DECYBELE

Krótki przewodnik

dB

Opracował
mgr inż. Adam Pomianek

Niniejsze opracowanie powstało jako pomoc dydaktyczna dla studentów biorących udział w zajęciach na Laboratorium Kompatybilności Elektromagnetycznej Instytutu Telekomunikacji, Teleinformatyki i Akustyki Politechniki Wrocławskiej.
Uwagi proszę kierować na adres e-mail: adam.pomianek@pwr.wroc.pl

Decybele

Decybel **nie jest** jednostką miary (nie występuje w układzie SI ani jako jednostka podstawowa, ani jako jednostka uzupełniająca, ani jako jednostka pochodna), choć symbol *dB* podaje się w nawiasach kwadratowych [*dB*] tak jak jednostki! Decybel jest dziesiątą częścią $\left(decy = 10^{-1}\right)$ jednego **BEL'a** [1B]. Bel również nie jest jednostką miary, jest wyłącznie logarytmiczną reprezentacją **stosunku dwóch wartości** tej samej wielkości fizycznej (np.: wielkością może być moc, napięcie, natężenia prądu, natężeniem pola, wzmocnienie, ale także wysokość budynku, szerokość rzeki itp.). Innymi słowy jest to logarytmiczna reprezentacja pewnej liczby wyrażającej stosunek dwóch wartości, przy czym obie te wartości wyrażone są w tych samych jednostkach (są to więc dwie wartości tej samej wielkości fizycznej). Oprócz logarytmowania stosuje się dodatkowo mnożenie przez stałą zależną od rozpatrywanego przypadku (w radiotechnice i elektronice używa się stałej równej 10 lub 20). Zastosowanie skali logarytmicznej pozwala na proste przedstawianie wartości o bardzo dużym rozrzucie np.: od 10^{-20} do 10^{100}. Sensowne i proste przedstawienie liczb z takiego zakresu z wykorzystaniem skali liniowej jest praktycznie niemożliwe, a na pewno nieekonomiczne.

Do oznaczania logarytmicznej reprezentacji stosunku dwóch liczb stosuje się oznaczenie ***dB***, przy czym każdy inny, dodatkowy symbol daje pewne dodatkowe informacje umożliwiające precyzyjne określenie tego, czego logarytmiczna notacja dotyczy i jak z nią postępować.

I tak w radiotechnice i elektronice najczęściej korzystamy z:

dB – wyrażony w mierze logarytmicznej stosunek dwóch dowolnych wartości **tej samej** wielkości fizycznej. Mogą to być: moce, napięcia i natężenia prądu (lub wartości innych, dowolnych wielkości fizycznych), przy czym obie wartości pochodzą z pomiaru lub innymi słowy są nam znane albo zadane. Wyznaczenie reprezentacji logarytmicznej odbywa się zgodnie z zależnością:

- dla **stosunku** dwóch zmierzonych mocy:

$$K_P = \frac{P_2[W]}{P_1[W]} \Rightarrow K_P[dB] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_2[W]}{P_1[W]}\right) \tag{1}$$

gdzie K_P to wzmocnienie mocy.

- dla **stosunku** dwóch zmierzonych napięć:

$$K_U = \frac{U_2[V]}{U_1[V]} \Rightarrow K_U[dB] = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_2[V]}{U_1[V]}\right) \tag{2}$$

gdzie K_U to wzmocnienie napięciowe.

Występowanie współczynnika 20, zamiast jak poprzednio 10 jest konsekwencją definicji *dB* dla stosunku mocy oraz następującego faktu:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P_1 = \frac{U_1^2}{R}; P_2 = \frac{U_2^2}{R} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}\frac{[W]}{[W]} = \frac{U_2^2}{R} \cdot \frac{R}{U_1^2} = \frac{U_2^2}{U_1^2} = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 \tag{3}$$

zakładając, że moce mierzono na tym samym obciążeniu R (tak to zwykle jest robione). Korzystając z podstawowych własności funkcji logarytmicznej mamy:

$$\log_{10}\left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 = 2\cdot\log_{10}\left(\frac{U_2}{U_1}\frac{[V]}{[V]}\right) \Rightarrow 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\frac{[W]}{[W]}\right) = 10\cdot\log_{10}\left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 = 20\cdot\log_{10}\left(\frac{U_2}{U_1}\right) \quad (4)$$

- dla **stosunku** dwóch zmierzonych prądów:

$$K_I = \frac{I_2[mA]}{I_1[mA]} \Rightarrow K_I[dB] = 20\cdot\log_{10}\left(\frac{I_2[mA]}{I_1[mA]}\right) \quad (5)$$

gdzie K_I to wzmocnienie prądowe.

Występowanie współczynnika 20, podobnie jak powyżej jest konsekwencją definicji *dB* dla stosunku mocy oraz następującego faktu:

$$P = I^2\cdot R \Rightarrow P_1 = I_1^2\cdot R; P_2 = I_2^2\cdot R \Rightarrow \frac{P_2}{P_1}\frac{[W]}{[W]} = \frac{I_2^2\cdot R}{I_1^2\cdot R} = \frac{I_2^2}{I_1^2} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 \quad (6)$$

zakładając, że moce mierzono na tym samym obciążeniu R (tak to zwykle jest robione). Korzystając z podstawowych własności funkcji logarytmicznej mamy:

$$\log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = 2\cdot\log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\frac{[A]}{[A]}\right) \Rightarrow 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\frac{[W]}{[W]}\right) = 10\cdot\log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = 20\cdot\log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \quad (7)$$

Proste sumowanie i odejmowanie *dB* i *dB* jest dozwolone, ale tylko w obrębie reprezentacji *dB* tej samej wielkości fizycznej, jeśli sumujemy reprezentacje *dB* różnych wielkości fizycznych musimy sprawdzić, czy taka operacja będzie miała sens! Algebraiczne (tzn. z uwzględnieniem znaku) **sumowanie** dwóch wartości **wyrażonych** w *dB* jest równoważne:
- **iloczynowi** tych wartości wyrażonych w skali liniowej, jeśli obie wartości wyrażone w *dB* mają znak „+";
- **ilorazowi** tych wartości wyrażonych w skali liniowej, jeśli wartości wyrażone w *dB* mają różne znaki tj. jedna „+" a druga „-";

Dla przykładu rozpatrzmy kaskadowe (czyli jeden po drugim) połączenie wzmacniaczy, przy czym ich wzmocnienia to odpowiednio K_1 i K_2 (nie ma znaczenia o jakim wzmocnieniu mówimy: mocy, prądowym czy napięciowym. Ważne, że oba wzmocnienia są tego samego typu lub iloczyn dwóch różnych wzmocnień ma sens fizyczny jak to ma miejsce np. w przypadku mnożenia wzmocnienia prądowego przez wzmocnienie napięciowe, co daje w rezultacie wzmocnienie mocy!). Wzmocnienie całkowite układu wyrażone w skali liniowej jest iloczynem poszczególnych wzmocnień:

$$K_{OUT} = K_1\cdot K_2 \quad (8)$$

Wyznaczmy reprezentację logarytmiczną wzmocnienia K_{OUT} :

$$\boxed{K_{OUT}[dB]} \underset{\text{dB}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 10\cdot\log_{10}(K_{OUT}) \underset{\text{K}_{\text{OUT}}}{\overset{\text{Podstawiajac za}}{=}} 10\cdot\log_{10}(K_1\cdot K_2) \underset{\text{to suma logarytmow}}{\overset{\text{Logarytm z iloczynu}}{=}}$$

$$= 10\cdot\log_{10}(K_1) + 10\cdot\log_{10}(K_2) = \boxed{K_1[dB] + K_2[dB]} \tag{9}$$

Jest tak, ponieważ K_{OUT} w skali liniowej jest **<u>iloczynem dwóch wartości</u>**! Ponadto z (1), (2) i (5) wynika, że możemy wyznaczyć reprezentację *dB* każdego interesującego nas wzmocnienia.

