1. Dla każdego $r > 1$ podać przykład dwóch nieizomorficznych grafów r - regularnych o tej samej liczbie wierzchołków.

2. Wykazać, że każde drzewo jest grafem dwudzielnym. Które drzewa są pełnymi grafami dwudzielnymi?

3. Wykazać, że jeśli maksymalny stopień wierzchołka w drzewie wynosi k, to drzewo ma co najmniej k liści. Uzasadnić, że każde drzewo z co najmniej jedną krawędzią ma przynajmniej dwa liście.

4. Wyznaczyć wszystkie nieizomorficzne drzewa spinające grafu $K_{3,3}$.

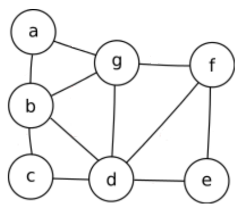
5. Dla grafu prostego G i jego krawędzi e oznaczmy przez G/e, graf powstały przez ściągnięcie krawędzi e, tj. usunięcie z G krawędzi e i identyfikację jej końców. Pokazać, że:

   a) $|V(G/e)| = |V(G)| - 1$ i $|E(G/e)| = |E(G)| - 1$;

   b) jeśli G jest drzewem, to także G/e jest drzewem;

   c) $t(G) = t(G/e) + t(G - e)$, gdzie $t(H)$ będzie liczbą drzew spinających grafu H;

   d) stosując metodę z punktu c) wyznaczyć liczbę drzew spinających grafu:



6. Wykazać, że $t(K_n) = n^{n-2}$ (zob. zad. 5c). Ile wynosi $t(K_{2,n})$?

7. Wykazać, że dowolna krawędź grafu spójnego jest krawędzią pewnego drzewa spinającego tego grafu.

8. Czy można zbudować graf, mając wszystkie jego drzewa spinające? Odp. uzasadnić.

9. Niech e będzie krawędzią o najmniejszej wadze w sieci G_e z obciążonymi krawędziami. Pokazać, że każde minimalne drzewo spinające w G_e zawiera krawędź e.

10. Wyznaczyć drzewa spinające grafu z zad. 5 metodą DFS oraz BFS. Za punkt startowy przyjąć wierzchołek a (wierzchołki są pamiętane w porządku alfabetycznym).

11. Startując z wierzchołka 5, wyznaczyć drzewa spinające DFS i BFS (wierzchołki są pamiętane w rosnącej kolejności).
    Graf jest pamiętany w postaci: a) list sąsiadów, b) macierzy sąsiedztwa.