Université de Lille

Analyse en composantes principales

M. Fourcot
marie.fourcot@univ-lille.fr

2021-2022

Plan

Introduction

Type de données : tableaux avec N individus et P variables **numériques**

Exemple : données de température

- 15 individus (lignes) : villes de France
- 14 variables (colonnes) : 12 températures mensuelles moyennes sur 30 ans, latitude, longitude

	Janv	Févr	Mars	Avri	Mai	Juin	juil	Août	Sept	Octo	Nove	Déce	Lati	Long
Bordeaux	5.6	6.6	10.3	12.8	15.8	19.3	20.9	21	18.6	13.8	9.1	6.2	44.5	-0.34
Brest	6.1	5.8	7.8	9.2	11.6	14.4	15.6	16	14.7	12	9	7	48.24	-4.29
Clermont	2.6	3.7	7.5	10.3	13.8	17.3	19.4	19.1	16.2	11.2	6.6	3.6	45.47	3.05
Grenoble	1.5	3.2	7.7	10.6	14.5	17.8	20.1	19.5	16.7	11.4	6.5	2.3	45.1	5.43
Lille	2.4	2.9	6	8.9	12.4	15.3	17.1	17.1	14.7	10.4	6.1	3.5	50.38	3.04
Lyon	2.1	3.3	7.7	10.9	14.9	18.5	20.7	20.1	16.9	11.4	6.7	3.1	45.45	4.51
Marseille	5.5	6.6	10	13	16.8	20.8	23.3	22.8	19.9	15	10.2	6.9	43.18	5.24
Montpellier	5.6	6.7	9.9	12.8	16.2	20.1	22.7	22.3	19.3	14.6	10	6.5	43.36	3.53
Nantes	5	5.3	8.4	10.8	13.9	17.2	18.8	18.6	16.4	12.2	8.2	5.5	47.13	-1.33
Nice	7.5	8.5	10.8	13.3	16.7	20.1	22.7	22.5	20.3	16	11.5	8.2	43.42	7.15
Paris	3.4	4.1	7.6	10.7	14.3	17.5	19.1	18.7	16	11.4	7.1	4.3	48.52	2.2
Rennes	4.8	5.3	7.9	10.1	13.1	16.2	17.9	17.8	15.7	11.6	7.8	5.4	48.05	-1.41
Strasbourg	0.4	1.5	5.6	9.8	14	17.2	19	18.3	15.1	9.5	4.9	1.3	48.35	7.45
Toulouse	4.7	5.6	9.2	11.6	14.9	18.7	20.9	20.9	18.3	13.3	8.6	5.5	43.36	1.26
Vichy	2.4	3.4	7.1	9.9	13.6	17.1	19.3	18.8	16	11	6.6	3.4	46.08	3.26

Problématique

Le tableau peut être vu comme un ensemble de lignes ou un ensemble de colonnes.

Étude des individus

- Comment déterminer si deux individus se ressemblent du point de vue de l'ensemble des variables
- Si beaucoup d'individus, peut-on faire un bilan des ressemblances

$\Rightarrow$ Construction de groupes d'individus, partition des individus

Problématique

Étude des variables

- Recherche des ressemblances entre variables, lesquelles sont redondantes, lesquelles apportent une information différente
  Pour les variables, on parle plutôt de liaison
- Liaisons linéaires sont simples, très fréquentes et résument de nombreuses liaisons $\Rightarrow$ coefficient de corrélation

$\Rightarrow$ Visualisation de la matrice de corrélations
$\Rightarrow$ Recherche d'un petit nombre d'indicateurs synthétiques pour résumer beaucoup de variables

Problématique

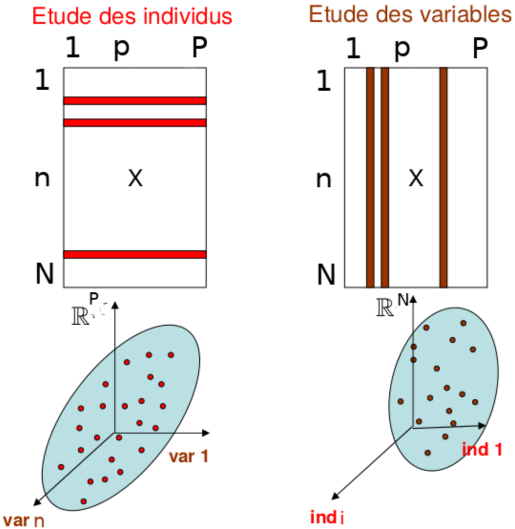
Lien entre les deux études

- Caractérisation des classes d'individus par les variables
  $\Rightarrow$ besoin de procédure automatique
- Individus spécifiques pour comprendre les liaisons entre les variables
  $\Rightarrow$ utilisation d'individus extrêmes

Objectifs de l'ACP :

- Descriptif - exploratoire : visualisation de données par des graphiques simples
- Synthèse : résumé de grands tableaux *individus* $\times$ *variables*

Représentations



Plan

Nuage des individus C^N

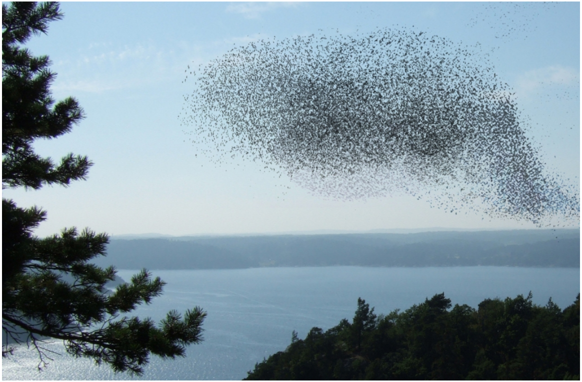
1 individu = 1 ligne du tableau
$\Rightarrow$ 1 point dans un espace à P dimensions
L'étude des individus revient à étudier la forme du nuage C^N.