W *dB* za zwyczaj przedstawia się **wzmocnienie** lub **tłumienie** (które można nazwać wzmocnieniem mniejszym od jedności, albo odwrotnością jakiegoś wzmocnienia). Jest to powodem nieco mylącego stwierdzenia, że *dB* można dodawać (jest to pewien skrót myślowy). Jak pokazano powyżej **algebraiczne sumowanie** dwóch wartości wyrażonych w *dB* **zawsze** oznacza albo **iloczyn** albo **iloraz** tych wielkości wyrażonych w skali liniowej. Nigdy nie będzie tak, żeby sumie wartości wyrażonych w *dB* odpowiadała suma tych wartości w skali liniowej! Zatem jeśli mamy dowolne dwie wartości (z zastrzeżeniem, że są to dwie wartości tej samej wielkości fizycznej) i są one wyrażone w *dB* i obliczymy sumę tych wartości to pamiętajmy, że operacja algebraicznego sumowania dwóch wartości wyrażonych w *dB* odpowiada albo iloczynowi albo ilorazowi w skali liniowej! Jeśli sumowanie ma się odbyć w skali liniowej, a wartości przedstawione są w reprezentacji *dB* to konieczne jest przejście z reprezentacji *dB* na wartości liniowe, dokonanie sumowania i ponowne przejście na reprezentację *dB*.

dBW - wyrażony w mierze logarytmicznej **<u>stosunek dwóch mocy</u>**: mocy zmierzonej i mocy odniesienia $P_0 = 1W$. Skąd moc odniesienia? Ponieważ do wyznaczenia reprezentacji logarytmicznej wymagany jest stosunek mocy, a mamy zmierzoną tylko moc *P*, drugą wartość mocy trzeba przyjąć a priori. Wprowadzenie mocy odniesienia jest posunięciem sensownym o tyle, że dzięki przyjęciu stałej referencji, moce wyrażone w *dBW* można łatwo porównywać, a co ważniejsze, moce o różnych wartościach można przedstawić w bardzo czytelnej postaci, np.: zamiast pisać $P = 2{,}3\cdot 10^{-15}[W]$ można użyć krótszego i bardziej przejrzystego zapisu $P = -146{,}38[dBW]$.

Wyznaczenie reprezentacji *dBW* mocy *P* odbywa się zgodnie z zależnością:

$$\boxed{P[dBW]} = 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P[W]}{P_0[W]}\right) = 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[W]}\right) \overset{\text{"skracajac" jednostki}}{=}$$

$$= 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P}{1}\right) \underset{\text{to roznica logarytmow}}{\overset{\text{logarytm ilorazu}}{=}} 10\cdot\log_{10}(P) - 10\cdot\log_{10}(1) = \tag{10}$$

$$= 10\cdot\log_{10}(P) - 0 = \boxed{10\cdot\log_{10}(P)}$$

UWAGA!

Niekiedy zamiast oznaczenia *dBW* stosuje się krótko *dB* przyjmując domyślnie, że druga z mocy to $1W$. Wówczas teoretycznie powinno być stosowane oznaczenie *dBW*! Zawsze należy zwracać uwagę na kontekst, w jakim użyto oznaczenia *dB*!

dBm - wyrażony w mierze logarytmicznej **stosunek dwóch mocy**: mocy zmierzonej i mocy odniesienia $P_0 = 1mW = 10^{-3}W$. Wyznaczenie reprezentacji *dBm* mocy *P* odbywa się zgodnie z zależnością:

$$\boxed{P[dBm]} = 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P[W]}{P_0[W]}\right) = 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[mW]}\right) \overset{\text{mW zamieniamy na W}}{\underset{\text{Jednostki musza sie zgadzac!}}{=}}$$
$$= 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P[W]}{10^{-3}[W]}\right) \overset{\text{"skracajac" jednostki}}{=} 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P}{10^{-3}}\right) = \boxed{10\cdot\log_{10}\left(P\cdot 10^{3}\right)} \tag{11}$$

Ponadto:

$$\boxed{P[dBm]} = 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P}{10^{-3}}\right) = 10\cdot\log_{10}\left(P\cdot 10^{3}\right) \overset{\text{logarytm z iloczynu}}{\underset{\text{to suma logarytmow}}{=}}$$
$$= 10\cdot\log_{10}(P) + 10\cdot\log_{10}\left(10^{3}\right) = \boxed{P[dBW]+30} \tag{12}$$

UWAGA!

1. Sumowanie *dB* i *dBW* jest dozwolone! Oto, dlaczego:

Załóżmy, że mamy wzmacniacz mocy o wzmocnieniu K_P. Sygnał wejściowy ma moc P_{IN}. Chcemy w skali logarytmicznej przedstawić moc wyjściową P_{OUT}, czyli iloczyn mocy wejściowej i wzmocnienia:

$$P_{OUT} = P_{IN}[W]\cdot K_P[W/W] \text{ i } P_{OUT} > P_{IN} \tag{13}$$

$$\boxed{P_{OUT}[dBW]} \overset{\text{Z definicji}}{\underset{\text{dBW}}{=}} 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P_{OUT}[W]}{1[W]}\right) \overset{\text{Podstawiajac za}}{\underset{\text{P}_{\text{OUT}}}{=}}$$
$$= 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W]\cdot K_P[W/W]}{1[W]}\right) \overset{\text{Przeksztalcajac}}{=} 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W]}{1[W]}\cdot K_P[W/W]\right) \overset{\text{Logarytm z iloczynu}}{\underset{\text{to suma logarytmow}}{=}}$$
$$= 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W]}{1[W]}\right) + 10\cdot\log_{10}\left(K_P[W/W]\right) \overset{\text{"Skracajac" jednostki}}{=} \tag{14}$$
$$= 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P_{IN}}{1}\right) + 10\cdot\log_{10}(K_P) \overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{\underset{\text{to roznica logarytmow}}{=}}$$
$$= 10\cdot\log_{10}(P_{IN}) - 10\cdot\log_{10}(1) + 10\cdot\log_{10}(K_P) = P_{IN}[dBW] - 0 + K_P[dB] = \boxed{P_{IN}[dBW] + K_P[dB]}$$

Analogiczną sytuację mamy przy odejmowaniu dB i dBW.

Załóżmy, że mamy miernik mocy zakłóceń ze skalą dBW wyposażony w tłumik wejściowy wyskalowany w dB. Oznaczmy tłumienie tłumika jako Att. Wyznaczmy moc sygnału na wyjściu tłumika P_{OUT}. Moc ta, w skali liniowej będzie iloczynem mocy wejściowej i tłumienia:

$$P_{OUT} = P_{IN}[W] \cdot Att[W/W] \text{ i } P_{OUT} < P_{IN} \tag{15}$$

Zwróćmy uwagę, że w zasadzie tłumienie możemy uznać za odwrotność jakiegoś wzmocnienia. Załóżmy, że wzmocnienie to oznaczymy przez K_P. Mamy wówczas:

$$Att[W/W] < 1 \Rightarrow Att[W/W] = \frac{1}{K_P}[W/W] \tag{16}$$

Stąd równanie opisujące moc wyjściową tłumika ma postać:

$$P_{OUT} = P_{IN}[W]/K_P[W/W] \text{ i } P_{OUT} < P_{IN} \tag{17}$$

Przedstawmy moc wyjściową P_{OUT} w skali logarytmicznej:

$$\boxed{P_{OUT}[dBW]} \overset{\text{Z definicji}}{\underset{\text{dBW}}{=}} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{OUT}[W]}{1[W]}\right) \overset{\text{Podstawiajac za}}{\underset{\text{P}_{\text{OUT}}}{=}}$$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W]/K_P[W/W]}{1[W]}\right) \overset{\text{Przeksztalcajac}}{=} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W]}{1[W]} \Big/ K_P[W/W]\right) \overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{\underset{\text{to roznica logarytmow}}{=}}$$

$$\left(\text{wyodrebnienie } 10 \cdot \log_{10}(K_P[W/W]) \text{ ma sens, bo } K_P \text{ jest stosunkiem. } P_{IN} \text{ wymaga referencji}\right)$$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W]}{1[W]}\right) - 10 \cdot \log_{10}(K_P[W/W]) \overset{\text{"Skracajac" jednostki}}{=}$$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}}{1}\right) - 10 \cdot \log_{10}(K_P) \overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{\underset{\text{to roznica logarytmow}}{=}}$$

$$= 10 \cdot \log_{10}(P_{IN}) - 10 \cdot \log_{10}(1) - 10 \cdot \log_{10}(K_P) = P_{IN}[dBW] - 0 - K_P[dB] = \boxed{P_{IN}[dBW] - K_P[dB]} \tag{18}$$

Wynik sumowania, odejmowania *dB* i *dBW* wyrażony jest w *dBW*!

UWAGA!

