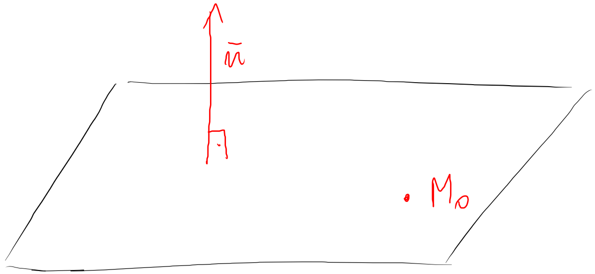
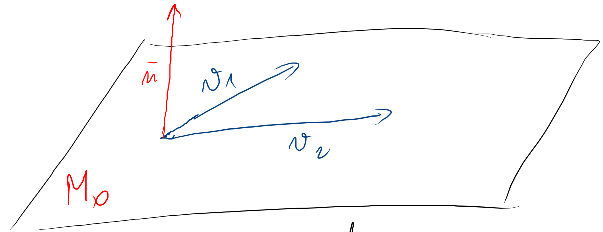




$\bar{n} = (A, B, C)$

$M_0 = (x_0, y_0, z_0)$

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

$$Ax+By+Cz\underbrace{-Ax_0-By_0-Cz_0}_{D}=0$$

$Ax+By+Cz+D=0$ - postać ogólna

$Ax+By+Cz=-D \; / : (-D)$ gdy $D \neq 0$

$$\frac{A}{-D}x+\frac{B}{-D}y+\frac{C}{-D}z=1$$

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

$$\begin{cases} x = x_0 + a x_1 + b x_2 \\ y = y_0 + a y_1 + b y_2 \\ z = z_0 + a z_1 + b z_2 \end{cases}$$

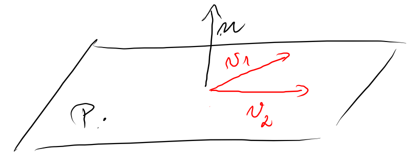
p. parametryczne

$v_1 = [x_1, y_1, z_1]$ $\quad$ $v_2 = [x_2, y_2, z_2]$

$\bar{n} = v_1 \times v_2$

Przykład 1 Napisać równanie ogólne i parametryczne płaszczyzny, która

a) przechodzi przez punkt $P=(0,1,-3)$ i jest prostopadła do wektora $n=[-2,3,-5]$



$$(-2)(x-0)+3(y-1)+(-5)(z-(-3))=0$$

$$-2x+3y-5z-18=0 \quad \text{p. ogólne}$$

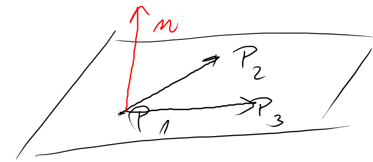
Znajdujemy dwa niewspółliniowe wektory prostopadłe do n. (Wiemy, że $v \perp w \iff v \circ w = 0$)

$$v_1=[0,5,3], \quad v_2=[5,0,-2]$$

$$\begin{cases} x = 0 + a\cdot 0 + b\cdot 5 \\ y = 1 + a\cdot 5 + b\cdot 0 \\ z = -3 + a\cdot 3 + b\cdot(-2) \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 5b \\ y = 1+5a \\ z = -3+3a-2b \end{cases} \qquad \forall_{a,b\in\mathbb{R}}$$

postać parametryczna

b) przechodzi przez punkty $P_1=(1,1,1)$, $P_2=(-1,0,1)$, $P_3=(5,6,7)$



$P_1P_2=[-2,-1,0]$

$P_1P_3=[4,5,6]$

$$\begin{cases} x = 1 + a(-2) + b\cdot 4 \\ y = 1 + a(-1) + b\cdot 5 \\ z = 1 + a\cdot 0 + b\cdot 6 \end{cases} \quad \forall\, a,b\in\mathbb{R}$$

p. parametryczne

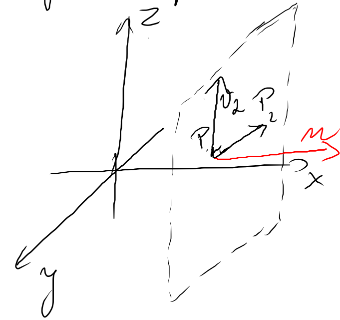
$$n = v_1 \times v_2 = \det\begin{bmatrix} i & j & k \\ -2 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = -6i + 12j - 6k$$

$$n = [-6, 12, -6] = (-6)[1, -2, 1]$$

$$(-6)(x-1) + 12(y-1) + (-6)(z-1) = 0 \quad /:(-6)$$

$$x - 2y + z = 0$$ p. ogolne

c) przechodzi przez punkty $P_1 = (0,1,0)$, $P_2 = (3,0,0)$ i jest prostopadła do płaszczyzny XOY