- Si $P = 1$: représentation axiale
- Si $P = 2$: nuage de points
- Si $P = 3$: représentation plus difficile, mais 3D possible
- si $P \geqslant 4$: impossible à représenter mais le concept est simple

On peut de nouveau établir la notion de ressemblance avec l'aide de distances, par exemple la distance euclidienne. Ainsi, la distance au carré entre les individus n et n' est

$$d^2(n, n') = \sum_{p=1}^{P} (x_{np} - x_{n'p})^2$$

Nuage des individus C^N

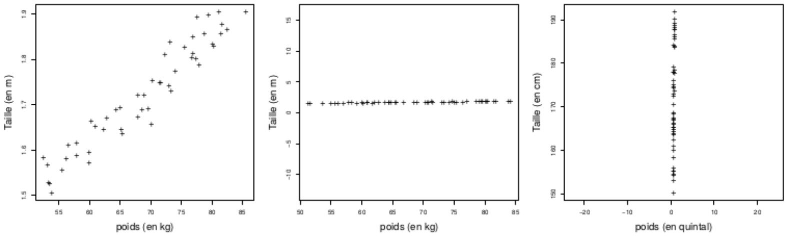


- Les individus vivent dans $\mathbb{R}^P$
- Étudier la structure, i.e. la forme du nuage des individus

Standardisation des données

- Centrer les données ne modifie pas la forme du nuage
  $\Rightarrow$ toujours centrer
- Réduire les données est indispensable si les unités de mesure sont différentes d'une variable à l'autre

$$x_{np} \Rightarrow \frac{x_{np} - \bar{x}_p}{s_p}$$



Standardisation des données

	Janv	Févr	Mars	Avri	Mai	Juin	juil	Août	Sept	Octo	Nove	Déce
Bordeaux	0.84	0.98	1.40	1.33	0.94	0.85	0.52	0.74	0.90	0.84	0.67	0.72
Brest	1.10	0.54	-0.29	-1.30	-1.95	-1.98	-2.06	-1.83	-1.28	-0.18	0.62	1.14
Clermont	-0.71	-0.63	-0.50	-0.50	-0.44	-0.31	-0.21	-0.24	-0.44	-0.63	-0.76	-0.66
Grenoble	-1.28	-0.90	-0.36	-0.28	0.05	-0.02	0.13	-0.03	-0.16	-0.52	-0.82	-1.35
Lille	-0.81	-1.07	-1.51	-1.52	-1.40	-1.46	-1.33	-1.27	-1.28	-1.09	-1.05	-0.71
Lyon	-0.97	-0.85	-0.36	-0.06	0.32	0.38	0.42	0.27	-0.05	-0.52	-0.70	-0.92
Marseille	0.79	0.98	1.20	1.48	1.63	1.71	1.69	1.66	1.63	1.52	1.30	1.09
Montpellier	0.84	1.03	1.13	1.33	1.22	1.31	1.39	1.41	1.30	1.29	1.19	0.87
Nantes	0.53	0.26	0.11	-0.13	-0.37	-0.37	-0.50	-0.50	-0.33	-0.07	0.16	0.35
Nice	1.82	2.03	1.74	1.70	1.56	1.31	1.39	1.51	1.86	2.08	2.05	1.77
Paris	-0.30	-0.41	-0.43	-0.20	-0.09	-0.19	-0.36	-0.45	-0.55	-0.52	-0.47	-0.29
Rennes	0.43	0.26	-0.23	-0.64	-0.92	-0.94	-0.94	-0.91	-0.72	-0.41	-0.07	0.29
Strasbourg	-1.84	-1.85	-1.78	-0.86	-0.30	-0.37	-0.41	-0.65	-1.06	-1.60	-1.74	-1.87
Toulouse	0.37	0.42	0.65	0.45	0.32	0.50	0.52	0.69	0.74	0.55	0.39	0.35
Vichy	-0.81	-0.79	-0.77	-0.79	-0.57	-0.42	-0.26	-0.39	-0.55	-0.75	-0.76	-0.76

Difficile de voir le nuage C^N

$\Rightarrow$ on essaie d'en avoir une image approchée $\Rightarrow$ ACP

Ajustement du nuage des individus

L'ACP vise à fournir une image simplifiée de C^N la plus fidèle possible

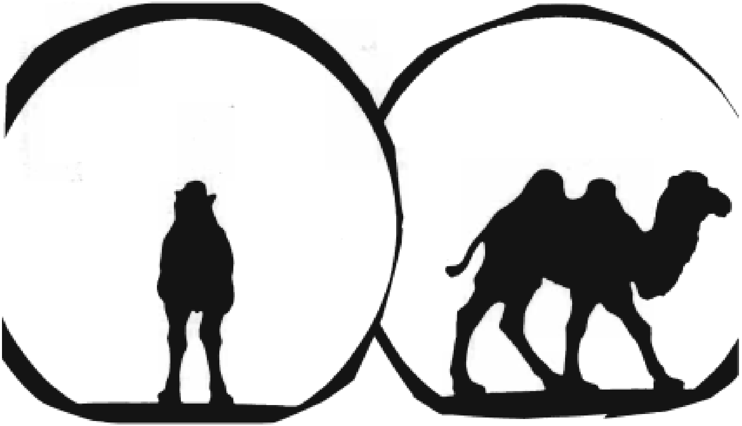
$\Leftrightarrow$ trouver le sous-espace qui résume au mieux les données

