence expérimentale	7
	Exercice 18 :	7
2.1.2	Extinction du MIS	7
	Exercice 19 : Interprétation physique	7
	Extinction sélective et exemple, exemple de rougissement	7
	Exercice 20 :	7
	Exercice 21 :	8
	Exercice 22 : Excès de couleur	8
2.2	Galaxies	8
2.2.1	Classification morphologique des galaxies	8
	Exercice 23 : Propriétés « physiques » de la classification	8
	Exercice 24 : de Vaucouleurs et autres classifications	9
2.2.2	Constituants des galaxies	9
	Exercice 25 : Les étoiles	9
	Exercice 26 : La matière noire	9
2.2.3	Exemple de galaxie : la Voie Lactée	9

	Exercice 27 : Morphologie de notre galaxie . . . . .	9
	Exercice 28 : Le centre galactique . . . . .	9
2.2.4	Le groupe local . . . . .	10
	Exercice 29 : . . . . .	10
2.2.5	Distribution des galaxies dans l'univers . . . . .	10
	Exercice 30 : Fonction de luminosité . . . . .	10
	Effets d'environnement, collisions et fusions . . . . .	10
	Exercice 31 : Calcul de la fréquence des collisions dans un amas . . . . .	10
2.2.6	Équilibre gravitationnel . . . . .	12
	Exercice 32 : Théorème du Viriel scalaire . . . . .	12
	Exercice 33 : Autres applications du théorème du Viriel . . . . .	12
	Exercice 34 : Temps cinématique . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Cosmologie</b>	<b>13</b>
3.1	Espace et temps absolus . . . . .	13
	Exercice 35 : La faiblesse de la force de gravitation . . . . .	13
3.2	La rupture relativiste . . . . .	13
3.2.1	Relativité générale . . . . .	13
	Einstein dans l'ascenseur . . . . .	13
	Exercice 36 : L'équivalence gravité/accélération . . . . .	13
3.2.2	Les tests . . . . .	13
	Exercice 37 : Le décalage gravitationnel vers le rouge . . . . .	13
3.3	Le big bang . . . . .	13
3.3.1	Expansion de l'Univers... . . . .	13
	Exercice 38 : ...limitée par $c$ ? . . . . .	13
	Exercice 39 : ...la même partout ? . . . . .	14
	Exercice 40 : Le facteur d'expansion de l'espace . . . . .	14
3.3.2	Film des débuts . . . . .	14
	Exercice 41 : Nucléosynthèse primordiale ou non ? . . . . .	14
3.4	Questions diverses . . . . .	14
	Exercice 42 : Temps de Hubble . . . . .	14
	Exercice 43 : Densité critique . . . . .	14
	Exercice 44 : Âge de l'Univers . . . . .	14
	Exercice 45 : Redshift cosmologique, facteur d'échelle et époque . . . . .	14
	Exercice 46 : Temps de vol, distance, et expansion... . . . .	14
<b>4</b>	<b>Retour sur Terre - Nos repères dans le ciel</b>	<b>15</b>
4.1	Se positionner dans le ciel . . . . .	15
	Exercice 47 : Repérage . . . . .	15
4.2	Mouvement diurne . . . . .	15
	Exercice 48 : . . . . .	15
	Exercice 49 : Mouvement diurne des étoiles . . . . .	15
	Exercice 50 : Coordonnées horaires d'un astre . . . . .	15
	Exercice 51 : Coordonnées équatoriales . . . . .	15
4.3	Mouvement du Soleil . . . . .	16
4.3.1	Année sidérale, année tropique . . . . .	16
	Exercice 52 : Mouvement du Soleil, jour solaire . . . . .	16

# Chapitre 1

## Vie des étoiles

### 1.1 La lumière des étoiles

#### 1.1.1 Photosphère et température effective

##### Exercice 1 : Luminosité du Soleil

Calculer la luminosité du Soleil à partir de sa température effective du Soleil  $T_{\odot} \approx 5770$  K et de son rayon  $R_{\odot} \approx 6.96 \times 10^8$  m.

##### Exercice 2 : Rayon des étoiles

Déterminer le rayon (en unité solaire), la longueur d'onde de Wien et la couleur « visible » des étoiles suivantes :

1. Naine blanche :  $L = 10^{-2} L_{\odot}$ ,  $T_e = 20000$  K
2. Géante rouge :  $L = 10^2 L_{\odot}$ ,  $T_e = 4200$  K
3. Supergéante :  $L = 10^5 L_{\odot}$ ,  $T_e = 6000$  K

Rappel de la loi de Wien :  $\lambda_{\max} T = 2898 \mu\text{m.K}$ .

##### Exercice 3 : Équilibre radiatif de la Terre

Soit  $L$  la puissance lumineuse du Soleil,  $R$  le rayon de la Terre,  $D$  la distance Terre-Soleil et  $T_e$  la température effective à la surface de la Terre :

1. Écrire la relation entre  $L$  et  $F(D)$ , le flux lumineux à une distance  $D$  du Soleil. En déduire la puissance lumineuse totale  $P_r$  reçue par la Terre.
2. Utiliser la loi de Stefan et expliciter le flux lumineux  $F_e$ , puis la puissance totale  $P_e$ , rayonnés par la Terre.
3. Écrire l'égalité des puissance reçue et rayonnée à la surface de la Terre, en déduire l'expression de la température  $T_e$  en fonction des données du problème.
4. Application numérique, sachant que  $L = 3.85 \times 10^{26}$  W,  $R = 6400$  km,  $D = 1.5 \times 10^{11}$  m,  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ J.s}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{K}^{-4}$ .
5. Commenter sur la validité et les limites de ce modèle.

