

**Zad. 1.** Obliczyć całki oznaczone:

(a)  $\int_1^3 (4x^2 - 3x + 4) dx$ , (b)  $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$ , (c)  $\int_0^1 3x^2 e^{x^3-1} dx$ , (d)  $\int_1^e x \ln x dx$ , (e)  $\int_{-\pi/2}^{\pi} \sin^5 x dx$ , (f)  $\int_{-1}^1 x(x+1)^2 dx$

**Zad. 2.** Na przedziale  $[a; b]$  wyznaczyć średnią wartość funkcji  $f(x)$ :

(a)  $f(x) = x^4$ ;  $[-1; 1]$ ; (b)  $f(x) = x^5$ ;  $[-1; 1]$ ; (c)  $f(x) = \sqrt{x}$ ;  $[0; 4]$ ; (d)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ ;  $[1; 2]$ .

**Zad. 3.** Obliczyć długości krzywych:

(a)  $y = x^2$ ,  $-1 \leq x \leq 3$ , (b)  $y = \ln x$ ,  $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$ , (c)  $y = \frac{x^5}{10} + \frac{1}{6x^3}$ ,  $1 \leq x \leq 3$ ,

(d)  $y = \ln(1-x^2)$ ,  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ , (e)  $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ ,  $2 \leq x \leq 3$ .

**Zad. 4.** Wyznaczyć pole obszaru pomiędzy krzywą, a osią współrzędnych na odcinku  $[a; b]$

a)  $y = 4 - x^2$ ,  $a = -2$ ,  $b = 2$ ; b)  $y = \sqrt{x+2}$ ,  $a = -2$ ,  $b = 2$ ;

c)  $y = 9x - x^2$ ,  $a = 0$ ,  $b = 3$ ; d)  $y = 3x^{1/3}$ ,  $a = 1$ ,  $b = 8$ .

**Zad. 5.** Obliczyć pole obszaru ograniczonego wykresami:

(a) parabolą  $y = x^2$  oraz prostą  $y = x$ ,

(b) parabolą  $y = 2x - x^2$  oraz prostą  $x + y = 0$ ,

(c) krzywą  $y = e^x$ , prostymi  $x=0$  i  $x=1$  oraz osią OX,

(d) parabolą  $y = x^2 + x - 6$ , prostymi  $x=-1$  i  $x=1$  oraz osią OX,

(e) parabolami  $y = x^2$ ,  $y = 2x^2$  oraz prostą  $y = 8$  ( $x \geq 0$ ),

(f) krzywą  $y = x^2 \ln x$ , prostymi  $x=e$  i  $x=e^2$  oraz osią OX,

(g) hiperbolą  $y = \frac{2}{x} + 1$ , prostymi  $x=1$  i  $x=2$  oraz osią OX, (h) krzywymi  $y = \ln x$ ,  $x = e$ ,  $y = -1$

**Zad. 4.** Obliczyć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OX trapezu

krzywoliniowego ograniczonego przez wykres funkcji  $f(x)$ , proste  $x = a$  i  $x = b$ :

(a)  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $a = 0$ ,  $b = 1$ ,

(b)  $y = x^2 + 1$ ,  $a = -1$ ,  $b = 1$

(c)  $y = x^3$ ,  $a = 0$ ,  $b = 1$ ,

(d)  $y = \sin x$ ,  $a = 0$ ,  $b = \pi$ ,

(e)  $y = e^x$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$ .

**Zad. 5.** Obliczyć pole powierzchni powstałej w wyniku obrotu wokół osi OX krzywej  $y = f(x)$ .

(a)  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $x \in [0, 1]$ ,

(b)  $y = \frac{1}{2}x + 1$ ,  $x \in [1, 3]$ ,

(c)  $y = \cos x$ ,  $x \in [-\pi/2, \pi/2]$ .