Zwróć uwagę, że sumowanie i odejmowanie odbywa się na reprezentacji logarytmicznej! W skali liniowej mamy do czynienia odpowiednio z iloczynem lub ilorazem.

2. Sumowanie *dB* i *dBm* jest dozwolone! Oto, dlaczego:

Załóżmy, że mamy wzmacniacz mocy o wzmocnieniu K_P. Sygnał wejściowy ma moc P_{IN}. Chcemy w skali logarytmicznej przedstawić moc wyjściową P_{OUT}, czyli iloczyn mocy wejściowej i wzmocnienia:

$$P_{OUT} = P_{IN}[W] \cdot K_P[W/W] \tag{19}$$

$$\boxed{P_{OUT}[dBm]} \underset{\text{dBm}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{OUT}[W]}{1[mW]}\right) \underset{\text{za } P_{OUT}}{\overset{\text{Podstawiajac}}{=}}$$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W] \cdot K_P[W/W]}{1[mW]}\right) \overset{\text{Przeksztalcajac}}{=} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W]}{1[mW]} \cdot K_P[W/W]\right) \underset{\text{to suma logarytmow}}{\overset{\text{Logarytm z iloczynu}}{=}}$$

$\left(\text{wyodrebnienie } 10 \cdot \log_{10}(K_P[W/W]) \text{ ma sens, bo } K_P \text{ jest stosunkiem. } P_{IN} \text{ wymaga referencji}\right)$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W]}{1[mW]}\right) + 10 \cdot \log_{10}(K_P[W/W]) \underset{\text{Jednostki musza sie zgadzac!}}{\overset{\text{mW zamieniamyna W}}{=}}$$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W]}{10^{-3}[W]}\right) + 10 \cdot \log_{10}(K_P[W/W]) \overset{\text{"Skracajac" jednostki}}{=}$$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}}{10^{-3}}\right) + 10 \cdot \log_{10}(K_P) \underset{\text{to roznica logarytmow}}{\overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{=}}$$

$$= 10 \cdot \log_{10}(P_{IN}) - 10 \cdot \log_{10}(10^{-3}) + 10 \cdot \log_{10}(K_P) = P_{IN}[dBW] + 30 + K_P[dB] = \tag{20}$$

$$= \boxed{P_{IN}[dBm] + K_P[dB]}$$

Analogiczną sytuację mamy przy odejmowaniu *dB* i *dBm*.

Załóżmy, że mamy miernik mocy zakłóceń ze skalą *dBm* wyposażony w tłumik wejściowy wyskalowany w *dB*. Oznaczmy tłumienie tłumika jako Att. Wyznaczmy moc sygnału na wyjściu tłumika P_{OUT}. Moc ta, w skali liniowej będzie iloczynem mocy wejściowej i tłumienia:

$$P_{OUT} = P_{IN}[W] \cdot Att[W/W] \text{ i } P_{OUT} < P_{IN} \tag{21}$$

Zwróćmy uwagę, że w zasadzie tłumienie możemy uznać za odwrotność jakiegoś wzmocnienia. Załóżmy, że wzmocnienie to oznaczymy przez K_P. Mamy wówczas:

$$Att[W/W] < 1 \Rightarrow Att[W/W] = \frac{1}{K_P}[W/W] \tag{22}$$

Stąd równanie opisujące moc wyjściową tłumika ma postać:

$$P_{OUT} = P_{IN}[W]/K_P[W/W] \text{ i } P_{OUT} < P_{IN} \tag{23}$$

Przedstawmy moc wyjściową P_{OUT} w skali logarytmicznej:

$$\boxed{P_{OUT}[dBm]} \overset{\text{Z definicji}}{\underset{\text{dBW}}{=}} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{OUT}[W]}{1[mW]}\right) \overset{\text{Podstawiajac}}{\underset{\text{za } P_{OUT}}{=}}$$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W]/K_P[W/W]}{1[mW]}\right) \overset{\text{Przeksztalcajac}}{=} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W]}{1[mW]} \Big/ K_P[W/W]\right) \overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{\underset{\text{to roznica logarytmow}}{=}}$$

$\left(\text{wyodrebnienie } 10 \cdot \log_{10}(K_P[W/W]) \text{ ma sens, bo } K_P \text{ jest stosunkiem. } P_{IN} \text{ wymaga referencji}\right)$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W]}{1[mW]}\right) - 10 \cdot \log_{10}(K_P[W/W]) \overset{\text{mW zamieniamy na W}}{\underset{\text{Jednostki musza sie zgadzac!}}{=}}$$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}[W]}{10^{-3}[W]}\right) - 10 \cdot \log_{10}(K_P[W/W]) \overset{\text{"Skracajac" jednostki}}{=}$$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{IN}}{10^{-3}}\right) - 10 \cdot \log_{10}(K_P) \overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{\underset{\text{to roznica logarytmow}}{=}}$$

$$= 10 \cdot \log_{10}(P_{IN}) - 10 \cdot \log_{10}(10^{-3}) - 10 \cdot \log_{10}(K_P) = P_{IN}[dBW] + 30 - K_P[dB] =$$

$$= \boxed{P_{IN}[dBm] - K_P[dB]}$$

Wynik sumowania, odejmowania *dB* i *dBm* wyrażony jest w *dBm*!

UWAGA!

Zwróć uwagę, że sumowanie i odejmowanie odbywa się na reprezentacji logarytmicznej! W skali liniowej mamy do czynienia odpowiednio z iloczynem lub ilorazem.

3. Sumowanie *dBW* i *dBW* nie jest dozwolone na zasadzie prostej sumy reprezentacji logarytmicznej! Oto, dlaczego:

Załóżmy, że mamy wyznaczyć sumę dwóch mocy P_1 i P_2, przy czym obie moce wyrażone są w *dB*:

$$P[dBW] \underset{\text{dBW}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[W]}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_1[dBW] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_1[W]}{1[W]}\right); P_2[dBW] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_2[W]}{1[W]}\right)$$

$$P_1[dBW] + P_2[dBW] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_1[W]}{1[W]}\right) + 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_2[W]}{1[W]}\right) \underset{\text{to logarytm z iloczynu}}{\overset{\text{suma logarytmow}}{=}} \tag{24}$$

$$= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_1[W]}{1[W]} \cdot \frac{P_2[W]}{1[W]}\right)$$

Widać, że próba takiego sumowania dwóch liczb w reprezentacji *dBW* prowadzi do wyznaczenie reprezentacji logarytmicznej **iloczynu** dwóch stosunków mocy (czyli iloczynu dwóch liczb). Wynika to z tego, że zapis *dBW* jest WYŁĄCZNIE REPREZENTACJĄ MOCY w skali logarytmicznej. Zapis *dBW* nie zastępuje poziomu mocy, jedynie przedstawia go w pewien uzgodniony sposób.

Oto jak poprawnie wyznaczyć sumę dwóch wartości w reprezentacji *dBW*:

$$P[dBW] \underset{\text{dBW}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[W]}\right) \Rightarrow P[W] = 10^{\frac{P[dBW]}{10}} \Rightarrow P_1[W] = 10^{\frac{P_1[dBW]}{10}}; P_2[W] = 10^{\frac{P_2[dBW]}{10}}$$

$$\boxed{P_{OUT}[dBW] = P_1[dBW] + P_2[dBW] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_1[W] + P_2[W]}{1[W]}\right)} \tag{25}$$

Wynik poprawnego sumowania *dBW* i *dBW* wyrażony jest w *dBW*!

Nieco inaczej przedstawia się odejmowanie dwóch wartości w reprezentacji *dBW*. Przeanalizujmy następujący przypadek:

$$P[dBW] \underset{\text{dBW}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[W]}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_1[dBW] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_1[W]}{1[W]}\right); P_2[dBW] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_2[W]}{1[W]}\right)$$

$$\boxed{P_2[dBW] - P_1[dBW]} = 10 \cdot \left(\log_{10}\left(\frac{P_2[W]}{1[W]}\right) - \log_{10}\left(\frac{P_1[W]}{1[W]}\right)\right) \underset{\text{to logarytm z ilorazu}}{\overset{\text{roznica logarytmow}}{=}} \tag{26}$$

$$= \boxed{10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_2[W]}{P_1[W]}\right)[dB]}$$

O ile przy sumowaniu dwóch wartości w reprezentacji *dBW* uzyskaliśmy wynik niemający interpretacji fizycznej, uzyskaliśmy bowiem reprezentację *dBW* iloczynu dwóch stosunków mocy, o tyle w wyniku odejmowania dwóch wartości w reprezentacji *dBW* uzyskaliśmy reprezentację *dB* ilorazu dwóch mocy. Iloraz dwóch mocy ma interpretację fizyczną, a co ważniejsze jest to wartość często wykorzystywana w obliczeniach inżynieryjnych w radiotechnice i elektronice.