#### 1.1.2 Système de magnitudes

##### Exercice 4 : Indices de couleur

Les deux composantes de l'étoile  $\alpha$  du Centaure située à 1,32 pc de distance ont des magnitudes visuelles (magnitude apparente dans la bande  $V$ ) de 0,30 et 1,70. On demande :

1. Le rapport des flux des deux étoiles dans la bande  $V$ .
2. La magnitude visuelle globale du système.
3. La correction qu'il faut apporter aux magnitudes apparentes de ce système pour obtenir les magnitudes absolues.

## 1.2 Classification spectrale

### 1.2.1 Mesures des distances

#### Parallaxe trigonométrique

##### Exercice 5 :

Relier l'incertitude sur la distance  $\Delta d$  à celle sur la parallaxe  $\Delta p$ .

##### Exercice 6 : Astrométrie spatiale

Considérons les deux missions d'astrométrie spatiale : Hipparcos (1989), avec une incertitude absolue sur la mesure de la parallaxe typique de  $\Delta p = 2$  mas, et GAIA (2013), avec  $\Delta p = 7 \mu\text{as}$ . Quelles sont les précisions obtenues à une distance de 100 pc ? de 1000 pc ? À quelle distance aura-t-on une erreur de 100% ?

##### Exercice 7 :

Le tableau suivant donne la magnitude apparente  $m_V$  et la parallaxe  $p$  de trois étoiles. Calculer leur distance  $d$  avec son incertitude, l'erreur relative sur la distance  $\Delta d/d$  et leur magnitude absolue  $M_V$ .

	$\alpha$ CMa (Sirius)	$\alpha$ Tau (Aldebaran)	$\alpha$ Ori (Bételgeuse)
$m_V$	-1.47	0.85	0.58
$p$ (mas)	$379.2 \pm 1.6$	$50.1 \pm 1.0$	$7.6 \pm 1.6$
$d$ (pc)			
$\Delta d/d$			
$M_V$			

##### Exercice 8 : Méthode du point convergent

On veut déterminer la distance de l'amas des Pléiades par la méthode du point convergent.

- L'étude des trajectoires des étoiles de l'amas sur plusieurs années a permis de situer le point convergent à  $\theta = 67,9 \pm 0,6^\circ$  de la direction de l'amas.
- L'observation du spectre de l'étoile Alcyone, faisant partie de cet amas, a permis de mesurer sa vitesse radiale  $v_r = 10,1 \pm 0,3 \text{ km.s}^{-1}$ .
- Le mouvement propre apparent de cette même étoile vaut  $\mu = 47,3 \pm 0,8 \text{ mas.an}^{-1}$ .

Déterminer la distance de l'amas.

### 1.2.2 Classification stellaire

##### Exercice 9 : Types spectraux

Donner approximativement le type spectral des étoiles dont le flux est maximal aux longueurs d'onde suivantes : 300 nm, 500 nm, et  $1,2 \mu\text{m}$ . Peut-on déterminer la classe de luminosité ?

Rappel de la loi de Wien :  $\lambda_{\text{max}} T = 2898 \mu\text{m.K}$ .

##### Exercice 10 : Diagramme HR

Classer par ordre de température effective croissante, puis de rayon croissant, et enfin de luminosité croissante les étoiles de types spectraux suivants : M5III, O2V, K7I, A0VII.

### 1.2.3 Mesure des rayons

##### Exercice 11 : Interférométrie

Le tableau suivant donne le diamètre apparent  $\theta_*$  des étoiles de l'exercice 10, mesuré par interférométrie. Calculer leur rayon  $R$  (on rappelle les distances déterminées dans un exercice précédent) et, à l'aide de ce résultat, attribuer à chaque étoile sa classe de luminosité parmi les suivantes : I, III, V.

	$\alpha$ CMa Sirius	$\alpha$ Tau Aldebaran	$\alpha$ Ori Bételgeuse
$\theta_*$ (mas)	5.89	24	67
$d$ (pc)	2.64	20	130
$R(R_\odot)$			
Classe de luminosité			

## 1.2.4 Mesure de masse

### Étoiles doubles

#### Exercice 12 :

On observe une étoile double visuelle dont le plan de l'orbite est perpendiculaire à la ligne de visée.

- La parallaxe de ce système est de 100 mas.
- La plus grande séparation angulaire entre les deux composantes est de  $5''$ , et la plus petite de  $1''$ .
- La période de révolution est de 30 ans.
- L'étoile primaire se trouve au foyer de l'orbite observée, car il n'y a pas d'effet de projection.
- Le compagnon est toujours observé à une distance du centre de gravité 5 fois plus grande que celle de l'étoile primaire.

Déterminer la masse de chaque composante.

#### Exercice 13 :

Le tableau suivant rappelle les caractéristiques du système binaire à éclipse d'Algol ( $\beta$  Per) :

$p$ (mas)	$35.1 \pm 0.9$	
$d$ (pc)	$28.6 \pm 0.7$	
$T$ (jours)	2.8674	
	A	B
Type spectral	B8V	K2IV
$R$ ( $R_\odot$ )	2.74	3.60

On a mesuré de plus les paramètres orbitaux suivants (on supposera l'orbite circulaire, ainsi le demi-grand axe de l'ellipse projetée est égal au rayon de l'orbite) :

$\theta$ (mas)	2.283
$\theta_2$ (mas)	1.872

Quelle est la séparation des deux étoiles en km ? en UA ? en  $R_\odot$  ? Comparez-la à leurs rayons.

Quelle est la masse de chacune des étoiles ?

## 1.3 Les systèmes planétaires

### 1.3.1 Les lois de Kepler

#### Exercice 14 : Invariant de Runge-Lenz

On considère une particule  $P$  de masse  $m$ , animée d'un mouvement non relativiste par rapport à un repère d'origine  $O$ . Ce mouvement est dû à un champ de forces  $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\mathbf{grad} U(r)$  dérivant d'un potentiel central  $U(r)$ , où  $\mathbf{r} = \mathbf{OP}$ .

À l'instant  $t$  on note respectivement  $\mathbf{v}(t)$ ,  $\mathbf{a}(t)$  et  $\mathbf{p}(t)$  la vitesse, l'accélération et la quantité de mouvement de la particule  $P$ .

