

1. Udowodnić, że:

(a) kwadrat liczby parzystej jest liczbą parzystą, (b) kwadrat liczby nieparzystej jest liczbą nieparzystą.

### Systemy pozycyjne

System pozycyjny o podstawie  $p \geq 2$ : ustalamy  $p$  różnych symboli (zwanymi cyframi), a wartość napisu  $(a_n \cdots a_1 a_0)_p$ ,  $0 \leq a_i < p$ , obliczamy według wzoru:

$$(a_n \cdots a_1 a_0)_p = a_0 p^0 + a_1 p^1 + \cdots + a_{n-1} p^{n-1} + a_n p^n.$$

**Przykład 1.** Zapis dwójkowy: mamy dwa symbole 0, 1:

$$(1011)_2 = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 = 1 + 2 + 8 = (11)_{10},$$

$$(10100)_2 = 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 = 4 + 16 = (20)_{10}.$$

**Przykład 2.** Zapis szesnastkowy: mamy szesnaście symboli: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. W zapisie dziesiętnym mamy:  $A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15$ .

$$(24)_{16} = 4 \cdot 16^0 + 2 \cdot 16^1 = 4 + 32 = (36)_{10},$$

$$(5B7)_{16} = 7 \cdot 16^0 + B \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^2 = 7 + 11 \cdot 16 + 5 \cdot 256 = (1463)_{10}.$$

2. Podać zapis dziesiętny następujących liczb:

$$(20211)_3, (403022)_5, (1010011)_2, (A08)_{16}, (F02)_{16}, (FFA5)_{16}.$$

3. Podać zapis dwójkowy, trójkowy i siódmkowy następujących liczb zapisanych w systemie dziesiętnym: 204, 511, 1024, 3303

4. Zamienić liczby podane w systemie szesnastkowym na system dwójkowy:

$$(FA2)_{16}, (EA43)_{16}, (8302)_{16}.$$

5. Zamienić podane liczby w systemie dwójkowym na system szesnastkowy:

$$(10001010)_2, (10011001)_2, (111100101010)_2, (100111010)_2, (111011101010011)_2.$$

### System dwójkowy

*Algorytm dodawania liczb: Aby dodać do siebie dwie liczby zapisane w systemie dwójkowym, dodajemy bit po bicie od prawej do lewej, dodając jednocześnie w każdym z kroków bit przeniesienia z poprzedniej kolumny.*

6. Wykonać dodawanie:

$$(a) 1111 + 1110, (b) 10011 + 1100, (c) 110111 + 110011, (d) 101 + 111 + 111, (e) 1011 + 1011 + 111.$$

*Algorytm odejmowania liczb: Aby odjąć od siebie dwie liczby zapisane w systemie dwójkowym, odejmujemy bit po bicie od prawej do lewej, a w przypadku, gdy trzeba odjąć bit większy od mniejszego, „pożyczamy” dwójkę z następnej (w lewo) pozycji.*

7. Wykonać odejmowanie:

$$(a) 10011 - 1100, (b) 110111 - 110011, (c) 1010001 - 101110, (d) 1011100 - 1010111.$$

*Algorytm mnożenia liczb: Aby pomnożyć dwie liczby (zapisane dwójkowo), mnożymy pierwszą liczbę przez poszczególne bity drugiej, a otrzymane wyniki, każdy kolejno przesunięty o jedną kolumnę w lewo, na koniec sumujemy.*

8. Wykonać mnożenie:

$$(a) 101 \cdot 111, (b) 1111 \cdot 111, (c) 10011 \cdot 1100, (d) 111000 \cdot 111.$$

## Reprezentacja liczb w komputerze

Zmienne typy *integer* przechowywane są zwykle na dwóch bajtach, czyli 16 bitach. Pierwszy bit określa znak liczby. Jeżeli wynosi on 0, to liczba jest dodatnia, w przeciwnym wypadku liczba jest ujemna.

Jeżeli liczba jest dodatnia, to pozostałe piętnaście bitów stanowi zapis binarny tej liczby.

Liczby ujemne przechowywane są w tak zwanym systemie uzupełnieniowym, tzn. liczba ujemna o wartości bezwzględnej  $x$  przedstawiana jest jako liczba  $2^{16} - x$  w postaci binarnej.

### Przykład 3.

$$(82)_{10} = 82 = (0000\ 0000\ 0101\ 0010)_{\text{int}}$$
$$(-82)_{10} = -82 = (1111\ 1111\ 1010\ 1110)_{\text{int}}.$$

9. Zapisać w systemie int następujące liczby:

(a) 131 i  $-131$ , (b) 79 i  $-79$ , (c) 211 i  $-211$ .

10. Zapisać w systemie dziesiętnym liczby, zapisane w int:

(a) 0000000011110011 oraz 1111111100001100.

(b) 0000000001100110 oraz 1111111110011001.

(c) 0000000100010001 oraz 1111111011101110.