Qualité d'une image :

- restitue fidèlement la forme générale du nuage
- meilleure représentation de la diversité, de la variabilité
- ne perturbe pas les distances entre individus

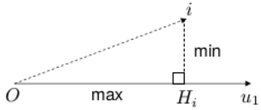
On évalue la qualité d'une image à l'aide de la notion de dispersion ou de variabilité appelée inertie. On peut voir l'inertie comme une variance généralisée à plusieurs dimensions.

Ajustement du nuage des individus



Ajustement du nuage des individus

Comment trouver la meilleure image approchée du nuage ?

- 

Trouver l'axe (facteur) qui déforme le moins possible le nuage $(iH_i)^2$ petit avec $H_i \in axe$
$\Leftrightarrow (OH_i)^2$ grand
$\Rightarrow$ on veut $\sum_i (OH_i)^2$ grande

- Trouver le meilleur plan : maximiser $\sum_i (OH_i)^2$ avec $H_i \in plan$
Le meilleur plan contient le meilleur axe : on cherche $u_1 \perp u_2$ et maximisant $\sum_i (OH_i)^2$

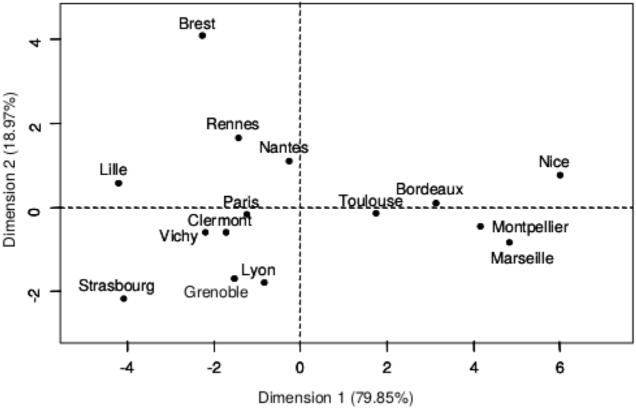
- On peut chercher un 3ème axe d'inertie maximale, puis les axes suivants

Rappel

- 15 individus (lignes) : villes de France
- 14 variables (colonnes) : 12 températures mensuelles moyennes sur 30 ans, latitude, longitude

	Janv	Févr	Mars	Avri	Mai	Juin	juil	Août	Sept	Octo	Nove	Déce	Lati	Long
Bordeaux	5.6	6.6	10.3	12.8	15.8	19.3	20.9	21	18.6	13.8	9.1	6.2	44.5	-0.34
Brest	6.1	5.8	7.8	9.2	11.6	14.4	15.6	16	14.7	12	9	7	48.24	-4.29
Clermont	2.6	3.7	7.5	10.3	13.8	17.3	19.4	19.1	16.2	11.2	6.6	3.6	45.47	3.05
Grenoble	1.5	3.2	7.7	10.6	14.5	17.8	20.1	19.5	16.7	11.4	6.5	2.3	45.1	5.43
Lille	2.4	2.9	6	8.9	12.4	15.3	17.1	17.1	14.7	10.4	6.1	3.5	50.38	3.04
Lyon	2.1	3.3	7.7	10.9	14.9	18.5	20.7	20.1	16.9	11.4	6.7	3.1	45.45	4.51
Marseille	5.5	6.6	10	13	16.8	20.8	23.3	22.8	19.9	15	10.2	6.9	43.18	5.24
Montpellier	5.6	6.7	9.9	12.8	16.2	20.1	22.7	22.3	19.3	14.6	10	6.5	43.36	3.53
Nantes	5	5.3	8.4	10.8	13.9	17.2	18.8	18.6	16.4	12.2	8.2	5.5	47.13	-1.33
Nice	7.5	8.5	10.8	13.3	16.7	20.1	22.7	22.5	20.3	16	11.5	8.2	43.42	7.15
Paris	3.4	4.1	7.6	10.7	14.3	17.5	19.1	18.7	16	11.4	7.1	4.3	48.52	2.2
Rennes	4.8	5.3	7.9	10.1	13.1	16.2	17.9	17.8	15.7	11.6	7.8	5.4	48.05	-1.41
Strasbourg	0.4	1.5	5.6	9.8	14	17.2	19	18.3	15.1	9.5	4.9	1.3	48.35	7.45
Toulouse	4.7	5.6	9.2	11.6	14.9	18.7	20.9	20.9	18.3	13.3	8.6	5.5	43.36	1.26
Vichy	2.4	3.4	7.1	9.9	13.6	17.1	19.3	18.8	16	11	6.6	3.4	46.08	3.26

