1)

$$g(x) = x \qquad -\pi \leq x \leq \pi \tag{1}$$

La función $f(x)$ que describe la serie de fourier correspondiente a la ecuación 1 es:

$$f(x) = \frac{2\,(-1)^{n+1}}{n} sen\,(nx)$$

El valor de los componentes de la serie de fourier fueron:

$$a_n = a_0 = 0 \qquad T = 2\pi$$

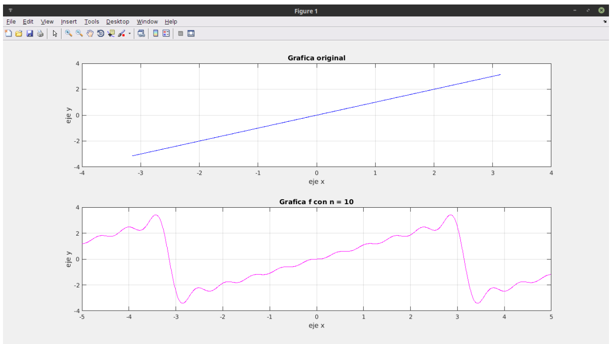
$$b_n = \frac{2\,(-1)^{n+1}}{n} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 1$$

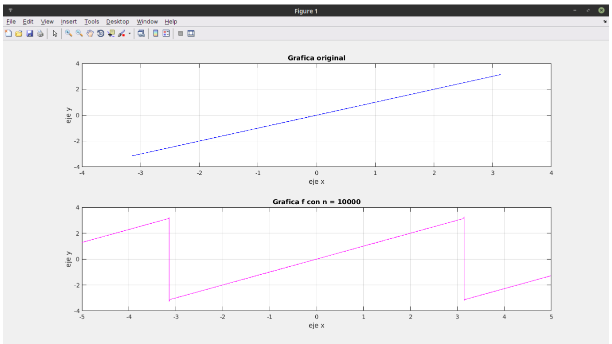
El código empleado en MATLAB fue:

```
close all
clear;

%intervalos y distancia entre punto inicial y final
x1 = -5: 0.005: 5;                 %funcion de fourier
x2 = -pi: 0.005: pi;      %funcion original

T = 2*pi;                                  %periodo
w = (2 * pi) / T;                          %frecuencia

f_aux = 0;
f = 0;
g = 0;
n = 10000;

i = n;

while i > 0
    b_n = 2*((-1).^(i+1))/(i);

    f_aux = f_aux + (b_n *sin(i*w*x1));
    i = i - 1;
end

%como a_0 es cero, la funcion de la sumatoria es la
%funcion final

f = f_aux;

g = x2;

figure(1); clf(1)
hold on %permite la graficacion de multiples funciones a la vez

subplot(2,1, 1),plot(x2, g, 'b'), title('Grafica original');
xlabel('eje x'),ylabel('eje y'), grid;
subplot(2,1, 2),plot(x1, f, 'm'), title('Grafica f con n = 10000');
```

```
xlabel('eje x'), ylabel('eje y'), grid;
```

Las imágenes de la gráfica obtenida fueron:





2)

$$g(x) = \begin{cases} 1 & si \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -1 & si \quad \frac{\pi}{2} < x \leq \frac{3\pi}{2} \end{cases} \tag{2}$$

La función $f(x)$ que describe la serie de fourier correspondiente a la ecuación 2 es:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n\pi} \left[3sen\left(\frac{n\pi}{2}\right) - sen\left(\frac{3n\pi}{2}\right) \right] cos\,(nx) + \frac{1}{n} \left[cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - cos\left(\frac{3n\pi}{2}\right) \right] sen\,(nx) \right)$$

El valor de los componentes de la serie de fourier fueron:

$$a_n = \frac{1}{n\pi} \left[3sen\left(\frac{n\pi}{2}\right) - sen\left(\frac{3n\pi}{2}\right) \right]$$

$$b_n = \frac{1}{n} \left[cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - cos\left(\frac{3n\pi}{2}\right) \right]$$

