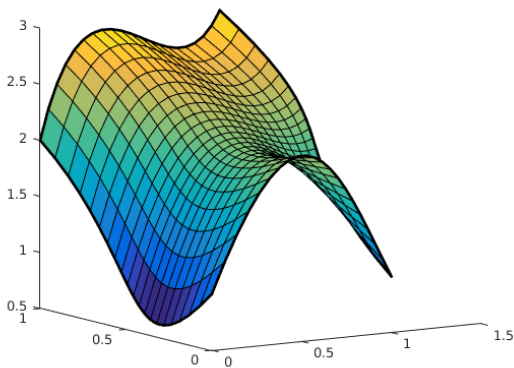


PROJET D'INTERPOLATION : Patch de Coons

I – MODELISATION

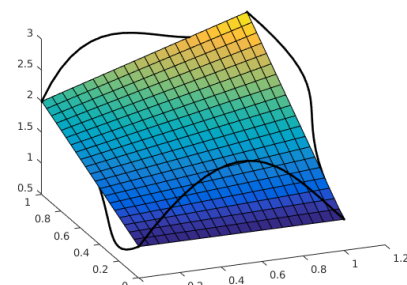
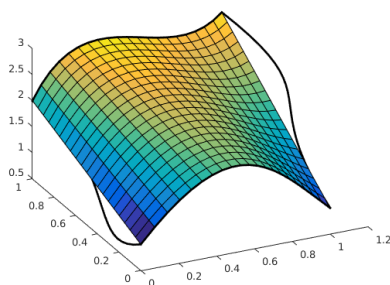
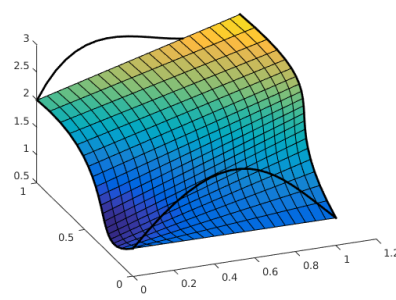
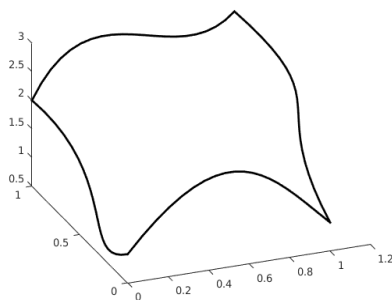
1) Principe général

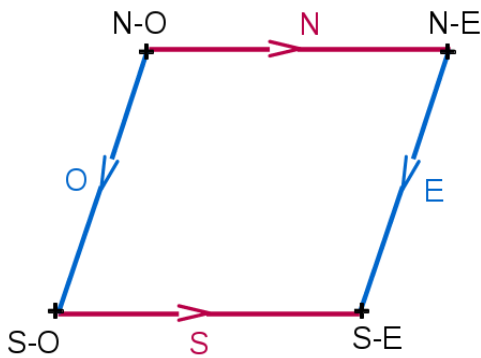


L'objectif de la modélisation par Patch de Coons est simplement de construire une surface à partir de quatre courbes représentant son contour. Ceci ne permet donc de modéliser que des « quadrilatères ». La propriété principale de cette modélisation est que le résultat interpole exactement le contour fourni. Pour des courbes simples, il suffit alors de quelques points pour pouvoir définir une surface entière.

2) Algorithme

L'algorithme en lui même est simple. On crée d'abord une première surface interpolant deux bords opposés ; ensuite, on crée une seconde surface interpolant les deux bords restants ; enfin, on crée une dernière surface rejoignant les quatre « sommets ». Il ne reste plus qu'à sommer les deux premières surface, et de retrancher à ce résultat la dernière. Cette dernière opération est nécessaire afin de « rabaisser » la somme au même niveau que les courbes.





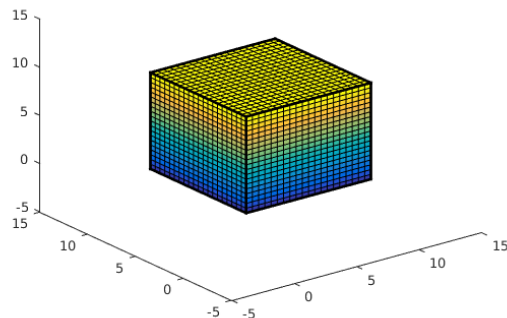
La partie la plus difficile de cette méthode est la création des courbes, avant même le lancement de l'algorithme décrit ci-dessus. En effet, les courbes doivent respecter un certain nombre de contraintes, comme leur orientation, ou le fait qu'elles doivent avoir certains points en commun les unes avec les autres.