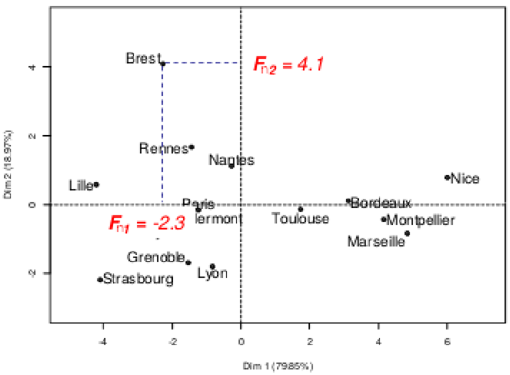
Exemple : graphe des individus du jeu température

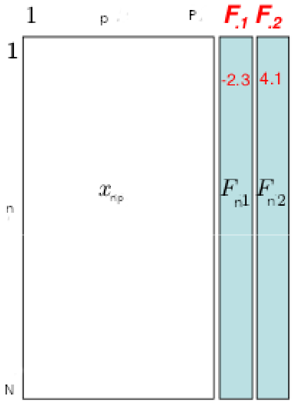


Comment interpréter les axes ? Qu'est-ce qui oppose Lille à Nice ?
⇒ besoin de variables pour interpréter ces dimensions de variabilité

Interprétation du graphe des individus grâce aux variables

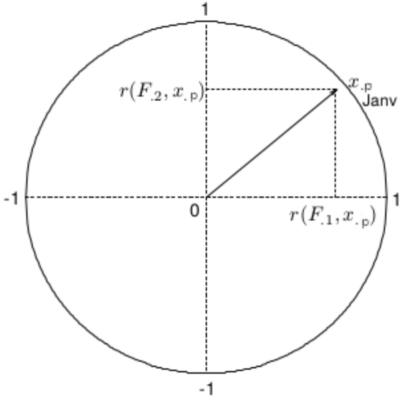
Considérons les coordonnées des individus sur les axes comme des variables





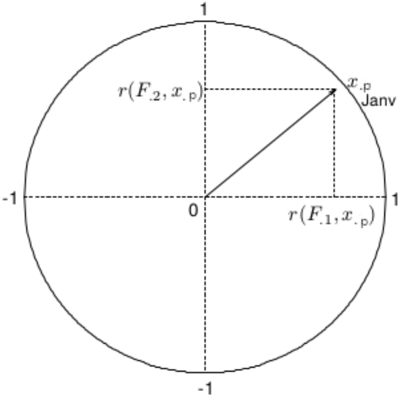
Interprétation du graphe des individus grâce aux variables

Corrélations entre la variable x_p et F_1 (et F_2)



Interprétation du graphe des individus grâce aux variables

Corrélations entre la variable x_p et F_1 (et F_2)

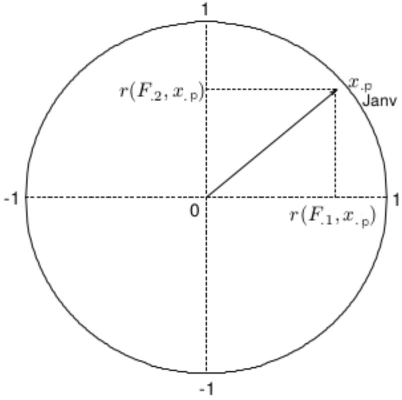


la corrélation entre janvier et $F1$ est proche de 1

$\Rightarrow$ les villes où il fait froid en janvier ont une faible coordonnée sur l'axe 1 et sont à gauche

Interprétation du graphe des individus grâce aux variables

Corrélations entre la variable x_p et F_1 (et F_2)

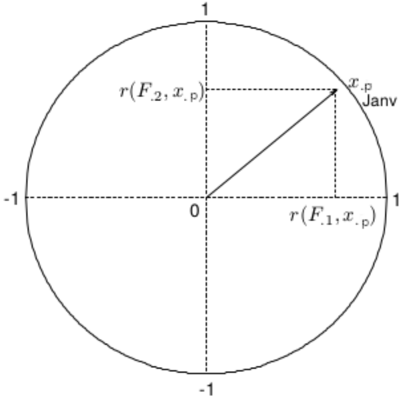


la corrélation entre janvier et $F1$ est proche de 1
$\Rightarrow$ les villes où il fait froid en janvier ont une faible coordonnée sur l'axe 1 et sont à gauche

si la corrélation est négative :
la variable et les coordonnées évoluent inversement

Interprétation du graphe des individus grâce aux variables

Corrélations entre la variable x_p et F_1 (et F_2)



la corrélation entre janvier et $F1$ est proche de 1

$\Rightarrow$ les villes où il fait froid en janvier ont une faible coordonnée sur l'axe 1 et sont à gauche

