Primer punto

$$g(x) = x \qquad -\pi \leq x \leq \pi \tag{1}$$

La función $f(x)$ que describe la serie de fourier correspondiente a la ecuación 1 es:

$$f(x) = \frac{2\,(-1)^{n+1}}{n} sen\,(nx)$$

Donde:

$$T = 2\pi \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 1$$

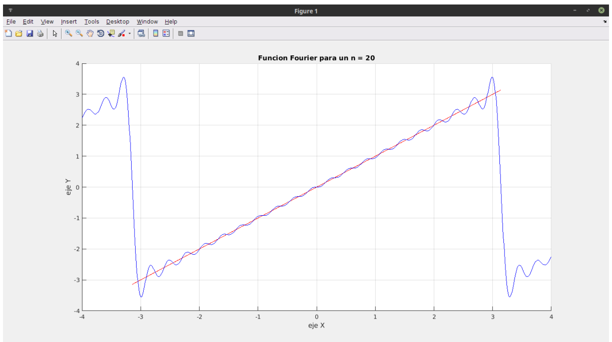
$$a_n = a_0 = 0 \qquad b_n = \frac{2\,(-1)^{n+1}}{n}$$

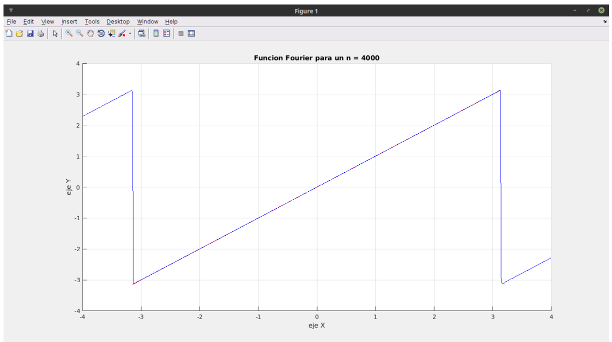
El código empleado en MATLAB fue:

```
close all
clear;
clc;

iteraciones = 4000;

%intervalo de la funci n final y los puntos entre este.
intervalo = linspace(-4, 4, 1000);

%definicion de las variables a usar
T = 2*pi;                                    %periodo
w = (2 * pi) / T;                            %frecuencia

fAuxiliar = 0;
fFinal = 0;
a0 = 0;

for k = 1: iteraciones          %sumatoria
    bk = 2*((-1).^(k+1))/(k);

    %almacena la sumatoria sin el a0
    fAuxiliar = fAuxiliar + (bk *sin(k*w*intervalo));
end

fFinal = a0/2 + fAuxiliar;

%valor que se le restar al intervalo de la funcion original
%para que no aparezca una linea vertical en la grafica.
dif = 0.000001;

%intervalo de la funcion original y puntos en la misma.
x = linspace(-pi + dif, pi - dif, 1000);

fOriginal = x;


figure(1); clf(1)
```

```
hold on
plot(x, fOriginal, 'r')
plot(intervalo, fFinal, 'b')
xlabel('eje X')
ylabel('eje Y')
title('Funcion Fourier para un n = 4000')
grid on
```

Las imágenes de la gráfica obtenida fueron:





Segundo punto

$$g(x) = \begin{cases} 1 & si \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -1 & si \quad \frac{\pi}{2} < x \leq \frac{3\pi}{2} \end{cases} \tag{2}$$

La función $f(x)$ que describe la serie de fourier correspondiente a la ecuación 2 es:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n\pi} \left[3sen\left(\frac{n\pi}{2}\right) - sen\left(\frac{3n\pi}{2}\right) \right] cos\,(nx) + \frac{1}{n} \left[cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - cos\left(\frac{3n\pi}{2}\right) \right] sen\,(nx) \right)$$