1. Montrer que la force  $\mathbf{F}$  est radiale.
2. Montrer que le vecteur moment cinétique  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \wedge \mathbf{p}$  est conservé au cours du mouvement. En déduire que la trajectoire de  $P$  est située dans un plan  $\Pi$  que l'on caractérisera.
3. Montrer que l'énergie mécanique  $E = \frac{1}{2}mv^2 + U$  est une constante du mouvement.
4. Calculer  $L$  à l'aide des coordonnées polaires  $(r, \theta)$  dans le plan  $\Pi$  et en déduire la loi des aires.

Dans toute la suite du problème, le potentiel est de la forme :

$$U(r) = -\frac{k}{r} \quad \text{avec} \quad k > 0$$

On définit le *vecteur de Runge-Lenz* :

$$\mathbf{A} = \frac{1}{k} \mathbf{v} \wedge \mathbf{L} - \frac{\mathbf{r}}{r}$$

5. Montrer que le vecteur  $\mathbf{A}$  est constant dans le temps, et qu'il appartient au plan  $\Pi$ .

6. Montrer que :

$$A^2 = 1 + 2 \frac{L^2 E}{mk^2}$$

(On pourra utiliser les coordonnées polaires : en particulier  $\mathbf{v} = v_r \mathbf{e}_r + v_\theta \mathbf{e}_\theta$ ). En déduire, lorsque  $L$  est fixé, une borne inférieure pour l'énergie  $E$ . Montrer que pour un mouvement circulaire,  $E$  est égal à la borne inférieure.

7. Calculer le produit scalaire  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{r}$  en fonction de  $L$ ,  $m$ ,  $k$  et  $r$ . Établir alors l'équation polaire de la trajectoire sous la forme :

$$r(\theta) = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$$

*Indication : on définira l'angle  $\theta$  à partir de l'axe polaire dirigé selon le vecteur  $\mathbf{A}$ .*

Vérifier que :  $e = \|\mathbf{A}\|$  et exprimer  $p$  en fonction de  $L$ ,  $m$  et  $k$ .

8. Discuter la nature de la trajectoire suivant la valeur de  $E$ .

Dans la suite du problème on se restreint au cas des *états liés* :  $E < 0$ . La trajectoire est alors une ellipse.

9. Déterminer son demi-grand axe  $a$  et son demi-petit axe  $b$  en fonction de  $m$ ,  $k$ ,  $L$  et  $E$ .

10. Quelle est la valeur maximale  $L_0$  de  $L$ , l'énergie  $E$  étant fixée ?

11. Quelle est la trajectoire pour  $L = 0$ , et pour  $L = L_0$  ?

12. Calculer la période du mouvement en fonction de  $m$ ,  $k$  et  $a$ .

### Exercice 15 : Orbite de Pluton

L'orbite de Pluton est très excentrique ( $e = 0,248$ ). Son demi grand axe vaut 39,43 unités astronomiques (L'unité astronomique est définie comme le demi grand axe de l'orbite de la Terre). Montrer que Pluton peut être plus proche du Soleil que Neptune dont le demi grand axe de l'orbite vaut 30,06 UA et l'excentricité 0,009.

### Exercice 16 : Dérivation des lois de Kepler

Montrer que la vitesse angulaire d'un objet décrivant une orbite elliptique autour du Soleil augmente lorsqu'il s'en rapproche. Montrer que le rapport des vitesses au périhélie (point le plus proche du Soleil) et à l'aphélie (point le plus éloigné du Soleil) ne dépend que de l'excentricité de l'orbite. Calculer ce rapport pour la Terre dont l'excentricité de l'orbite vaut 0,0167, puis pour la comète de Halley dont l'excentricité de l'orbite vaut 0,97.

### Exercice 17 :

Sachant que la Lune décrit son orbite autour de la Terre en 27,32 jours et que le demi grand-axe de son orbite vaut 384400 km, calculer l'altitude d'un satellite géostationnaire. On supposera que la masse de la Lune est négligeable par rapport à celle de la Terre (la Terre est environ 80 fois plus massive que la Lune).

# Chapitre 2

## Vie des galaxies

### 2.1 Milieu interstellaire

#### 2.1.1 Mise en évidence expérimentale

##### Exercice 18 :

Dans une observation de comptage d'étoiles, toutes de même type, on constate que :

- pour  $m \leq 7$ ,  $\log N(m) = 0.6m + 3$
- pour  $m \geq 9$ ,  $\log N(m) = 0.6m + 2.4$

1. Déterminer l'extinction en magnitude  $A$  due au nuage traversé quand on passe de  $m = 7$  à  $m = 9$ .
2. On sait que la magnitude absolue des étoiles de ce type est  $M = 5$ . Déterminer :
  - La distance  $r_1$  du front proche du nuage.
  - L'épaisseur  $r_2 - r_1$  du nuage.

#### 2.1.2 Extinction du MIS

##### Exercice 19 : Interprétation physique

Une étoile est située à 2000 pc de l'observateur sur une ligne de visée représentative des conditions moyennes du MIS, pour lesquelles l'extinction moyenne est de  $A_V = 0.3$  mag/kpc. En admettant que cette extinction n'est due qu'à des grains dont les caractéristiques suivent :

- rayon  $a = 0.1\mu$
- $Q_{ext} = 1$
- masse volumique :  $1 \text{ g/cm}^3$
- répartition des grains uniforme sur la ligne de visée.

calculer :

1. La densité de colonne des grains le long de la ligne de visée.
2. Le nombre de grain par unité de volume sur cette ligne de visée.
3. La masse volumique des grains dans le MIS.

En admettant que la densité moyenne d'atomes d'Hydrogène est de l'ordre de 8 atomes par  $\text{cm}^3$ , et en négligeant la présence des atomes d'autres éléments, calculer :

1. la masse volumique du gaz dans le MIS.
2. le rapport (masse volumique des grains)/(masse volumique du gaz)
3. Qu'en concluez vous sur le rôle des grains dans la matière du MIS ?