$$T = 2\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 1$$

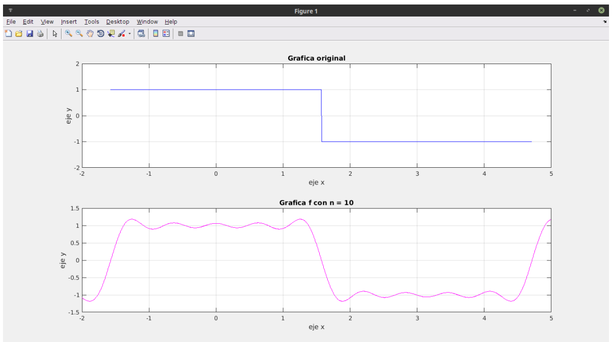
$$a_0 = 0$$

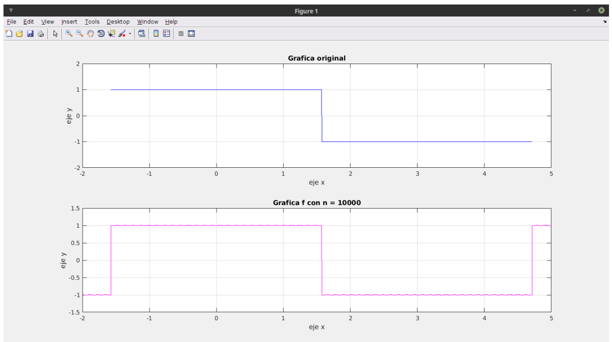
El código empleado en MATLAB fue:

```
close all
clear;

%intervalos y distancia entre punto inicial y final
x1 = -2: 0.005: 5;                              %funcion de fourier
x2 = -(pi/2): 0.005: (3*pi/2);   %funcion original

T = 2*pi;                          %periodo
w = (2 * pi) / T;                  %frecuencia

f_aux = 0;
f = 0;
g = 0;
n = 10000;

i = n;

while i > 0
```

```
    a_n = (3*sin((i*pi / 2)) - sin((3*pi*i / 2)) )/(pi*i);
    b_n = (cos((pi*i / 2)) - cos((3*pi*i / 2)) )/(pi*i);

    f_aux = f_aux + a_n*cos(i*w*x1) + b_n*sin(i*w*x1);
    i = i - 1;
end

%como a_0 es cero, la funcion de la sumatoria es la
%funcion final

f = f_aux;

%definicion funcion a trozos
g1 = 1.*((x2 >= -pi / 2) & (x2 <= pi / 2));
g2 = -1.*((x2 > pi / 2) & (x2 <= (3*pi) / 2));

g = g1 + g2;

figure(1); clf(1)
hold on %permite la graficacion de multiples funciones a la vez

subplot(2,1, 1),plot(x2, g, 'b'), title('Grafica original');
ylim([-2 2]);
xlabel('eje x'),ylabel('eje y'), grid;
subplot(2,1, 2),plot(x1, f, 'm'), title('Grafica f con n = 10000');
xlabel('eje x'), ylabel('eje y'), grid;
```

Las imágenes de la gráfica obtenida fueron:





3)

$$g(x) = \frac{x^2}{2} \qquad -\pi < x < \pi \qquad f(x) = f(x + 2\pi) \tag{3}$$

La función $f(x)$ que describe la serie de fourier correspondiente a la ecuación 3 es:

$$f(x) = \frac{\pi^3}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2\,(-1)^n}{n^2} cos\,(nx) \right)$$

Donde:

$$a_0 = \frac{\pi^3}{3}$$

$$a_n = \frac{2\left(-1\right)^n}{n^2}$$

$$T = 2\pi$$

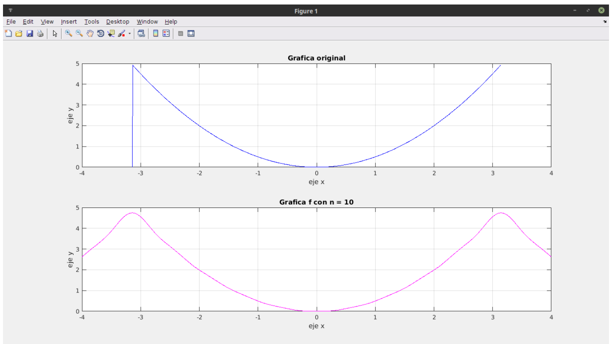
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 1$$

