Algebra z geometrią analityczną

dr Joanna Jureczko

Zestaw 1
Przekształcanie wyrażeń algebraicznych
Wzór dwumianowy Newtona

1.1. Poniższe wyrażenia przedstawić w najprostszej postaci:
a) $(x-y)(x^2+y^2)$;
b) $2a(a+b)(a^3-ab^2)$;
c) $(v-t)(2t+2v)(t-3v)$;
d) $(x-y^2)(y^2+x)(2x+1)(2x-1)$.

1.2. Korzystając z dwumianu Newtona zapisać rozwinięcia następujących wzorów skróconego mnożenia:
a) $(a-2b)^3$; b) $(2x+y^2)^3$; c) $(z+2)^4$; d) $(a-b)^4$; e) $(x+y)^5$.

1.3. Znaleźć k-ty wyraz rozwinięcia:
a) $(3x-2)^9$ dla $k=2$;
b) $(x-2y)^5$ dla $k=4$;
c) $(x+y^2)^{11}$ dla $k=10$;
d) $(2+\sqrt{3})^7$ dla $k=4$;
e) $(\frac{1}{x}-y^2)^6$ dla $k=3$;
f) $(\sqrt[3]{x}+\frac{2}{y})^{20}$ dla $k=20$.

1.4.* Wykazać, że dla dowolnych $k, n \in \mathbb{N}$ takich, że $k \leqslant n$ prawdziwe są równości:
a) $\binom{n}{0}=1$;
b) $\binom{n}{n}=1$;
c) $\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}$;
d) $\binom{n+1}{k+1}=\binom{n}{k}+\binom{n}{k+1}$;
e) $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\ldots+\binom{n}{n-1}+\binom{n}{n}=2^n$.
Skojarzyć wyrażenia w a)-e) z trójkątem Pascala.

ODPOWIEDZI

1.1. a) $x^3 + xy^2 - x^2y - y^3$; b) $2a^5 - 2a^3b^2 - 2a^2b^3 + 2a^4b$; c) $-2t^3 + 6t^2v + 2v^2t - 6v^3$; d) $4x^4 - 4x^2y^4 + y^4 - x^2$.

1.2. a) $a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$; b) $8x^3 + 12x^2y^2 + 6xy^4 + y^6$; c) $z^4 + 8z^3 + 24z^2 + 32z + 16$; d) $a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$; e) $x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$.

1.3. a) $314\,928x^7$; b) $80xy^4$; c) $11xy^{20}$; d) 2520; e) $-20x^{-3}y^6$; f) $2^{20}y^{-20}$.