

Badanie efektu Halla

Ćwiczenie 57

Data wykonania ćwiczenia: xx.xx.xxxx

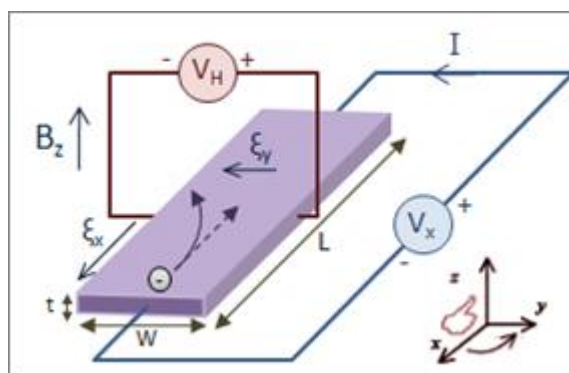
Data oddania sprawozdania: xx.xx.xxxx

1. Wstęp teoretyczny

Efekt Halla jest zjawiskiem wywoływanym przez różnicę potencjałów elektrycznych w objętościowym metalu lub półprzewodniku umieszczonym w odpowiedni sposób w polu magnetycznym. By zaobserwować taki efekt należy umieścić badany materiał (płytkę Halla), przez który płynie stały prąd elektryczny, tak aby kierunek przepływu elektronów przez materiał był prostopadły do linii zewnętrznego pola magnetycznego.

U podstaw teoretycznych tego zjawiska leży oddziaływanie pomiędzy polem magnetycznym, a pojedynczym elektronem przepływającym przez materiał. Prąd elektryczny, rozumiany jako ruch elektronów w materiale pod wpływem różnicy napięć opiera się na tzw. transferze dryfowym ładunku. Oznacza to, że elektrony będą poruszać się chaotycznie we wszystkie strony, ale jednocześnie będą przesuwać się z pewną średnią prędkością proporcjonalną do natężenia pola elektrycznego w materiale. Umieszczając taki materiał w zewnętrznym polu magnetycznym, nośniki będą z nim oddziaływać efektywnie uginając swój tor ruchu, co spowoduje zmianę gęstości ładunku w materiale. Taka redystrybucja nośników wywołuje różnice potencjałów na krańcach materiału, której wartość, za pomocą odpowiednio zaprojektowanego eksperymentu, można odczytać.

Schemat eksperymentu wygląda następująco:



Rysunek 1 Schemat eksperymentu pozwalającego zbadać efekt Halla. Źródło - https://en.wikipedia.org/wiki/Hall_effect

Siła z jaką pole magnetyczne oddziałuje z naładowanymi elektrycznie cząsteczkami nazywamy siłą Lorentza, którą opisuje wzór:

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Gdzie: q jest wartością ładunku nośnika, \vec{v} jest wektorem średniej prędkości nośników (prędkości dryfu), a \vec{B} jest wektorem indukcji magnetycznej.

Celem ćwiczenia jest udowodnienie zależności pomiędzy wartością składowej indukcji magnetycznej prostopadłej do wektora przepływu elektronów w przewodzącym materiale, a wartością poprzecznego napięcia tworzącego się w wyniku redystrybucji gęstości nośników.

Wzory potrzebne do opracowania wyników.

Indukcja magnetyczna dla kąta α

$$B_n = B_0 \sin(\alpha - \alpha_0)$$

gdzie B_0 - wartość indukcji magnetycznej wytworzonej wokół hallotronu

α_0 – kąt, dla którego napięcie Halla wynosi 0.