#### Extinction sélective et exemple, exemple de rougissement

##### Exercice 20 :

En admettant que l'on observe un objet à la température  $T$ , dont le spectre est donné par la loi de Planck :

$$C \lambda^{-5} \left[ \exp \left( \frac{hc}{\lambda kT} \right) - 1 \right]^{-1}$$

En présence d'une extinction  $A(\lambda) = a/\lambda$ , montrez que :



1. pour  $\lambda \ll hc/kT$ , dans la partie bleue du spectre, le spectre observé est celui d'un corps noir à une température  $T'$ , que l'on déterminera.
2. pour  $\lambda \gg hc/kT$ , dans la partie rouge du spectre, le spectre observé est identique à celui de la source.

### Exercice 21 :

Une étoile  $G5V$  a une magnitude absolue  $M_V = 5$ , et un indice de couleur intrinsèque  $(B - V)_0 = 0.7$ . On observe une étoile de ce type spectral, située à une distance de 5 kpc

1. Calculer les magnitudes apparentes  $m_{V_0}$  et  $m_{B_0}$  qu'aurait cette étoile s'il n'y avait aucune extinction.
2. L'étoile est située dans une région où l'extinction du MIS peut être caractérisée par :
  - une extinction  $A_V$  de 0.3 mag/kpc,
  - une loi d'extinction de la forme :  $A(\lambda) = A_V(\lambda_0/\lambda)$
 Calculer les extinctions  $A_V$  et  $A_B$  qu'elle subit du fait de cette loi d'extinction
3. Calculer l'excès de couleur  $E_{B-V}$  de cette étoile par rapport à une étoile très proche de même type spectral.
4. Calculer l'indice  $(B - V)$  observé en présence d'extinction.
5. À l'aide du diagramme HR, déterminer le type spectral apparent de l'étoile.
6. Qu'en concluez vous sur l'effet de l'extinction sélective sur la « couleur » d'une étoile.

On rappelle les longueurs d'onde  $\lambda(V) = 0.55 \mu$  et  $\lambda(B) = 0.44 \mu$

### Exercice 22 : Excès de couleur

On a déterminé par spectroscopie le type spectral  $B2V$  pour une étoile lointaine. L'indice de couleur intrinsèque de ce type d'étoiles est  $(B - V)_0 = -0.25$ . Par photométrie on a déterminé un indice de couleur observé  $(B - V) = 2.25$ .

1. Déterminer l'extinction  $A_V$  de cette étoile à partir de la loi de variation de  $A_V/E_{B-V}$  en fonction de  $1/\lambda$  (Fig. 2.1.2).
2. Quelle sera l'extinction de cette étoile dans la bande photométrique infrarouge  $K$  ?
3. Qu'en concluez vous sur l'effet de l'extinction dans l'infrarouge, comparé à celui dans le visible ?

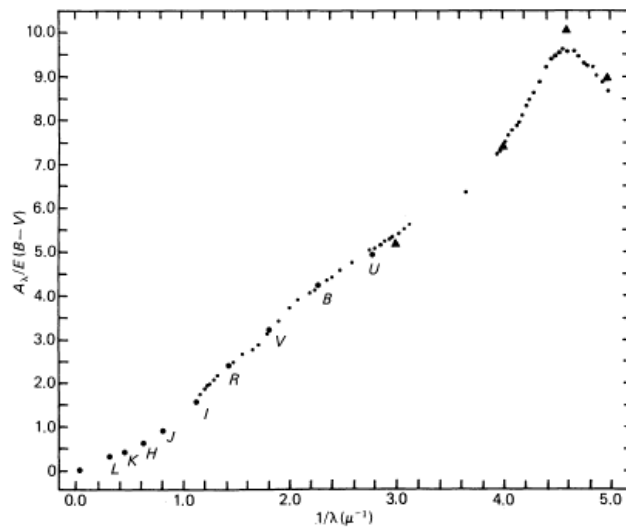


FIGURE 2.1 – Variation de  $A_\lambda/E_{B-V}$  en fonction de  $1/\lambda$

## 2.2 Galaxies

### 2.2.1 Classification morphologique des galaxies

#### Exercice 23 : Propriétés « physiques » de la classification

En vous servant du tableau sur les propriétés quantitatives de la séquence de Hubble, répondez aux questions suivantes :

1. Que peut-on dire sur la fraction de gaz dans les galaxies selon le type morphologique ?

2. Que peut-on dire de la densité surfacique de masse, en supposant que toute la masse des galaxies est concentrée dans un disque mince ?

#### Exercice 24 : de Vaucouleurs et autres classifications

Donnez la classification simplifiée (E, S0, SA, SAB, SB) des galaxies données dans la partie cours correspondante dans spirale. Est-il toujours facile de classer les galaxies réelles ?

### 2.2.2 Constituants des galaxies

#### Exercice 25 : Les étoiles

Si l'on considère une sphère de rayon 10 kpc peuplée par  $10^{11}$  étoiles dont le rayon est égal à celui du Soleil, calculez la fraction de volume occupé par les étoiles.

#### Exercice 26 : La matière noire

On considère une galaxie et ses étoiles réparties uniformément en fonction de la distance au centre de la galaxie. À une distance  $R$  donnée, on considère la masse  $M(R)$  de toutes les étoiles contenues à l'intérieur de la sphère de rayon  $R$ .