Ainsi, même si l'algorithme est fondamentalement très simple, la saisie correcte des données est beaucoup moins évidente.

Lors de notre première tentative, nous avons obtenu une surface dont deux des quatre bords n'étaient pas correctement interpolés. Après plusieurs minutes de réflexion, nous avons compris que l'ordre des points rentrés n'était pas correct. Puis, par la suite, nous avons obtenu une surface dont les quatre bords étaient correctement interpolés, mais cette surface était victime d'une torsion en son centre. Cette torsion était due à une inversion du sens de parcours d'une courbe définitrice d'un bord. En effet, deux courbes opposées se doivent d'être parcourues dans le même sens afin d'éviter ce genre de torsion.

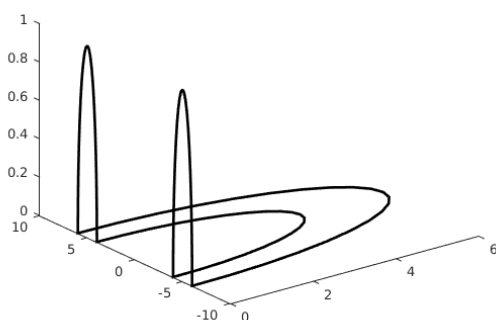
II – PROPRIÉTÉS

1) Intérêts et avantages



Le principal avantage de cette modélisation est la facilité du maintien de la continuité entre plusieurs surfaces. Étant donné que les surfaces sont définies grâce à leurs bords, il suffit de fournir à deux surfaces une courbe en commun, pour que ces surfaces soient automatiquement et facilement liées. Il en résulte que les patches de Coons permettent d'obtenir des surfaces C^0 .

Un autre avantage de ce modèle est, dans le cas de courbes simples (comme des courbes de Bézier ou des cercles), qu'il permet de représenter des surfaces avec assez peu d'informations. La taille mémoire du modèle dépend directement de celle des courbes fournies, contrairement à la modélisation par surfaces en produit tensoriel, qui enregistre une grille de points, plus ou moins fournie, quelle que soit la complexité de la surface. En contrepartie, la complexité de l'algorithme dépend de la complexité des courbes fournies.

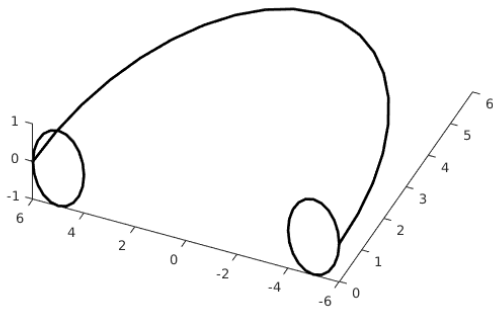


Par exemple, pour réaliser un quart de tore avec notre algorithme, nous avons besoin de quatre demi-cercles ; tandis qu'il faut une grille de $N \times M$ points pour obtenir le même résultat avec les surfaces en produit tensoriel. Un cercle est défini simplement par un point et un rayon ; ainsi, en terme de mémoire, une surface en patch de Coons peut prendre moins de place qu'une surface en produit tensoriel.

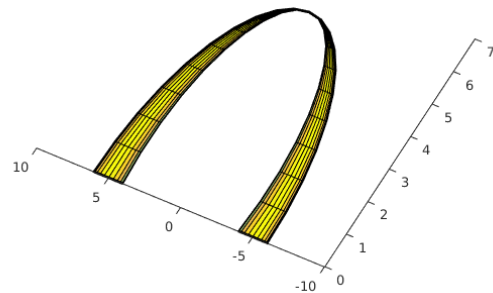
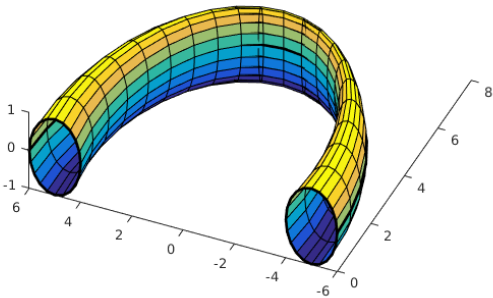
2) Limites du modèle

Une première limite de ce modèle est la difficulté d'utilisation, concernant l'initialisation et le choix des courbes à fournir. Les contraintes d'orientation à respecter, le souci de garder une complexité raisonnable et la complexité géométrique de la courbe souhaitée impliquent quelques précautions à prendre si l'on souhaite utiliser notre algorithme.

