

Sequência de Fibonacci.

A sequência de Fibonacci na matemática, é uma sequência de números inteiros que começa por 0 e 1, sendo cada termo subsequente correspondente a soma dos dois termos anteriores.

Sequência:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, ...

A definição matemática desta sequência é dada por:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2},$$

Onde os termos iniciais são,

$$F_1 = 1, F_2 = 1.$$

Recursividade

Inicialmente o problema pode ser facilmente implementado utilizando recursão com o método de divisão e conquista, porém neste caso, o algoritmo recalcula diversas vezes valores já obtidos anteriormente, tornando assim muito custoso, computacionalmente, o cálculo de sequências muito altas, como por exemplo Fib(100).

Observe na figura 1 um simples exemplo aonde é recalculado valores já obtidos:

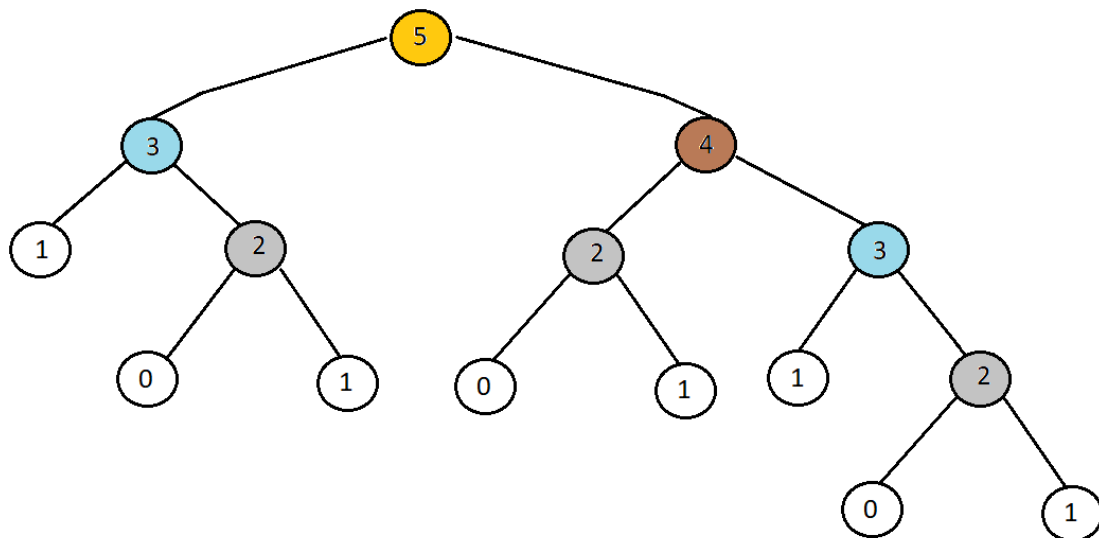


Figura 1

Memorização

A memorização é uma técnica de programação dinâmica onde podemos resolver o problema encontrado na recursividade, tornando o algoritmo mais rápido. A memorização se baseia em três índices, dois deles são a “representação” de $\text{Fib}(n-1)$ e $\text{Fib}(n-2)$, e o terceiro índice é a resposta da soma dos outros dois (onde é feita a memorização do cálculo).

Observe na figura 2 um exemplo da memorização:

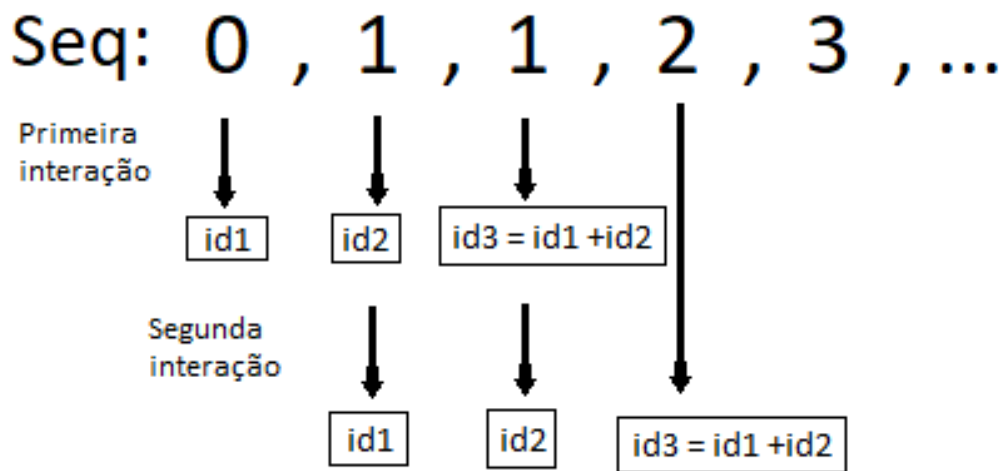


Figura 2

Implementação em C

Foi feita a implementação em C de ambos algoritmos, onde cada algoritmo calcula a sequência de Fibonacci de **0** a **44** e é marcado o tempo de execução em cada cálculo da sequência. Ao terminar o algoritmo exibe dois gráficos, um dos tempos do algoritmo recursivo (Figura 3) e o segundo dos tempos do algoritmo com memorização (Figura 4).