1. Si les étoiles sont animées d'un mouvement de rotation uniforme autour du centre de la galaxie, donner la relation entre l'accélération normale  $a$  d'une étoile située à la distance  $R$  de ce centre et sa vitesse  $V$ .
2. Écrire la relation fondamentale de la dynamique pour cette étoile. En déduire la relation entre  $V$  et  $R$ . Comment varie alors  $V$  en fonction de  $R$  ?
3. Dans les galaxies spirales, on observe au-delà d'un certain rayon  $R_0$  que la vitesse de rotation du gaz et des étoiles atteint une valeur limite  $V_0 > 0$ . Commentez.
4. Quelle forme de la densité de masse  $\rho(r)$  doit-on présumer pour atteindre une valeur constante de  $V$  quand  $R$  augmente ? On note que, sous l'hypothèse de symétrie sphérique,  $dM(r)/dr = 4\pi r^2 \rho(r)$

### 2.2.3 Exemple de galaxie : la Voie Lactée

#### Exercice 27 : Morphologie de notre galaxie

En examinant en détail l'image de notre galaxie prise par COBE/DIRBE (Fig. 2.2.3) on distingue que le bulbe de la Voie Lactée n'est pas symétrique. Donner une explication plausible de cette asymétrie, en se rappelant notre position très particulière par rapport au centre de notre galaxie, et en se rappelant des différentes composantes qui composent notre Galaxie.

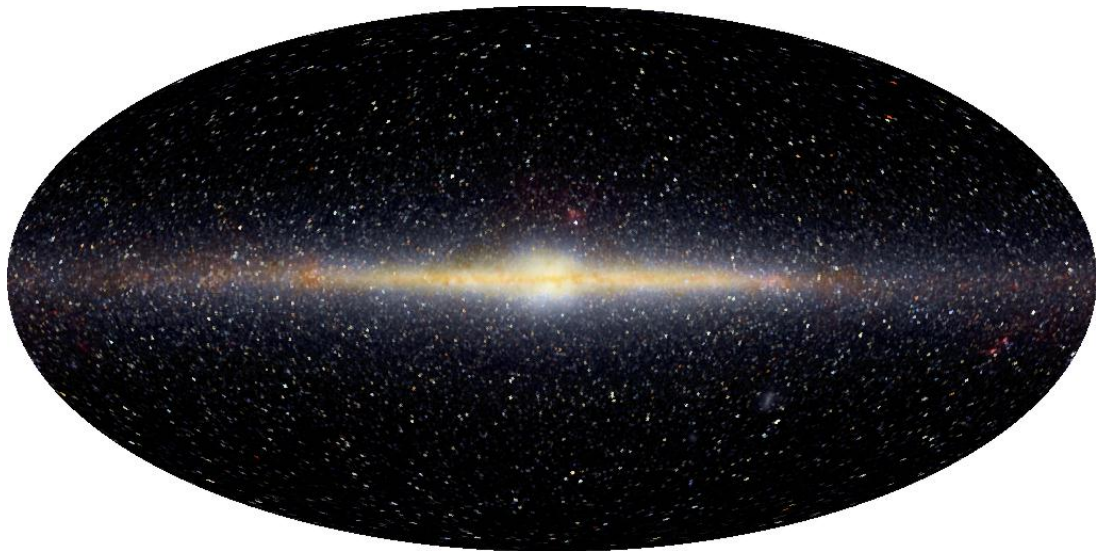


FIGURE 2.2 – Notre galaxie vue par COBE/DIRBE.

#### Exercice 28 : Le centre galactique

L'image ci-dessous (Fig. 2.2.3) montre l'orbite de l'étoile ayant la plus grande vitesse autour du centre galactique. À partir des données (période en années de 15.2 ans, et demi grand-axe de 0.119 arcsecondes) de cette orbite, retrouver

l'estimation de la masse incluse dans ce rayon au centre de notre Galaxie en utilisant la troisième loi de Kepler. On rappelle que nous sommes à environ 8.5 kpc du centre galactique et que  $G$ , la constante gravitationnelle, vaut  $6,6742 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} sec^{-2}$ . La masse visible étant estimée à environ 106 masses solaires, en déduire une estimation de la masse noire centrale (le fameux trou noir) de notre Galaxie.

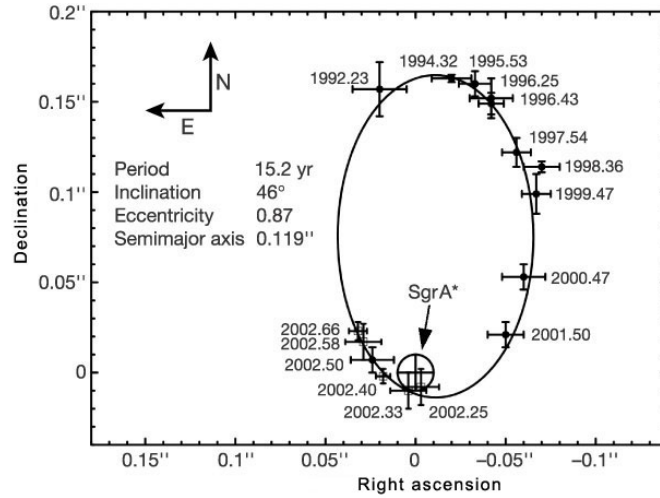


FIGURE 2.3 – Orbite de l'étoile S2 autour du centre galactique SgrA\* (Schödel et al. 2002).

## 2.2.4 Le groupe local

### Exercice 29 :

Compter le nombre de galaxies ayant un diamètre plus petit que 6 kpc, et celles ayant un diamètre plus grand. Quelles sont les galaxies qui dominent en nombre ? Et en luminosité totale ? (Fig. 2.2.4)

## 2.2.5 Distribution des galaxies dans l'univers

### Exercice 30 : Fonction de luminosité

1. Exprimer la loi de Schechter en magnitudes absolues.
2. Quelle est la signification physique de la loi de Schechter ?

### Effets d'environnement, collisions et fusions

### Exercice 31 : Calcul de la fréquence des collisions dans un amas

On considère un amas de galaxies qui a les caractéristiques suivantes :

- il est supposé sphérique, de diamètre  $D_a$  en pc,
- il contient  $N_g$  galaxies identiques et réparties uniformément dans l'amas,
- les galaxies sont supposées animées d'une vitesse uniforme  $v_g$ .