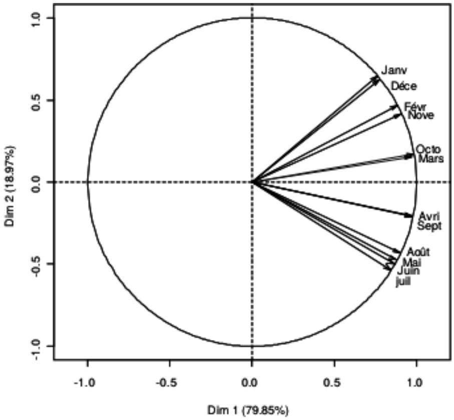
si la corrélation est négative :

la variable et les coordonnées évoluent inversement

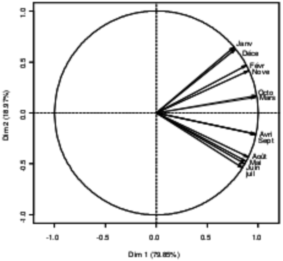
$\Rightarrow$ cercle des corrélations

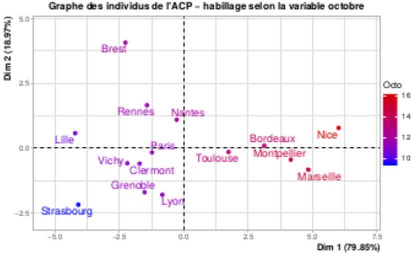
Interprétation du graphe des individus grâce aux variables

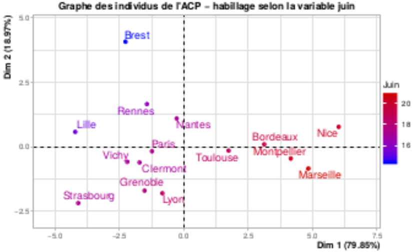
Corrélations entre la variable x_p et F_1 (et F_2)



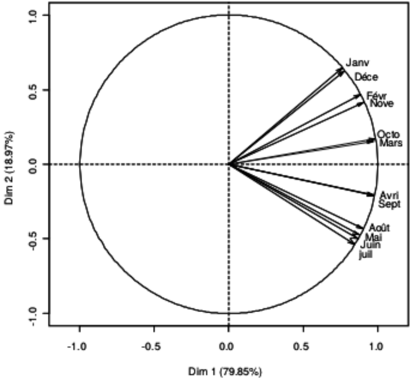
Interprétation du graphe des individus grâce aux variables







Interprétation du graphe des individus grâce aux variables

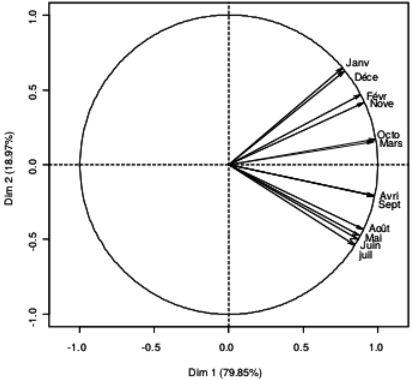


Toutes les variables sont corrélées à F_1

Comment interpréter le 1er axe ?

Et le 2ème ?

Interprétation du graphe des individus grâce aux variables



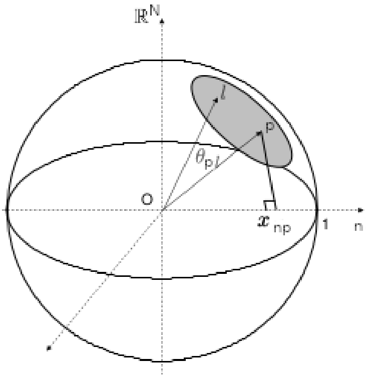
Toutes les variables sont corrélées à F_1
Comment interpréter le 1er axe ?
Et le 2ème ?

Principaux facteurs de variabilité :

- villes chaudes ou froides
- l'amplitude thermique à température moyenne constante

Plan

Nuage des variables C^P



1 variable = 1 point dans un espace à I dimensions

$$cos(\theta_{pl}) = \frac{\langle x_p, x_l \rangle}{\|x_p\|\|x_l\|} = \frac{\sum_{n=1}^{N} x_{np}x_{nl}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{N} x_{np}^2}\sqrt{\sum_{n=1}^{N} x_{nl}^2}}$$

Comme les variables sont centrées : $cos(\theta_{pl}) = r(x_p, x_l)$

Si les variables sont réduites : points sur une hypersphère de rayon 1

Ajustement du nuage des variables

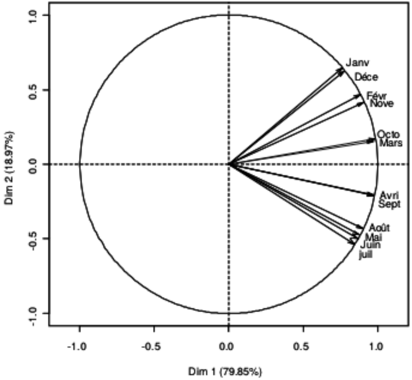
- Même règle que pour les individus : recherche d'axe orthogonaux

$$\arg\max_{v_1 \in \mathbb{R}^N} \sum_{p=1}^{P} r(v_1, x_p)^2$$

  $\Rightarrow$ v_1 est la variable synthétique qui résume au mieux les variables

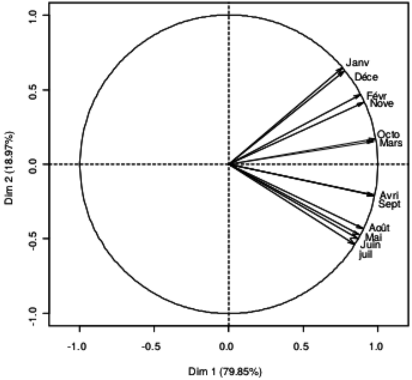
- Trouver le 2ème axe, puis le 3ème, ...