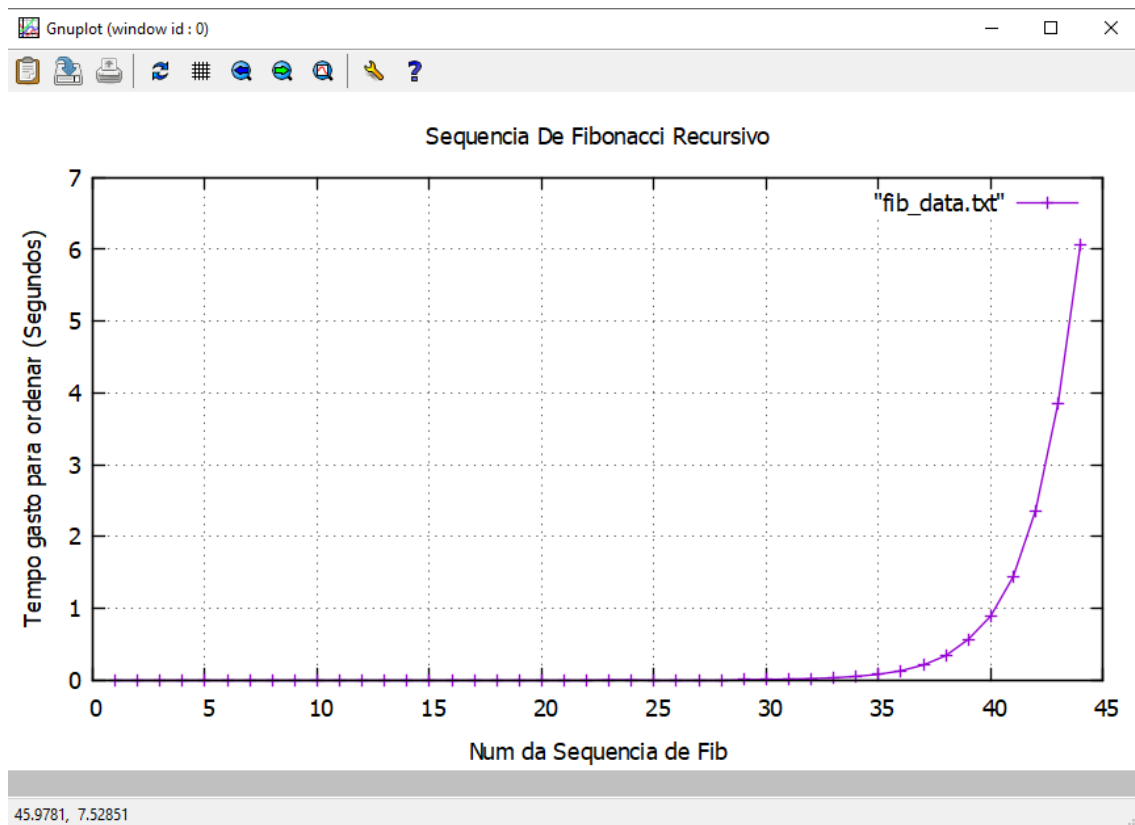


Figura 3

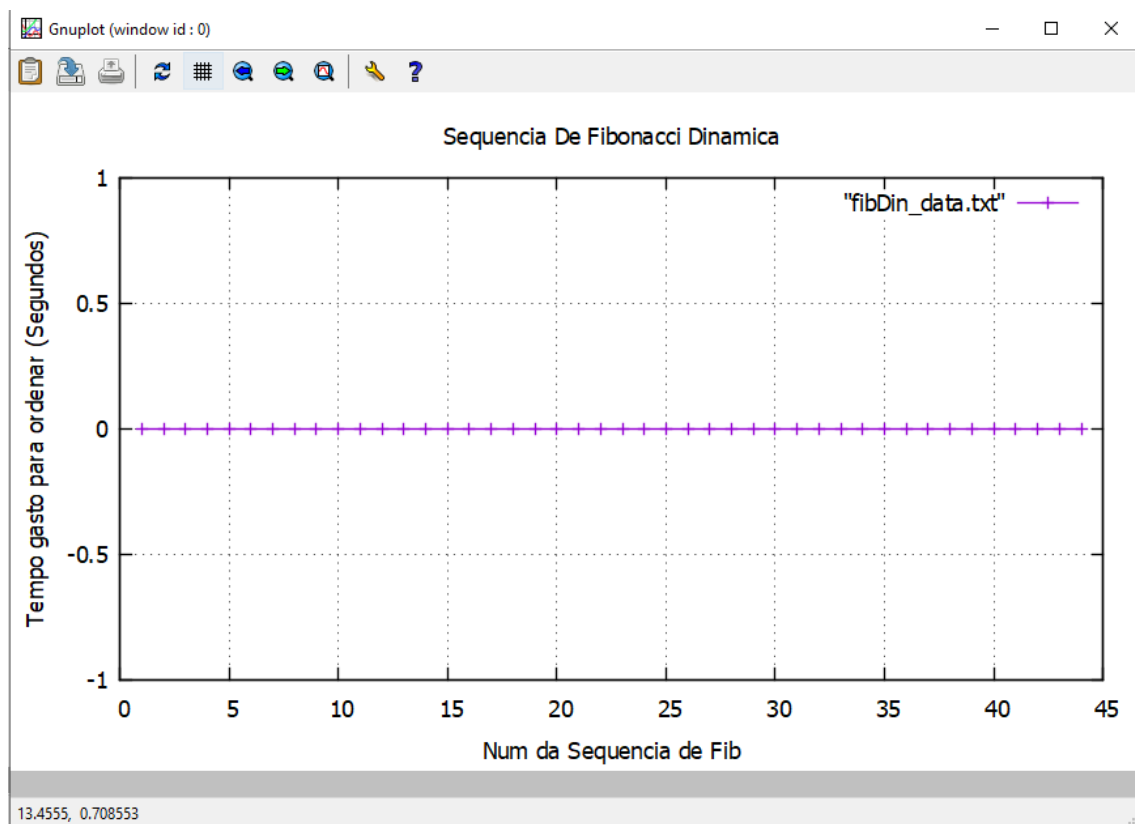


Figura 4

No algoritmo recursivo, até o $\text{Fib}(30)$ não é notável o tempo decorrido para o cálculo, porém ao chegar no $\text{Fib}(44)$ o algoritmo levou um pouco mais de 6 Segundos para calcular.

Já no caso do algoritmo com memorização não é possível notar o tempo em nenhum dos cálculos de Fibonacci de 0 a 44.