Napięcie Halla dla prądu sterującego I_s oraz indukcji B_n

$$U_H = \gamma I_s B_n$$

gdzie γ – maksymalna czułość kątowa

Koncentracja n nośników swobodnych dla grubości płytki d

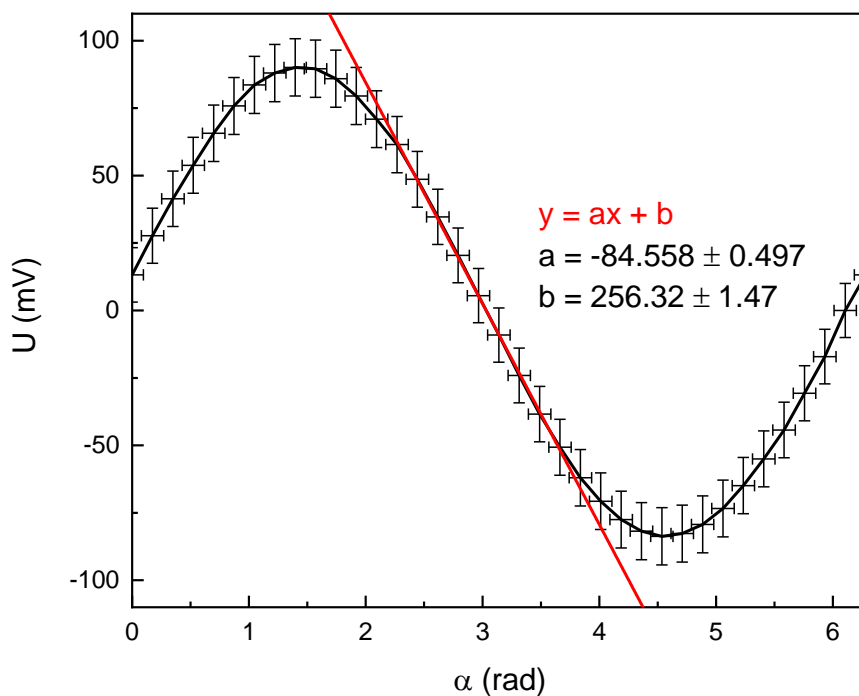
$$n = \frac{1}{e\gamma d}$$

Równanie prostej

$$y = ax + b$$

2. Opracowanie wyników oraz przykładowe obliczenia

Wykres charakterystyki kątowej hallotronu został przedstawiony poniżej.



Wykres 1 Charakterystyka kątowa hallotronu

Wartość kąta płytki przyjęta jako α_0 wynosi 350° czyli $\alpha_0 = 350^\circ * \pi/180^\circ = 6,20 \text{ rad}$. Wartości kąta odczytane z wykresu, dla których napięcie wynosi 0 to $3,10 \text{ rad}$ oraz $6,10 \text{ rad}$ zatem porównywalne z przyjętą jako α_0 . Określony został obszar najszybszych zmian napięcia w funkcji kąta, na podstawie czego wyliczono maksymalną czułość kątową – odpowiada ona współczynnikowi kierunkowemu prostej a . Dla obszaru, dla którego zależność jest liniowa, metodą regresji liniowej otrzymujemy równanie, którego współczynnikiem kierunkowym jest:

$$\gamma_\alpha = -84.558 \pm 0.497 \text{ mV/rad}$$

Zgodnie z powyższą zależnością czułość hallotronu na zmianę kąta wynosi $1,46 \text{ mV}$ na stopień. Jest to wystarczająca czułość, by wartości zmierzone były zbliżone do wartości wzorcowych.

Uwzględniając, że podziałka miary kątomierza wynosi 1 stopień, a dokładność eksperymentatora – 5 stopni:

$$u_B(\alpha) = u_B(\alpha_0) = \sqrt{\frac{(\Delta\alpha_p)^2}{3} + \frac{(\Delta\alpha_e)^2}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{5}{3}} = 1.415^\circ = 0.03 \text{ rad}$$

$$\begin{aligned} u_C(\sin(\alpha - \alpha_0)) &= \sqrt{\left[\frac{\partial \sin}{\partial n} u(\alpha)\right]^2 + \left[\frac{\partial \sin}{\partial \alpha_0} u(\alpha_0)\right]^2} \\ &= \sqrt{[(\cos(\alpha - \alpha_0) * u(\alpha))]^2 + [-\cos(\alpha - \alpha_0) * u(\alpha)]^2} \end{aligned}$$