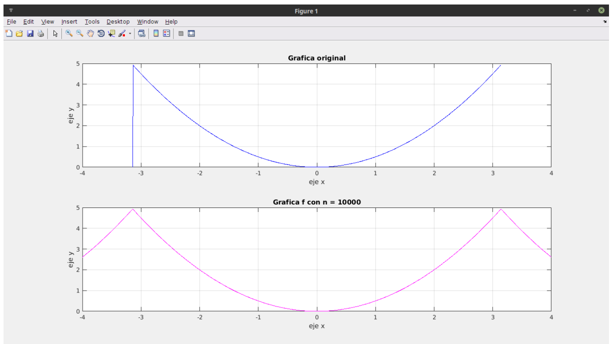
$$b_n = 0$$

El código empleado en MATLAB fue:

```
close all
clear;

%intervalos y distancia entre punto inicial y final
x1 = -4: 0.005: 4;                                    %funcion de fourier
x2 = -(pi): 0.005: (pi);                          %funcion original

T = 2*pi;                                          %periodo
w = (2 * pi) / T;                                  %frecuencia

f_aux = 0;
f = 0;
g = 0;
n = 10000;

i = n;

while i > 0
    a_n = 2*((-1).^i)/(i.^2);

    f_aux = f_aux + a_n*cos(i*w*x1);

    i = i - 1;
end

a_0 = (pi.^2)/3;

f = a_0 /2 + f_aux;

%funcion original
g = ((x2.^2)/2).*((x2 < pi)  & (x2 > -pi));;

figure(1); clf(1)
hold on %permite la graficacion de multiples funciones a la vez

subplot(2,1, 1),plot(x2, g, 'b'), title('Grafica original');
xlabel('eje x'),ylabel('eje y'), grid;
subplot(2,1, 2),plot(x1, f, 'm'), title('Grafica f con n = 10000');
xlabel('eje x'), ylabel('eje y'), grid;
```

Las imagenes obtenidas de la función fueron:





4)

$$g(x) = \begin{cases} 10 & si \quad 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & si \quad 1 < x \leq \ 4 \end{cases} \tag{4}$$

La función $f(x)$ que describe la serie de fourier correspondiente a la ecuación 4 es:

$$f(x) = \frac{5}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{10}{n\pi} \left[sen\left(\frac{n\pi}{2}\right) cos\left(\frac{nx\pi}{2}\right) + \left(1 - cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right) sen\left(\frac{nx\pi}{2}\right) \right] \right)$$

El valor de los componentes de la serie de fourier fueron:

$$a_n = \frac{10}{n\pi} sen\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

$$b_n = \frac{10}{n\pi}\left(1 - cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right)$$

$$T = 4$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}$$

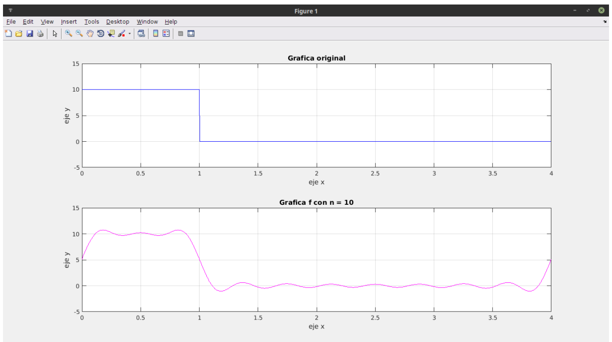
$$a_0 = 5$$

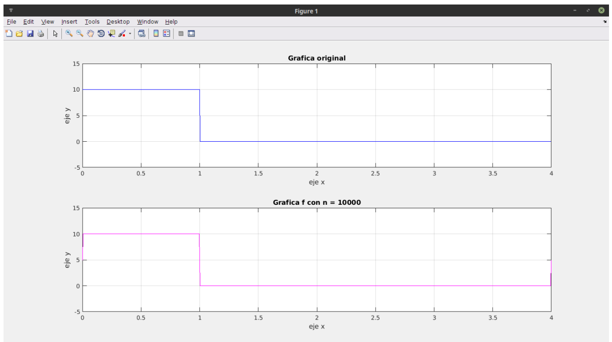
El código empleado en MATLAB fue:

```
close all
clear;

%intervalos y distancia entre punto inicial y final
x1 = 0: 0.005: 4;                              %funcion de fourier
x2 = 0: 0.005: 4;                   %funcion original

T = 4;                                     %periodo
w = (2 * pi) / T;                      %frecuencia

f_aux = 0;
f = 0;
g = 0;
n = 10000;

i = n;

while i > 0
    a_n = (10/(i*pi)) * sin(i*w);
    b_n = (10/(i*pi)) * (1 - cos(i*w));

    f_aux = f_aux + a_n*cos(i*w*x1) + b_n*sin(i*w*x1);
```

```
    i = i - 1;
end

a_0 = 5;

f = a_0 /2 + f_aux;

%definicion funcion a trozos
g1 = (10).*((x2 >= 0) & (x2 <= 1));
g2 = (0).*((x2 > 1) & (x2 <= 4));

g = g1 + g2;

figure(1); clf(1)
hold on %permite la graficacion de multiples funciones a la vez

subplot(2,1, 1),plot(x2, g, 'b'), title('Grafica original');
ylim([-5 15]);
xlabel('eje x'),ylabel('eje y'), grid;
subplot(2,1, 2),plot(x1, f, 'm'), title('Grafica f con n = 10000');
ylim([-5 15]);
xlabel('eje x'), ylabel('eje y'), grid;
```