Ajustement du nuage des variables



$\Rightarrow$ même représentation que précédemment

Ajustement du nuage des variables

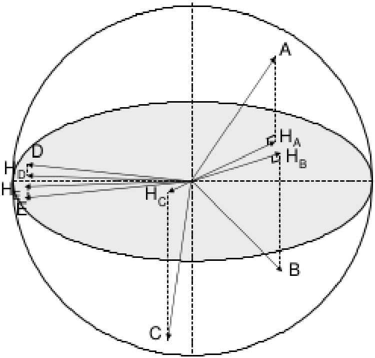


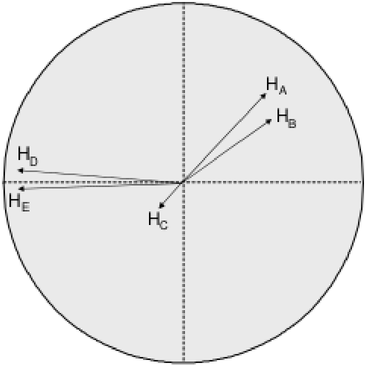
⇒ même représentation que précédemment

- aide pour interpréter les individus
- représentation optimiale du nuage des variables
- visualisation de la matrice des corrélations

Projections

$r(A, B) = cos(\theta_{A,B})$
$cos(\theta_{A,B}) \approx cos(\theta_{H_A,H_B})$ si les variables sont bien projetées



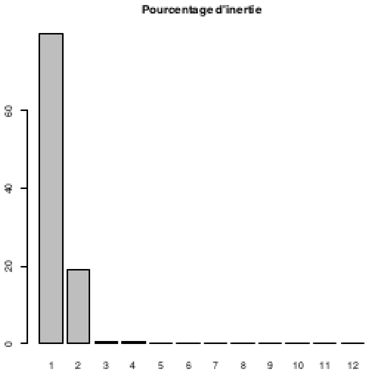


Seules les variables bien projetées peuvent être interprétées.

Plan

Pourcentage d'inertie

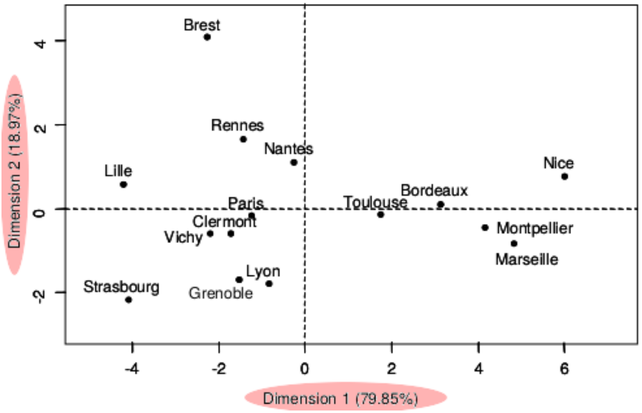
Pourcentage d'information (d'inertie) expliqué par chaque axe



80% + 18% = 98%

⇒ Choix du nombre de dimensions à interpréter

Exemple : graphe des individus du jeu température



Pourcentage d'inertie si indépendance entre variables

	Nombre de variables												
nbind	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5	96.5	93.1	90.2	87.6	85.5	83.4	81.9	80.7	79.4	78.1	77.4	76.6	75.5
6	93.3	88.6	84.8	81.5	79.1	76.9	75.1	73.2	72.2	70.8	69.8	68.7	68.0
7	90.5	84.9	80.9	77.4	74.4	72.0	70.1	68.3	67.0	65.3	64.3	63.2	62.2
8	88.1	82.3	77.2	73.8	70.7	68.2	66.1	64.0	62.8	61.2	60.0	59.0	58.0
9	86.1	79.5	74.8	70.7	67.4	65.1	62.9	61.1	59.4	57.9	56.5	55.4	54.3
10	84.5	77.5	72.3	68.2	65.0	62.4	60.1	58.3	56.5	55.1	53.7	52.5	51.5
11	82.8	75.7	70.3	66.3	62.9	60.1	58.0	56.0	54.4	52.7	51.3	50.1	49.2
12	81.5	74.0	68.6	64.4	61.2	58.3	55.8	54.0	52.4	50.9	49.3	48.2	47.2
13	80.0	72.5	67.2	62.9	59.4	56.7	54.4	52.2	50.5	48.9	47.7	46.6	45.4
14	79.0	71.5	65.7	61.5	58.1	55.1	52.8	50.8	49.0	47.5	46.2	45.0	44.0
15	78.1	70.3	64.6	60.3	57.0	53.9	51.5	49.4	47.8	46.1	44.9	43.6	42.5
16	77.3	69.4	63.5	59.2	55.6	52.9	50.3	48.3	46.6	45.2	43.6	42.4	41.4
17	76.5	68.4	62.6	58.2	54.7	51.8	49.3	47.1	45.5	44.0	42.6	41.4	40.3
18	75.5	67.6	61.8	57.1	53.7	50.8	48.4	46.3	44.6	43.0	41.6	40.4	39.3
19	75.1	67.0	60.9	56.5	52.8	49.9	47.4	45.5	43.7	42.1	40.7	39.6	38.4
20	74.1	66.1	60.1	55.6	52.1	49.1	46.6	44.7	42.9	41.3	39.8	38.7	37.5
25	72.0	63.3	57.1	52.5	48.9	46.0	43.4	41.4	39.6	38.1	36.7	35.5	34.5
30	69.8	61.1	55.1	50.3	46.7	43.6	41.1	39.1	37.3	35.7	34.4	33.2	32.1
35	68.5	59.6	53.3	48.6	44.9	41.9	39.5	37.4	35.6	34.0	32.7	31.6	30.4
40	67.5	58.3	52.0	47.3	43.4	40.5	38.0	36.0	34.1	32.7	31.3	30.1	29.1
45	66.4	57.1	50.8	46.1	42.4	39.3	36.9	34.8	33.1	31.5	30.2	29.0	27.9
50	65.6	56.3	49.9	45.2	41.4	38.4	35.9	33.9	32.1	30.5	29.2	28.1	27.0
100	60.9	51.4	44.9	40.0	36.3	33.3	31.0	28.9	27.2	25.8	24.5	23.3	22.3