De plus, le fait de fournir uniquement les contours ne nous permet pas de définir l'entière du comportement souhaité de la surface. En effet, dans notre algorithme, un contour ne se voit attribuer qu'une surface (la plus régulière possible), alors qu'il en existe en réalité une infinité. Il en résulte que nous ne pouvons pas toujours obtenir la forme que nous souhaitons au départ !

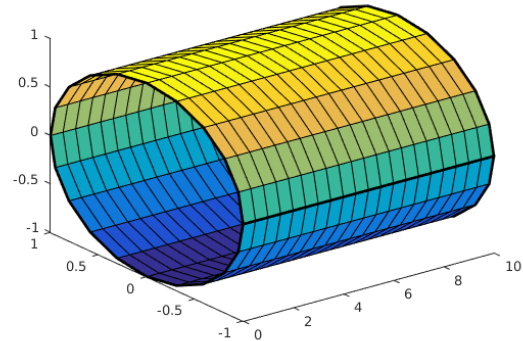
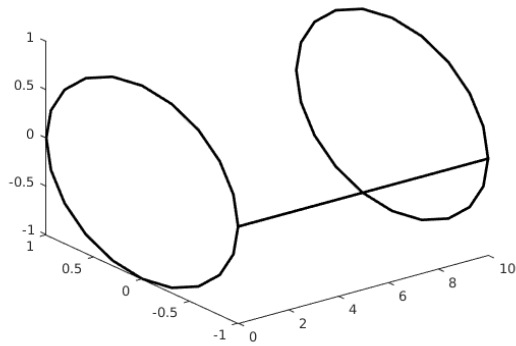


Dans l'exemple présenté ici, nous avons comme idée de modéliser un demi tore. Pour cela, nous avons donc fourni en entrée deux cercles et deux demi-cercle (qui sont, en fait, exactement les mêmes). Le résultat n'a pas été celui attendu, mais ceci n'est pas réellement étonnant.

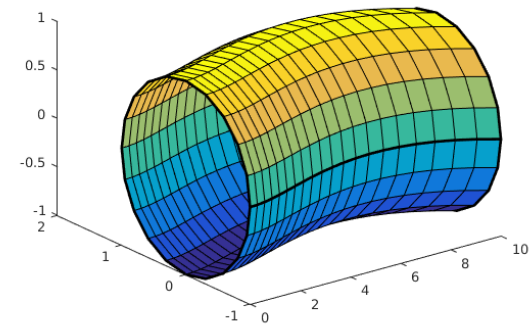
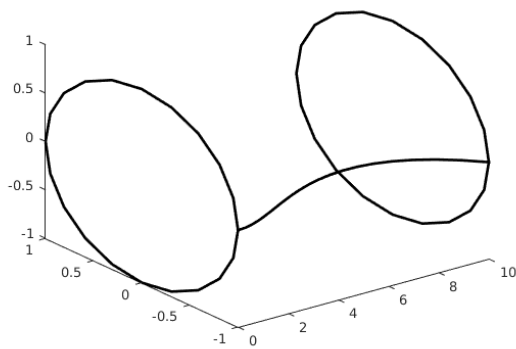


Enfin, nous avons pu constater que les patches de Coons permettent d'obtenir des surfaces $C0$ lorsque l'on raccorde deux patches entre eux. On peut cependant déplorer le fait que ces surfaces ne sont pas forcément $C1$.