Przykładowo dla $(\alpha - \alpha_0) = 2 \text{ rad}$:

$$\begin{aligned} u_C(\sin(2)) &= \sqrt{(\cos(2) * 0.03)^2 + (-\cos(2) * 0.03)^2} = \sqrt{1.559 \times 10^{-4} + 1.559 \times 10^{-4}} \\ &= 0.018 \text{ rad} \end{aligned}$$

Niepewność otrzymanej wartości B_n wynosi według wzoru:

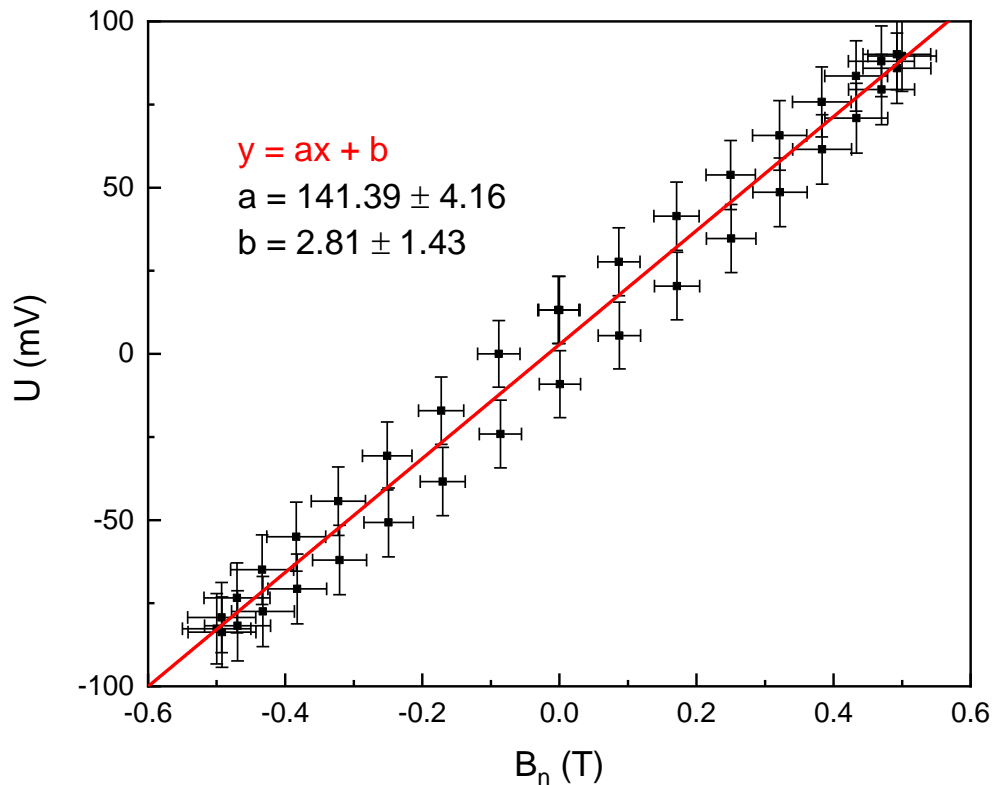
$$\begin{aligned} u_C(B_n) &= \sqrt{\left[\frac{\partial B_n}{\partial B_0} u(B_0)\right]^2 + \left[\frac{\partial B_n}{\partial \sin(\alpha - \alpha_0)} u(\sin(\alpha - \alpha_0))\right]^2} \\ &= \sqrt{[(\sin(\alpha - \alpha_0) * u(B_0))]^2 + [B_0 * u(\sin(\alpha - \alpha_0))]^2} \end{aligned}$$

Przykładowo, przyjmując $u(B_0) = 0.05 \text{ T}$ oraz $(\alpha - \alpha_0) = 2 \text{ rad}$:

$$u_C(B_n) = \sqrt{[0.910 * 0.05]^2 + [(0.5 * 0.018)]^2} = \sqrt{2.071 \times 10^{-3} + 0.081 \times 10^{-3}} = 0.047 \text{ T}$$