TABLE – Quantile à 95 % du pourcentage d'inertie des 2 premières dimensions de 10000 PCA obtenue avec des variables indépendantes

Pourcentage d'inertie si indépendance entre variables (suite)

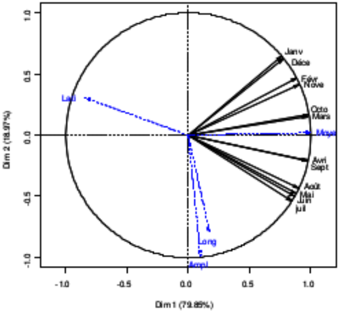
	Nombre de variables												
nbind	17	18	19	20	25	30	35	40	50	75	100	150	200
5	74.9	74.2	73.5	72.8	70.7	68.8	67.4	66.4	64.7	62.0	60.5	58.5	57.4
6	67.0	66.3	65.6	64.9	62.3	60.4	58.9	57.6	55.8	52.9	51.0	49.0	47.8
7	61.3	60.7	59.7	59.1	56.4	54.3	52.6	51.4	49.5	46.4	44.6	42.4	41.2
8	57.0	56.2	55.4	54.5	51.8	49.7	47.8	46.7	44.6	41.6	39.8	37.6	36.4
9	53.6	52.5	51.8	51.2	48.1	45.9	44.4	42.9	41.0	38.0	36.1	34.0	32.7
10	50.6	49.8	49.0	48.3	45.2	42.9	41.4	40.1	38.0	35.0	33.2	31.0	29.8
11	48.1	47.2	46.5	45.8	42.8	40.6	39.0	37.7	35.6	32.6	30.8	28.7	27.5
12	46.2	45.2	44.4	43.8	40.7	38.5	36.9	35.5	33.5	30.5	28.8	26.7	25.5
13	44.4	43.4	42.8	41.9	39.0	36.8	35.1	33.9	31.8	28.8	27.1	25.0	23.9
14	42.9	42.0	41.3	40.4	37.4	35.2	33.6	32.3	30.4	27.4	25.7	23.6	22.4
15	41.6	40.7	39.8	39.1	36.2	34.0	32.4	31.1	29.0	26.0	24.3	22.4	21.2
16	40.4	39.5	38.7	37.9	35.0	32.8	31.1	29.8	27.9	24.9	23.2	21.2	20.1
17	39.4	38.5	37.6	36.9	33.8	31.7	30.1	28.8	26.8	23.9	22.2	20.3	19.2
18	38.3	37.4	36.7	35.8	32.9	30.7	29.1	27.8	25.9	22.9	21.3	19.4	18.3
19	37.4	36.5	35.8	34.9	32.0	29.9	28.3	27.0	25.1	22.2	20.5	18.6	17.5
20	36.7	35.8	34.9	34.2	31.3	29.1	27.5	26.2	24.3	21.4	19.8	18.0	16.9
25	33.5	32.5	31.8	31.1	28.1	26.0	24.5	23.3	21.4	18.6	17.0	15.2	14.2
30	31.2	30.3	29.5	28.8	26.0	23.9	22.3	21.1	19.3	16.6	15.1	13.4	12.5
35	29.5	28.6	27.9	27.1	24.3	22.2	20.7	19.6	17.8	15.2	13.7	12.1	11.1
40	28.1	27.3	26.5	25.8	23.0	21.0	19.5	18.4	16.6	14.1	12.7	11.1	10.2
45	27.0	26.1	25.4	24.7	21.9	20.0	18.5	17.4	15.7	13.2	11.8	10.3	9.4
50	26.1	25.3	24.6	23.8	21.1	19.1	17.7	16.6	14.9	12.5	11.1	9.6	8.7
100	21.5	20.7	19.9	19.3	16.7	14.9	13.6	12.5	11.0	8.9	7.7	6.4	5.7

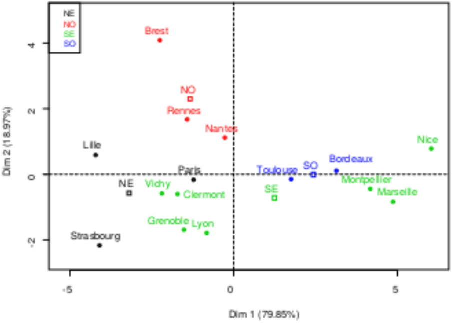
TABLE – Quantile à 95 % du pourcentage d'inertie des 2 premières dimensions de 10000 PCA obtenue avec des variables indépendantes

Information supplémentaire

Les informations supplémentaires ne participent pas à la construction des axes.