Donde:

$$T = 2\pi$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 1$$
$$a_0 = 0$$

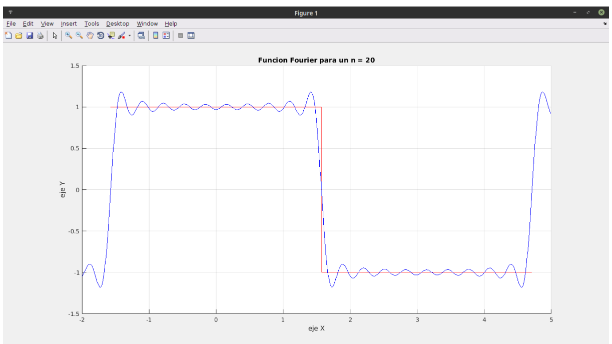
$$a_n = \frac{1}{n\pi} \left[3sen\left(\frac{n\pi}{2}\right) - sen\left(\frac{3n\pi}{2}\right) \right]$$
$$b_n = \frac{1}{n} \left[cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - cos\left(\frac{3n\pi}{2}\right) \right]$$

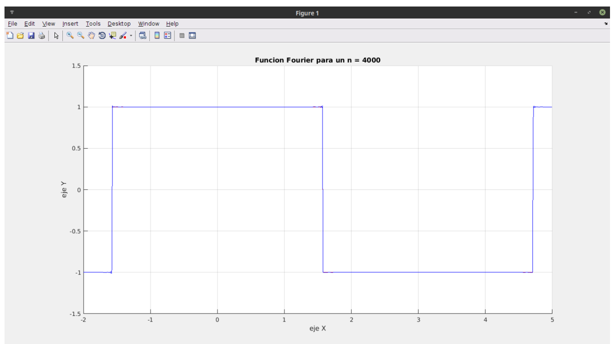
El código empleado en MATLAB fue:

```
close all
clear;
clc;

iteraciones = 4000;

%rango y cantidad de puntos en el mismo. Funcion de fourier.
intervalo = linspace(-2, 5, 1000);

%definicion de las variables a usar
T = 2*pi;                %periodo
w = (2 * pi) / T;
```

```
ffinal = 0;

%sumatoria
for k = 1: iteraciones
    ak = (3*sin((k*pi / 2)) - sin((3*pi*k / 2)) )/(pi*k);
    bk = (cos((pi*k / 2)) - cos((3*pi*k / 2)) )/(pi*k);

    ffinal = ffinal + ak*cos(k*w*intervalo) + bk*sin(k*w*intervalo);
end

%valor que se le restar al intervalo de la funcion original
%para que no aparezca una linea vertical en la grafica.
dif = 0.00001;


%rango y cantidad de puntos en el mismpo. Funcion original.
x = linspace(-(pi/2) + dif, (3*pi/2) - dif, 1000);

faux1 = 1.*((x >= -pi/2) & (x <= pi/2));
faux2 = -1.*((x > pi/2) & (x <= (3*pi)/2));

fOriginal = faux1 + faux2;

figure(1); clf(1)
hold on
plot(x, fOriginal, 'r')
plot(intervalo, ffinal, 'b')
xlabel('eje␣X')
ylabel('eje␣Y')
title('Funcion␣Fourier␣para␣un␣n␣=␣4000')
grid on
```

Las imágenes de la gráfica obtenida fueron:





Tercer punto

$$g(x) = \frac{x^2}{2} \qquad -\pi < x < \pi \qquad f(x) = f(x + 2\pi) \tag{3}$$

La función $f(x)$ que describe la serie de fourier correspondiente a la ecuación 4 es:

$$f(x) = \frac{\pi^3}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2\,(-1)^n}{n^2} cos\,(nx) \right)$$

Donde:

$$T = 2\pi \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 1 \qquad b_n = 0$$

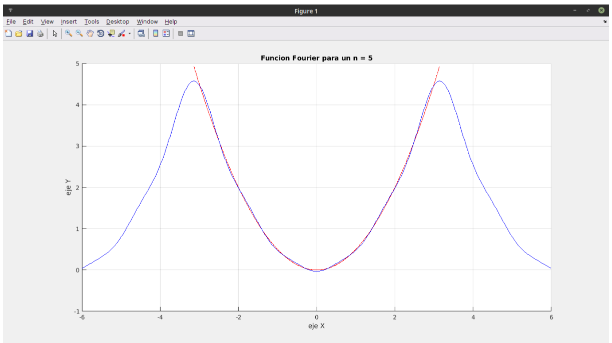
$$a_0 = \frac{\pi^3}{3} \qquad a_n = \frac{2\,(-1)^n}{n^2}$$