1. Donner l'expression de la densité numérique de galaxies (le nombre de galaxies par unité de volume)  $n_g$  dans l'amas.
2. On suppose que les galaxies ont un diamètre typique  $D_g$ . En modélisant les galaxies comme des sphères dures (boules de billard) de diamètre  $D_g$ , donner l'expression de la section efficace  $S_{\text{eff}}$  lors d'une collision/interaction entre deux galaxies.
3. Donner l'expression du nombre de collisions/interactions que subit une galaxie de l'amas pendant le temps  $\Delta t$  (en années). En déduire, pour une galaxie, le temps caractéristique de collision et le libre parcours moyen.
4. En déduire le temps entre deux collisions/interactions dans l'amas.
5. Calcul de la fréquence des collisions dans un amas : Considérons un amas de  $N = 850$  galaxies dont le diamètre est  $D = 7$  Mpc et dont la dispersion des vitesses est  $V = 650$  km/s. Explicitez le calcul numérique du temps moyen entre deux collisions pour l'amas considéré.

Nom	RA	Dec (J2000)	Type Hubble	Mag. Bleue	Distance $\times 10^6$ ly	Diamètre $\times 10^3$ ly	Taille arcmin
WLM	0 02.0	-15 28	lrr	11.3	2.0	7	12
IC 10	0 20.3	59 19	lrr	11.7	4.0	6	5
NGC 147	0 33.1	48 31	E5	10.4	2.2	10	16
Andromeda III	0 35.3	36 31	E5		2.2	3	5
NGC 185	0 38.9	48 20	E3	10.1	2.2	6	9
NGC 205 (M110)	0 40.3	41 41	E5	8.6	2.2	10	16
Andromeda IV	0 42.5	40 34					
NGC 221 (M32)	0 42.7	40 52	E2	9.0	2.2	5	8
NGC 224 (M31)	0 42.7	41 16	Sb	4.4	2.2	200	312
Andromeda I	0 45.7	38 00	E3	14.4	2.2	2	3
SMC	0 52.7	-72 54	lrr	2.8	0.3	15	172
Sculptor	0 59.9	-33 42	E3	9.1	0.2	1	17
Pisces	1 03.7	22 03	lrr	15.5	3.0	0.5	1
IC 1613	1 04.9	02 07	lrr	10.0	2.5	12	17
Andromeda II	1 16.3	33 25	E2		2.2	2	3
NGC 598 (M33)	1 33.9	30 39	Sc	6.3	2.5	45	62
Fornax	2 39.6	-34 31	E3	8.5	0.5	3	21
UGCA 86	3 59.9	67 08					
LMC	5 23.6	-69 47	lrr	0.6	0.2	20	343
Carina	6 41.7	-50 58	E4		0.3	0.5	6
Leo A	9 59.4	30 45	lrr	12.7	5.0	7	5
Antlia	10	-30	E				
Leo I	10 08.5	12 18	E3	11.8	0.6	1	6
Sextans A	10 11.1	-04 43	lrr				
Sextans I	10 12.8	-01 41	E		0.3	3	34
Leo II	11 13.5	22 10	E0	12.3	0.6	0.5	3
GR8	12 59.2	14 09	lrr	14.6	4.0	0.2	
Ursa Minor	15 08.8	67 07	E5		0.3	1	11
Draco	17 20.2	57 55	E3		0.3	0.5	6
Milky Way	17 45.7	-29 00	Sbc		0.03	130	
SagDEG	18 55.0	-30 30	E		0.08		
SagDIG	19 30.0	-17 41	lrr	15.6	4.0	5	4
NGC 6822	19 44.9	-14 46	lrr	9.3	1.7	8	16
DDO 210	20 47.0	-12 51	lrr	15.3	3.0	4	5
IC 5152	22 02.9	-51 17	lrr	11.7	2.0	5	9
Tucana	22 41.9	-64 25					
Pegasus	23 28.6	14 46	lrr	12.4	5.0	8	6

FIGURE 2.4 – Liste des galaxies du Groupe Local, avec leurs noms, leurs positions sur le ciel, le type de Hubble, la distance, le diamètre en milliers d'années-lumière et en arcminutes sur le ciel.

## 2.2.6 Équilibre gravitationnel

### Exercice 32 : Théorème du Viriel scalaire

On considère le système Terre-Soleil. Le Soleil, de masse  $M_{\odot}$ , est pris comme référence du mouvement ( $v_{\odot} = 0$ ). On note  $M_{\oplus}$  et  $v_{\oplus}$  la masse et la vitesse de la Terre.

1. Écrire l'expression de l'énergie cinétique du système Terre-Soleil.
2. Énoncer le théorème du Viriel. En déduire l'expression de la distance  $D$  d'équilibre entre la Terre et le Soleil. Faire l'application numérique, sachant que  $M_{\odot} = 2 \times 10^{30}$  kg,  $M_{\oplus} = 5.97 \times 10^{24}$  kg et  $v_{\oplus} = 30$  km/s.
3. On considère un système d'étoiles binaires en équilibre. Pour simplifier les calculs, les étoiles sont prises de masses égales à  $M_{\odot}$  et leurs vitesses sont considérées comme égales ; on pose  $v = v_1 = v_2$ .

Expliciter la relation entre la distance entre ces deux étoiles et leur vitesse et calculer cette vitesse en km/s pour les distances d'équilibre suivante :

- $D = 0.5$  UA,
- $D = 1$  UA,
- $D = 10$  UA,
- $D = 100$  UA.

### Exercice 33 : Autres applications du théorème du Viriel

On va maintenant utiliser le théorème du Viriel pour remplir le tableau ci-dessous, donnant les rayons, masses et vitesse caractéristiques de différents systèmes stellaires. Veuillez compléter ce tableau.

