AM1.2

Ciągi

$\lim_{n\to\infty} a_n$ $\lim_{n\to\infty} b_n$ granica skończona:

$\to \lim (a_n \pm b_n) = \lim a_n \pm \lim b_n$

$\to a_n \cdot b_n$ $\lim a_n \cdot \lim b_n$

$\to \lim_{n\to\infty} k \cdot a_n = k \lim_{n\to\infty} a_n$

$\to \lim b_n \neq 0$:

$\to \lim \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim a_n}{\lim b_n}$

$\to \lim (a_n)^k = (\lim a_n)^k$ $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$

$\to \lim (\sqrt[k]{a_n}) = \sqrt[k]{\lim a_n}$ $k \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$

$\to \lim_{n\to+\infty} (a^{a_n}) = a^{\lim_{n\to\infty} a_n}$ $a > 0$

$\to$ każdy ciąg zbieżny jest ograniczony

$\forall n > N \; g - \varepsilon < a_n < g + \varepsilon$

$m x = \max\{a_1, \ldots, a_N\}$

$\to$ ciąg monotoniczny i ograniczony jest zbieżny

$\to$ a_n jest zbieżny to a_n ~~rozne~~ powstały przez przestawienie dodanie lub usunięcie skończonych punktów ma ten sam granicę co a_n

$\Rightarrow a_n \leq b_n$ dla każdego $n > n_0$

$\lim a_n = +\infty$ to wtedy $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = +\infty$

$\Rightarrow a_n \leq b_n$ dla każdego $n > n_0$

$\lim\limits_{n\to\infty} b_n = -\infty$ to

$\lim a_n = -\infty$

$\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} a_n^{b_n} = \left(\lim\limits_{n\to\infty} a_n\right)^{\lim\limits_{n\to\infty} b_n}$

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$

$x_n \xrightarrow[n\to\infty]{} \infty / -\infty \quad \lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{x_n}\right)^{x_n} = e$

Symbole nieoznaczone: $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$, $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, 1^∞, ∞^0, 0^0

Szeregi

$a_n = S_{n+1} - S_n$

jeżeli $\lim_{n \to \infty} S_n = S$

jeżeli S = a lub ~~∞~~ to jest zbieżny

jeżeli granica nie istnieje to szereg nazywamy rozbieżnym

Warunek konieczny

zbieżny $\Rightarrow \lim_{n \to \infty} = 0$ jeżeli warunek jest spełniony to może być zbieżny

$\lim_{n \to \infty} \neq 0$ to szereg jest rozbieżny

szeregi

$\sum_{i=n}^{\infty} a_n$ jest bezwzględnie zbieżny (tzn zbieżny jest $\sum |a_n|$) to

szereg $\sum_{i=n}^{\infty} a_n$ jest zbieżny