- Pour les variables quantitatives : projection des variables
- Pour les modalités : projection au barycentre des individus qui prennent cette modalité





Qualité de représentation - contribution

- Qualité de représentation d'une variable et d'un individu

cos^2 entre une var. et sa projection

```
round(res.pca$var$cos2,2)
      Dim.1 Dim.2 Dim.3
Janv   0.58  0.42  0.00
Févr   0.78  0.22  0.00
```

cos^2 entre Oi et OH_i

```
round(res.pca$ind$cos2,2)
         Dim.1 Dim.2 Dim.3
Bordeaux  0.95  0.00  0.05
Brest     0.23  0.76  0.00
```

$\Rightarrow$ Seuls les éléments bien projetés peuvent être interprétés

- Contribution d'1 var. et d'1 ind à la construction de l'axe s

$$Ctr_s(\mathrm{p}) = \frac{r(x_{.\mathrm{p}}, v_s)^2}{\sum_{\mathrm{p}=1}^{\mathrm{P}} r(x_{.\mathrm{p}}, v_s)^2} \; (\times 100)$$

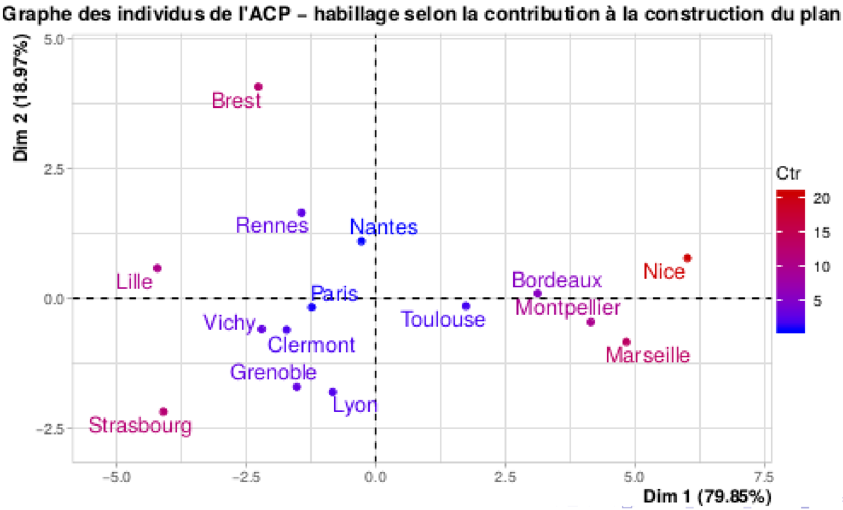
```
round(res.pca$var$contrib,2)
     Dim.1 Dim.2 Dim.3
Janv  6.05 18.24  0.66
Févr  8.09  9.67  1.61
```

$$Ctr_s(\mathrm{n}) = \frac{F_{\mathrm{n}s}^2}{\sum_{\mathrm{n}=1}^{\mathrm{N}} F_{\mathrm{n}s}^2} \; (\times 100)$$

```
round(res.pca$ind$contrib,2)
         Dim.1 Dim.2 Dim.3
Bordeaux  6.78  0.03 49.48
Brest     3.58 49.07  1.26
```

$\Rightarrow$ Les éléments avec une forte coordonnée contribuent le plus

Qualité de représentation - contribution



Description des dimensions

Par les variables quantitatives :

- calcul des corrélations entre chaque variable et la dimension s
- tri des coefficients de corrélation significatifs

```
> dimdesc(res.pca)
$Dim.1$quanti                                  $Dim.2$quanti
     correlation      p.value                       correlation      p.value
Moye   0.9997097 0.000000e+00                  Janv   0.6443379 9.519348e-03
Octo   0.9801599 1.609672e-10                  Déce   0.6242957 1.285835e-02
Sept   0.9740289 9.130414e-10
Avri   0.9693357 2.657670e-09                  juil  -0.5314197 4.148657e-02
Mars   0.9687704 2.988670e-09                  Long  -0.7922192 4.298867e-04
Nove   0.9037531 3.834950e-06                  Ampl  -0.9856753 1.963381e-11
...
juil   0.8415346 8.385040e-05
Déce   0.7743349 7.017832e-04
Janv   0.7612384 9.784512e-04

Lati  -0.8389348 9.259113e-05
```

Description des dimensions

Par les variables qualitatives :

- analyse de variance des coordonnées des individus sur l'axe s (variable Y) expliqués par la variabe qualitative
  - un test F par variable
  - un test t de Student par modalité pour comparer la moyenne de la modalité avec la moyenne générale

```
> dimdesc(res.pca)
$Dim.2$quali
              R2    p.value
Région 0.6009012 0.01467946

$Dim.2$category
     Estimate     p.value
NO  2.0503647 0.003530801
SE -0.9738852 0.047120253
```

Pratique de l'ACP

1. Choisir les variables actives
2. Choisir de réduire ou non les variables
3. Réaliser l'ACP
4. Choisir le nombre de dimensions à interpréter
5. Interpréter simultanément le graphe des individus et celui des variables
6. Utiliser les indicateurs pour enrichir l'interprétation
7. Revenir aux données brutes pour interpréter