$v_1 = \overrightarrow{P_1P_2} = [3,-1,0]$

$v_2 = [0,0,1]$

$$\begin{cases} x = 0 + a\cdot 3 + b\cdot 0 \\ y = 1 + a\cdot(-1) + b\cdot 0 \\ z = 0 + a\cdot 0 + b\cdot 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 3a \\ y = 1-a \\ z = b \end{cases} \qquad \forall_{a,b\in\mathbb{R}}$$

p. parametryczne

$$n = v_1 \times v_2 = \det\begin{bmatrix} i & j & k \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = -i - 3j$$

$n = [-1,-3,0]$

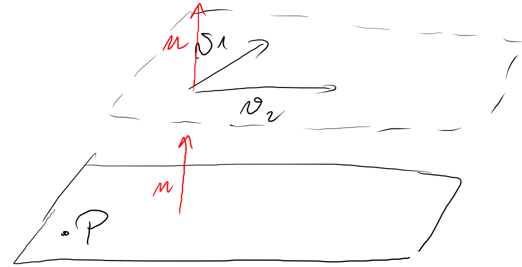
$$(-1)(x-0) + (-3)(y-1) + 0(z-0) = 0$$

$$-x - 3y + 3 = 0 \quad /:(-1)$$

$$x + 3y - 3 = 0$$

p. ogólne

d) przechodzi przez punkt $P=(-1,4,1)$ i jest równoległe do wektorów $v_1=[-1,3,0]$ $v_2=[3,1,-5]$



$$\begin{cases} x=-1+a\cdot(-1)+b\cdot 3 \\ y=4+a\cdot 3+b\cdot 1 \\ z=1+a\cdot 0+b\cdot(-5) \end{cases} \quad \forall_{a,b\in\mathbb{R}}$$

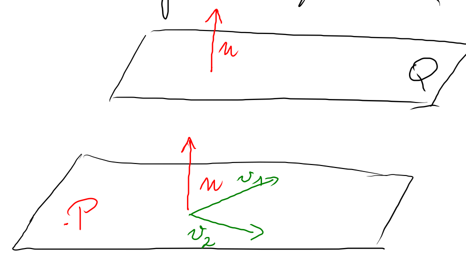
p. parametryczne

$$n=v_1\times v_2=[-15,-5,-10]$$

$$(-15)(x-(-1))+(-5)(y-4)+(-10)(z-1)=0 \quad /:(-5)$$

$$3x+y+2z-3=0$$

e) przechodzi przez punkt $P=(-1,4,1)$ i jest równoległa do płaszczyzny Q o równaniu $x-y+6z-12=0$



$\bar{n}=[1,-1,6]$

$1(x-(-1))+(-1)(y-4)+6(z-1)=0$

$x-y+6z-1=0$ p. ogólne

$v_1 \perp n$, $v_2 \perp n$ i v_1, v_2 niewspółliniowe

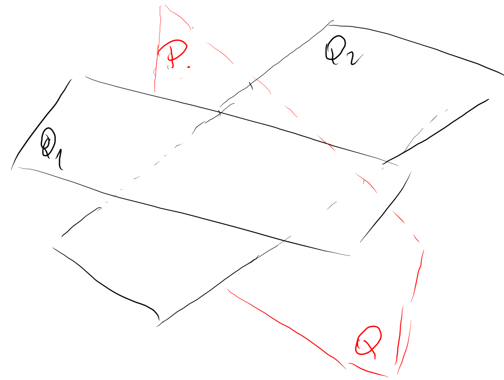
$v_1=[1,1,0]$ $v_2=[0,6,1]$

$$\begin{cases} x=-1+a\cdot 1+b\cdot 0 \\ y=4+a\cdot 1+b\cdot 6 \\ z=1+a\cdot 0+b\cdot 1 \end{cases} \quad \forall_{a,b\in\mathbb{R}}$$

p. parametryczne

f) przechodzi przez punkt $P=(2,3,-6)$ i jest prostopadła do płaszczyzn Q_1 $x+y+z-5=0$ $\quad n_1=[1,1,1]$

Q_2 $x-y+2=0$ $\quad n_2=[1,-1,0]$



$n_1, n_2 \subseteq Q$

$$\begin{cases} x = 2 + a\cdot 1 + b\cdot 1 \\ y = 3 + a\cdot 1 + b\cdot(-1) \\ z = -6 + a\cdot 1 + b\cdot 0 \end{cases} \quad \forall_{a,b\in\mathbb{R}} \quad \text{p. parametryczne}$$

$n = n_1 \times n_2 = [1, 1, -2]$

$$1(x-2)+1(y-3)+(-2)(z-(-6))=0$$

$$x+y-2z+7=0 \quad \text{p. ogólne}$$