Dla takiej samej wartości $(\alpha - \alpha_0)$ składowa indukcji magnetycznej B_n wynosi:

$$B_n = B_0 \sin(\alpha - \alpha_0) = 0,5 * 0,910 = \mathbf{0,455 \pm 0.047 \text{ T}}$$



Wykres 2 Zależność napięcia Halla od wartości indukcji magnetycznej

Zależność napięcia Halla generowanego na płytce od wartości indukcji działającego na nią pola magnetycznego jest liniowa. Metodą regresji liniowej otrzymany został współczynnik nachylenia prostej oraz przecięcie z osią y w $x = 0$. Wartość y dla $x = 0$ jest na tyle mała, że zostanie pominięta w dalszej analizie. Wzór opisujący zależność napięcia Halla od wartości indukcji magnetycznej jest następujący:

$$U_H = (\gamma I_s) B_n$$

Można zauważyć, że współczynnik kierunkowy prostej jest tym samym co iloczyn czułości polowej i natężenia sterującego prądu elektrycznego. Natężenie sterujące I_s zostało zmierzone za pomocą miernika analogowego o klasie 0.5 oraz zakresie pomiarowym 7 mA. Niepewność pomiaru wynosi:

$$u_B(I_s) = \frac{\text{klasa analogowa} \cdot \text{zakres}}{100} = \frac{0.5 \cdot 7}{100} = 0.035 \text{ mA}$$

Odczytana na mierniku wartość I_s wynosiła $6.000 \pm 0.035 \text{ mA}$. Wiążąc równanie prostej ze wzorem opisującym zależność napięcia Halla od wartości indukcji:

$$\gamma = a/I_s$$

Niepewność tej wartości wyliczana jest za pomocą poniższego wzoru:

$$\begin{aligned}
 u_c(\gamma) &= \sqrt{\left[\frac{\partial \gamma}{\partial a} u(a)\right]^2 + \left[\frac{\partial \gamma}{\partial I_s} u(I_s)\right]^2} = \sqrt{\left[\frac{1}{I_s} u(a)\right]^2 + \left[-\frac{a}{I_s^2} u(I_s)\right]^2} \\
 &= \sqrt{\left[\frac{1}{141.39} * 4.16\right]^2 + \left[-\frac{141.39}{(6 \times 10^{-3})^2} * 0.035\right]^2} \\
 &= \sqrt{8.66 \times 10^{-4} + 188.96 \times 10^{-4}} = 137.47 \frac{mV}{A * T} = 0.138 \frac{V}{A * T} \\
 \gamma &= \frac{a}{I_s} = \frac{141.39}{0.006} = 23565 \frac{mV}{A * T} = \mathbf{23.566 \pm 0.138} \left[\frac{V}{A * T} \right]
 \end{aligned}$$

Innym sposobem na wyliczenie wartości czułości połowej jest podstawienie wartości bezpośrednio do wzoru:

$$\gamma = \frac{U_H}{I_s * B_n}$$

Niepewność pośrednia dla powyższego wzoru opisana jest przez:

$$\begin{aligned}
 u_c(\gamma) &= \sqrt{\left[\frac{\partial \gamma}{\partial U_H} u(U_H)\right]^2 + \left[\frac{\partial \gamma}{\partial I_s} u(I_s)\right]^2 + \left[\frac{\partial \gamma}{\partial B_n} u(B_n)\right]^2} \\
 &= \sqrt{\left[\frac{1}{I_s * B_n} u(U_H)\right]^2 + \left[-\frac{U_H}{I_s^2 * B_n} u(I_s)\right]^2 + \left[-\frac{U_H}{I_s * B_n^2} u(B_n)\right]^2}
 \end{aligned}$$