Jest jeszcze jedna możliwość interpretacji różnicy dwóch wielkości wyrażonych w *dBW* (operacja przeciwna do przedstawionej powyżej operacji sumowania dwóch wartości wyrażonych w reprezentacji *dBW*). Otóż możliwe jest zinterpretowanie omawianej różnicy jako różnicy:

$$P[dBW] \underset{\text{dBW}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[W]}\right) \Rightarrow P[W] = 10^{\frac{P[dBW]}{10}} \Rightarrow P_1[W] = 10^{\frac{P_1[dBW]}{10}}; P_2[W] = 10^{\frac{P_2[dBW]}{10}}$$

$$\boxed{P_{OUT}[dBW] = P_2\{dBW\} - P_1\{dBW\} = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_2[W] - P_1[W]}{1[W]}\right)} \tag{27}$$

a zatem jako różnicy w skali liniowej. Użyte klamerki {} oznaczają, że wartości podane są w mierze dB. Operacja odejmowania wykonywana jest jednak w skali liniowej! Teoretycznie, zwykle powinniśmy mieć do czynienia z pierwszym przypadkiem odejmowania. Praktycznie, zawsze trzeba zwrócić uwagę na kontekst, w jakim użyto terminu różnica.

Wynik poprawnego odejmowania *dBW* i *dBW* może być wyrażony w *dB* lub w *dBW*!

4. Sumowanie *dBm* i *dBm* nie jest dozwolone na zasadzie prostej sumy reprezentacji logarytmicznej! Oto, dlaczego:

Załóżmy, że mamy wyznaczyć sumę dwóch mocy P_1 i P_2, przy czym obie moce wyrażone są w *dB*:

$$
\begin{gathered}
P[dBm] \overset{\text{Z definicji}}{\underset{\text{dBm}}{=}} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[mW]}\right) \Rightarrow \\
\Rightarrow P_1[dBm] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_1[W]}{1[mW]}\right); P_2[dBm] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_2[W]}{1[mW]}\right) \\
P_1[dBm] + P_2[dBm] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_1[W]}{1[mW]}\right) + 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_2[W]}{1[mW]}\right) \overset{\text{suma logarytmow}}{\underset{\text{to logarytm z iloczynu}}{=}} \\
= 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_1[W]}{1[mW]} \cdot \frac{P_2[W]}{1[mW]}\right)
\end{gathered}
\tag{28}
$$

Widać, że próba takiego sumowania dwóch liczb w reprezentacji *dBm* prowadzi do wyznaczenie reprezentacji logarytmicznej **iloczynu** dwóch stosunków mocy (czyli iloczynu dwóch liczb). Wynika to z tego, że zapis *dBm* jest WYŁĄCZNIE REPREZENTACJĄ MOCY w skali logarytmicznej. Zapis *dBm* nie zastępuje poziomu mocy, jedynie przedstawia go w pewien uzgodniony sposób.

Oto jak poprawnie wyznaczyć sumę dwóch wartości w reprezentacji *dBm*:

$$
\begin{gathered}
P[dBm] \overset{\text{Z definicji}}{\underset{\text{dBm}}{=}} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[mW]}\right) \Rightarrow P[mW] = 10^{\frac{P[dBm]}{10}} \\
\Rightarrow P_1[mW] = 10^{\frac{P_1[dBm]}{10}}; P_2[mW] = 10^{\frac{P_2[dBm]}{10}}
\end{gathered}
\tag{29}
$$

$$
\boxed{P_{OUT}[dBm] = P_1\{dBm\} + P_2\{dBm\} = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_1[mW] + P_2[mW]}{1[mW]}\right)}
$$

Użyte klamerki {} oznaczają, że wartości podane są w mierze dB. Operacja dodawania wykonywana jest jednak w skali liniowej!

Wynik poprawnego sumowania *dBm* i *dBm* wyrażony jest w *dBm*!

Nieco inaczej przedstawia się odejmowanie dwóch wartości w reprezentacji *dBm*. Przeanalizujmy następujący przypadek:

$$P[dBm] \underset{\text{dBm}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[mW]}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_1[dBm] = 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P_1[W]}{1[mW]}\right); P_2[dBm] = 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P_2[W]}{1[mW]}\right) \tag{30}$$

$$\boxed{P_2[dBm] - P_1[dBm]} = 10\cdot\left(\log_{10}\left(\frac{P_2[W]}{1[mW]}\right) - \log_{10}\left(\frac{P_1[W]}{1[mW]}\right)\right) \underset{\text{to logarytm z ilorazu}}{\overset{\text{roznica logarytmow}}{=}}$$

$$\boxed{= 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P_2[W]}{P_1[W]}\right)[dB]}$$

O ile przy sumowaniu dwóch wartości w reprezentacji *dBm* uzyskaliśmy wynik niemający interpretacji fizycznej, uzyskaliśmy bowiem reprezentację *dBm* iloczynu dwóch stosunków mocy, o tyle w wyniku odejmowania dwóch wartości w reprezentacji *dBm* uzyskaliśmy reprezentację *dB* ilorazu dwóch mocy. Iloraz dwóch mocy ma interpretację fizyczną, a co ważniejsze jest to wartość często wykorzystywana w obliczeniach inżynieryjnych w radiotechnice i elektronice.

Jest jeszcze jedna możliwość interpretacji różnicy dwóch wielkości wyrażonych w *dBm* (operacja przeciwna do przedstawionej powyżej operacji sumowania dwóch wartości wyrażonych w reprezentacji *dBm*). Otóż możliwe jest zinterpretowanie omawianej różnicy jako różnicy:

$$P[dBm] \underset{\text{dBm}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[mW]}\right) \Rightarrow P[mW] = 10^{\frac{P[dBm]}{10}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_1[mW] = 10^{\frac{P_1[dBm]}{10}}; P_2[mW] = 10^{\frac{P_2[dBm]}{10}} \tag{31}$$

$$\boxed{P_{OUT}[dBm] = P_2\{dBm\} - P_1\{dBm\} = 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P_2[mW] - P_1[mW]}{1[mW]}\right)}$$

a zatem jako różnicy w skali liniowej. Użyte klamerki {} oznaczają, że wartości podane są w mierze dB. Operacja odejmowania wykonywana jest jednak w skali liniowej! Teoretycznie, zwykle powinniśmy mieć do czynienia z pierwszym przypadkiem odejmowania. Praktycznie, zawsze trzeba zwrócić uwagę na kontekst, w jakim użyto terminu różnica.

Wynik poprawnego odejmowania *dBm* i *dBm* może być wyrażony w *dB* lub w *dBm*!

5. Sumowanie *dBW* i *dBm* nie jest dozwolone na zasadzie prostej sumy reprezentacji logarytmicznej! Wynika to ze związku pomiędzy *dBW* i *dBm* oraz z uwag dotyczących sumowania *dBW* i *dBW* i/lub *dBm* i *dBm*.

Oto jak poprawnie wyznaczyć sumę dwóch liczb w reprezentacji odpowiednio *dBW* i *dBm*:

$$P[dBm] \underset{\text{dBm}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[mW]}\right) \Rightarrow P[mW] = 10^{\frac{P[dBm]}{10}}$$

$$P[dBW] \underset{\text{dBW}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[W]}\right) \Rightarrow P[W] = 10^{\frac{P[dBW]}{10}}$$

$$P_1[mW] = 10^{\frac{P_1[dBm]}{10}}; P_2[W] = 10^{\frac{P_2[dBW]}{10}} \tag{32}$$

$$\boxed{P_{OUT}[dBm] = P_1\{dBm\} + P_2\{dBW\} = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_1[mW] + \left(P_2[W] \cdot 10^3\right)[mW]}{1[mW]}\right)}$$

$$\boxed{P_{OUT}[dBW] = P_1\{dBm\} + P_2\{dBW\} = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{\left(P_1[mW] \cdot 10^{-3}\right)[W] + P_2[W]}{1[W]}\right)}$$

Użyte klamerki {} oznaczają, że wartości podane są w mierze dB. Operacja dodawania wykonywana jest jednak w skali liniowej!

Wynik poprawnego sumowania *dBW* i *dBm* wyrażony jest w … czym trzeba!

Przy odejmowaniu dwóch wartości wyrażonych w *dBW* i *dBm* należy sprowadzić wartości albo do reprezentacji *dBW* albo do reprezentacji *dBm*, a następnie skorzystać w uwag dotyczących odejmowania dwóch wartości w reprezentacji *dBW* i *dBW* i/lub *dBm* i *dBm*.

dBμ - wyrażony w mierze logarytmicznej stosunek dwóch napięć: napicia zmierzonego i napięcia odniesienia $V_0 = 0{,}775V$. Skąd taka „dziwna" wartość? Taka wartość napięcia powoduje wydzielenie się mocy $1mW$ na obciążeniu 600Ω. Alternatywnym oznaczeniem jest ***dBu***. Wyznaczenie reprezentacji logarytmicznej odbywa się zgodnie z zależnością:

$$\boxed{U[dB\mu]} = U[dBu] = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U[V]}{U_0[V]}\right) =$$
$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U[V]}{0{,}775[V]}\right) \overset{\text{"skracajac" jednostki}}{=} \boxed{20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U}{0{,}775}\right)} \tag{33}$$

Ponadto:

$$\boxed{U[dB\mu]} = U[dBu] = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U}{0{,}775}\right) \underset{\text{to roznica logarytmow}}{\overset{\text{logarytm ilorazu}}{=}}$$
$$= 20 \cdot \log_{10}(U) - 20 \cdot \log_{10}(0{,}775) = \boxed{U[dBV] + 2{,}21} \tag{34}$$

Ponadto, jeśli obliczeń dokonujemy dla obciążenia 600Ω zachodzi równość:

$$\boxed{U[dB\mu] = P[dBm]} \tag{35}$$

UWAGA!

Reprezentacja $dB\mu$ nie zawsze jest zdefiniowana w podany sposób. Niekiedy przyjmuje się inną rezystancję obciążenia, różną od 600Ω (choć zgodnie z definicją powinno to być 600Ω), przy jednoczesnym zachowaniu wartości napięcia odniesienia $V_0 = 0{,}775V$.

dBV – wyrażony w mierze logarytmicznej stosunek dwóch napięć: napicia zmierzonego i napięcia odniesienia $U_0 = 1V$. Wyznaczenie reprezentacji dBV napięcia U odbywa się zgodnie z zależnością:

$$\boxed{U[dBV]} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U[V]}{U_0[V]}\right) = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U[V]}{1[V]}\right) \overset{\text{"skracajac" jednostki}}{=}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U}{1}\right) \underset{\text{to roznica logarytmow}}{\overset{\text{logarytm ilorazu}}{=}} 20 \cdot \log_{10}(U) - 20 \cdot \log_{10}(1) = \tag{36}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}(U) - 0 = \boxed{20 \cdot \log_{10}(U)}$$

dBμV – wyrażony w mierze logarytmicznej stosunek dwóch napięć: napicia zmierzonego i napięcia odniesienia $U_0 = 1\mu V = 1 \cdot 10^{-6} V$. Wyznaczenie reprezentacji $dB\mu V$ napięcia U odbywa się zgodnie z zależnością:

$$\boxed{U[dB\mu V]} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U[V]}{U_0[V]}\right) = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U[V]}{1[\mu V]}\right) \underset{\text{Jednostki musza sie zgadzac!}}{\overset{\mu\text{V zamieniamy na V}}{=}}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U[V]}{10^{-6}[V]}\right) \overset{\text{"skracajac" jednostki}}{=} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U}{10^{-6}}\right) = \boxed{20 \cdot \log_{10}\left(U \cdot 10^{6}\right)} \tag{37}$$

Ponadto:

$$\boxed{U[dB\mu V]} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U}{10^{-6}}\right) = 20 \cdot \log_{10}\left(U \cdot 10^{6}\right) \underset{\text{to suma logarytmow}}{\overset{\text{logarytm z iloczynu}}{=}}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}(U) + 20 \cdot \log_{10}\left(10^{6}\right) = \boxed{U[dBV] + 120} \tag{38}$$

UWAGA!

1. Sumowanie *dB* i *dBV* jest dozwolone! Oto dlaczego:

Załóżmy, że mamy wzmacniacz napięciowy o wzmocnieniu K_U. Napięcie sygnału wejściowego to U_{IN}. Chcemy w skali logarytmicznej przedstawić napięcie na zaciskach wyjściowych U_{OUT}, czyli iloczyn napięcia wejściowego i wzmocnienia:

$$U_{OUT} = U_{IN}[V] \cdot K_U[V/V] \tag{39}$$

$$\boxed{U_{OUT}[dBV]} \overset{\text{Z definicji}}{\underset{\text{dBV}}{=}} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{OUT}[V]}{1[V]}\right) \overset{\text{Podstawiajac za}}{\underset{\text{U}_\text{OUT}}{=}}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V] \cdot K_U[V/V]}{1[V]}\right) \overset{\text{Przeksztalcajac}}{=} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V]}{1[V]} \cdot K_U[V/V]\right) \overset{\text{Logarytm z iloczynu}}{\underset{\text{to suma logarytmow}}{=}}$$

$$\left(\text{wyodrebnienie } 20 \cdot \log_{10}(K_U[V/V]) \text{ ma sens, bo } K_U \text{ jest stosunkiem. U}_{IN} \text{ wymaga referencji}\right)$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V]}{1[V]}\right) + 20 \cdot \log_{10}(K_U[V/V]) \overset{\text{"Skracajac" jednostki}}{=}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}}{1}\right) + 20 \cdot \log_{10}(K_U) \overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{\underset{\text{to roznica logarytmow}}{=}}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}(U_{IN}) - 20 \cdot \log_{10}(1) + 20 \cdot \log_{10}(K_U) = U_{IN}[dBV] - 0 + K_U[dB] =$$

$$= \boxed{U_{IN}[dBV] + K_U[dB]} \tag{40}$$

Analogiczną sytuację mamy przy odejmowaniu *dB* i *dBV*.

Załóżmy, że mamy miernik ze skalą *dBV* wyposażony w tłumik wejściowy wyskalowany w *dB*. Oznaczmy tłumienie tłumika jako Att. Wyznaczmy napięcie sygnału na wyjściu tłumika U_{OUT}. Napięcie to, w skali liniowej będzie iloczynem napięcia wejściowego i tłumienia:

$$U_{OUT} = U_{IN}[V] \cdot Att[V/V] \text{ i } U_{OUT} < U_{IN} \tag{41}$$

Zwróćmy uwagę, że w zasadzie tłumienie możemy uznać za odwrotność jakiegoś wzmocnienia. Załóżmy, że wzmocnienie to oznaczymy przez K_U. Mamy wówczas:

$$Att[V/V] < 1 \Rightarrow Att[V/V] = \frac{1}{K_U}[V/V] \tag{42}$$

Stąd równanie opisujące napięcie wyjściowe tłumika ma postać:

$$U_{OUT} = U_{IN}[V]/K_U[V/V] \text{ i } U_{OUT} < U_{IN} \tag{43}$$

Przedstawmy napięcie wyjściowe U_{OUT} w skali logarytmicznej:

$$\boxed{U_{OUT}[dBV]} \overset{\text{Z definicji}}{\underset{\text{dBV}}{=}} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{OUT}[V]}{1[V]}\right) \overset{\text{Podstawiajac za}}{\underset{\text{U}_{\text{OUT}}}{=}}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V]/K_U[V/V]}{1[V]}\right) \overset{\text{Przeksztalcajac}}{=} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V]}{1[V]} \Big/ K_U[V/V]\right) \overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{\underset{\text{to roznica logarytmow}}{=}}$$

$$\left(\text{wyodrebnienie } 20 \cdot \log_{10}(K_U[V/V]) \text{ ma sens, bo } K_U \text{ jest stosunkiem. U}_{IN} \text{ wymaga referencji}\right)$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V]}{1[V]}\right) - 20 \cdot \log_{10}(K_U[V/V]) \overset{\text{"Skracajac" jednostki}}{=}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}}{1}\right) - 20 \cdot \log_{10}(K_U) \overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{\underset{\text{to roznica logarytmow}}{=}}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}(U_{IN}) - 20 \cdot \log_{10}(1) - 20 \cdot \log_{10}(K_U) = U_{IN}[dBV] - 0 - K_U[dB] =$$

$$= \boxed{U_{IN}[dBV] - K_U[dB]} \tag{44}$$

Wynik sumowania, odejmowania *dB* i *dBV* wyrażony jest w *dBV*!

UWAGA!

Zwróć uwagę, że sumowanie i odejmowanie odbywa się na reprezentacji logarytmicznej! W skali liniowej mamy do czynienia odpowiednio z iloczynem lub ilorazem.

2. Sumowanie *dB* i *dBμV* jest dozwolone! Oto dlaczego:

Załóżmy, że mamy wzmacniacz napięciowy o wzmocnieniu K_U. Napięcie sygnału wejściowego to U_{IN}. Chcemy w skali logarytmicznej przedstawić napięcie na zaciskach wyjściowych U_{OUT}, czyli iloczyn napięcia wejściowego i wzmocnienia:

$$U_{OUT} = U_{IN}[V] \cdot K_U[V/V] \tag{45}$$

$$\boxed{U_{OUT}[dB\mu V]} \overset{\text{Z definicji}}{\underset{\text{dBV}}{=}} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{OUT}[V]}{1[\mu V]}\right) \overset{\text{Podstawiajac za}}{\underset{\text{U}_{\text{OUT}}}{=}}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V] \cdot K_U[V/V]}{1[\mu V]}\right) \overset{\text{Przeksztalcajac}}{=} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V]}{1[\mu V]} \cdot K_U[V/V]\right) \overset{\text{Logarytm z iloczynu}}{\underset{\text{to suma logarytmow}}{=}}$$

$$\left(\text{wyodrebnienie } 20 \cdot \log_{10}(K_U[V/V]) \text{ ma sens, bo } K_U \text{ jest stosunkiem. } \text{U}_{IN} \text{ wymaga referencji}\right)$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V]}{1[\mu V]}\right) + 20 \cdot \log_{10}(K_U[V/V]) \overset{\mu\text{V zamieniamy na V}}{\underset{\text{Jednostki musza sie zgadzac!}}{=}}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V]}{10^{-6}[V]}\right) + 20 \cdot \log_{10}(K_U[V/V]) \overset{\text{"Skracajac" jednostki}}{=}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}}{10^{-6}}\right) + 20 \cdot \log_{10}(K_U) \overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{\underset{\text{to roznica logarytmow}}{=}}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}(U_{IN}) - 20 \cdot \log_{10}(10^{-6}) + 20 \cdot \log_{10}(K_U) = U_{IN}[dBV] + 120 + K_U[dB] = \tag{46}$$

$$= \boxed{U_{IN}[dB\mu V] + K_U[dB]}$$

Analogiczną sytuację mamy przy odejmowaniu *dB* i *dBμV*.

Załóżmy, że mamy miernik ze skalą *dBμV* wyposażony w tłumik wejściowy wyskalowany w *dB*. Oznaczmy tłumienie tłumika jako Att. Wyznaczmy napięcie sygnału na wyjściu tłumika U_{OUT}. Napięcie to, w skali liniowej będzie iloczynem napięcia wejściowego i tłumienia:

$$U_{OUT} = U_{IN}[V] \cdot Att[V/V] \text{ i } U_{OUT} < U_{IN} \tag{47}$$

Zwróćmy uwagę, że w zasadzie tłumienie możemy uznać za odwrotność jakiegoś wzmocnienia. Załóżmy, że wzmocnienie to oznaczymy przez K_U. Mamy wówczas:

$$Att[V/V] < 1 \Rightarrow Att[V/V] = \frac{1}{K_U}[V/V] \tag{48}$$

Stąd równanie opisujące napięcie wyjściowe tłumika ma postać:

$$U_{OUT} = U_{IN}[V]/K_U[V/V] \text{ i } U_{OUT} < U_{IN} \tag{49}$$

Przedstawmy napięcie wyjściowe U_{OUT} w skali logarytmicznej:

$$\boxed{U_{OUT}[dB\mu V]} \overset{\text{Z definicji}}{\underset{\text{dBV}}{=}} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{OUT}[V]}{1[\mu V]}\right) \overset{\text{Podstawiajac za}}{\underset{\text{U}_{\text{OUT}}}{=}}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V]/K_U[V/V]}{1[\mu V]}\right) \overset{\text{Przeksztalcajac}}{=} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V]}{1[\mu V]} \Big/ K_U[V/V]\right) \overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{\underset{\text{to roznica logarytmow}}{=}}$$

$$\left(\text{wyodrebnienie } 20 \cdot \log_{10}(K_U[V/V]) \text{ ma sens, bo } K_U \text{ jest stosunkiem. U}_{IN} \text{ wymaga referencji}\right)$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V]}{1[\mu V]}\right) - 20 \cdot \log_{10}(K_U[V/V]) \overset{\mu\text{V zamieniamy na V}}{\underset{\text{Jednostki musza sie zgadzac!}}{=}}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}[V]}{10^{-6}[V]}\right) - 20 \cdot \log_{10}(K_U[V/V]) \overset{\text{"Skracajac" jednostki}}{=}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{IN}}{10^{-6}}\right) - 20 \cdot \log_{10}(K_U) \overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{\underset{\text{to roznica logarytmow}}{=}}$$

$$= 20 \cdot \log_{10}(U_{IN}) - 20 \cdot \log_{10}(10^{-6}) - 20 \cdot \log_{10}(K_U) = U_{IN}[dBV] + 120 - K_U[dB] = \tag{50}$$

$$= \boxed{U_{IN}[dB\mu V] - K_U[dB]}$$

Wynik sumowania, odejmowania *dB* i *dBμV* wyrażony jest w *dBμV*!

UWAGA!

Zwróć uwagę, że sumowanie i odejmowanie odbywa się na reprezentacji logarytmicznej! W skali liniowej mamy do czynienia odpowiednio z iloczynem lub ilorazem.

3. Sumowanie *dBV* i *dBV* nie jest dozwolone na zasadzie prostej sumy reprezentacji logarytmicznej! Oto dlaczego:

Załóżmy, że mamy wyznaczyć sumę dwóch napięć U_1 i U_2, przy czym oba napięcia wyrażone są w *dBV*:

$$
\begin{gathered}
U[dBV] \underset{\text{dBV}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U[V]}{1[V]}\right) \Rightarrow \\
\Rightarrow U_1[dBV] = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_1[V]}{1[V]}\right); U_2[dBV] = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_2[V]}{1[V]}\right) \\
U_1[dBV] + U_2[dBV] = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_1[V]}{1[V]}\right) + 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_2[V]}{1[V]}\right) \underset{\text{to logarytm z iloczynu}}{\overset{\text{suma logarytmow}}{=}} \\
= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_1[V]}{1[V]} \cdot \frac{U_2[V]}{1[V]}\right)
\end{gathered}
\tag{51}
$$

Widać, że próba takiego sumowania dwóch liczb w reprezentacji *dBV* prowadzi do wyznaczenie reprezentacji logarytmicznej iloczynu dwóch stosunków napięć (czyli iloczynu dwóch liczb). Wynika to z tego, że zapis *dBV* jest WYŁĄCZNIE REPREZENTACJĄ NAPIĘCIA w skali logarytmicznej. Zapis *dBV* nie zastępuje poziomu napięcia, jedynie przedstawia go w pewien uzgodniony sposób.

Oto jak poprawnie wyznaczyć sumę dwóch liczb w reprezentacji *dBV*:

$$
\begin{gathered}
U[dBV] \underset{\text{dBV}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U[V]}{1[V]}\right) \Rightarrow U[V] = 10^{\frac{U[dBV]}{20}} \Rightarrow U_1[V] = 10^{\frac{U_1[dBV]}{20}}; U_2[V] = 10^{\frac{U_2[dBV]}{20}} \\
\boxed{U_{OUT}[dBV] = U_1\{dBV\} + U_2\{dBV\} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_1[V] + U_2[V]}{1[V]}\right)}
\end{gathered}
\tag{52}
$$

Użyte klamerki {} oznaczają, że wartości podane są w mierze dB. Operacja dodawania wykonywana jest jednak w skali liniowej!

Wynik poprawnego sumowania *dBV* i *dBV* wyrażony jest w *dBV*!

Nieco inaczej przedstawia się odejmowanie dwóch wartości w reprezentacji *dBV*. Przeanalizujmy następujący przypadek:

$$U[dBV] \underset{\text{dBV}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U[V]}{1[V]}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_1[dBV] = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_1[V]}{1[V]}\right); U_2[dBV] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_2[V]}{1[V]}\right)$$

$$\boxed{U_2[dBV] - U_1[dBV]} = 20 \cdot \left(\log_{10}\left(\frac{U_2[V]}{1[V]}\right) - \log_{10}\left(\frac{U_1[V]}{1[V]}\right)\right) \underset{\text{to logarytm z ilorazu}}{\overset{\text{roznica logarytmow}}{=}} \tag{53}$$

$$= \boxed{20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_2[V]}{U_1[V]}\right)[dB]}$$

O ile przy sumowaniu dwóch wartości w reprezentacji *dBV* uzyskaliśmy wynik niemający interpretacji fizycznej, uzyskaliśmy bowiem reprezentację *dBV* iloczynu dwóch stosunków napięć, o tyle w wyniku odejmowania dwóch wartości w reprezentacji *dBV* uzyskaliśmy reprezentację *dB* ilorazu dwóch napięć. Iloraz dwóch napięć ma interpretację fizyczną, a co ważniejsze jest to wartość często wykorzystywana w obliczeniach inżynieryjnych w radiotechnice i elektronice.

Jest jeszcze jedna możliwość interpretacji różnicy dwóch wielkości wyrażonych w *dBV* (operacja przeciwna do przedstawionej powyżej operacji sumowania dwóch wartości wyrażonych w reprezentacji *dBV*). Otóż możliwe jest zinterpretowanie omawianej różnicy jako różnicy:

$$U[dBV] \underset{\text{dBV}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U[V]}{1[V]}\right) \Rightarrow U[V] = 10^{\frac{U[dBV]}{20}} \Rightarrow U_1[V] = 10^{\frac{U_1[dBV]}{20}}; U_2[V] = 10^{\frac{U_2[dBV]}{20}}$$

$$\boxed{U_{OUT}[dBV] = U_2\{dBV\} - U_1\{dBV\} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_2[V] - U_1[V]}{1[V]}\right)} \tag{54}$$

a zatem jako różnicy w skali liniowej. Użyte klamerki {} oznaczają, że wartości podane są w mierze dB. Operacja odejmowania wykonywana jest jednak w skali liniowej! Teoretycznie, zwykle powinniśmy mieć do czynienia z pierwszym przypadkiem odejmowania. Praktycznie, zawsze trzeba zwrócić uwagę na kontekst w jaki użyto terminu różnica.

Wynik poprawnego odejmowania *dBV* i *dBV* może być wyrażony w *dB* lub w *dBV*!

4. Sumowanie *dBμV* i *dBμV* nie jest dozwolone na zasadzie prostej sumy reprezentacji logarytmicznej! Oto dlaczego:

Załóżmy, że mamy wyznaczyć sumę dwóch napięć U_1 i U_2, przy czym oba napięcia wyrażone są w *dBμV*:

$$U[dB\mu V] \overset{\text{Z definicji}}{\underset{\text{dB}\mu\text{V}}{=}} 20\cdot\log_{10}\left(\frac{U[V]}{1[\mu V]}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_1[dB\mu V] = 20\cdot\log_{10}\left(\frac{U_1[V]}{1[\mu V]}\right); U_2[dB\mu V] = 20\cdot\log_{10}\left(\frac{U_2[V]}{1[\mu V]}\right)$$

$$U_1[dB\mu V] + U_2[dB\mu V] = 20\cdot\log_{10}\left(\frac{U_1[V]}{1[\mu V]}\right) + 20\cdot\log_{10}\left(\frac{U_2[V]}{1[\mu V]}\right) \overset{\text{suma logarytmow}}{\underset{\text{to logarytm z iloczynu}}{=}}$$

$$= 20\cdot\log_{10}\left(\frac{U_1[V]}{1[\mu V]}\cdot\frac{U_2[V]}{1[\mu V]}\right) \tag{55}$$

Widać, że próba takiego sumowania dwóch liczb w reprezentacji *dBμV* prowadzi do wyznaczenie reprezentacji logarytmicznej iloczynu dwóch stosunków napięć (czyli iloczynu dwóch liczb). Wynika to z tego, że zapis *dBμV* jest WYŁĄCZNIE REPREZENTACJĄ NAPIĘCIA w skali logarytmicznej. Zapis *dBμV* nie zastępuje poziomu napięcia, jedynie przedstawia go w pewien uzgodniony sposób.

Oto jak poprawnie wyznaczyć sumę dwóch liczb w reprezentacji *dBμV*:

$$U[dB\mu V] \overset{\text{Z definicji}}{\underset{\text{dB}\mu\text{V}}{=}} 20\cdot\log_{10}\left(\frac{U[V]}{1[\mu V]}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U[\mu V] = 10^{\frac{U[dB\mu V]}{20}} \Rightarrow U_1[\mu V] = 10^{\frac{U_1[dB\mu V]}{20}}; U_2[\mu V] = 10^{\frac{U_2[dB\mu V]}{20}} \tag{56}$$

$$\boxed{U_{OUT}[dB\mu V] = U_1\{dB\mu V\} + U_2\{dB\mu V\} = 20\cdot\log_{10}\left(\frac{U_1[\mu V] + U_2[\mu V]}{1[\mu V]}\right)}$$

Użyte klamerki {} oznaczają, że wartości podane są w mierze dB. Operacja dodawania wykonywana jest jednak w skali liniowej!

Wynik poprawnego sumowania *dBμV* i *dBμV* wyrażony jest w *dBμV*!

Nieco inaczej przedstawia się odejmowanie dwóch wartości w reprezentacji *dBμV*. Przeanalizujmy następujący przypadek:

$$U[dB\mu V] \underset{\text{dB}\mu\text{V}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 20\cdot\log_{10}\left(\frac{U[V]}{1[\nu V]}\right) \Rightarrow \mu$$

$$\Rightarrow U_1[dB\mu V] = 20\cdot\log_{10}\left(\frac{U_1[V]}{1[\mu V]}\right); U_2[dB\mu V] = 10\cdot\log_{10}\left(\frac{U_2[V]}{1[\mu V]}\right)$$

$$\boxed{U_2[dB\mu V] - U_1[dB\mu V]} = 20\cdot\left(\log_{10}\left(\frac{U_2[V]}{1[\mu V]}\right) - \log_{10}\left(\frac{U_1[V]}{1[\mu V]}\right)\right) \underset{\text{to logarytm z ilorazu}}{\overset{\text{roznica logarytmow}}{=}} \tag{57}$$

$$= \boxed{20\cdot\log_{10}\left(\frac{U_2[V]}{U_1[V]}\right)[dB]}$$

O ile przy sumowaniu dwóch wartości w reprezentacji *dBμV* uzyskaliśmy wynik niemający interpretacji fizycznej, uzyskaliśmy bowiem reprezentację *dBμV* iloczynu dwóch stosunków napięć, o tyle w wyniku odejmowania dwóch wartości w reprezentacji *dBμV* uzyskaliśmy reprezentację *dB* ilorazu dwóch napięć. Iloraz dwóch napięć ma interpretację fizyczną, a co ważniejsze jest to wartość często wykorzystywana w obliczeniach inżynieryjnych w radiotechnice i elektronice.

Jest jeszcze jedna możliwość interpretacji różnicy dwóch wielkości wyrażonych w *dBμV* (operacja przeciwna do przedstawionej powyżej operacji sumowania dwóch wartości wyrażonych w reprezentacji *dBμV*). Otóż możliwe jest zinterpretowanie omawianej różnicy jako różnicy:

$$U[dB\mu V] \underset{\text{dB}\mu\text{V}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 20\cdot\log_{10}\left(\frac{U[V]}{1[\mu V]}\right) \Rightarrow U_1[\mu V] = 10^{\frac{U_1[dB\mu V]}{20}}; U_2[\mu V] = 10^{\frac{U_2[dB\mu V]}{20}}$$

$$\boxed{U_{OUT}[dB\mu V] = U_2\{dB\mu V\} - U_1\{dB\mu V\} = 20\cdot\log_{10}\left(\frac{U_2[\mu V] - U_1[\mu V]}{1[\mu V]}\right)} \tag{58}$$

a zatem jako różnicy w skali liniowej. Użyte klamerki {} oznaczają, że wartości podane są w mierze dB. Operacja odejmowania wykonywana jest jednak w skali liniowej! Teoretycznie, zwykle powinniśmy mieć do czynienia z pierwszym przypadkiem odejmowania. Praktycznie, zawsze trzeba zwrócić uwagę na kontekst w jaki użyto terminu różnica.

Wynik poprawnego odejmowania *dBμV* i *dBμV* może być wyrażony w *dB* lub w *dBμV*!

5. Sumowanie *dBV* i *dBμV* nie jest dozwolone na zasadzie prostej sumy reprezentacji logarytmicznej! Wynika to ze związku pomiędzy *dBV* i *dBμV* oraz z uwag dotyczących sumowania *dBV* i *dBV* i/lub *dBμV* i *dBμV*.

Oto jak poprawnie wyznaczyć sumę dwóch liczb w reprezentacji odpowiednio dBV i $dB\mu V$:

$$U[dB\mu V] \underset{\text{dB}\mu\text{V}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U[V]}{1[\mu V]}\right) \Rightarrow U[\mu V] = 10^{\frac{U[dB\mu V]}{20}}$$

$$U[dBV] \underset{\text{dBV}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U[V]}{1[V]}\right) \Rightarrow U[V] = 10^{\frac{U[dBV]}{20}}$$

$$U_1[\mu V] = 10^{\frac{U[dB\mu V]}{20}}; U_2[V] = 10^{\frac{U[dBV]}{20}} \tag{59}$$

$$\boxed{U_{OUT}[dB\mu V] = U_1\{dB\mu V\} + U_2\{dBV\} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_1[\mu V] + \left(U_2[V] \cdot 10^{6}\right)[\mu V]}{1[\mu V]}\right)}$$

$$\boxed{U_{OUT}[dBV] = U_1\{dB\mu V\} + U_2\{dBV\} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{\left(U_1[\mu V] \cdot 10^{-6}\right)[V] + U_2[V]}{1[V]}\right)}$$

Użyte klamerki {} oznaczają, że wartości podane są w mierze dB. Operacja dodawania wykonywana jest jednak w skali liniowej!

Wynik poprawnego sumowania *dBV* i *dBμV* wyrażony jest w … czym trzeba!

Przy odejmowaniu dwóch wartości wyrażonych w dBV i $dB\mu V$ należy sprowadzić wartości albo do reprezentacji $dB\mu V$ albo do reprezentacji dBV, a następnie skorzystać w uwag dotyczących odejmowania dwóch wartości w reprezentacji dBV i dBV i/lub $dB\mu V$ i $dB\mu V$.

***dBV*/m** – wyrażony w mierze logarytmicznej stosunek dwóch natężeń pola elektrycznego: natężenia zmierzonego i natężenia odniesienia $E_0 = 1V/m$.

***dB*μV/m** - wyrażony w mierze logarytmicznej stosunek dwóch natężeń pola elektrycznego: natężenia zmierzonego i natężenia odniesienia $E_0 = 1\,\mu V/m$.

dBi – wyrażony w mierze logarytmicznej stosunek dwóch zysków kierunkowych anten: zysku kierunkowego anteny badanej i zysku kierunkowego anteny izotropowej, która jest anteną odniesienia.

dBd – wyrażony w mierze logarytmicznej stosunek dwóch zysków kierunkowych anten: zysku kierunkowego anteny badanej i zysku kierunkowego dipolu półfalowego, który jest anteną odniesienia. $dBd = 2{,}15 dBi$.

Konwersja jednostek

Konwersja mocy na napięcie i vice versa możliwa jest jedynie wówczas, gdy znana jest wartość obciążenia (stąd oznaczenie @R – dla R).

1. Konwersja *dBW* na *dBV* @ R

$$P=\frac{U^2}{R}\Rightarrow \boxed{P[dBW]} \overset{\text{Z definicji}}{\underset{\text{dBW}}{=}} 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[W]}\right) \overset{\text{Podstawiajac za}}{\underset{\text{P}}{=}}$$

$$=10\cdot\log_{10}\left(\frac{\frac{U^2}{R}[W]}{1[W]}\right) \overset{\text{"Skracajac" jednostki}}{=} 10\cdot\log_{10}\left(\frac{\frac{U^2}{R}}{1}\right) \overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{\underset{\text{to roznica logarytmow}}{=}}$$

$$=10\cdot\log_{10}\left(\frac{U^2}{R}\right)-10\cdot\log_{10}(1) \overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{\underset{\text{to roznica logarytmow}}{=}} \tag{60}$$

$$=10\cdot\log_{10}(U^2)-10\cdot\log_{10}(R)-10\cdot\log_{10}(1)=20\cdot\log_{10}(U)-10\cdot\log_{10}(R)-0=$$

$$=\boxed{U[dBV]-10\cdot\log_{10}(R)}$$

Stąd dla R = 50Ω zachodzą związki:

$$P[dBW]=U[dBV]-16{,}9897\approx U[dBV]-17\Rightarrow$$

$$\Rightarrow U[dBV]\approx P[dBW]+17 \tag{61}$$

2. Konwersja *dBm* na *dBV* @ R

$$P=\frac{U^2}{R}\Rightarrow \boxed{P[dBm]} \underset{\text{dBm}}{\overset{\text{Z definicji}}{=}} 10\cdot\log_{10}\left(\frac{P[W]}{1[mW]}\right) \underset{\text{P}}{\overset{\text{Podstawiajac za}}{=}}$$

$$=10\cdot\log_{10}\left(\frac{\frac{U^2}{R}[W]}{1[mW]}\right) \underset{\text{Jednostki musza sie zgadzac!}}{\overset{\text{mW zamieniamy na W}}{=}} =10\cdot\log_{10}\left(\frac{\frac{U^2}{R}[W]}{1\cdot 10^{-3}[W]}\right) \overset{\text{"Skracajac" jednostki}}{=}$$

$$=10\cdot\log_{10}\left(\frac{\frac{U^2}{R}}{10^{-3}}\right) \underset{\text{to roznica logarytmow}}{\overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{=}} 10\cdot\log_{10}\left(\frac{U^2}{R}\right)-10\cdot\log_{10}\left(10^{-3}\right) \underset{\text{to roznica logarytmow}}{\overset{\text{Logarytm z ilorazu}}{=}} \tag{62}$$

$$=10\cdot\log_{10}\left(U^2\right)-10\cdot\log_{10}(R)-10\cdot\log_{10}\left(10^{-3}\right)=20\cdot\log_{10}(U)-10\cdot\log_{10}(R)+30=$$

$$=\boxed{U[dBV]-10\cdot\log_{10}(R)+30}$$

Stąd dla R = 50Ω zachodzą związki:

$$P[dBm]=U[dBV]+13{,}010\approx U[dBV]+13\Rightarrow$$
$$\Rightarrow U[dBV]\approx P[dBm]-13 \tag{63}$$

3. Konwersja *dBW* na *dBμV* @ R

$$P[dBW]=U[dBV]-10\cdot\log_{10}(R)$$
$$U[dBV]=U[dB\mu V]-120\Rightarrow \tag{64}$$
$$\boxed{P[dBW]=U[dB\mu V]-10\cdot\log_{10}(R)-120}$$

Stąd dla R = 50Ω zachodzą związki:

$$P[dBW]=U[dB\mu V]-120-16{,}9897\approx U[dB\mu V]-120-17=U[dB\mu V]-137\Rightarrow$$
$$\Rightarrow U[dB\mu V]\approx P[dBW]+137 \tag{65}$$

4. Konwersja *dBm* na *dBμV* @ R

$$P[dBm] = U[dBV] - 10 \cdot \log_{10}(R) + 30$$

$$U[dBV] = U[dB\mu V] - 120 \Rightarrow \tag{66}$$

$$\boxed{P[dBm] = U[dB\mu V] - 120 - 10 \cdot \log_{10}(R) + 30 = U[dB\mu V] - 10 \cdot \log_{10}(R) - 90}$$

Stąd dla R = 50Ω zachodzą związki:

$$\begin{gathered} P[dBm] = U[dB\mu V] - 16{,}9897 - 90 \approx U[dB\mu V] - 17 - 90 = U[dB\mu V] - 107 \Rightarrow \\ \Rightarrow U[dB\mu V] \approx P[dBW] + 107 \end{gathered} \tag{67}$$