Las imagenes obtenidas de la función fueron:





5)

$$g(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x + 3 & si \quad -2 \leq x \leq 0 \\ 3 & si \quad 0 < x \leq 2 \end{cases} \tag{5}$$

La función $f(x)$ que describe la serie de fourier correspondiente a la ecuación 5 es:

$$f(x) = \frac{9}{4} + 3\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{(n\pi)^2}\left(1-(-1)^n\right) cos\left(\frac{nx\pi}{2}\right) - \frac{1}{n\pi}(-1)^n\, sen\left(\frac{nx\pi}{2}\right)\right)$$

El valor de los componentes de la serie de fourier fueron:

$$a_n = 3 * \frac{1}{(n\pi)^2} (1 - (-1)^n)$$

$$b_n = 3 * \frac{1}{n\pi} (-1)^n$$

$$T = 4$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}$$

$$a_0 = \frac{9}{2}$$

El código empleado en MATLAB fue:

```
close all
clear;

%intervalos y distancia entre punto inicial y final
x1 = -2: 0.005: 2;                                    %funcion de fourier
x2 = -2: 0.005: 2;                    %funcion original

T = 4;                                                %periodo
w = (2 * pi) / T;                                 %frecuencia

f_aux = 0;
f = 0;
g = 0;
n = 10000;

i = n;

while i > 0
    a_n = ((1 -((-1).^(i)))/((i*pi).^2));
    b_n = ((-1).^(i + 1) / (i*pi));

    f_aux = f_aux + 3*(a_n*cos(i*w*x1) + b_n*sin(i*w*x1));
    i = i - 1;
end

a_0 = 9/2;

f = a_0 /2 + f_aux;

%definicion funcion a trozos
g1 = (((3/2)*x2) + 3).*((x2 >= -2) & (x2 <= 0));
g2 = (3).*((x2 > 0) & (x2 <= 2));

g = g1 + g2;

figure(1); clf(1)
hold on %permite la graficacion de multiples funciones a la vez

subplot(2,1, 1),plot(x2, g, 'b'), title('Grafica original');
ylim([0 4]);
xlabel('eje x'),ylabel('eje y'), grid;
subplot(2,1, 2),plot(x1, f, 'm'), title('Grafica f con n = 10000');
xlabel('eje x'), ylabel('eje y'), grid;
```

Las imagenes obtenidas de la función fueron:

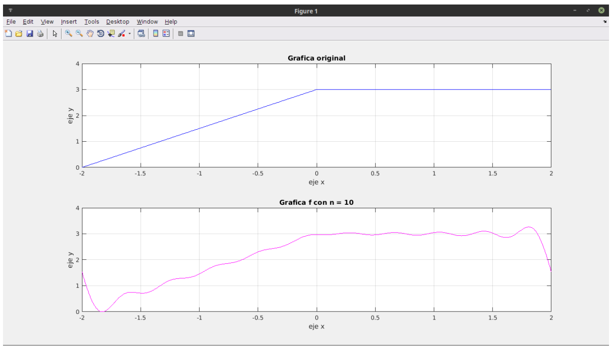


Figure 1
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
Grafica original
eje y
eje x
Grafica f con n = 10
eje y
eje x

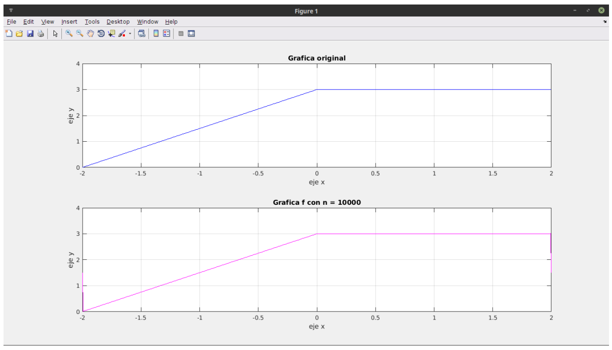


Figure 1
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
Grafica original
eje y
eje x
Grafica f con n = 10000
eje y
eje x