

0 1 2

ANALIZA MATEMATYCZNA I (Lista 14, 16.01.2023)

Całka potrójna.

Zad. 1. Obliczyć całkę potrójną z funkcji:

a) $f(x, y, z) = x^2 y^2 z$ w prostopadłościanie P ograniczonym płaszczyznami: $x=1, x=3, y=0, y=2, z=2, z=4$.

b) $x(x, y, z) = x$ po obszarze ograniczonym płaszczyznami współrzędnych (tj. płaszczyznami: XOZ, YOZ i XOY) oraz $2x + 2y + z - 2 = 0$.

Zad. 2. Obliczyć całkę potrójną z funkcji $f(x, y, z) = x + y + z$ w obszarze ograniczonym powierzchniami: $x=0, y=0, z=0, z=4-x, x+y=2, y=x^2$.

Zad. 3. Objętości brył:

- a) obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami: $z=0, z=9, y=x^2, 4-3y=x^2$. Następnie, obliczyć tę objętość zastępując współrzędne kartezjańskie $(x, y, z) \in V$ współrzędnymi sferycznymi $(r, \varphi, \theta) \in \Omega$, zgodnie ze wzorami:

$$x = r \cos \varphi \cos \theta$$

(cyl.) b) obliczyć objętość mniejszej z brył

$$y = r \sin \varphi \cos \theta$$

(sfer.) ograniczonych powierzchniami:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3, 2z = x^2 + y^2.$$

$$z = r \sin \theta$$

Zad. 4. Obliczyć, korzystając ze współrzędnych sferycznych, całkę

$$\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$$

gdzie V jest kulą o promieniu R i środku w początku układu współrzędnych.