Teoria dos Grafos

Grafos: Tipos, matrizes e graus de um grafo.

Leon Ferreira Bellini

RA 22218002–8

e

Guilherme Ormond Sampaio

RA 22218007–7

1 Introdução

Um grafo representa de forma simples e eficaz as interdependências entre os elementos de um conjunto. A utilidade da aplicação de grafos tem se mostrado presente em variadas micro e macroestruturas, como a podendo representar cidades, linhas ferroviárias, fluxo de dados ou até mesmo circuitos eletrônicos. A forma de como é representado pode ser dita como didática e facilmente compreendida. Foi elaborado um algorítmo para que fossem aplicados os diversos conceitos aprendidos em aula, este algorítmo sendo desenvolvido em **Python**, linguagem a qual permite que o programa funcione em variadas plataformas como *GNU/Linux* e *Windows*.

2 O conceito de grafos

2.1 Vértices, arestas e função de incidência φ

Para que haja um grafo é necessário obter o conjunto de **vértices**, dado por **N** $= \{v1, v2, \ldots, vn\}$, estes também chamados de nós, os quais representam os componentes, itens ou elementos que receberão, ou não, ligações entre si, tais ligações chamadas de **arestas**, as quais também formam um conjunto, dado por **E** $= \{e1, e2, \ldots, en\}$.

Existe, também, uma **função de incidência** φ (phi), a qual associa um par de vértices para cada aresta, como por exemplo, $\varphi(e) = \{a, b\}$, ou seja, *e* incide em *a* e *b*.

Pode se dizer, então, que um grafo pode ser representado como:

$$G = (N, M, \varphi)$$

2.1.1 Casos Específicos

- **Grafo Finito**: **V** e **E** são finitos.
- **Grafo Trivial**: Possui apenas um vértice.
- **Grafo Nulo**: Não possui arestas.

2.1.2 Laços

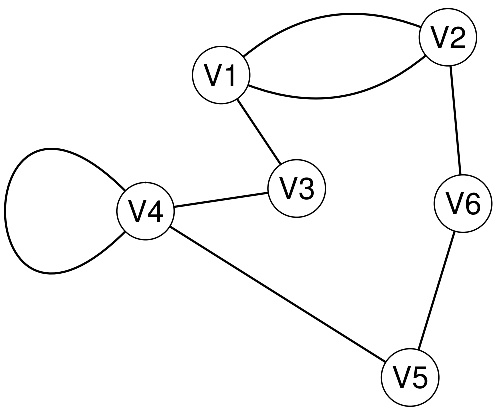
2.2 Representação matricial de um grafo

2.3 Matriz de adjacência |A| e matriz incidência |M|

Para fins de representação não-gráfica dos grafos utiliza-se da matriz de adjacência ou da matriz de incidência.

2.3.1 Matriz de adjacência |A|

A matriz de adjacência consiste em uma matriz com **n**-linhas e **n**-colunas, sendo **n** cada vértice do grafo. Os elementos da matriz representam as arestas do grafo, portanto, trata-se da relação de conexões entre seus vértices.



	V1	V2	V3	V4	V5	V6
V1	0	2	1	0	0	0
V2	2	0	0	0	0	1
V3	1	0	0	1	0	0
V4	0	0	1	1	1	0
V5	0	0	0	1	0	1
V6	0	1	0	0	1	0

2.3.2 Matriz de incidência |M|

2.4 Grafo simples

Um grafo é simples se não possui laços ou arestas múltiplas, logo, no exemplo de um grafo tendo **V** $= \{v1, v2, v3, v4\}$ e $E = \{e1, e2, e3, e4, e5\}$, sua matriz de adjacência **A** pode ser dada por:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

obs: Podem existir vértices de grau 0 em grafos simples.

2.4.1 Grafo bipartido

2.4.2 Bipartido completo

2.5 Graus de um grafo

2.6 Sequência gráfica

3 Conclusão