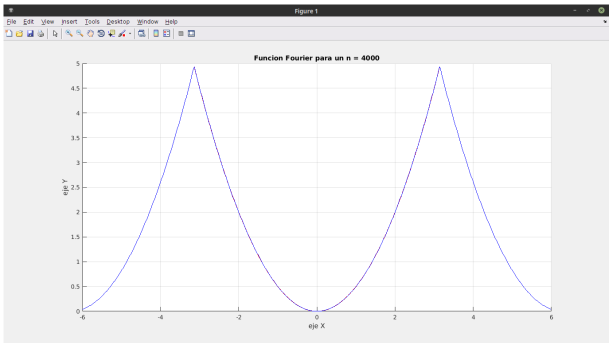
El código empleado en MATLAB fue:

```
close all
clear;
clc;

iteraciones = 4000;

%intervalo de la funci n final y los puntos entre este.
intervalo = linspace(-6, 6, 1000);

%definicion de las variables a usar
T = 2*pi;                                   %periodo
w = (2 * pi) / T;                           %frecuencia

fAuxiliar = 0;
fFinal = 0;
a0 = (pi.^2)/3;

for k = 1: iteraciones          %sumatoria
    ak = 2*((-1).^k)/(k.^2);

    %almacena la sumatoria sin el a0
    fAuxiliar = fAuxiliar + (ak *cos(k*w*intervalo));
end

fFinal = a0/2 + fAuxiliar;

%valor que se le restar al intervalo de la funcion original
%para que no aparezca una linea vertical en la grafica.
dif = 0.00001;

%intervalo de la funcion original y puntos en la misma.
x = linspace(-pi + dif, pi - dif, 1000);

fOriginal = ((x.^2)/2).*((x > -pi) & (x < pi));


figure(1); clf(1)
hold on
plot(x, fOriginal, 'r')
```

```
plot(intervalo, fFinal, 'b')
xlabel('eje X')
ylabel('eje Y')
title('Funcion Fourier para un n = 4000')
grid on
```

Las imagenes obtenidas de la función fueron:





Cuarto punto

$$g(x) = \begin{cases} 10 & si \quad 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & si \quad 1 < x \leq \ 4 \end{cases} \tag{4}$$

La función $f(x)$ que describe la serie de fourier correspondiente a la ecuación 6 es:

$$f(x) = \frac{5}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{10}{n\pi} \left[sen\left(\frac{n\pi}{2}\right) cos\left(\frac{nx\pi}{2}\right) + \left(1 - cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right) sen\left(\frac{nx\pi}{2}\right) \right] \right) \tag{5}$$

Donde:

$$T = 4 \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \qquad a_0 = 5$$

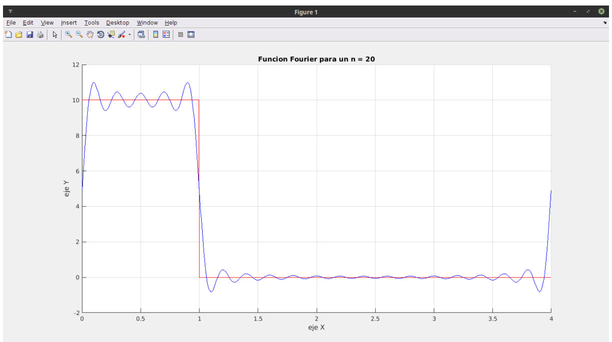
$$a_n = \frac{10}{n\pi} sen\left(\frac{n\pi}{2}\right) \qquad b_n = \frac{10}{n\pi}\left(1 - cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right)$$