Système	$R$ (pc)	$V$ (km/s)	$M$ ( $M_{\odot}$ )
Amas globulaire	10	10	
Galaxie	50 000	200	
Amas de galaxies	1 000 000	1000	

### Exercice 34 : Temps cinématique

On va maintenant calculer le temps cinématique  $t_c$  pour différents systèmes stellaires. Veuillez compléter le tableau ci-dessous.

Système	$R$ (pc)	$M$ ( $M_{\odot}$ )	$t_c$ (ans)
Amas ouvert	1	500	
Amas globulaire	10	$10^5$	
Galaxie	50 000	$10^{12}$	

Que remarquez-vous sur ces temps cinématiques pour les différents systèmes ?

# Chapitre 3

## Cosmologie

### 3.1 Espace et temps absolus

#### Exercice 35 : La faiblesse de la force de gravitation

Marcel et Naomi ressentent l'un pour l'autre une certaine attirance ; quelle part en revient tout bêtement à la force de gravitation universelle, lorsque leurs centres de gravité respectifs sont distants de 1 mètre ? Quelle masse, au même point de la Terre, présente un poids égal à cette force ? Marcel pèse, à Lyon, 700 N, et Naomi 580 N. Le rayon de la Terre à Lyon sera supposé égal à 6365 km. La constante de la gravitation et la masse de la Terre sont données dans les annexes du cours.

### 3.2 La rupture relativiste

#### 3.2.1 Relativité générale

##### Einstein dans l'ascenseur

#### Exercice 36 : L'équivalence gravité/accélération

On dit que, pour la Relativité Générale, gravitation et accélération sont équivalentes, mais que cette équivalence n'est que locale. C'est à dire qu'aucune expérience de physique ne permet de distinguer les effets de l'une de ceux de l'autre, mais seulement tant qu'on se limite à un très petit domaine spatial. En gros, c'est à peu près vrai dans un dé à coudre, cela ne l'est plus vraiment dans un stade de foot.

En reprenant l'exemple simple de l'ascenseur d'Einstein, pouvez-vous montrer qu'en effet il est facile de distinguer pesanteur et accélération par la fusée si on abandonne la localité. Il suffit de modifier l'ascenseur...

#### 3.2.2 Les tests

#### Exercice 37 : Le décalage gravitationnel vers le rouge

Une lampe spectrale émettant la raie Hydrogène Alpha (de longueur d'onde en laboratoire 656,3 nm) est utilisée pour communiquer à partir d'une capsule en orbite serrée autour d'une étoile à neutrons. Le rayon de l'orbite est de 1000 km, la masse de l'étoile de  $1,5 M_{\odot}$ . À quelle longueur d'onde le vaisseau qui a lancé la capsule, et se tient prudemment à grande distance, doit-il rechercher les signaux ?

### 3.3 Le big bang

#### 3.3.1 Expansion de l'Univers...

#### Exercice 38 : ...limitée par $c$ ?

Plus une galaxie est éloignée de notre Voie Lactée, plus les astronomes lui trouvent une vitesse d'éloignement élevée. C'est l'expansion de l'Univers. Mais, quand la distance croît sans cesse, elle atteint un moment une valeur  $d_c$  telle que :

$$V = H_0 d_c > c$$

Invraisemblable, n'est-ce pas ?

### Exercice 39 : ...la même partout ?

La radiogalaxie 3C 171 (nommée ainsi parce qu'elle occupe la 171e position dans le troisième catalogue de radiources établi par l'observatoire de Cambridge) est relativement lointaine ; entraînée par l'expansion de l'Univers, elle présente une vitesse de fuite de 63000 km/s.

Montrer que malgré cela, l'astronome Snurp, qui a là-bas découvert l'expansion de l'Univers, comme Hubble l'a fait pour nous, a lui aussi trouvé une loi qui s'écrit :

$$V_0 = X_0 d_0 \quad \text{avec} \quad X_0 = H_0$$

$V_0$  étant la vitesse mesurée à partir de 3C171 pour une galaxie lointaine située à la distance  $d_0$  de 3C171, et  $X_0$  étant bien entendu la constante de Snurp.

Ainsi, d'une planète de 3C171, comme de la Terre, on observe la même expansion universelle, avec la même géométrie, et le même taux...

### Exercice 40 : Le facteur d'expansion de l'espace

La constante de Hubble  $H_0$  est usuellement exprimée en kilomètres par seconde et par mégaparsec, mais cela ne parle guère au sens commun. En prenant  $H_0 = 65 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ , quelle est la valeur de l'accroissement annuel d'un kilomètre ?

## 3.3.2 Film des débuts

### Exercice 41 : Nucléosynthèse primordiale ou non ?

Les éléments légers H,  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{H}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^7\text{Li}$  sont nés avec le Big Bang. Mais d'où proviennent tous les autres éléments « lourds », ceux qui entrent dans la composition des objets du quotidien ?

## 3.4 Questions diverses

Dans les exercices suivants, on supposera que la constante de Hubble a une valeur de  $H_0 = 65 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ .

### Exercice 42 : Temps de Hubble

Calculez le temps de Hubble  $t_H = 1/H_0$ . Quelle conclusion pouvez-vous en tirer sur l'âge de l'Univers ?

### Exercice 43 : Densité critique

Calculer la densité critique  $\rho_C = \frac{3c^2 H_0^2}{8\pi G}$ . En quelles unités s'exprime-t-elle ?

### Exercice 44 : Âge de l'Univers

À partir de la définition de  $H_0$  et de la relation entre le facteur d'échelle  $R$  et l'âge  $t$  de l'Univers dans le cas de la densité critique, trouver la relation entre  $H_0$  et  $t$ .

### Exercice 45 : Redshift cosmologique, facteur d'échelle et époque

La radiogalaxie 4C41.17 montre une raie spectrale intense à 582,2 nm. Cette raie est identifiée comme la raie Lyman alpha de l'hydrogène. En laboratoire, sur la Terre, la longueur d'onde de cette raie est de 121,5 nm.

1. Quel est le redshift de la radiogalaxie 4C41.17 ?
2. Quel était le facteur d'échelle de l'Univers à l'époque où les atomes d'hydrogène de 4C41.17 émettaient cette raie ?
3. À quelle époque  $t_{em}$  la radiogalaxie 4C41.17 de l'exercice précédent a-t-elle émis la lumière que nous recevons aujourd'hui à  $t_0$  ? On prendra  $t_0 = 13.5$  milliards d'années.

### Exercice 46 : Temps de vol, distance, et expansion...

Il y a dix milliards d'années, ce photon que nous recevons aujourd'hui a quitté une lointaine galaxie.

1. Cette galaxie se trouvait-elle à dix milliards d'années-lumière de nous au moment de l'émission ?
2. Cette galaxie se trouve-t-elle aujourd'hui à dix milliards d'années-lumière de nous ?

## Chapitre 4

# Retour sur Terre - Nos repères dans le ciel

### 4.1 Se positionner dans le ciel

#### Exercice 47 : Repérage

1. Quelles sont les coordonnées horizontales des quatre points cardinaux ?
2. Peut-on définir les coordonnées horizontales pour un observateur installé au pôle Nord géographique ou au pôle Sud ?
3. Pour quelles valeurs de la hauteur et de la distance zénithale un astre est-il visible, c'est-à-dire au dessus de l'horizon ?

### 4.2 Mouvement diurne

#### Exercice 48 :

1. Dans quelle direction se trouve un astre au moment de sa culmination en un lieu de latitude  $+50^\circ$  ?
2. Même question pour un lieu situé à l'équateur.
3. La hauteur d'un astre varie-t-elle au cours du mouvement diurne au pôle Nord ?

#### Exercice 49 : Mouvement diurne des étoiles

1. Comment varie l'azimut d'un astre au cours du mouvement diurne, en un lieu de latitude  $50^\circ$  ? Et aussi  $-50^\circ$  de latitude. Sur la Fig. 1, on a représenté la situation en un lieu de l'hémisphère Sud (latitude =  $-50^\circ$ ) ;  $P$  est alors en-dessous de l'horizon et  $P'$  est au-dessus.
2. Les astres se lèvent-ils du côté de l'Est et se couchent-ils du côté de l'Ouest aussi bien dans l'hémisphère Nord que dans l'hémisphère Sud ?
3. Dans quelle direction géographique un astre culmine-t-il en un lieu de latitude  $-50^\circ$  ?
4. Le mouvement diurne est-il observé dans le même sens pour un observateur de l'hémisphère Nord ou un observateur de l'hémisphère Sud ?

#### Exercice 50 : Coordonnées horaires d'un astre

1. Quelle est la relation entre la déclinaison et la distance polaire ?
2. Quelles sont les coordonnées horaires des quatre points cardinaux en un lieu de latitude  $\phi$  ?
3. Que vaut la déclinaison du zénith en fonction de la latitude du lieu ?

#### Exercice 51 : Coordonnées équatoriales

1. Une étoile traverse le méridien sud à une hauteur de  $85^\circ$ , et le méridien nord à  $45^\circ$ . Trouver la déclinaison de l'étoile et la latitude de l'observateur.
2. Où ces affirmations sont-elles vraies ?
  - (a) Castor ( $\alpha$ -Gem, déclinaison  $+31^\circ 54'$ ) est circumpolaire.
  - (b) Bételgeuse ( $\alpha$ -Ori,  $7^\circ 24'$ ) culmine au zénith.
  - (c)  $\alpha$ -Cen ( $-60^\circ 46'$ ) s'élève à une hauteur de  $20^\circ$  au méridien.



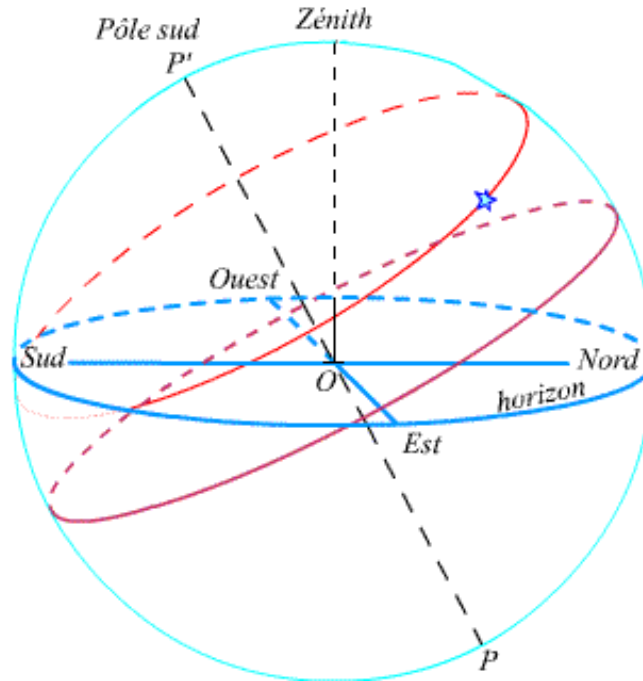


FIGURE 4.1 – Rotation d’une étoile vue de l’hémisphère sud (latitude =  $-50^\circ$ ).

## 4.3 Mouvement du Soleil

### 4.3.1 Année sidérale, année tropique

#### Exercice 52 : Mouvement du Soleil, jour solaire

1. Que valent la hauteur maximale et la hauteur minimale du Soleil en chacun des lieux considérés :  $50^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  ?
2. À quelle condition doit satisfaire la latitude d’un lieu pour que le Soleil n’ait ni lever ni coucher ?
3. Comment comprendre l’expression « soleil de minuit » ?
4. À quelle condition doit satisfaire la latitude d’un lieu pour que le Soleil puisse passer à son zénith ?
5. Comment comprendre l’expression « tropique du Cancer » et « tropique du Capricorne » ? on pourra discuter cette question, en particulier, en consultant une carte céleste.