Pomiar napięcia Halla odbywał się za pomocą odczytu z multimetru cyfrowego typu Metex-2800, którego niepewności opisana jest wzorem:

$$\Delta U_{H_p} = 0,5\% * r_{gd} + 3 \text{ } dgt$$

Dla przykładowego odczytu napięcia Halla dla wartości $B_n = 0.384 \text{ T}$:

$$\Delta U_{H_p} = 0.5\% * 61.50 + 3 * 0.1 = 0.61$$

Stosując powyższe założenia, dla tej samej wartości B_n , niepewność pomiaru ma wartość:

$$\begin{aligned}
 u_c(\gamma) &= \sqrt{\left[\frac{1}{6 \times 10^{-3} * 0.384} * 0,61\right]^2 + \left[-\frac{61.50}{(6 \times 10^{-3})^2 * 0.384} * 0,035 \times 10^{-3}\right]^2 +} \\
 &\quad \left[-\frac{61.50}{6 \times 10^{-3} * 0.384^2} * 0.0429\right]^2} \\
 &= 2997.85 \frac{mV}{A * T} = 3.000 \frac{V}{A * T} \\
 \gamma &= \frac{61.50}{6 \times 10^{-3} * 0,384} = 26692.71 \frac{mV}{A * T} = \mathbf{26.693 \pm 3.000} \frac{V}{A * T}
 \end{aligned}$$

Otrzymane wartości czułości połowej są do zbliżone, aczkolwiek różnią się rzędem niepewności. Największy wkład do niepewności czułości obliczanej drugą metodą ma wartość indukcji, aczkolwiek maleje on wraz ze wzrostem tejże wartości. Można więc przewidywać, że zwiększając natężenie pola magnetycznego, zmniejszana będzie niepewność pomiarowa w eksperymencie.

Ostatnim zadaniem do wykonania było wyliczenie koncentracji nośników w materiale, którą opisuje wzór:

$$n = \frac{1}{e\gamma d}$$

Przeciętna grubość płytki hallotronu wynosi od 100 do 300 μm . Dla przykładu, została wykorzystana wartość $d = 200 \pm 5\% \mu m$. Niepewność pomiaru koncentracji wyliczana jest na podstawie wzoru:

$$u_c(n) = \sqrt{\left[\frac{\partial n}{\partial d} u(d)\right]^2 + \left[\frac{\partial n}{\partial \gamma} u(\gamma)\right]^2} = \sqrt{\left[-\frac{1}{e\gamma d^2} u(d)\right]^2 + \left[-\frac{1}{e\gamma^2 d} u(\gamma)\right]^2}$$

Stosując wartość czułości polowej $\gamma = 23.566 V/A * T$:

$$u_c(n) = \sqrt{\left[-\frac{1}{1.602 \times 10^{-19} * 23,566 * (2 \times 10^{-6})^2 * (5\% * 2 \times 10^{-6})}\right]^2 + \left[-\frac{1}{1.602 \times 10^{-19} * (2 \times 10^{-6}) * (23,566)^2 * 0.138}\right]^2} = 6.63 \times 10^{21}$$

$$n = \frac{1}{1.602 \times 10^{-19} * 23,566 * 2 \times 10^{-6}} = 1,324 \pm 0.067 \times 10^{23} m^{-3}$$

Analizując otrzymane wartości można stwierdzić, że materiał, z którego wykonana była płytka hallotronu jest półprzewodnikiem, ponieważ wyliczona koncentracja nośników większościowych pokrywa się z danymi literaturowymi.

3. Wnioski

Udało się zaobserwować efekt Halla z jego charakterystyką zgodną ze wzorami opisującymi to zjawisko, przy względnie małych niepewnościach pomiarowych. Doświadczenie zostało przeprowadzone poprawnie. Znaczący wpływ na niepewności pomiarowe miała maksymalna wartość natężenia pola magnetycznego. Po porównaniu wyliczonych koncentracji z danymi literaturowymi, okazało się, że materiał, z którego wykonany jest hallotron klasyfikuje się jako półprzewodnik.