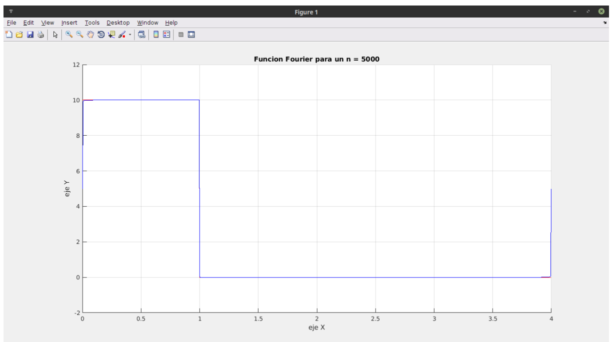
El código empleado en MATLAB fue:

```
close all
clear;
clc;

iteraciones = 5000;
intervalo = linspace(0, 4, 1000);

%definicion de las variables a usar
T = 4;                              %periodo
w = (2 * pi) / T;                   %frecuencia angular

faux = 0;
fFinal = 0;
a0 = 5;
```

```
for k = 1: iteraciones

  ak = (10/(k*pi)) * sin(k*w);
  bk = (10/(k*pi)) * (1 - cos(k*w));

  %almacena la sumatoria sin el a0
  faux = faux + (ak *cos(k*w*intervalo) + bk * sin(k*w*intervalo) );

end

fFinal = a0/2 + faux;

%valor que se le restar al intervalo de la funcion original
%para que no aparezca una linea vertical en la grafica.
dif = 0.00001;

%intervalo y puntos en el mismo de la funcion original
x = linspace(0 + dif, 4 - dif, 1000);

fOriginal = (10).*((x >= 0) & (x <= 1)) + (0).*((x > 1) & (x <= 4));


figure(1); clf(1)
hold on
plot(x, fOriginal, 'r')
plot(intervalo, fFinal, 'b')
xlabel('eje X')
ylabel('eje Y')
title('Funcion Fourier para un n = 5000')
grid on
```

Las imagenes obtenidas de la función fueron:





Quinto punto

$$g(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x + 3 & si \quad -2 \leq x \leq 0 \\ 3 & si \quad 0 < x \leq 2 \end{cases} \tag{6}$$

La función $f(x)$ que describe la serie de fourier correspondiente a la ecuación 6 es:

$$f(x) = \frac{9}{4} + 3\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{(n\pi)^2}\left(1-(-1)^n\right)cos\left(\frac{nx\pi}{2}\right) - \frac{1}{n\pi}\left(-1\right)^n sen\left(\frac{nx\pi}{2}\right)\right)$$

Donde:

$$T = 4$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \qquad a_n = 3 * \frac{1}{(n\pi)^2}\left(1-(-1)^n\right)$$

$$a_0 = \frac{9}{2} \qquad b_n = 3 * \frac{1}{n\pi}\left(-1\right)^n$$

El código empleado en MATLAB fue:

```
close all
clear;
clc;

iteraciones = 8000;
intervalo = linspace(-2, 2, 1000);

%definicion de las variables a usar
T = 4;                                          %periodo
w = (2 * pi) / T;                               %frecuencia angular

faux = 0;
fFinal = 0;
a0 = 9/2;

for k = 1: iteraciones

  ak = ((1 -((-1).^(k)))/((k*pi).^2));
  bk = ((-1).^(k + 1) / (k*pi));

  %almacena la sumatoria sin el a0
  faux = faux + (ak *cos(k*w*intervalo) + bk * sin(k*w*intervalo) );

end

fFinal = a0/2 + 3*faux;

%valor que se le restar al intervalo de la funcion original
%para que no aparezca una linea vertical en la grafica.
dif = 0.00001;

%intervalo y puntos en el mismo de la funcion original
x = linspace(-2 + dif, 2 - dif, 1000);

faux1 = ((3/2)*x + 3).*((x >= -2) & (x <= 0));
faux2 = (3).*((x >= 0) & (x <= 2));

fOriginal = faux1 + faux2;
```

```
figure(1); clf(1)
hold on
plot(x, fOriginal, 'r')
plot(intervalo, fFinal, 'b')
xlabel('eje X')
ylabel('eje Y')
title('Funcion Fourier para un n = 8000')
grid on
```

Las imagenes obtenidas de la función fueron: