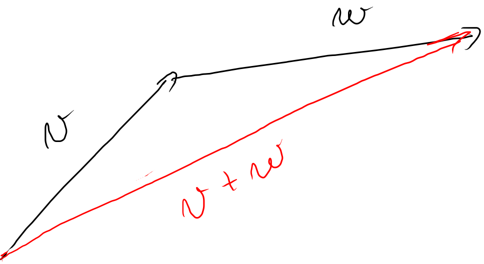
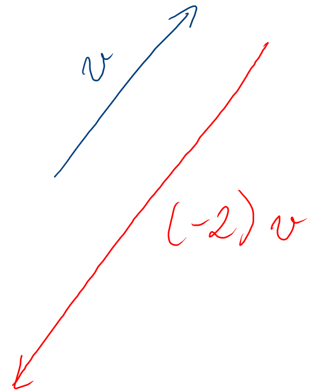

v
w
v + w


v
(-2) v

$\mathbb{R}^3$ $([1,0,0],[0,1,0],[0,0,1])$ - baza w $\mathbb{R}^3$

$$[2,-3,5] = 2\cdot[1,0,0] + (-3)[0,1,0] + 5\cdot[0,0,1]$$

$$([1,0,0],[0,1,0],[0,0,1], \cancel{[0,1,1]})$$

bo $[0,1,1] = 0[1,0,0] + 1[0,1,0] + 1[0,0,1]$

6.1 a) $[4,6,4,5] \overset{(?)}{\in} \operatorname{lin}([1,4,6,5],[5,6,2,4])$

(2) (?) $\exists_{a,b\in\mathbb{R}}$ $[4,6,4,5] = a[1,4,6,5] + b[5,6,2,4]$

$$\begin{cases} a+5b=4 \\ 4a+6b=6 \\ 6a+2b=4 \\ 5a+4b=5 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{7} \\ b=\frac{5}{7} \end{cases},$$

Sprawdzamy, czy układ ma jedno rozwiązanie.
Jeśli ma, to wyznaczamy a i b (i wtedy dana przynależność zachodzi)
Jeśli nie ma, to dana przynależność nie zachodzi.

$$[4,6,4,5] = \frac{3}{7}[1,4,6,5] + \frac{5}{7}[5,6,2,4]$$

Przykład 1 Sprawdzić, czy dane wektory generują przestrzeń $\mathbb{R}^3$ (tzn. tworzą bazę $\mathbb{R}^3$)

Wskazówka do 6.2, 6.6, 6.7

a) $([1,3,5],[2,7,5],[1,1,8])$

R Metoda 1

$a[1,3,5]+b[2,7,5]+c[1,1,8]=[0,0,0]$

$$\begin{cases} a+2b+c=0 \\ 3a+7b+c=0 \\ 5a+5b+8c=0 \end{cases}$$

Rozwiązaniem tego układu jest $a=b=c=0$ (jedyne rozwiązanie)

czyli to jest baza $\mathbb{R}^3$

Metoda 2

$$\det\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 5 \\ 1 & 1 & 8 \end{bmatrix} \neq 0$$

b) $([1,4,5],[3,2,1],[5,5,4])$

R

$$\det\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 5 & 4 \end{bmatrix} = 0$$

To nie jest baza $\mathbb{R}^3$, bo układ wektorów jest liniowo zależny