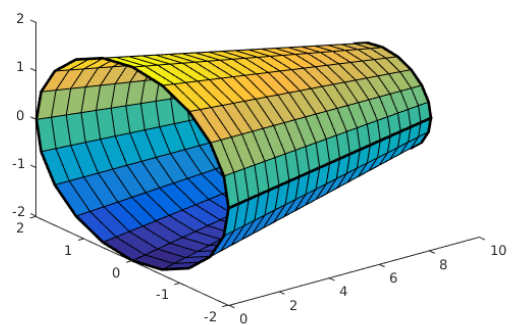
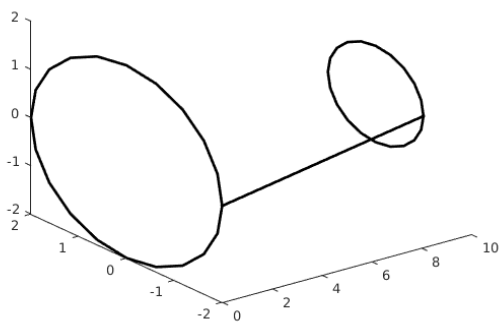
III – EXEMPLES



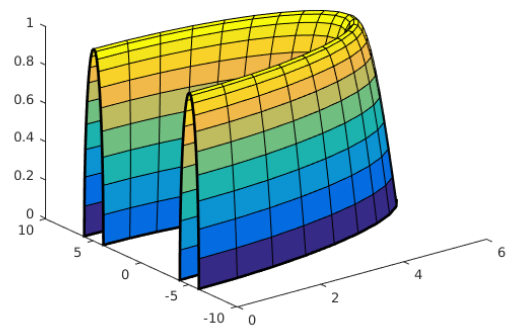
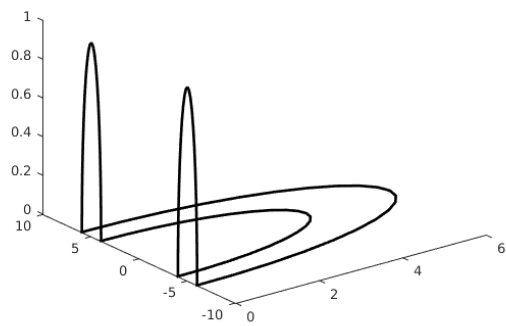
Un cylindre



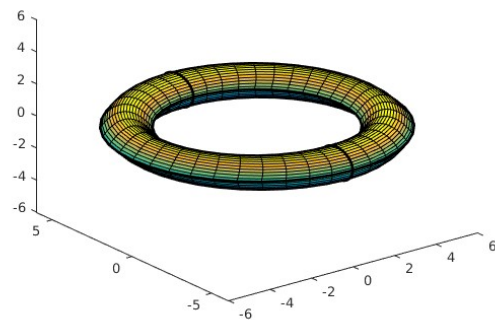
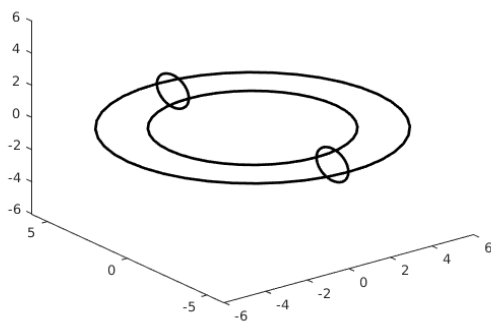
Un cylindre déformé



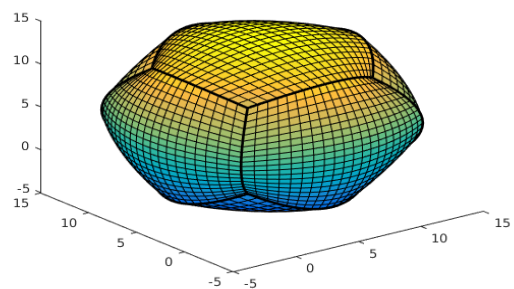
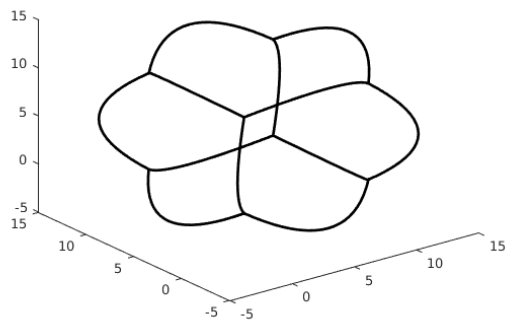
Un cylindre conique



Un quart de tore



Un tore (raccordement de quarts de tore)



Un cube arrondi